BÀI TẬP LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Bài tập chương 3

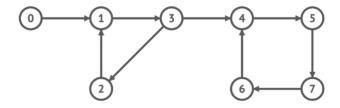
Bài 1 Cho G là đồ thị vô hướng liên thông m cạnh, n đỉnh. Chứng minh $m \ge n-1$.

Bài 2 Cho G là đơn đồ thị vô hướng m cạnh, n đỉnh và có p thành phần liên thông. Chứng minh rằng $m \ge n-p$.

Bài 3 Cho một đồ thị có 19 cạnh và mỗi đỉnh có bậc lớn hơn hoặc bằng 3. Đồ thị này có tối đa bao nhiều đỉnh.

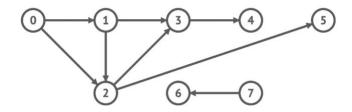
Bài 4 Chứng minh rằng trong một đơn đồ thị luôn luôn tồn tại đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.

Bài 5 Cho đồ thị G như sau:



- **a**. Viết thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu và biểu diễn quá trình thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu trên G.
- **b.** Viết thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng và biểu diễn quá trình thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng trên G bắt đầu từ đỉnh 6.

Bài 6 Cho đồ thị G như sau:

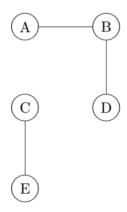


- **a**. Viết thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu và biểu diễn quá trình thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu trên G bắt đầu từ đỉnh 0 và 7.
- **b.** Viết thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng và biểu diễn quá trình thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng trên G bắt đầu từ đỉnh 0 và 7.

Bài 7 Viết giải thuật kiểm tra xem đồ thị vô hướng G có chu trình từ đỉnh s đến đỉnh t hay không.

Bài 8 Viết giải thuật kiểm tra xem đỉnh s và đỉnh t có thuộc cùng một thành phần liên thông của đồ thị vô hướng G hay không.

Bài 9: Đồ thị G liên thông khi có đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của đồ thị. Ví dụ: đồ thị dưới đây không liên thông vì không có đường đi từ A đến C.



Tuy nhiên, đồ thị này chứa một số đồ thị con liên thông được tạo từ các tập hợp đỉnh sau {A, B }, {B, D}, {C, E}, {A, B, D}

Một đồ thị con liên thông là cực đại (maximal) nếu không có đỉnh và cạnh nào trong đồ thị ban đầu có thể được thêm vào đồ thị con và vẫn đảm bảo tính liên thông của đồ thị con. Có hai đồ thị con liên thông cực đại ở trên, một đồ thị bao gồm các đỉnh {A, B, D} và đồ thị còn lại bao gồm các đỉnh {C, E}.

Viết mã giả xác định số đồ thị con liên thông cực đại của một đồ thị đã cho.

Bài 10: Định lý bốn màu (còn gọi là định lý bản đồ bốn màu) phát biểu rằng đối với bất kỳ mặt phẳng nào được chia thành các vùng phân biệt, chẳng hạn như bản đồ hành chính của một quốc gia, chỉ cần dùng tối đa bốn màu để phân biệt các vùng lân cận với nhau. Hai vùng được coi là lân cận nếu như chúng có chung nhau một đoạn đường biên, không tính chung nhau một điểm.

Với yêu cầu đơn giản hơn, xác định xem một đồ thị liên thông có thể được tô hai màu hay không. Nghĩa là, có thể gán màu (từ một bảng hai màu) cho các đỉnh sao cho không có hai đỉnh liền kề nào có cùng màu. Để đơn giản hóa vấn đề, áp dụng các giả thiết sau:

• Không có đỉnh nào có cạnh khuyên.

- Đồ thị là vô hướng. Nghĩa là, nếu một đỉnh a liên thông với đỉnh b, thì thì đỉnh b cũng sẽ liên thông với đỉnh a.
- Đồ thị liên thông mạnh. Nghĩa là, sẽ có ít nhất một đường đi một đỉnh bất kì đến một đỉnh bất kì khác.

Viết mã giả để xác định xem một đồ thị có thể được tô bằng hai màu hay không?