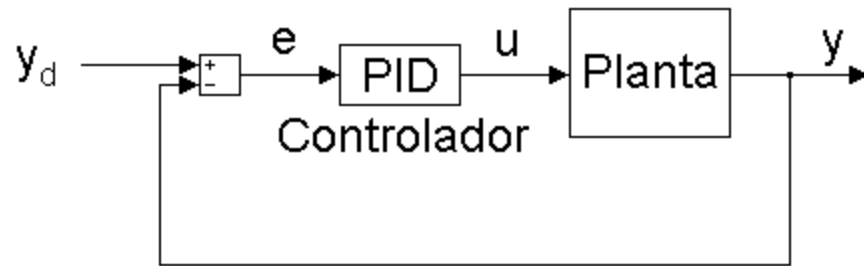


Diseño de controladores PID

Métodos de Ziegler-Nichols

Dr. Edmundo Rocha Cózatl
Depto. de Mecatrónica

Control P, PI, PID



$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

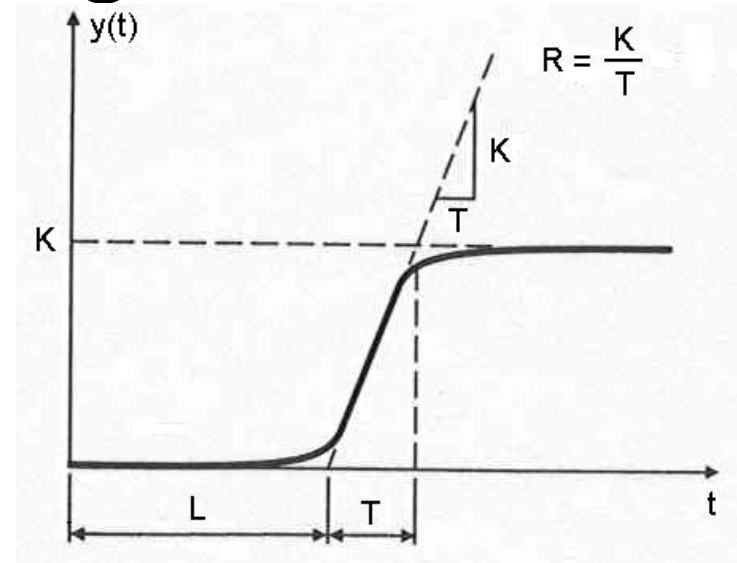
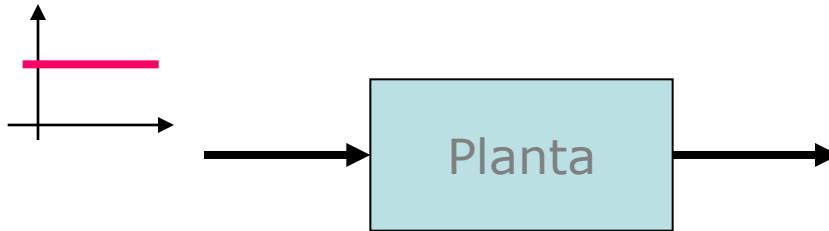
Control PID: Efectos

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

Acción	tr	Sp	ts	error ee
P	Decrece	Aumenta	PC	Decrece
I	Decrece	Aumenta	Aumenta	Elimina
D	PC	Decrece	Decrece	PC

