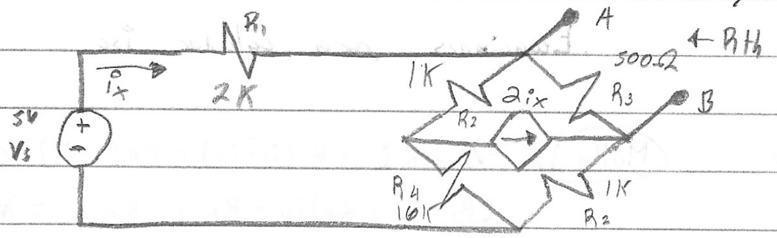
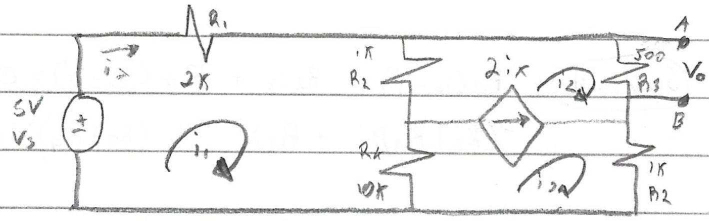
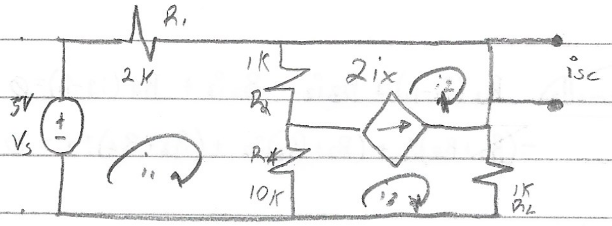
22 / 08 / 2020

Edgar Lara Arellano

Obtener una ecuación que estime la resistencia de Thévenin de tal manera, que se puedan variar los elementos resistivos (R_1, R_2, R_3, R_4 y V_s). Usar los valores teóricos de dichos elementos para comprobar el resultado.







Para calcular V_o | Para calcular i_{sc}

Malla 1 $-5V + 2Ki_1 + 1K(i_1 - i_2) + 10K(i_1 - i_3) = 0$

$13Ki_1 - 1Ki_2 - 10Ki_3 = 5V$

Supermalla $1K(i_2 - i_1) + 500i_2 + 1Ki_3 + 10K(i_3 - i_1) = 0$

$-11Ki_1 + 1.5Ki_2 + 11Ki_3 = 0$

Ecn Aux $2ix = i_3 - i_2$ pero $ix = i_1$ entonces

$2i_1 + i_2 - i_3 = 0$

$i_1 = 1.87mA$; $i_2 = -1.64mA$; $i_3 = 2.09mA$

Malla 1 $-5V + 2Ki_1 + 1K(i_1 - i_2) + 10K(i_1 - i_3) = 0$

$13Ki_1 - 1Ki_2 - 10Ki_3 = 5V$

Supermalla $1K(i_2 - i_1) + 1Ki_3 + 10K(i_3 - i_1) = 0$

$-11Ki_1 + 1Ki_2 + 11Ki_3 = 0$

Ecn Aux $2ix = i_3 - i_2$ pero $ix = i_1$ entonces

$2i_1 + i_2 - i_3 = 0$

$i_1 = 1.62mA$; $i_2 = -1.49mA$; $i_3 = 1.76mA$

$$V_0 = i_2(500\Omega) = -1.64mA(500\Omega)$$
$$= -820.895\ mV$$

$$i_{sc} = i_2 = -1.49mA$$

$$R_{th} = \frac{V_0}{i_{sc}} = \frac{-820.895mV}{-1.49mA} = 552.27\ \Omega$$

Scribe

$R_1 = 2K$ $R_2 = 1K$ $R_3 = 300$ $R_4 = 1K$

Ahora procederemos a reescribir las ecus anteriores pero en términos de R_1, R_2, R_3, R_4 y V_s.

