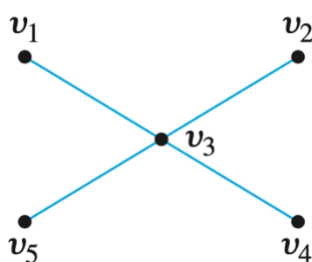


BÀI TẬP LÝ THUYẾT ĐỒ THI

Bài tập chương 4

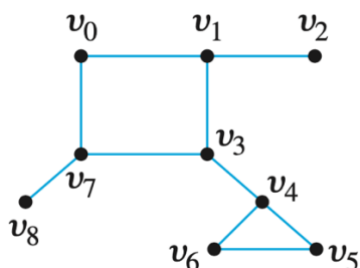
Bài 1. Một cạnh mà việc loại bỏ nó làm đồ thị mất liên thông được gọi là cạnh cầu. Tìm tất cả các cạnh cầu cho các biểu đồ sau.

a)



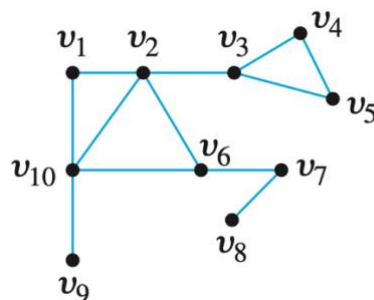
Các cạnh cầu là: $\{v_3, v_1\}$,
 $\{v_3, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}$

b)



Các cạnh cầu là: $\{v_1, v_2\}$,
 $\{v_3, v_4\}, \{v_7, v_8\}$

c)

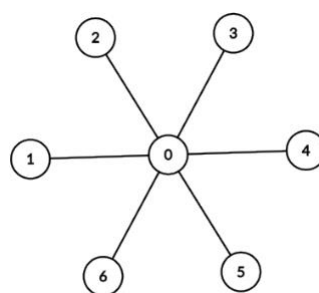
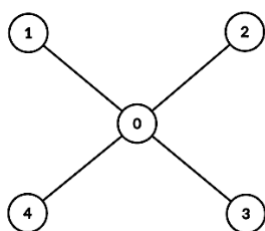


Các cạnh cầu là: $\{v_2, v_3\}$,
 $\{v_6, v_7\}, \{v_7, v_8\}, \{v_9, v_{10}\}$

Bài 2: Cho số nguyên dương n ,

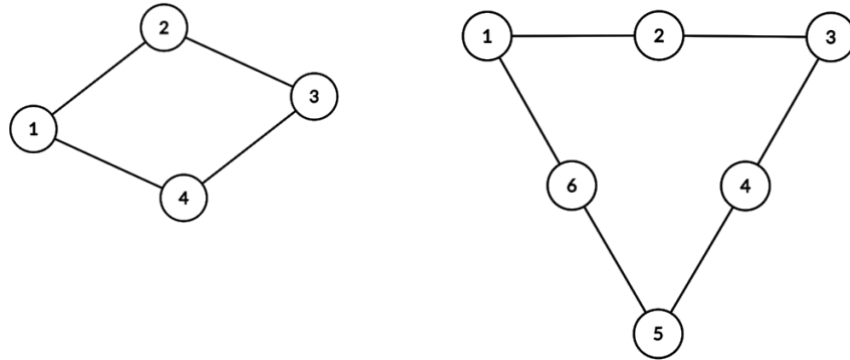
(a) tìm một đồ thị liên thông có n cạnh sao cho việc loại bỏ chỉ một cạnh sẽ làm mất tính liên thông của đồ thị;

Với số nguyên dương n , đồ thị G có các đỉnh $v_0, v_1, v_2, \dots, v_n$ và các cạnh $\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \dots, \{v_0, v_n\}$ sẽ bị mất tính liên thông khi loại bỏ một cạnh bất kỳ.



(b) tìm một đồ thị liên thông có n cạnh không thể bị mất liên thông bằng cách loại bỏ bất kỳ cạnh đơn nào.

Với số nguyên dương n , đồ thị G có các đỉnh $v_0, v_1, v_2, \dots, v_n$ và các cạnh $\{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}, \{v_n, v_0\}$ sẽ không mất tính liên thông khi loại bỏ một cạnh bất kỳ.



Bài 3: Cho đồ thị có các đặc trưng sau, xác định đúng, sai, không chắc chắn việc đồ thị có chu trình Euler hay không?

- a) G là một đồ thị liên thông với bậc của năm đỉnh lần lượt là 2, 2, 3, 3 và 4.

Đúng

- b) G là một đồ thị liên thông với bậc của năm đỉnh lần lượt là 2, 2, 4, 4 và 6.

