

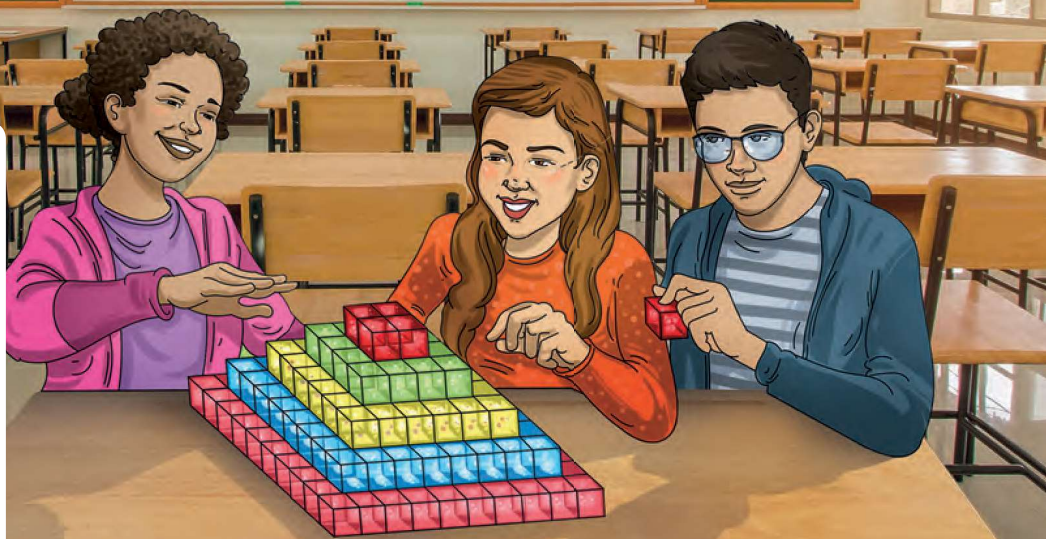
## Lección 3

# Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

## Multiplicación de potencias

Un grupo de estudiantes construyen un juego didáctico para presentarlo en la feria de innovación del colegio.

La idea consiste en formar una pirámide utilizando cubos de igual tamaño y considerando que cada piso está completamente cubierto de cubos.



- ¿Cuántos cubos hay en cada piso de la pirámide?  
¿Qué regularidad puedes identificar en estas cantidades?
- Expresa los números que obtuviste en la pregunta anterior como una potencia.
- ¿Cuántos cubos hay en total en la pirámide?
- Si se quiere agregar un piso más en la base de la pirámide, ¿cuántos cubos se deberían agregar para respetar su formación?

*En esta lección comprenderás la multiplicación y la división de potencias, estimarás la raíz cuadrada de un número natural y resolverás problemas que involucran variaciones porcentuales.*

### Ejemplo 1

Representa la multiplicación iterada  $4 \cdot 4 \cdot 4$  como una potencia.

1  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$  — Cantidad de veces que se repite el factor.  
Factor que se repite.

Observamos que el factor 4 se repite 3 veces. Luego, identificamos lo que representa cada parte en la potencia.

2  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  — Valor de la potencia  
Exponente  
Base

Calculamos el valor y utilizamos los términos base, exponente y valor de la potencia.

Por lo tanto, 4 elevado a 3 es igual a 64.

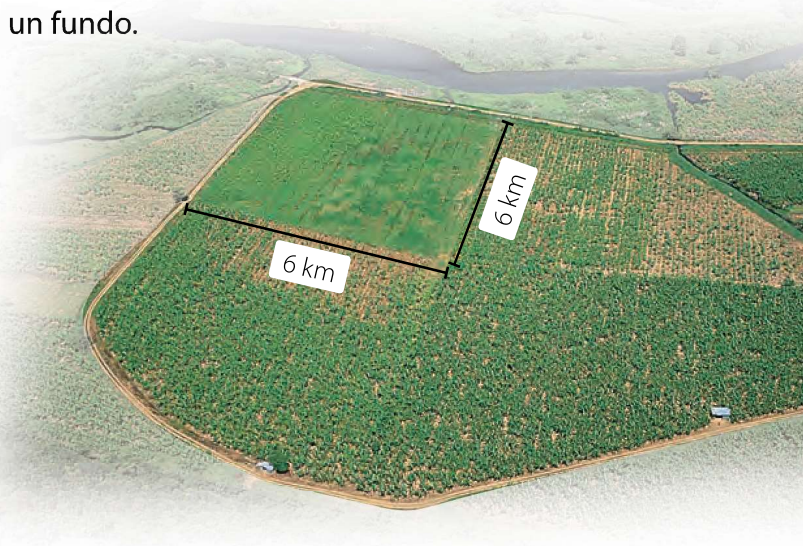
*Identifica el exponente y la base de cada potencia y luego calcula su valor.*