Ecuaciones para calcular V_o

Malla 1 $-V_s + R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_2) + R_4(i_1 - i_3) = 0$

$(R_1 + R_2 + R_4) i_1 - R_2 i_2 - R_4 i_3 = V_s$

Supermalla $R_2(i_2 - i_1) + R_3 i_2 + R_2 i_3 + R_4(i_3 - i_1) = 0$

$-(R_2 + R_4) i_1 + (R_2 + R_3) i_2 + (R_2 + R_4) i_3 = 0$

Ec Aux $2 i_x = i_3 - i_2$ pero $i_x = i_1$ entonces

$2 i_1 + i_2 - i_3 = 0$

$V_o = i_2 R_3$, entonces debemos calcular i_2.

* El procedimiento para i_2 se encuentra en las páginas 3-4.

$$\boxed{V_o = \frac{V_s R_3 (R_2 + R_4)}{R_3(-R_1 - R_2 + R_4) - R_2(3R_2 + 2R_1) - R_4(R_1 + R_2)}}$$

Ecuaciones para calcular i_{sc}

Malla 1 $-V_s + R_1 i_1' + R_2(i_1' - i_2') + R_4(i_1' - i_3') = 0$

$(R_1 + R_2 + R_4) i_1 - R_2 i_2 - R_4 i_3 = V_s$

Supermalla $R_2(i_2' - i_1') + R_2 i_3' + R_4(i_3' - i_1') = 0$

$-(R_2 + R_4) i_1' + R_2 i_2' + (R_2 + R_4) i_3' = 0$

Ec Aux $2 i_x = i_3' - i_2'$ pero $i_x = i_1'$ entonces

$2 i_1' + i_2' - i_3' = 0$

$i_{sc} = i_2'$, entonces debemos calcular i_2'

* El procedimiento para i_2' se encuentra en las páginas 5-6.

$$\boxed{i_{sc} = \frac{-V_s (R_2 + R_4)}{R_2(2R_1 + 3R_2 + R_4) + R_1 R_4}}$$

$$\therefore \quad R_{th} = \frac{V_o}{i_{sc}} = \frac{\dfrac{V_s R_3 (R_2 + R_4)}{R_3(-R_1 - R_2 + R_4) - R_2(3R_2 + 2R_1) - R_4(R_1 + R_2)}}{\dfrac{-V_s (R_2 + R_4)}{R_2(2R_1 + 3R_2 + R_4) + R_1 R_4}}$$

$$\boxed{R_{Th} = \frac{-R_3 \left[R_2(2R_1 + 3R_2 + R_4) + R_1 R_4 \right]}{R_3(-R_1 - R_2 + R_4) - R_2(3R_2 + 2R_1) - R_4(R_1 + R_2)}}$$

/ /

① $(R_1 + R_2 + R_4)i_1 - R_2 i_2 - R_4 i_3 = V_s$

② $-(R_2 + R_4)i_1 + (R_2 + R_3)i_2 + (R_2 + R_4)i_3 = 0$

③ $2i_1 + i_2 - i_3 = 0$

① $i_1 = \dfrac{V_s + R_2 i_2 + R_4 i_3}{R_1 + R_2 + R_4}$ ② $i_1 = \dfrac{(R_2 + R_3)i_2 + (R_2 + R_4)i_3}{R_2 + R_4}$

①y② ④ $\dfrac{V_s + R_2 i_2 + R_4 i_3}{R_1 + R_2 + R_4} = \dfrac{(R_2 + R_3)i_2}{(R_2 + R_4)} + i_3$

②y③ ⑤ $i_1 = \dfrac{i_3 - i_2}{2} = \dfrac{(R_2 + R_3)i_2}{(R_2 + R_4)} + i_3$ $i_3\left(\dfrac{R_4}{R_1+R_2+R_4} - 1\right)$

