Nombre: ______________________________________

1. Sea V un espacio vectorial y sean $v_1, \ldots, v_n$ elementos de V. Escriba código en SageMath para encontrar una matriz de relaciones para el subespacio generado $W = \langle v_1, \ldots, v_n \rangle$. V puede ser un espacio euclidiano $\mathbb{R}^n$, o un espacio de polinomios o uno matrices de $m \times n$.

   1) Entrada: Una lista $v_1, \ldots, v_n$ de elementos en el mismo espacio V.
   2) Salida: Una matriz de relaciones.

   ,

   Por ejemplo, si

   $$W_1 = \langle (1,-1,2,1), (-1,1,1,2), (0,0,3,3), (2,-2,1,-1) \rangle \,,$$

   después de resolver con las técnicas manejas en clase se obtiene que

   $$W_1 = \left\{ (a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 : a - c + d = 0, b + c - d = 0 \right\} ,$$

   se espera que la respuesta sea algo como: una matriz de relaciones es

   $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

   Si $W = \langle 1 - T + 2T^2 + T^2, -1 + T + T^2 + 2T^2, 3T^2 + 3T^3, 2 - 2T + T^2 - T^3 \rangle$, entonces

   $$W = \{a + bT + cT^2 + dT^3 \in \mathbb{R}[T] : a - c + d = 0, b + c - d = 0\},$$

   de tal manera que una matriz de relaciones es

   $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

   De manera similar, si

   $$W = \left\langle \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\rangle ,$$

   entonces

   $$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a - c + d = 0, b + c - d = 0 \right\}$$

   y por lo tanto una matriz de relaciones es

   $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

   Describir al subespacio generado por un conjunto de elementos de tipo 2 y 3 es en esencia calcular el espacio columna de una matriz (subespacios generados del tipo 1).