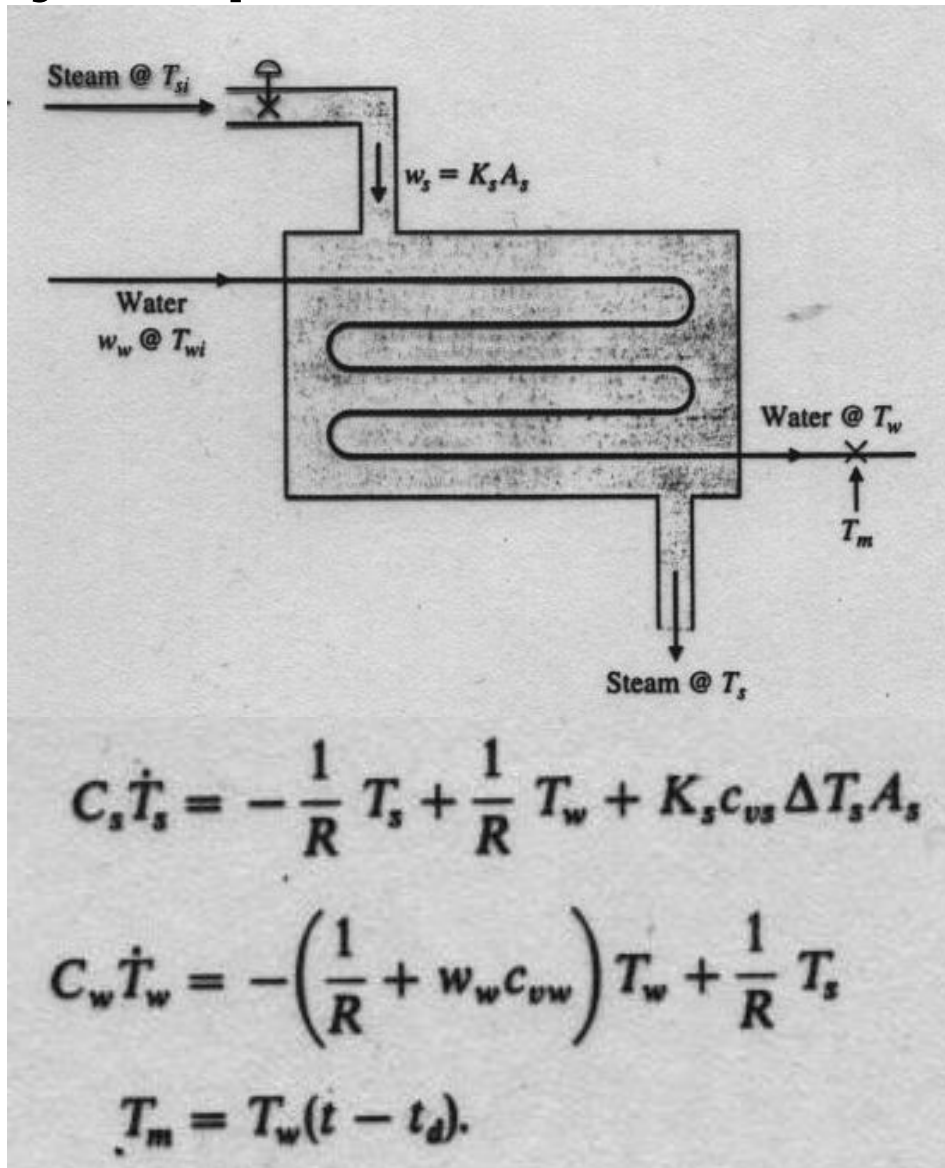
Control PID: Ziegler-Nichols

Primer método



Control	K_p	T_i	T_d
P	$1/RL$	-	-
PI	$0.9/RL$	$L/0.3$	-
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

Ejemplo: Intercambiador de calor



w_w = flujo másico del agua

c_{vw} = calor específico del agua

T_w, T_s = Temperatura del agua y del vapor a la salida

C_w, C_s = Capacidad térmica del agua y del vapor

T_m = Temperatura del agua medida

t_d = Tiempo de retardo

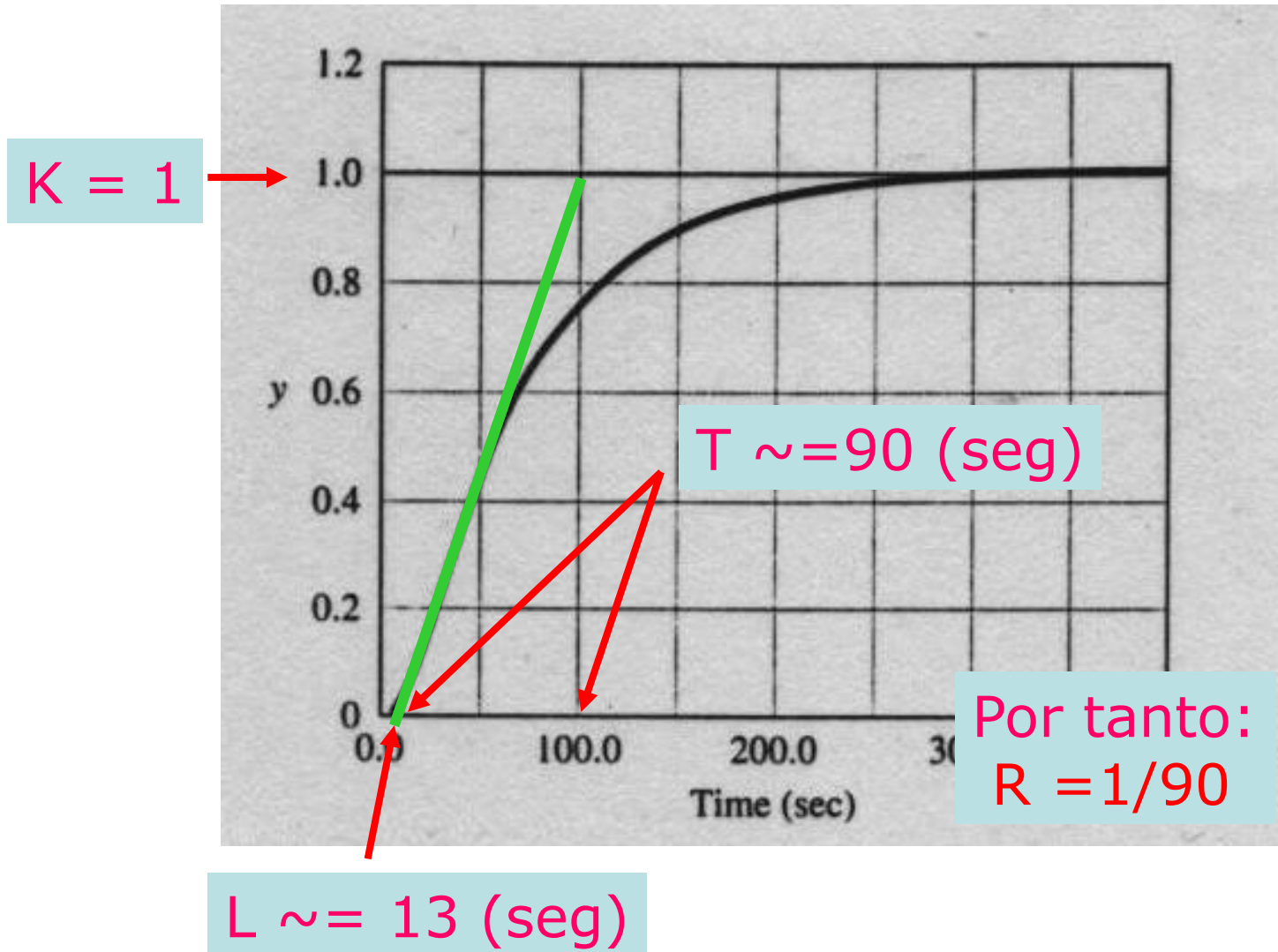
A_s = Área de apertura de la válvula de entrada del vapor