④ $\dfrac{R_4 i_3}{R_1+R_2+R_4} - i_3 = \dfrac{(R_2 + R_3)i_2}{(R_2 + R_4)} - \dfrac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2 + R_4} = i_3\left(\dfrac{R_4 - R_1 - R_2 - R_4}{R_1 + R_2 + R_4}\right) = \dfrac{-i_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_4}$

$i_3 = -\left(\dfrac{R_1 + R_2 + R_4}{R_1 + R_2}\right)\left(\dfrac{(R_2 + R_3)i_2}{R_2 + R_4} - \dfrac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2 + R_4}\right) = \left(\dfrac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3)i_2}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)} - \dfrac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2}\right)$

④ $= -\left(\dfrac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3)i_2 - (R_2+R_4)(V_s+R_2 i_2)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)}\right)$

$i_3\left(\frac{1}{2} - 1\right)$

⑤ $\dfrac{i_3}{2} - i_3 = \dfrac{(R_2 + R_3)i_2}{(R_2 + R_4)} + \dfrac{i_2}{2} = \dfrac{2(R_2 + R_3)i_2 + (R_2 + R_4)i_2}{2(R_2 + R_4)}$

$i_3 = -2i_2\left(\dfrac{2(R_2 + R_3) + (R_2 + R_4)}{2(R_2 + R_4)}\right) = -i_2\left(\dfrac{2(R_2 + R_3) + (R_2 + R_4)}{R_2 + R_4}\right)$

⑤ $= -i_2\left(\dfrac{2(R_2 + R_3)}{R_2 + R_4} + 1\right)$

/ /

④, ⑤

$$i_3 = -\left(\frac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3)i_2 - (R_2+R_4)(V_s + R_2 i_2)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4}\right)$$

$$i_3 = -i_2\left(\frac{2(R_2+R_3)}{R_2+R_4}+1\right)$$

$$\frac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3)i_2 - (R_2+R_4)(V_s+R_2 i_2)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)} = i_2\left(\frac{2(R_2+R_3)}{R_2+R_4}+1\right)$$

$$i_2\left(\frac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)} - \frac{R_2}{R_1+R_2}\right) - \frac{V_s}{R_1+R_2} = i_2\left(\frac{2(R_2+R_3)}{R_2+R_4}+1\right)$$

$$i_2\left(\frac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3) - R_2(R_2+R_4)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)} - \frac{2(R_2+R_3)}{R_2+R_4} - 1\right) = \frac{V_s}{(R_1+R_2)}$$

$$i_2\left(\frac{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3) - R_2(R_2+R_4) - 2(R_1+R_2)(R_2+R_3) - (R_1+R_2)(R_2+R_4)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)}\right) = \frac{V_s}{(R_1+R_2)}$$

$$i_2 = \frac{V_s(R_2+R_4)}{(R_1+R_2+R_4)(R_2+R_3) - R_2(R_2+R_4) - 2(R_1+R_2)(R_2+R_3) - (R_1+R_2)(R_2+R_4)}$$

$$= \frac{V_s(R_2+R_4)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2^2 + R_2R_3 + R_2R_4 + R_3R_4 - R_2^2 - R_2R_4 - 2(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2^2 + R_2R_3) - (R_1R_2 + R_1R_4 + R_2^2 + R_2R_4)}$$

$$= \frac{V_s(R_2+R_4)}{R_1R_3 + R_2R_3 + R_3R_4 - 2R_1R_2 - 2R_1R_3 - 2R_2^2 - 2R_2R_3 - R_1R_4 - R_2^2 - R_2R_4}$$

$$= \frac{V_s(R_2+R_4)}{-R_1R_3 - R_2R_3 + R_3R_4 - 2R_1R_2 - 3R_2^2 - R_1R_4 - R_2R_4} = \frac{V_s(R_2+R_4)}{R_3(-R_1-R_2+R_4) - R_2(3R_2+2R_1) - R_4(R_1+R_2)} = i_2$$

$$V_0 = i_2 R_3$$

① $(R_1 + R_2 + R_4)\, i_1 - R_2 i_2 - R_4 i_3 = V_s$

② $-(R_2 + R_4)\, i_1 + R_2 i_2 + (R_2 + R_4) i_3 = 0$

③ $2 i_1 + i_2 - i_3 = 0$

① $i_1 = \dfrac{V_s + R_2 i_2 + R_4 i_3}{R_1 + R_2 + R_4}$ ② $i_1 = \dfrac{R_2 i_2 + (R_2 + R_4) i_3}{R_2 + R_4}$

