4 Simulation du déploiement d'un câble sous-marin

Le programme sous Matlab est testé sur la simulation d'un câble tracté par un navire et dont l'extrémité immergée est libre. Initialement le câble est disposé verticalement (solution statique) et le navire accélère uniformément en droite ligne d'une vitesse nulle à une vitesse de 0.8 m/s en 30s (solution dynamique). Ensuite il maintient sa vitesse jusqu'à atteindre le régime permanent.

Les paramètres généraux du câble sont entrés dans *mParametres.m* et la trajectoire/vitesse du navire dans *fNavire.m*. Un premier programme de simulation *mStatique.m* (cf. annexes) calcule la configuration statique du câble. Le second *mDynamique.m* (cf. annexes) s'en sert comme conditions initiales de la récurrence (8). A chaque itération de la simulation, les vecteurs d'état des nœuds du câble sont enregistrés dans le fichier *Resultat.txt*.

Les systèmes d'équations statiques et dynamiques sont écrits dans les fichiers *fSysStatique.m* et *fSysDynamique.m* qui utilisent les fichiers *fSysRecStatique.m* et *fSysRecDynamique.m* de manière récurrente (cf. annexes).

Les matrices jacobiennes des systèmes statique et dynamique doivent être écrites dans les fichiers *fSysJacStatique.m* et *fSysJacDynamique.m* qui utilisent les fichiers *fSysJacRecStatique.m* et *fSysJacRecDynamique.m* de manière récurrente (cf. annexes).

4.1 Schéma de Newton-Raphson

Un schéma de Newton sert à résoudre les systèmes d'équations non linéaires. Le problème est de bien séparer les inconnues du problème des fonctions explicites du temps (conditions limites aux nœuds extrêmes du câble). A chaque itération temporelle de la simulation, on fait tourner l'algorithme de Newton :

Soit $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0$ le système non linéaire (8) à résoudre et $\mathbf{J}$ sa matrice jacobienne
Initialisations $\mathbf{X_0} = \mathbf{X_{ancien}}$
Tant que (résidu > précision souhaitée) faire

$\mathbf{X_{nouveau}} = \mathbf{X_{ancien}} - \mathbf{J}^{-1}[\mathbf{F}(\mathbf{X_{ancien}})]*\mathbf{F}(\mathbf{X_{ancien}})$
résidu = norme$[\mathbf{F}(\mathbf{X_{nouveau}})]$
$\mathbf{X_{ancien}} = \mathbf{X_{nouveau}}$

Fin

La matrice jacobienne $\mathbf{J}$ a été calculée analytiquement. Elle correspond à la dérivation de l'équation de mouvement (7) par rapport aux variables d'état de $\mathbf{Y}$. J'ai essayé de la discrétiser par la méthode des différences finies puis de l'intégrer au schéma de Newton.