$$3^5 \quad 4^2 \quad 7^3 \quad 8^2 \quad 5^4 \quad 9^1 \quad 2^6$$

## Ejemplo 2

En la imagen se muestra un sector cuadrado de un fundo.  
¿Cuál es su área?

- 1 Para calcular el área de un cuadrado se eleva a dos la medida de cualquiera de sus lados.
- 2 Aplicamos la fórmula del área:  
 $(6 \text{ km})^2 = 6 \text{ km} \cdot 6 \text{ km} = 36 \text{ km}^2$ .  
 Finalmente, el área del sector es  $36 \text{ km}^2$ .



## ■ Aprende

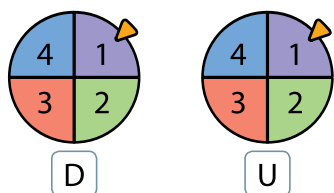
Cuando en una **multiplicación** hay factores iguales y se repiten una cantidad finita de veces, se puede escribir utilizando una potencia. En una potencia se identifican la **base**, el **exponente** y el **valor de la potencia**.

Si  $a, n, b \in \mathbb{N}$ , la **potencia**  $a^n$  corresponde a:

$$\begin{array}{c} \text{Exponente} \\ \downarrow \\ \text{Base} \rightarrow a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}} = b \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Valor de la potencia} \\ \downarrow \\ b \end{array} \quad \rightarrow \text{Se lee } a \text{ elevado a } n.$$

## Ejemplo 3

Determina la cantidad de números de 2 cifras que se pueden representar al hacer girar simultáneamente las ruletas.



Cada ruleta tiene 4 opciones. La primera ruleta determina la cifra de las decenas (D) del número representado y la segunda, la cifra de las unidades (U).

- 1 Por cada número que resulte al hacer girar la primera ruleta hay 4 opciones para la cifra de las decenas. Por ejemplo, si obtenemos un 1, los números que podemos formar al girar la segunda ruleta son: 11, 12, 13 y 14.
- 2 Luego, si giramos simultáneamente las ruletas, podemos representar  $4 \cdot 4$  números de dos cifras o equivalentemente  $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$  números.

## ■ Aprende



- Al **multiplicar potencias de igual base**, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{m \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n+m) \text{ factores}} = a^{n+m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

- Al **multiplicar potencias de igual exponente**, se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ factores}} = (a \cdot b)^n, \text{ con } a, b, n \in \mathbb{N}.$$

## Ejemplo 6

Las figuras están formadas por cuadrados iguales.

Si se continúa con la regla de formación que va duplicando el lado de cada figura respecto de la anterior, ¿cuántos cuadrados formarán la figura 3?

Figura 1



Figura 2

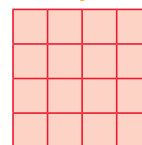


Figura 3



- La figura 1 tiene  $2^2$  cuadrados y la figura 2,  $(2^2)^2$  cuadrados. Al continuar con la regla de formación, la figura 3 tendrá  $(2^3)^2$  cuadrados.
- Para calcular la cantidad de cuadrados, aplicamos las propiedades de las potencias.

$$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

Multiplicación de potencias de igual base

La figura 3 estará formada por 64 cuadrados.