①, ② ④ $\dfrac{V_s + R_2 i_2 + R_4 i_3}{R_1 + R_2 + R_4} = \dfrac{R_2 i_2 + (R_2 + R_4) i_3}{R_2 + R_4} = \dfrac{R_2 i_2}{R_2 + R_4} + i_3$

$$\frac{R_4 i_3}{R_1 + R_2 + R_4} - i_3 = i_3 \left(\frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_4} - 1 \right) = -i_3 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_4} \right) = \frac{R_2 i_2}{R_2 + R_4} - \frac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2 + R_4}$$

$$-i_3 = \left(\frac{R_1 + R_2 + R_4}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_2 i_2}{R_2 + R_4} - \frac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2 + R_4} \right) = \frac{R_2 (R_1 + R_2 + R_4) i_2}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)} - \frac{(V_s + R_2 i_2)}{R_1 + R_2}$$

④' $-i_3 = \dfrac{R_2 (R_1 + R_2 + R_4) i_2 - (R_2 + R_4)(V_s + R_2 i_2)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)}$

③, ② $i_1 = \dfrac{i_3 - i_2}{2} = \dfrac{R_2 i_2}{R_2 + R_4} + i_3 \Longrightarrow \dfrac{i_3}{2} - i_3 = \dfrac{R_2 i_2}{R_2 + R_4} + \dfrac{i_2}{2}$

⑤ $-i_3 = \left(\dfrac{2 R_2}{R_2 + R_4} + 1 \right) i_2$

④', ⑤ $\dfrac{R_2 (R_1 + R_2 + R_4) i_2 - (R_2 + R_4)(V_s + R_2 i_2)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)} = \left(\dfrac{2 R_2}{R_2 + R_4} + 1 \right) i_2$

$$i_2 \left(\frac{R_2 (R_1 + R_2 + R_4)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) - \frac{V_s}{R_1 + R_2} = i_2 \left(\frac{2 R_2}{R_2 + R_4} + 1 \right)$$

$$i_2\left(\frac{R_2(R_1+R_2+R_4)-R_2(R_2+R_4)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)}-\frac{2R_2}{R_2+R_4}-1\right)=\frac{V_s}{(R_1+R_2)}$$

$$i_2\left(\frac{R_2(R_1+R_2+R_4)-R_2(R_2+R_4)-2R_2(R_1+R_2)-(R_1+R_2)(R_2+R_4)}{(R_1+R_2)(R_2+R_4)}\right)=\frac{V_s}{(R_1+R_2)}$$

$$i_2=\frac{V_s(R_2+R_4)}{R_2(R_1+R_2+R_4)-R_2(R_2+R_4)-2R_2(R_1+R_2)-(R_1+R_2)(R_2+R_4)}$$

$$=\frac{V_s(R_2+R_4)}{\cancel{R_1R_2}+\cancel{R_2^2}+\cancel{R_2R_4}-\cancel{R_2^2}-\cancel{R_2R_4}-2R_1R_2-2R_2^2-\cancel{R_1R_2}-R_1R_4-R_2^2-R_2R_4}$$

$$=\frac{V_s(R_2+R_4)}{-2R_1R_2-3R_2^2-R_1R_4-R_2R_4}=\frac{-V_s(R_2+R_4)}{R_2(2R_1+3R_2+R_4)+R_1R_4}=i_{sc}$$