K_s = Constante de la válvula de entrada

R = Resistencia térmica de intercambio de calor promedio

ΔT_s = constante (linealización)⁵

Respuesta al escalón



Diseño de controladores

Controlador P

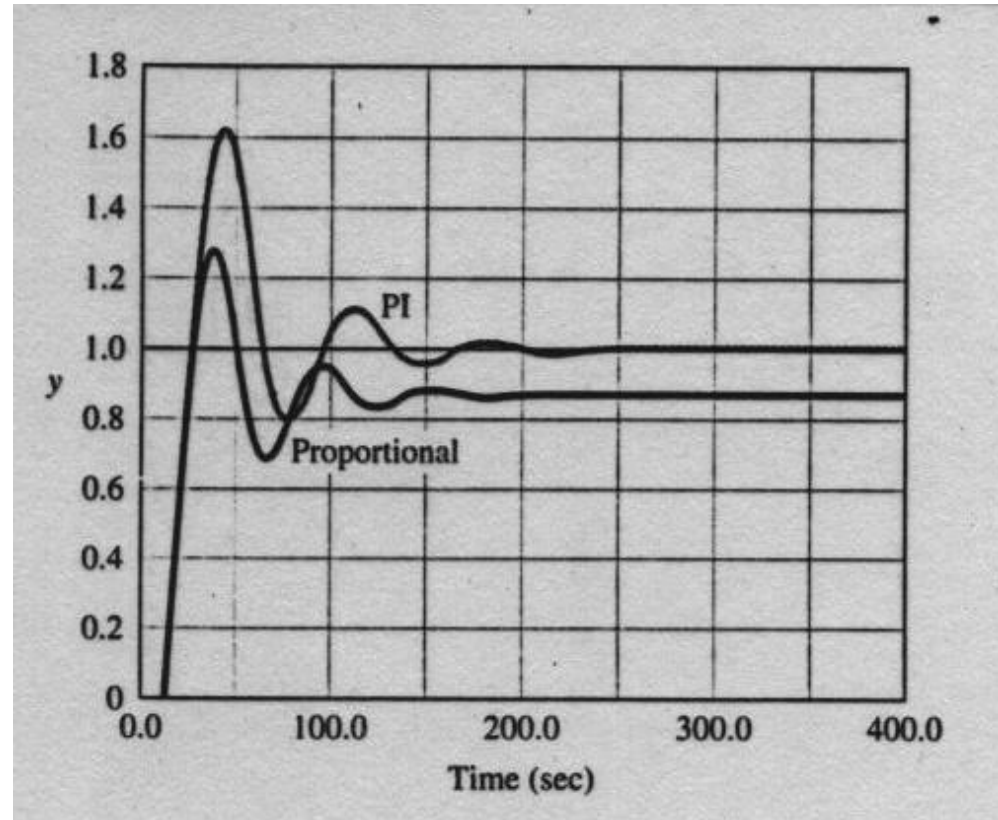
$$K_p = \frac{1}{RL} = \frac{90}{13} = 6.92$$