## ■ Aprende



La **potencia de una potencia** se puede representar como una potencia que conserva la base original y su exponente es igual al producto de los exponentes involucrados.

$$(a^n)^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}}^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot \dots \cdot (a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n \cdot m) \text{ factores}} = a^{n \cdot m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

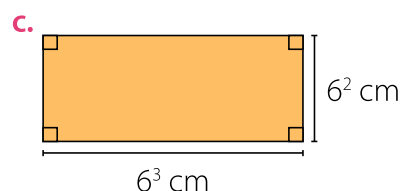
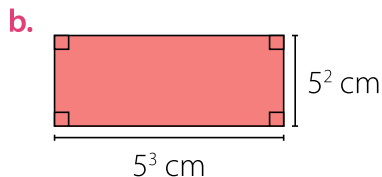
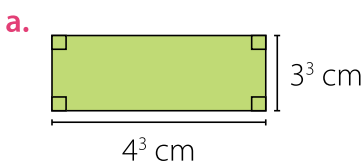
Representa cada expresión como una potencia y calcula su valor.

$$(3^3)^2 \quad (4^3)^2 \quad (2^2)^4 \quad (10^2)^2$$

## ■ Actividades



1. Representa con una potencia el área (A) de los siguientes rectángulos.



2. Representa los factores de cada multiplicación como una potencia, luego aplica la propiedad correspondiente y calcula el resultado. Guíate por los ejemplos.

$$8 \cdot 4 = 2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$$

$$4 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$$

a.  $3 \cdot 27$

f.  $7 \cdot 49 \cdot 343$

b.  $25 \cdot 125$

g.  $27 \cdot 64$

c.  $9 \cdot 27 \cdot 27$

h.  $36 \cdot 81$

d.  $25 \cdot 25 \cdot 125$

i.  $4 \cdot 25 \cdot 121$

e.  $16 \cdot 64 \cdot 4$

j.  $100 \cdot 144 \cdot 9$

3. Evalúa si cada igualdad es verdadera o falsa.

a.  $2^3 + 2^5 = 2^8$

b.  $(2^3 \cdot 2^5)^2 = 2^6 \cdot 2^{10}$

c.  $(3^2 + 3^3)^2 = 3^4 + 3^6$

4. Expresa cada número como producto de potencias de números primos.

Ejemplo ►  $180 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

a. 25 000

d. 3 200

b. 128

e. 1 600

c. 2 700

f. 96

5. Analiza cada enunciado y responde.

a. Si la base de una potencia es 4 y el valor de esta es 1 024, ¿cuál es su exponente?

b. Si el valor de una potencia es 512 y su base es 8, ¿cuál es su exponente?

6. Macarena analiza el grado de descomposición de un alimento y considera que está contaminado si la cantidad de bacterias por milímetro cuadrado es igual o superior a 512. Si en un inicio hay 1 bacteria por milímetro cuadrado y se divide en 2 en forma sucesiva cada 10 min, ¿cuánto tiempo demorará el alimento en estar descompuesto?

## Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

### Multiplicación de potencias

1. Escribe como multiplicación de factores iguales cada potencia y calcula su valor.

a.  $3^4 \cdot 3 =$

d.  $2^4 \cdot 3^4 =$

b.  $4^2 \cdot 4^4 =$

e.  $3^3 \cdot 5^3 =$

c.  $6^5 \cdot 6^2 =$

f.  $7^2 \cdot 4^2 =$

2. Escribe el resultado como una sola potencia.

a.  $2^4 \cdot 2 =$

c.  $2^6 \cdot 3^6 =$

b.  $3^3 \cdot 3^2 =$

d.  $4^4 \cdot 4^4 =$

3. Resuelve utilizando potencias. Guíate por el ejemplo.

$$16 \cdot 25 \cdot 9 = 4^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = (4 \cdot 5 \cdot 3)^2 = 60^2 = 3\,600$$

a.  $49 \cdot 25 \cdot 4 =$

c.  $32 \cdot 243 =$

b.  $216 \cdot 125 =$

d.  $27 \cdot 8 \cdot 64 =$

4. Si la arista de un cubo mide  $3^3$  cm, expresa como potencia:

a. el área de cada cara del cubo.

b. el área total del cubo.

c. el volumen del cubo.