Sai

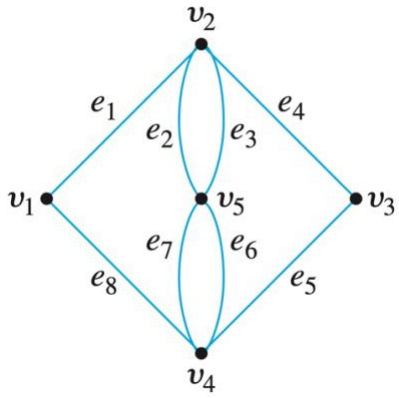
- c) G là một đồ thị có bậc của năm đỉnh lần lượt là 2, 2, 4, 4 và 6.

Không chắc chắn

Bài 4: Xác định xem các đồ thị sau đây có chu trình Euler hay không. Nếu không hãy giải thích, nếu có hãy chỉ ra chu trình Euler.

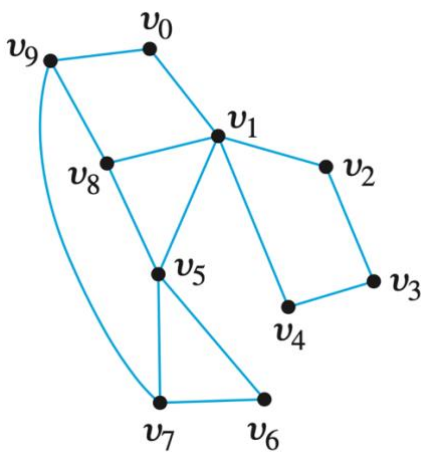
a)

Đồ thị có chu trình Euler là $e_4e_5e_6e_3e_2e_7e_8e_1$



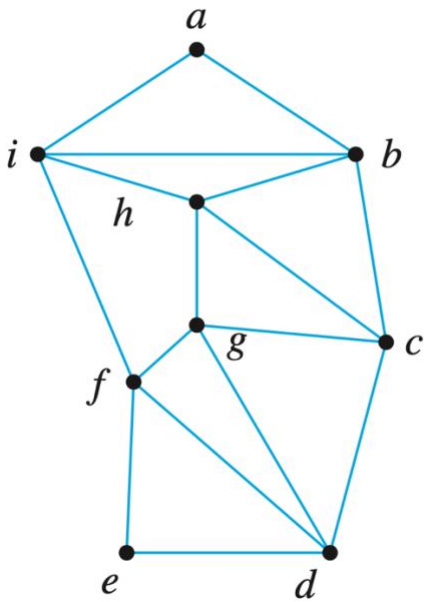
b)

Đồ thị không có chu trình Euler vì đỉnh v_1, v_8, v_9 , và v_7 có bậc lẻ.

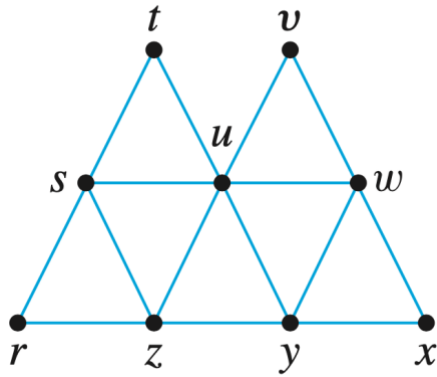


c)

Đồ thị có chu trình Euler iabihbchgcdgfdefi

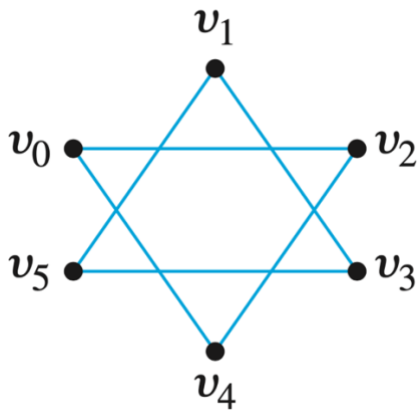


d)



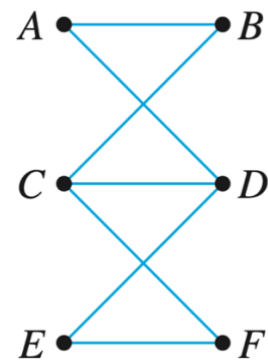
Đồ thị có chu trình Euler là $stuvwxyzrsuwyz$

e)



Đồ thị không có chu trình Euler vì không có liên thông

f)

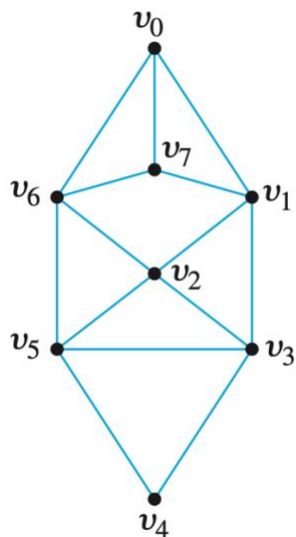


Đồ thị không có chu trình Euler vì đỉnh C và D có bậc lẻ.