Controlador PI

$$K_p = \frac{0.9}{RL} = 6.22 \quad y$$

$$T_i = \frac{L}{0.3} = \frac{13}{0.3} = 43.3$$

$$K_i = K_p / T_i = 0.1436$$



Diseño de controladores

Controlador P

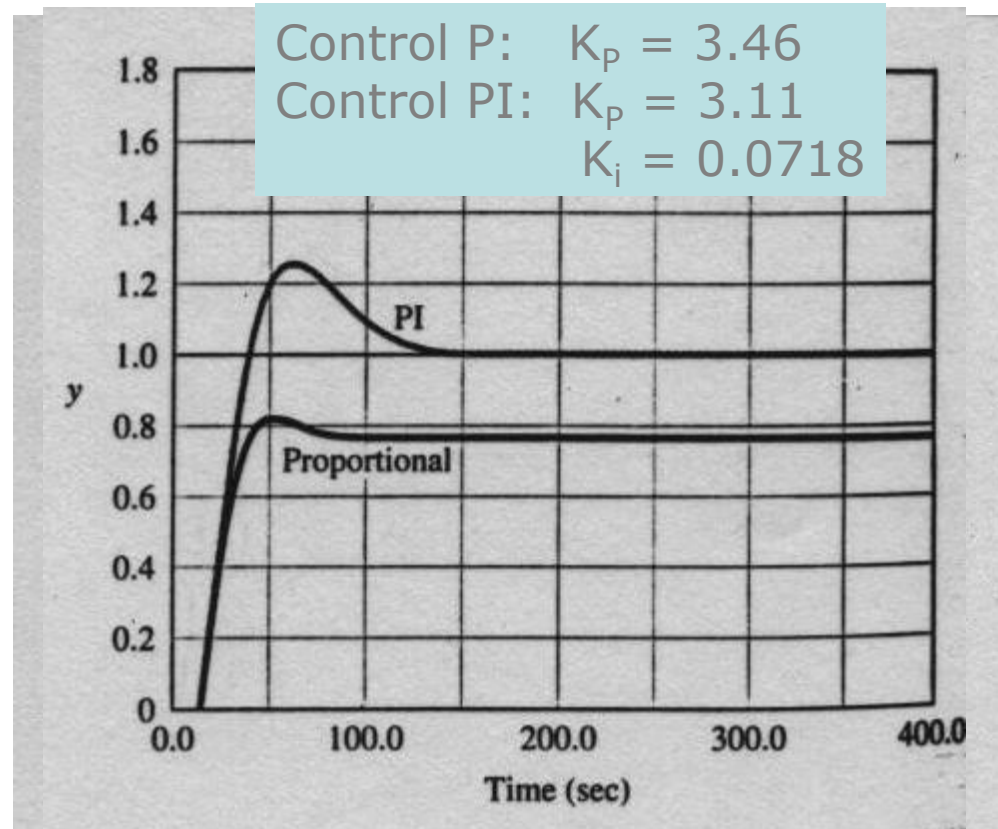
$$K_p = \frac{1}{RL} = \frac{90}{13} = 6.92$$

Controlador PI

$$K_p = \frac{0.9}{RL} = 6.22 \quad y$$

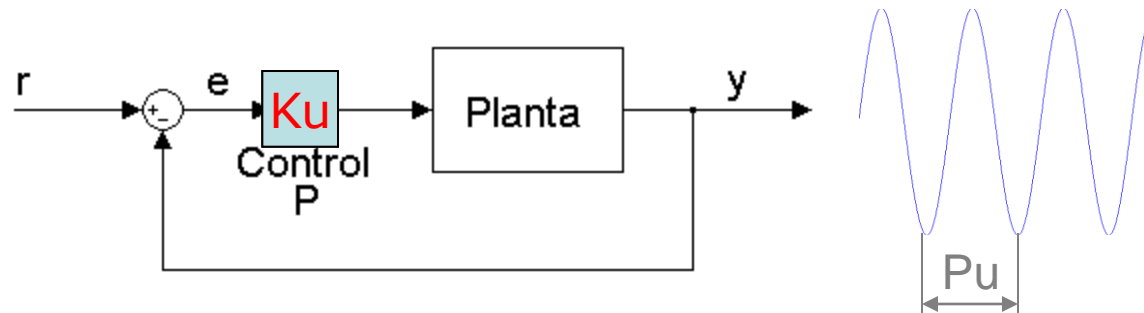
$$T_i = \frac{L}{0.3} = \frac{13}{0.3} = 43.3$$