5. En los siguientes ejercicios hay errores. Explica el porqué y luego corrégelos.

a.  $2^2 \cdot 4^2 = 8^4$   \_\_\_\_\_

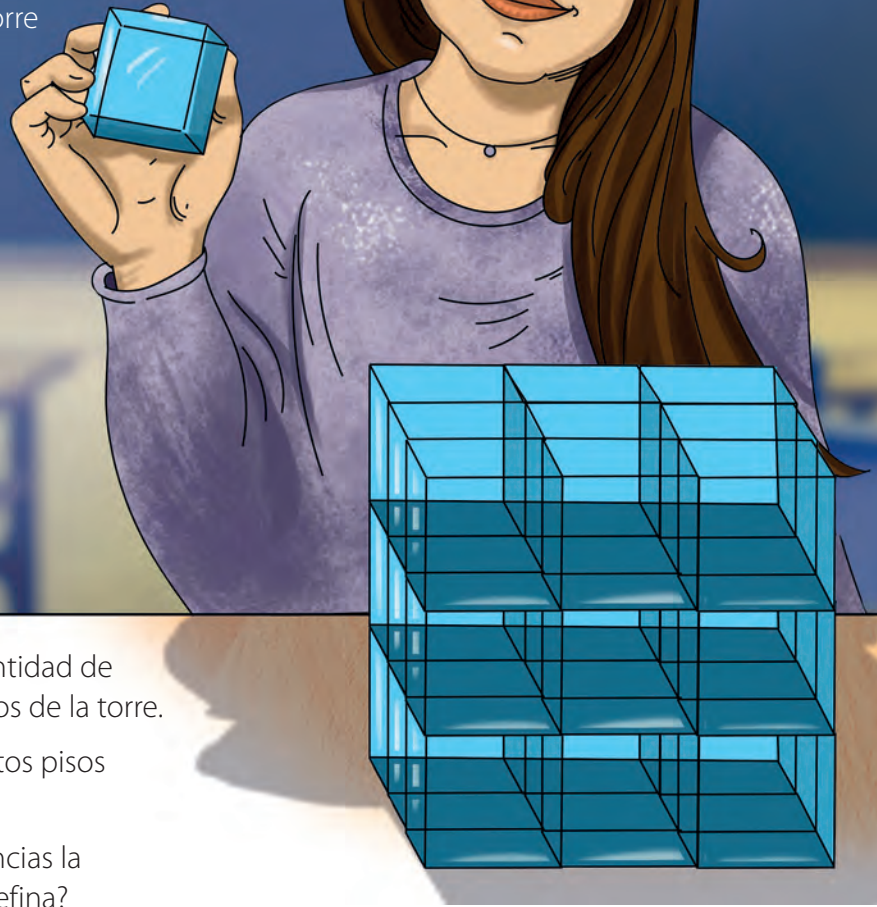
b.  $5^4 \cdot 7^4 = 12^4$   \_\_\_\_\_





## División de potencias

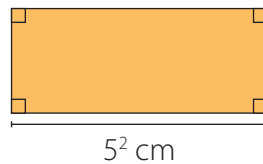
Josefina está diseñando una torre con cubos para un proyecto sustentable de un edificio.



- Representa como potencia la cantidad de cubos que hay en uno de los pisos de la torre.
- Si Josefina tiene 81 cubos, ¿cuántos pisos tendrá su torre?
- ¿Cómo expresarías usando potencias la cantidad de cubos que tiene Josefina?

### Ejemplo 1

Determina la medida del ancho del rectángulo si su área es igual a  $10^2 \text{ cm}^2$ .



- 1 Como el área de un rectángulo se calcula multiplicando la medida de sus lados, podemos resolver la división  $10^2 : 5^2$  para determinar la medida del ancho.
- 2 La división anterior la representaremos de la siguiente forma:

$$10^2 : 5^2 = \frac{10^2}{5^2} = \frac{10 \cdot 10}{5 \cdot 5} = \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5} = \left(\frac{10}{5}\right)^2 = 2^2 = 4$$

Por lo tanto, el ancho del rectángulo mide 4 cm.

## Ejemplo 2

Representa como una potencia el resultado de  $(4^5 : 4^2) : 2^3$ .

$$\begin{aligned}
 (4^5 : 4^2) : 2^3 &= \left( \frac{4^5}{4^2} \right) : 2^3 \quad \text{Escribimos como fracción y simplificamos.} \\
 &= \left( \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{\cancel{4} \cdot \cancel{4}} \right) : 2^3 \\
 &= 4^3 : 2^3 \quad \text{Escribimos como fracción y desarrollamos las potencias.} \\
 &= \frac{4^3}{2^3} \\
 &= \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 2} \\
 &= \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} \\
 &= (4 : 2) \cdot (4 : 2) \cdot (4 : 2) \\
 &= (4 : 2)^3 \\
 &= 2^3
 \end{aligned}$$

- Representa cada división como una potencia y calcula su valor.

$$5^4 : 5 \quad 6^3 : 2^3 \quad 3^5 : 3^2 : 1^3 \quad 4^6 : 2^6$$

- ¿Reconoces alguna relación entre la división y la multiplicación de potencias de igual base? ¿Y de igual exponente?