Tuy nhiên vì đỉnh C và đỉnh D là hai đỉnh bậc lẻ của đồ thị, và các đỉnh khác đều có bậc chẵn, nên ta có đường đi Euler từ đỉnh C tới đỉnh D.

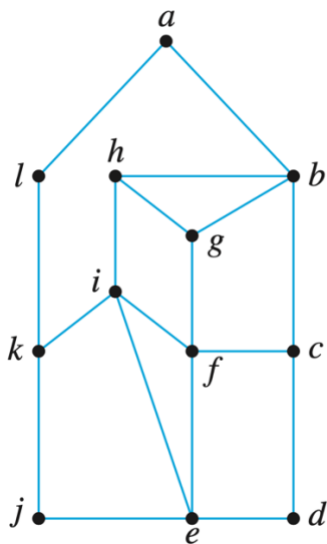
Bài 5: Xác định xem các đồ thị sau đây có chu trình Hamilton hay không. Nếu không hãy giải thích, nếu có hãy chỉ ra chu trình Hamilton.

a)



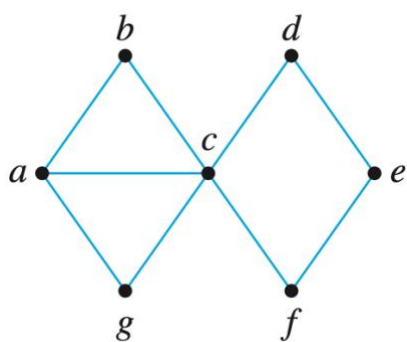
Đồ thị có chu trình Hamilton là $v_0v_7v_1v_2v_3v_4v_5v_6v_0$

b)



Đồ thị có chu trình Hamilton là $a b c d e f g h i j k l a$

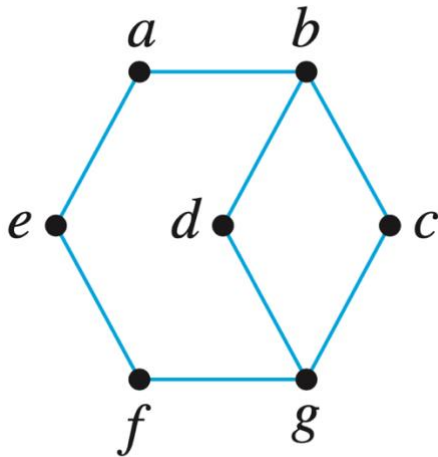
c)



Đỉnh c của đồ thị G có số bậc là 5. Để đồ thị G có chu trình Hamilton H thì 3 cạnh ở đỉnh c thuộc đồ thị G cần được loại bỏ để đỉnh c trong đồ thị H có bậc 2. Cạnh $\{c,d\}$ và $\{c,f\}$, $\{c,b\}$, $\{c,g\}$, không thể bị loại bỏ vì sẽ làm cho đỉnh d, f, b, g có bậc nhỏ hơn 2 trong H. Vậy đỉnh c có bậc nhỏ nhất là 4.

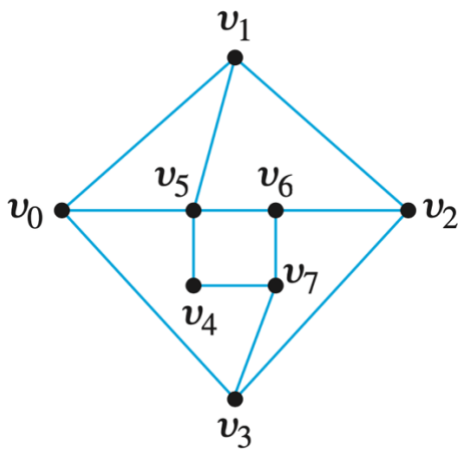
Suy ra H không tồn tại và G không có chu trình Hamilton.

d)