$$K_i = K_p / T_i = 0.1436$$



Control PID: Ziegler-Nichols

Segundo método



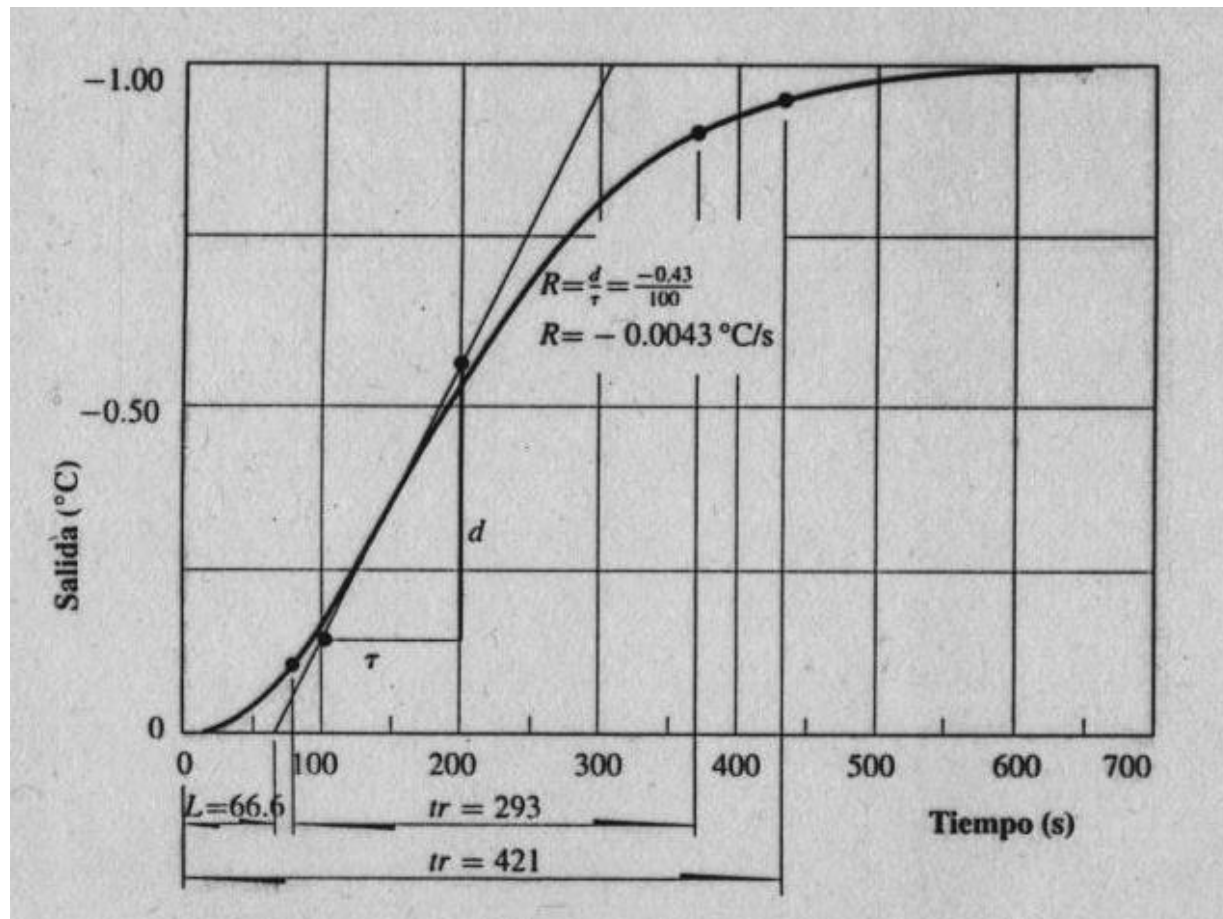
Control	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 K_u$	-	-
PI	$0.45 K_u$	$(1/1.2) P_u$	-
PID	$0.6 K_u$	$(1/2) P_u$	$(1/8) P_u$

Ejemplo:

Diseño de controladores P, PI y PID
para un sobrecalentador de vapor
utilizando los dos métodos
de Ziegler-Nichols

El sistema y su respuesta

$$G(s) = - \frac{(1 + 13.8 s)^2}{(1 + 59 s)^4}$$



Aplicación del primer método

$$K = -1, \quad L = 66.6, \quad R = -0.0043$$

Controlador *P*:

$$K_p = -3.49 \quad C_P(s) = -3.49$$

Controlador *PI*:

$$K_p = -3.141 \quad T_i = 222 \quad C_{PI}(s) = -\frac{3.141(s + 0.0045)}{s}$$

Controlador *PID*:

$$K_p = -4.188$$

$$T_i = 132$$

$$T_d = 33.3$$

$$C_{PID}(s) = -\frac{4.188(33.2s^2 + s + 0.0075)}{s}$$

PID aproximado

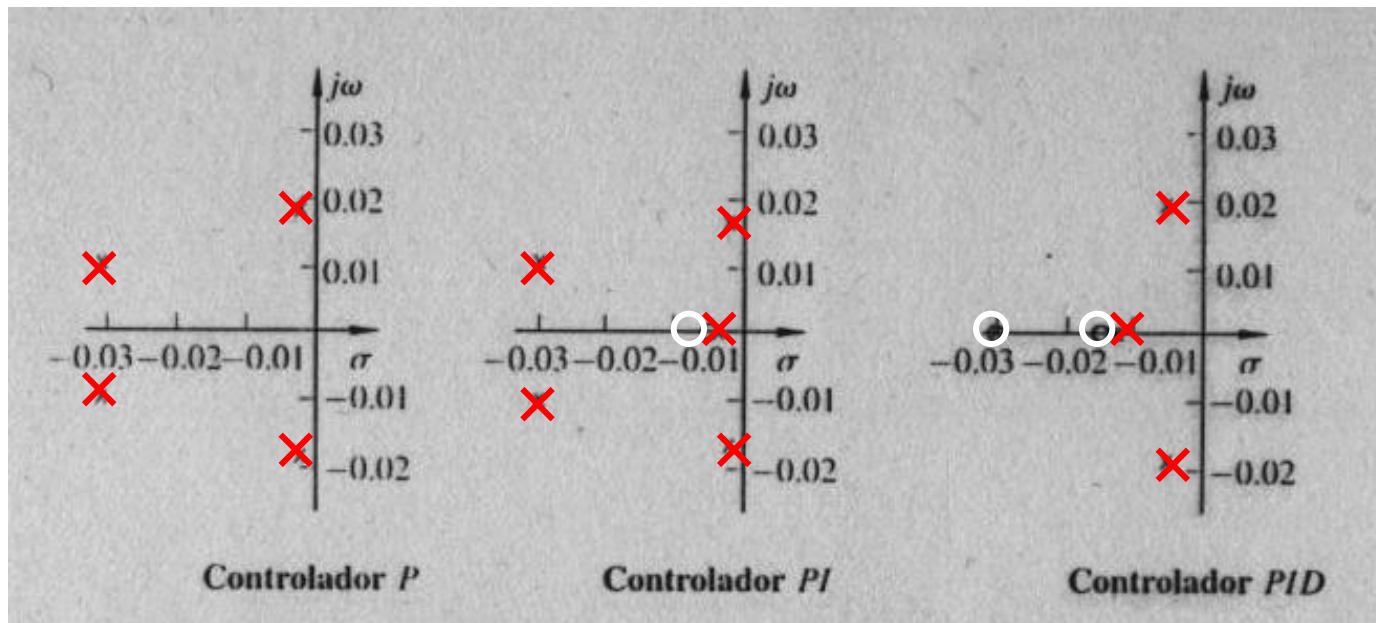
$$C_{PID}(s) = -\frac{4.188(33.2s^2 + s + 0.0075)}{s(s + 1)}$$

