GUIA DE PROBLEMAS

Transformaciones 2D y 3D.

1. **TRANSFORMACION EUCLIDEA 2D:** Se tiene dos sistemas de coordenadas en centímetros: (x,y) y (x',y'). El origen del segundo sistema de coordenadas se encuentra 3cm a la derecha y 2cm hacia arriba del origen del primer sistema de coordenadas. Los ejes del segundo sistema de coordenadas se encuentran rotados 30º (en sentido antihorario) con respecto al primer sistema de coordenadas.

   a. Encuentre la matriz de transformación H tal que:

$$\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

   b. Usando la ecuación anterior, si un punto en el sistema (x',y') se encuentra en la coordenadas (x'=1,y'=2), calcule las coordenadas de este punto en el sistema (x,y).

2. **TRANSFORMACION DE SIMILARIDAD 2D:** Se tiene dos sistemas de coordenadas a) (x,y) en centímetros y b) (x',y') en pixeles. El origen del segundo sistema de coordenadas se encuentra 1cm a la derecha y 3cm hacia arriba del origen del primer sistema de coordenadas. No hay rotación entre los ejes. Cada pixel mide 1 milímetro. Es decir, si (x'=20, y'=10), entonces (x=3, y=4).

   a. Encuentre la matriz de transformación H para la ecuación (1).

   b. Usando la ecuación anterior, si un punto en el sistema (x,y) se encuentra en la coordenadas (x=8.3,y=4.2), calcule las coordenadas de este punto en el sistema (x',y').

3. **TRANSFORMACION 2D GENERAL:** Se tiene dos sistemas de coordenadas en milímetros a) (x,y) y b) (x',y'). La matriz H de la ecuación (1) que define la transformación entre ambos sistemas de coordinadas es:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

   a. Si un punto en el sistema (x',y') se encuentra en la coordenadas (x'=3,y'=2), calcule las coordenadas de este punto en el sistema (x,y).

   b. Una recta en el sistema (x',y') está definida por los dos puntos (1,1) y (2,3). Encuentre la ecuación de la recta en el sistema (x,y).

4. **TRANSFORMACION 3D EUCLIDEANA:** Se tiene dos sistemas de coordenadas en milímetros a) (X,Y,Z) y b) (X',Y',Z'). Ambos sistemas de coordenadas están definidos de la siguiente manera: X = X'+20, Y = Y', Z = Z'+10. No hay rotación.

a. Encuentre la matriz de rotación R y el vector de traslación tal que

$$(X,Y,Z) = R\,(X',Y',Z') + t. \qquad (2)$$

b. Encuentre la matriz H que permite relacionar (X,Y,Z) y (X',Y', Z') en coordenadas homogeneas.

c. Suponiendo ahora que no hay traslación, y que el segundo sistema de coordenadas se obtiene haciendo rotar 90º el eje Z' en sentido antihorario, cómo es ahora la matriz H?

5. **TRANSFORMACIÓN DE PERSPECTIVA:** Usando el modelo de la figura. a) Encuentre la matriz de proyección P con f=1000 mm. b) Si (X=500, Y=200, Z=800), encuentre (x,y). c) Encuentre ahora las coordenadas (x,y) en el plano de proyección, si el punto 3D está dado en un nuevo sistema de coordendas (X'=20,Y'=30,Z'=50) y relacionado con (X,Y,Z) por medio de la matriz H encontrada en el ejercicio 4.c. d) Definiendo, un nuevo sistema de coordenadas 2D (u,v) como u=y/2+30, v=x/4+20, encuentre ahora una ecuación que relaciones (X',Y',Z') con (u,v). e) Encuentre (u,v) para el origen del sistema (X',Y',Z'), es decir para (X'=0,Y'=0,Z'=0)