## ■ Aprende

- Al **dividir potencias de igual exponente**, se dividen las bases y se conserva el exponente.

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{n \text{ factores}}}{\underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ factores}}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ factores}} = \underbrace{(a : b) \cdot (a : b) \cdot \dots \cdot (a : b)}_{n \text{ factores}} = (a : b)^n$$

con  $a, b, n \in \mathbb{N}$ .

- Al **dividir potencias de igual base**, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{n \text{ factores}}}{\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{m \text{ factores}}} = \frac{\overbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{m \text{ factores}} \cdot \overbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{(n-m) \text{ factores}}}{\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{m \text{ factores}}} = a^{n-m}$$

con  $a, n, m \in \mathbb{N}$  y  $n \geq m$ .





## ■ Actividades

1. Representa cada división como una potencia y calcula su valor.

a.  $2^3 : 2^2$

b.  $3^3 : 3^3$

c.  $5^3 : 5 : 5^2$

d.  $6^3 : 6^2 : 6$

e.  $72^3 : 6^3 : 4^3$

f.  $7^3 : 7$

g.  $12^2 : 4^2 : 3^2$

h.  $8^3 : 8^2 : 8$

i.  $60^2 : 5^2 : 3^2$

j.  $9^3 : 9^2 : 9$

k.  $15^2 : 3^2$

l.  $64^3 : 16^3$

2. Representa los términos de cada división como una potencia, luego aplica la propiedad correspondiente y calcula el resultado. Guíate por los ejemplos.

$$64 : 16 = 4^3 : 4^2 = 4^{3-2} = 4$$

$$81 : 9 = 9^2 : 3^2 = (9 : 3)^2 = 3^2 = 9$$

a.  $64 : 4$

b.  $125 : 5$

c.  $343 : 49 : 7$

d.  $729 : 9 : 81$

e.  $216 : 6 : 6$

f.  $1\,000 : 100 : 10$

g.  $625 : 25$

h.  $225 : 9$

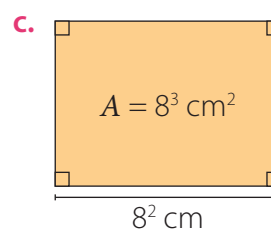
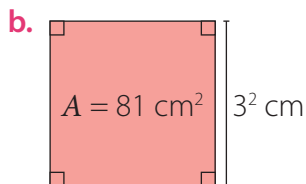
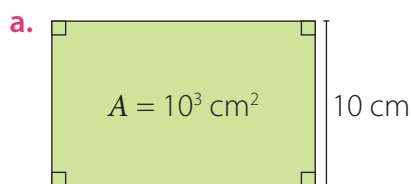
i.  $512 : 64$

j.  $512 : 8 : 2$

k.  $400 : 16 : 25$

l.  $256 : 128$

3. Determina la medida del lado que falta en cada figura sabiendo el valor del área (A) en cada caso.



4. Una sustancia se desintegra a medida que transcurre el tiempo. De este modo, luego de media hora queda la mitad de la cantidad inicial. En un comienzo se tienen 64 g de la sustancia.

a. ¿Cuántos gramos quedarán después de una hora? Expresa el resultado como una potencia.

b. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que quede solo 1 g de sustancia?

5. Una bacteria se reproduce dividiéndose en 2. Si la división se origina cada 1 h e inicialmente había una sola bacteria, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que haya 64?

En esta clase recordarás como desarrollar la multiplicación de potencias, ya sea de igual base o de igual exponente.

OA 1

Transcribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás del Texto del estudiante y del Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.

## Inicio



Escribe en tu cuaderno lo que aparece en la **página 41** del *Texto del estudiante*.