Lazo Cerrado

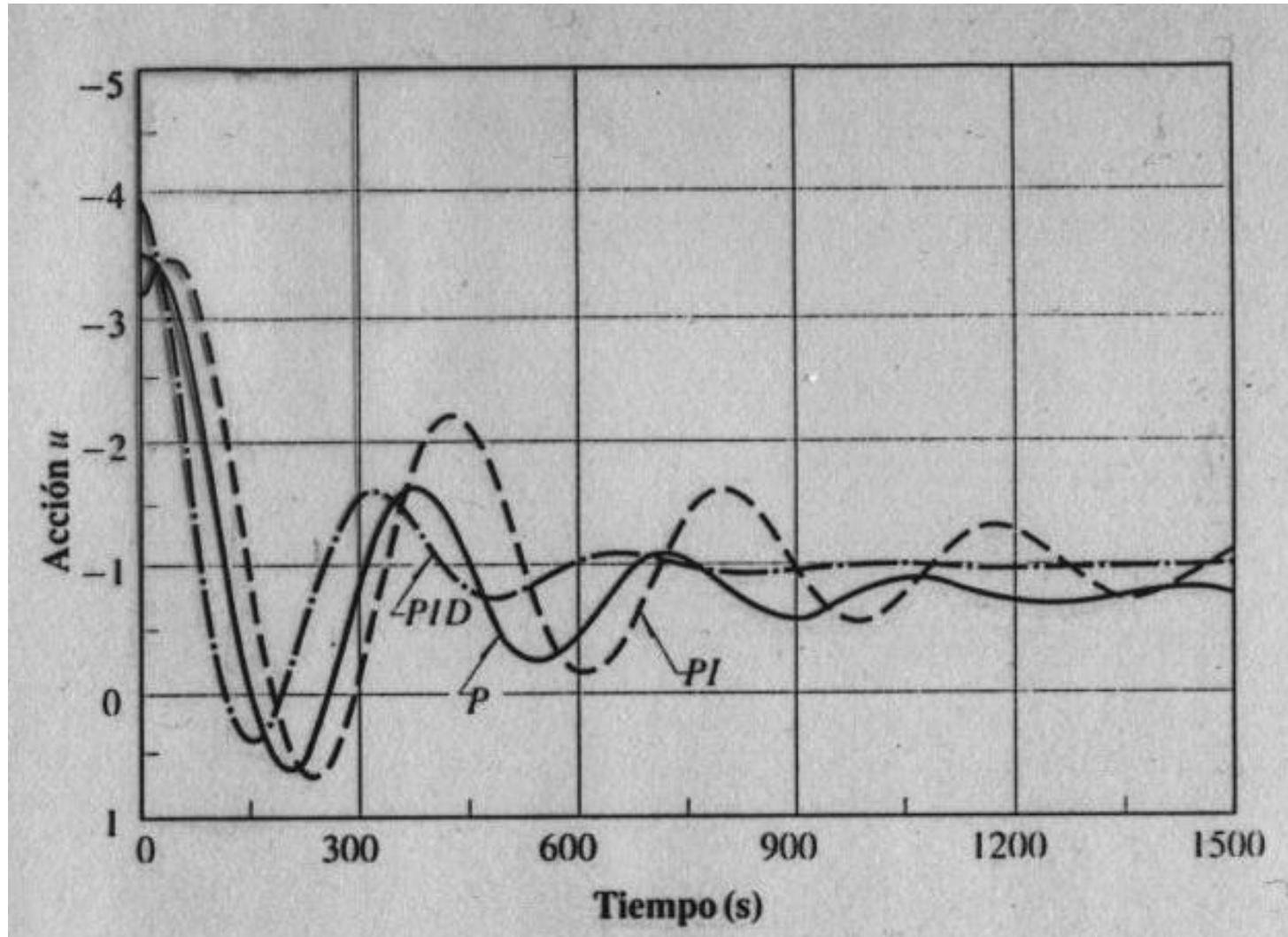
$$H_P(s) = \frac{5.4929 \times 10^{-5} (s+0.0724)^{-2}}{((s+0.0029)^2 + (0.0183)^2)((s+0.031)^2 + (0.0109)^2)}$$

