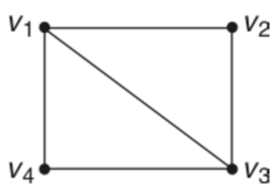
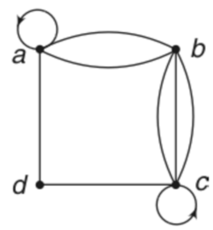
BÀI TẬP LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Bài tập chương 2

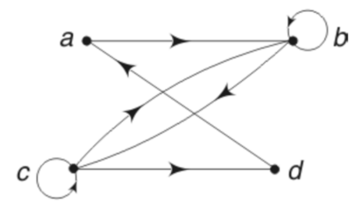
Bài 1 Dùng ma trận kề để biểu diễn các đồ thị sau.



a)



b)



c)

Bài 2 Hãy vẽ đồ thị được biểu diễn bởi ma trận trọng số sau.

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

a)

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \\ \begin{array}{c} w \\ x \\ y \\ z \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

Bài 3 Cho đồ thị vô hướng, viết giải thuật xác định bậc của mỗi đỉnh.

Bài 4 Cho đồ thị có hướng, viết giải thuật xác định bán bậc ra (vào) của mỗi đỉnh.

Bài 5 Viết giải thuật tính bậc của đỉnh có bậc nhỏ nhất trong đồ thị vô hướng.

Bài 6 Cho ba căn nhà A, B, C mỗi căn nhà đều cần liên thông với nguồn ga (G), nguồn nước (W), và nguồn điện (E). Vẽ đồ thị minh họa đồng thời biểu diễn mối quan hệ trên bằng danh sách kế cận và ma trận kế cận. Có đồ thị minh họa nào có các cạnh không cắt nhau không?

Bài 7: Xác định đồ thị có bậc của các định như sau có tồn tại không? Nếu có vẽ hình minh họa của đồ thị.

a) 2, 2, 2, 3

b) 1, 2, 2, 3, 4

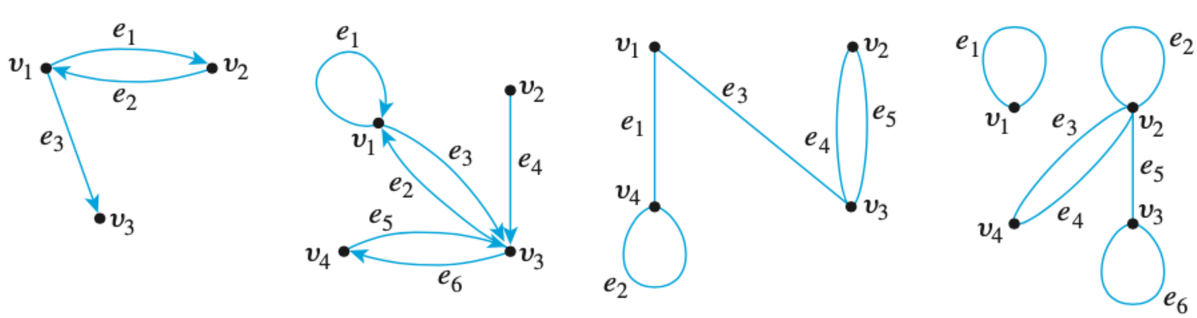
c) 2, 2, 4, 4, 4

d) 1, 2, 3, 4

Bài 8: Xác định các thành phần của đồ thị biết rằng đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kế cận như sau:

A	F	I	J
B	C	G	
C	B	E	G
D	H		
E	C	G	
F	A	I	J
G	B	C	E
H	D		
I	A	F	
J	A	F	

Bài 9: Dùng ma trận kế cận biểu diễn các đồ thị sau



a) b) c) d)

Bài 10: Vẽ đồ thị tương ứng của các ma trận kế cận sau

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b)

Bài 11: Xác định các đồ thị sau đây có liên thông hay không dựa vào phân tích ma trận kế cận mà không cần phải vẽ đồ thị.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b)

Bài 12: Giả sử với mọi giá trị nguyên i, tất cả các giá trị ở hàng i và cột i trong ma trận kế cận của đồ thị đều bằng 0 hay A[i][i] = 0. Ta có thể đưa ra kết luận gì về đồ thị

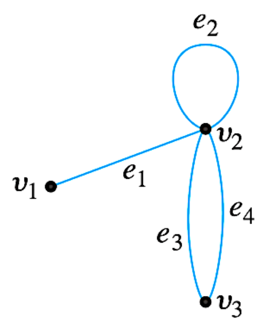
Bài 13: Cho ma trận vuông A với kích thước n × n, lũy thừa của ma trận A được tính như sau:

A^0 = I (với I là ma trận đơn vị có kích thước n × n)

$A^n = AA^{n-1}$ với mọi số nguyên n lớn hơn 1

Dựa vào lý thuyết trên, biết $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, tính A^0, A^1, A^2 và A^3

Bài 14: Đường đi có độ dài n nếu đường đi đó đi qua n đỉnh (không bao gồm đỉnh bắt đầu, bao gồm đỉnh kết thúc). Ví dụ: $v_2e_3v_3e_4v_2e_2v_2e_3v_3$. Cho đồ thị sau:



Xác định có bao nhiêu đường đi có độ dài là 2 để đi từ v_2 tới v_2.

Bài 15: Nếu đồ thị G có đỉnh $v_1, v_2, \ldots, v_m$ và A là ma trận kế cận của đồ thị G, thì với mỗi giá trị n ta có $A^n[i][j]$ = số đường đi có độ dài n để đi từ vi tới vj. Chứng minh định lý trên.

Bài 16: Cho ma trận kế cận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

a. Tìm A^2, A^3
b. Giả sử A là ma trận kế cận được dùng để biểu diễn đồ thị G với các đỉnh v_1, v_2 và v_3. Sử dụng kết quả của câu a để tìm (i) số đường đi có độ dài là 2 từ v_1 tới v_3 và (ii) số đường đi có độ dài là 3 từ v_1 tới v_3. Vẽ đồ thị để kiểm tra lại kết quả.

Bài 17: Cho ma trận kế cận A = $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$, trả lời các câu hỏi sau

a. Có bao nhiêu đường đi có độ dài là 2 từ v_2 tới v_3
b. Có bao nhiêu đường đi có độ dài là 2 từ v_3 tới v_4
c. Có bao nhiêu đường đi có độ dài là 3 từ v_1 tới v_4
d. Có bao nhiêu đường đi có độ dài là 3 từ v_2 tới v_3