- Al multiplicar potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{m \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n+m) \text{ factores}} = a^{n+m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

- Al multiplicar potencias de igual exponente, se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ factores}} = (a \cdot b)^n, \text{ con } a, b, n \in \mathbb{N}.$$

Veamos cómo se aplica lo aprendido en el ejemplo de la **página 40** del *Texto del estudiante*, escríbelo en tu cuaderno:

Representa como una potencia el producto  $3 \cdot 3^2 \cdot 2^3$ .

$$\begin{aligned} 3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 2^3 \\ &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \longrightarrow \text{Desarrollamos las potencias.} \\ &= (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \longrightarrow \text{Asociamos los factores.} \\ &= (3 \cdot 2)^3 \longrightarrow \text{Representamos como potencia.} \\ &= 6^3 \end{aligned}$$

## Cierre



### Evaluación de la clase

Escribe y responde, en tu cuaderno, los siguientes cálculos:

1

¿Cuál es el producto entre  $2^3$  y  $2^5$ ?

- a)  $2^5$
- b)  $4^5$
- c)  $2^8$
- d)  $2^{15}$

2

¿Cuál es el resultado de  $6^2 \cdot 3^5 \cdot 2^5$ ?

- a)  $36^5$
- b)  $36^{10}$
- c)  $6^5$
- d)  $6^7$

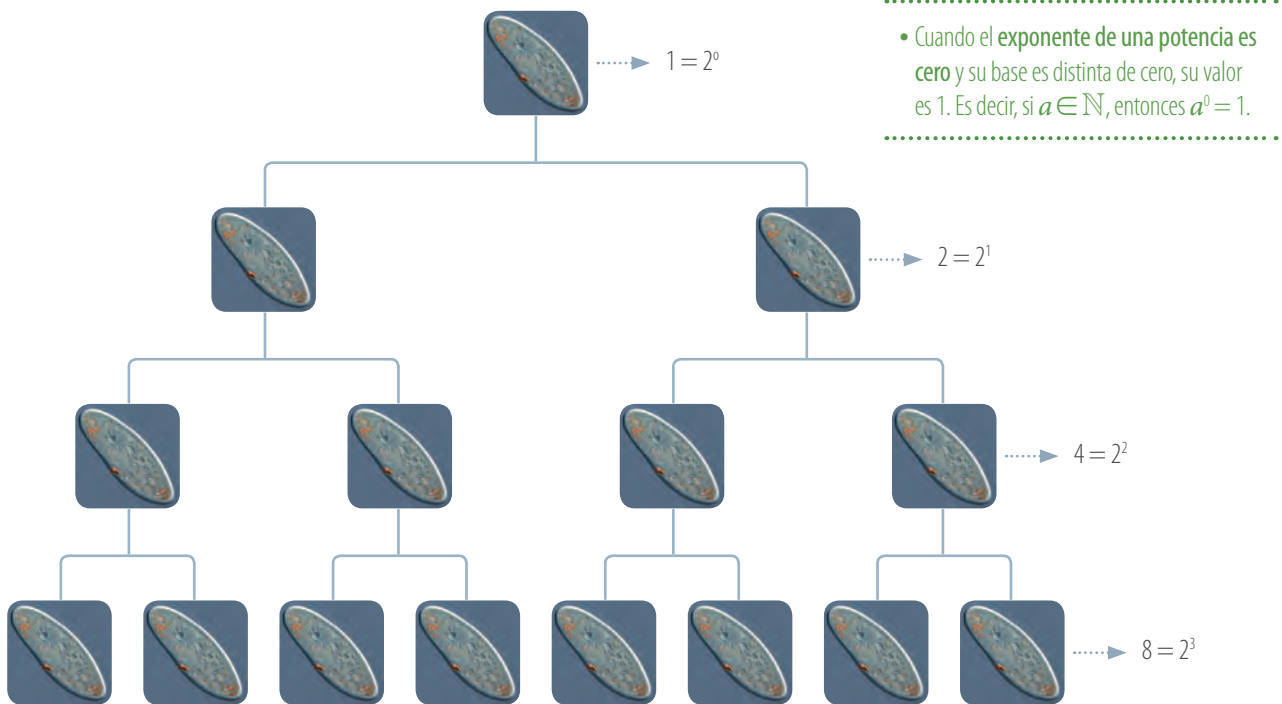
3

El largo de un terreno rectangular es de  $7^2$  m y su largo es de 81 m ¿Cuál es el área del terreno?