$$H_{PI}(s) = \frac{4.9436 \times 10^{-5} (s+0.0045)(s+0.0724)^2}{((s+0.0018)^2 + (0.0168)^2)((s+0.03)^2 + (0.0106)^2)(s+0.004)}$$

$$H_{PID}(s) = \frac{0.0022(s+0.0155)(s+0.0145)(s+0.0724)^2}{((s+0.0048)^2 + (0.0189)^2)(s+0.03)(s+0.0155)(s+0.0145)(s+0.998)}$$



Simulaciones



Aplicación del segundo método

$$K_u = -7.52, \quad P_u = 2\pi / 0.02324$$

Controlador P :

$$K_p = -3.76 \quad C_p(s) = -3.76$$

Controlador PI :

$$K_p = -3.384 \quad T_i = 225.3 \quad C_{PI}(s) = -\frac{3.384(s + 0.0044)}{s}$$

Controlador PID :

$$K_p = -4.512$$

$$T_i = 135.18$$

$$T_d = 33.79$$

$$C_{PID}(s) = -\frac{4.512(33.799s^2 + s + 0.0074)}{s}$$

PID aproximado

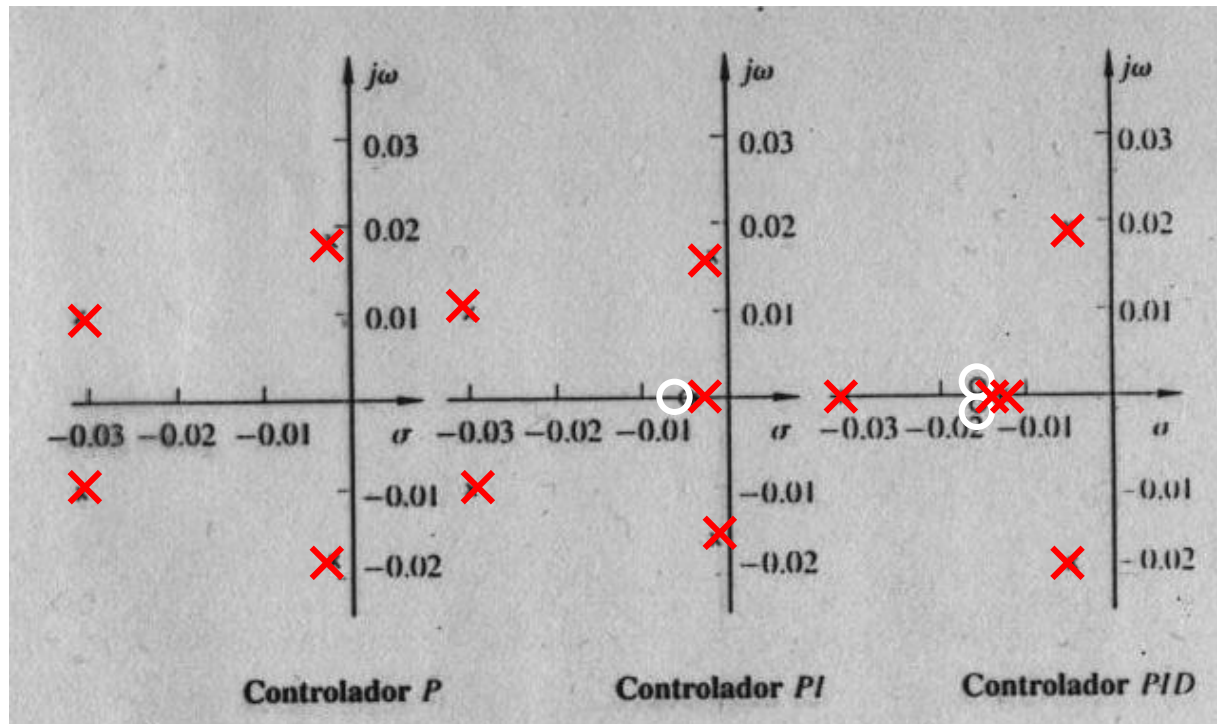
$$C_{PID}(s) = -\frac{4.512(33.799s^2 + s + 0.0074)}{s(s + 1)}$$