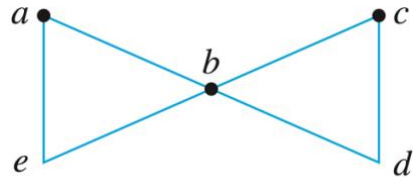
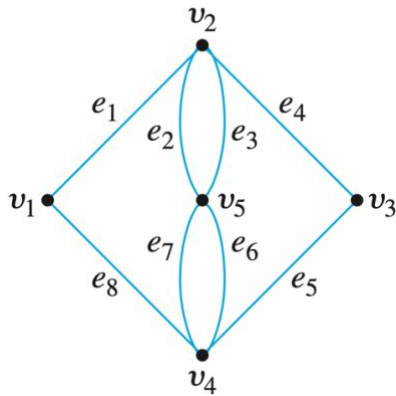
Đỉnh b của đồ thị G có số bậc là 3. Để đồ thị G có chu trình Hamilton H thì 1 cạnh ở đỉnh b thuộc đồ thị G cần được loại bỏ để đỉnh b trong đồ thị H có bậc 2. Cạnh $\{b,a\}$ và $\{b,d\}$, $\{b,c\}$ không thể bị loại bỏ vì sẽ làm cho đỉnh a, d, c có bậc nhỏ hơn 2 trong H. Vậy đỉnh c có bậc nhỏ nhất là 3. Suy ra H không tồn tại và G không có chu trình Hamilton.

e)

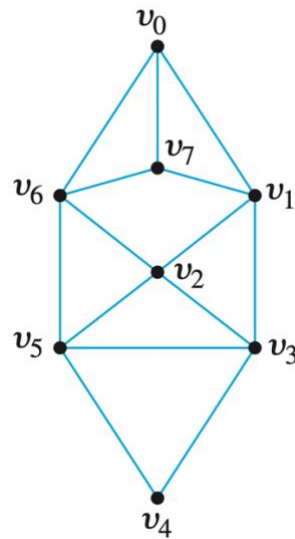
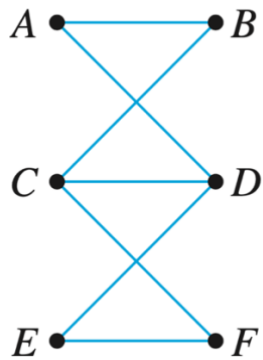


Đồ thị có chu trình Hamilton là $v_0v_1v_5v_4v_7v_6v_2v_3v_0$

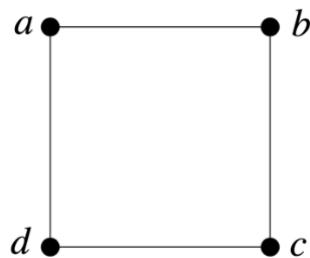
Bài 6: Cho hai ví dụ về đồ thị có chu trình Euler nhưng không có chu trình Hamilton.



Bài 7: Cho hai ví dụ về đồ thị có chu trình Hamilton nhưng không có chu trình Euler.



Bài 8: Cho hai ví dụ về đồ thị có vừa có chu trình Euler vừa có chu trình Hamilton.



Bài 9: Với giá trị nào của m và n Chứng minh rằng đồ thị có chu trình bắt đầu và kết thúc tại đỉnh v đồ thị đầy đủ hai phía (m,n) đỉnh có (a) chu trình Euler, (b) chu trình Hamilton. Minh họa câu trả lời.

(a) Gọi m, n là hai số nguyên dương và $K_{m,n}$ là đồ thị hai phía đầy đủ. Vì đồ thị $K_{m,n}$ đã là đồ thị liên thông, nên để đồ thị có chu trình Euler thì số bậc của các đỉnh phải là số chẵn. Đồ thị $K_{m,n}$ có m đỉnh có bậc n và có n đỉnh có bậc m . Suy ra, để đồ thị $K_{m,n}$ có chu trình Euler thì cả m và n đều phải là số chẵn.

(b) Gọi m, n là hai số nguyên dương và $K_{m,n}$ là đồ thị hai phía đầy đủ. Gọi $V_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ và $V_2 = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ là các tập hợp đỉnh không giao nhau sao cho mỗi đỉnh trong V_1 liên thông với mọi đỉnh trong V_2 và ngược lại. Các đỉnh trong V_1 và V_2 không liên thông với nhau. Để đồ thị có chu trình Hamilton, thì $m = n$ vì chu trình phải lần lượt đi qua các đỉnh của tập V_1 và V_2 .

- Khi $m = n = 1$, đồ thị không có chu trình Hamilton vì chỉ có 1 cạnh và 2 đỉnh, số bậc của mỗi đỉnh là một.
- Khi $m = n \geq 2$, đồ thị có chu trình Hamilton như sau $v_1 w_1 v_2 w_2 \dots v_m w_m v_1$

Vậy đồ thị hai phía đầy đủ $K_{m,n}$ có chu trình Hamilton khi $m = n \geq 2$.

