

# BÀI TẬP LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

## Bài tập chương 1

**Bài 1** Tìm số đỉnh của một đồ thị vô hướng  $G$  trong các trường hợp sau.

- Nếu biết  $G$  có 12 cạnh và mọi đỉnh đều có bậc 2.
- Nếu biết  $G$  có 15 cạnh, 3 đỉnh bậc 4 và các đỉnh còn lại đều có bậc 3.
- Nếu biết  $G$  có 6 cạnh và mọi đỉnh có bậc bằng nhau.

**Bài 2** Tìm bậc của các đỉnh của các đồ thị đặc biệt ( $K_n$ ,  $C_n$ ,  $W_n$ , ...)

**Bài 3** Biết rằng mọi đỉnh của  $G$  đều có bậc bằng số lẻ  $p$ . Chứng minh số cạnh của  $G$  là một bội số của  $p$ .

**Bài 4** Cho một đơn đồ thị  $G$  có số đỉnh  $n \geq 3$ . Chứng minh  $G$  có chứa ít nhất 2 đỉnh cùng bậc.

**Bài 5** Cho đồ thị vô hướng có đúng 2 đỉnh bậc lẻ. Chứng minh có một đường đi giữa 2 đỉnh này.

**Bài 6** Chứng minh rằng đơn đồ thị  $n$  đỉnh là liên thông nếu có nhiều hơn  $(n-1)(n-2)/2$  cạnh.

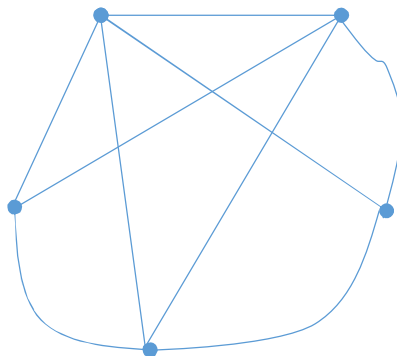
**Bài 7** Giả sử  $G$  là đơn đồ thị vô hướng có  $n$  đỉnh ( $n \geq 3$ ). Chứng minh rằng  $G$  liên thông nếu  $\deg(v) \geq n/2$ , với mọi  $v$  thuộc  $G$ .

**Bài 8** Giả sử  $G$  là đơn đồ thị vô hướng  $n$  đỉnh,  $n \geq 3$ . Cm rằng nếu  $\deg(x) \geq (n-1)/2$  với mọi đỉnh  $x$  của  $G$  thì đồ thị liên thông.

**Bài 9** Chỉ ra rằng nếu đơn đồ thị vô hướng có  $k$  thành phần liên thông với số đỉnh tương ứng là  $n_1, \dots, n_k$ , thì số các cạnh của  $G$  không vượt quá  $\sum_{i=1, k} C_{n_i}^2$

**Bài 10** Đồ thị  $Q_3$  có phẳng không?. Nếu là đồ thị phẳng hãy vẽ biểu diễn phẳng của nó.

**Bài 11** Đồ thị sau có phẳng không? Nếu là phẳng hãy vẽ các biểu diễn phẳng của nó



**Bài 12** Giả sử đồ thị phẳng liên thông có 8 đỉnh bậc 3. Biểu diễn phẳng của đồ thị này chia mặt phẳng thành bao nhiêu miền?.

**Bài 13** Giả sử đồ thị phẳng liên thông có 6 đỉnh, mỗi đỉnh đều có bậc 4. Biểu diễn phẳng của đồ thị này chia mặt phẳng thành bao nhiêu miền?

**Bài 14** Giả sử đồ thị phẳng liên thông có 30 cạnh. Nếu biểu diễn phẳng của đồ thị này chia mặt phẳng thành 20 miền, thì đồ thị này có bao nhiêu đỉnh?

**Bài 15** Giả sử một đồ thị phẳng có  $k$  thành phần liên thông,  $m$  cạnh và  $n$  đỉnh, biểu diễn phẳng của nó chia mặt phẳng thành  $r$  miền. Hãy tìm công thức biểu diễn  $r$  qua  $m$ ,  $n$  và  $k$ .

**Bài 16** Chứng minh  $K_{m,n}$  với  $m, n \geq 3$  không phải là đồ thị phẳng,  $K_n$  với  $n \geq 5$  không phải là đồ thị phẳng.