Lazo Cerrado

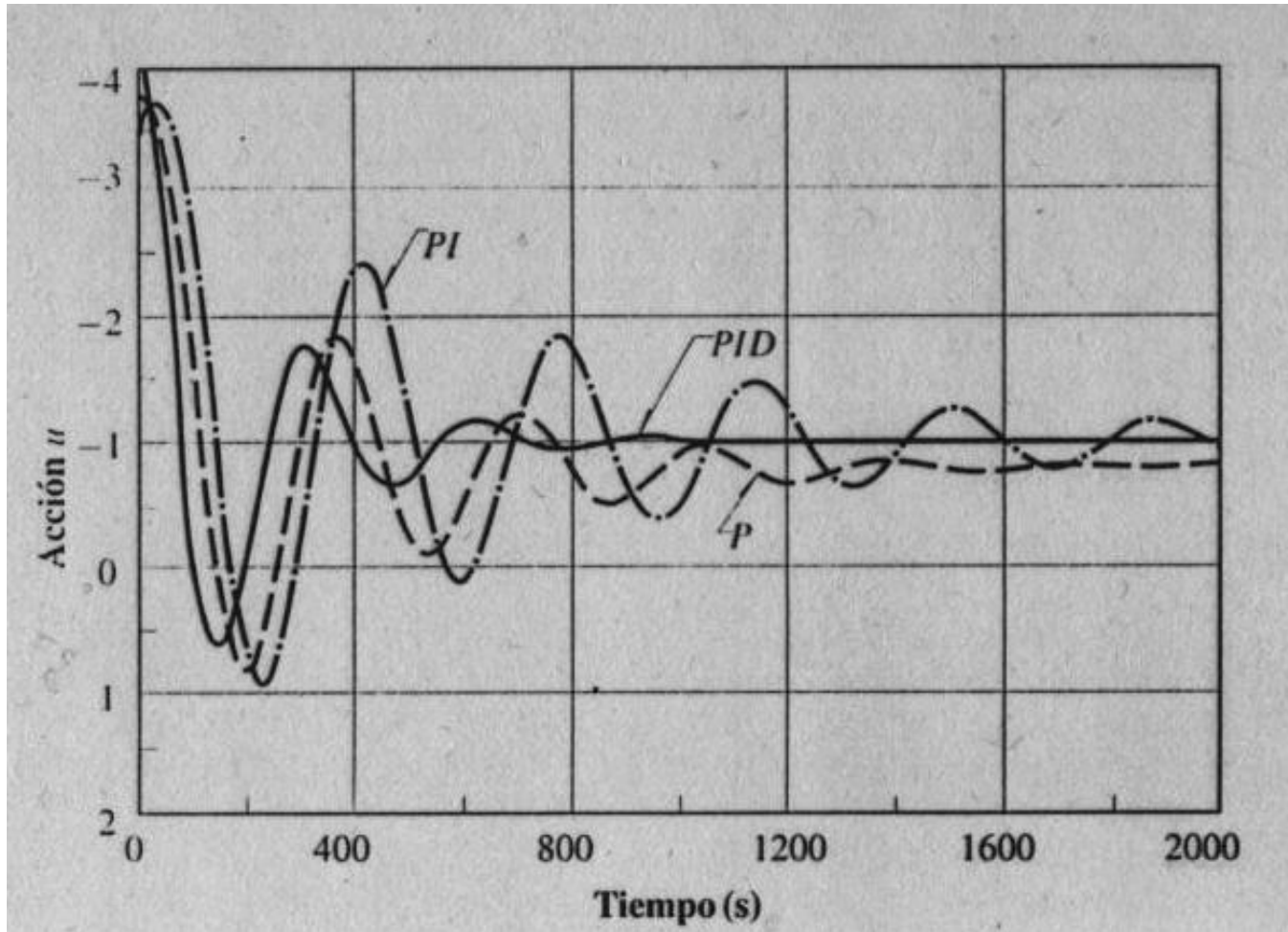
$$H_P(s) = \frac{5.9179 \times 10^{-5} (s+0.0724)^2}{((s+0.0026)^2 + (0.0187)^2)((s+0.031)^2 + (0.011)^2)}$$

$$H_{PI}(s) = \frac{5.326 \times 10^{-5} (s+0.0044)(s+0.0724)^2}{((s+0.0015)^2 + (0.0172)^2)((s+0.03)^2 + (0.0107)^2)(s+0.004)}$$

$$H_{PID}(s) = \frac{0.0024(s+0.0724)^2((s+0.0148)^2 + (0.0002)^2)}{((s+0.0049)^2 + (0.0197)^2)(s+0.0307)(s+0.0148)(s+0.0147)(s+0.998)}$$



Simulaciones



Comparaciones

Tabla 20.3. Índices de desempeño de los sistemas ajustados.

<i>Ley de control</i>	<i>Sobrepaso Mp (%)</i>	<i>Tiempo de respuesta tr</i>	<i>Tiempo de asentamiento ta ($\pm 5\%$)</i>	<i>Error $e(\infty)\%$ para entrada escalón</i>
<i>laço abierto</i>	0	293	421	0
P (reacción)	50	76	923	22.66
P (límite)	76	68	923	21
PI (reacción)	49	84	1557	0
PI (límite)	52	84	1707	0
PID (reacción)	39	71	553	0
PID (límite)	39	68	553	0

Referencias

- G. Franklin, J. Powell, A. Emami-Naeini. Feedback Control of Dynamic Systems. 3rd edition, 1994. Addison-Wesley.
- C. Verde, R. Carrera. Ejercicios resueltos de control analógico. 2^a edición, 2001. Trillas.