- a)  $21^4$
- b)  $63^2$
- c)  $567^2$
- d)  $21^2$

### Ejemplo 4

Un paramecium es un organismo unicelular que se reproduce por división simple, es decir, se divide en 2 cada vez. Representa la situación con un diagrama de árbol y con potencias.



- ¿Crees que utilizar representaciones pictóricas ayuda a comprender una situación?  
¿Por qué?
- ¿Cómo puedes resolver una multiplicación de potencias de igual base?  
Explica y da un ejemplo.

### Ejemplo 5

Representa como una potencia el producto  $3 \cdot 3^2 \cdot 2^3$ .

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 2^3 \\
 &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \quad \text{Desarrollamos las potencias.} \\
 &= (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \quad \text{Asociamos los factores.} \\
 &= (3 \cdot 2)^3 \quad \text{Representamos como potencia.} \\
 &= 6^3
 \end{aligned}$$

Representa cada multiplicación como una potencia y calcula su valor.

$$2^2 \cdot 2 \cdot 2^3 \quad 5^3 \cdot 3^3 \quad 1^3 \cdot 1^2 \cdot 1 \cdot 1 \quad 10^2 \cdot 10^2$$

## ■ Aprende



- Al **multiplicar potencias de igual base**, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{m \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n+m) \text{ factores}} = a^{n+m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

- Al **multiplicar potencias de igual exponente**, se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ factores}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ factores}} = (a \cdot b)^n, \text{ con } a, b, n \in \mathbb{N}.$$

## Ejemplo 6

Las figuras están formadas por cuadrados iguales.

Si se continúa con la regla de formación que va duplicando el lado de cada figura respecto de la anterior, ¿cuántos cuadrados formarán la figura 3?

Figura 1



Figura 2

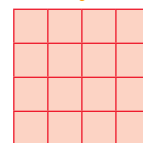


Figura 3



- La figura 1 tiene  $2^2$  cuadrados y la figura 2,  $(2^2)^2$  cuadrados. Al continuar con la regla de formación, la figura 3 tendrá  $(2^3)^2$  cuadrados.
- Para calcular la cantidad de cuadrados, aplicamos las propiedades de las potencias.

$$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

Multiplicación de potencias de igual base

La figura 3 estará formada por 64 cuadrados.

## ■ Aprende



La **potencia de una potencia** se puede representar como una potencia que conserva la base original y su exponente es igual al producto de los exponentes involucrados.

$$(a^n)^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot \dots \cdot (a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n \cdot m) \text{ factores}} = a^{n \cdot m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

Representa cada expresión como una potencia y calcula su valor.

$$(3^3)^2 \quad (4^3)^2 \quad (2^2)^4 \quad (10^2)^2$$

## Lección 3 Potencias, raíz cuadrada y porcentajes

### Multiplicación de potencias

1. Escribe como multiplicación de factores iguales cada potencia y calcula su valor.

a.  $3^4 \cdot 3 =$

d.  $2^4 \cdot 3^4 =$

b.  $4^2 \cdot 4^4 =$

e.  $3^3 \cdot 5^3 =$

c.  $6^5 \cdot 6^2 =$

f.  $7^2 \cdot 4^2 =$

2. Escribe el resultado como una sola potencia.

a.  $2^4 \cdot 2 =$

c.  $2^6 \cdot 3^6 =$

b.  $3^3 \cdot 3^2 =$

d.  $4^4 \cdot 4^4 =$

3. Resuelve utilizando potencias. Guíate por el ejemplo.

$$16 \cdot 25 \cdot 9 = 4^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = (4 \cdot 5 \cdot 3)^2 = 60^2 = 3\,600$$

a.  $49 \cdot 25 \cdot 4 =$

c.  $32 \cdot 243 =$

b.  $216 \cdot 125 =$

d.  $27 \cdot 8 \cdot 64 =$

4. Si la arista de un cubo mide  $3^3$  cm, expresa como potencia:

a. el área de cada cara del cubo.

b. el área total del cubo.

c. el volumen del cubo.

5. En los siguientes ejercicios hay errores. Explica el porqué y luego corrégelos.

a.  $2^2 \cdot 4^2 = 8^4$   \_\_\_\_\_

b.  $5^4 \cdot 7^4 = 12^4$   \_\_\_\_\_