LD M–5

LAISVŲJŲ SVYRAVIMŲ TYRIMAS

DARBO TIKSLAS

1. Ištirti spyruoklės laisvųjų svyravimų periodo priklausomybę nuo pakabinto kūnelio masės $T_0 = f(m)$.
2. Apskaičiuoti spyruoklės standumo koeficientą k ir vielos medžiagos šlyties modulį G.

PRIEMONĖS

Kūnų rinkinys, stovas su spyruokle ir milimetrine liniuote, sekundometras.

TEORIJA

1. Spyruoklinės svyruoklės laisvieji (harmoniniai) svyravimai. Laisvieji svyravimai – tai svyravimai, kuriuos sukelia tamprumo jėgos, atsirandančios išvedus svyruoklę iš pusiausvyros padėties.

Jei svyravimai vyksta ore, tai pasipriešinimo jėga $F_p \ll F_t$ ir galima laikyti, jog spyruoklę veikia tik tamprumo F_t jėga. Jėga F_t yra proporcinga judančio kūno poslinkiui $\boldsymbol{x}$ ir visada nukreipta į pusiausvyros padėtį (1 pav.):

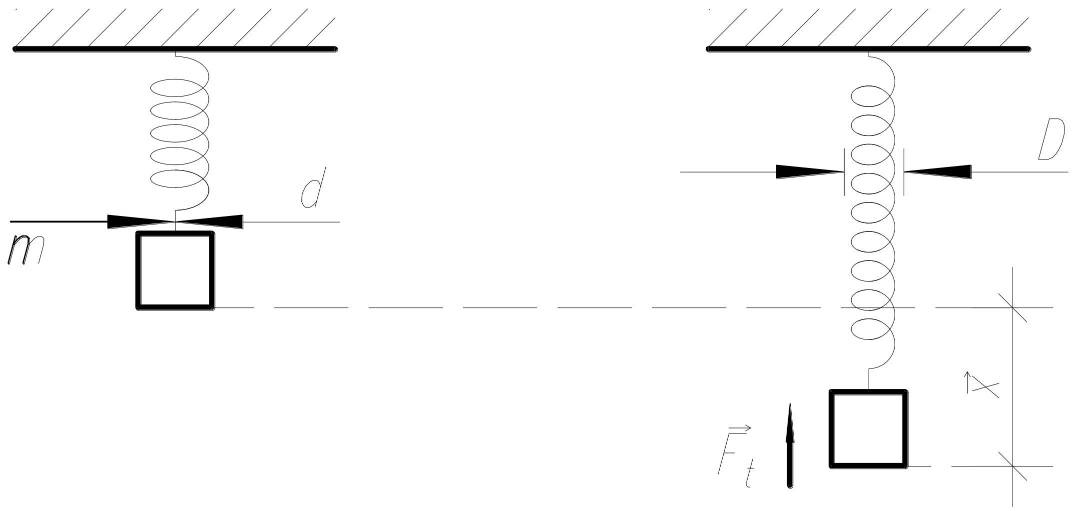
$$\vec{F_t} = -k \cdot \vec{x}, \tag{1}$$

čia k – spyruoklės standumo koeficientas. Vertikalius spyruoklės svyravimus palaiko spyruoklės skerspjūvio sluoksniuose atsirandanti šlyties tamprumo jėga. Įrodoma, kad

$$k = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot N \cdot D^3}, \tag{2}$$

čia G – šlyties modulis, d – vielos diametras, D – spyruoklės diametras, N – vielos vijų skaičius. II Niutono dėsnį $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ galima užrašyti taip:

$$m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \vec{F}, \tag{3}$$



1 pav.

nes pagreitis $a = \frac{d^2x}{dt^2}$. Įstatę į (3) tamprumo jėgos išraišką (1), turime: $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x$.
Sutvarkę šią išraišką gauname **svyruoklės judėjimo lygtį**:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0. \qquad (4)$$

Tai - diferencialinė lygtis, aprašanti laisvuosius (harmoningus) svyravimus.

2. Judėjimo lygties (4) sprendinys. Harmoniniai svyravimai. Lygties (4) sprendinys:

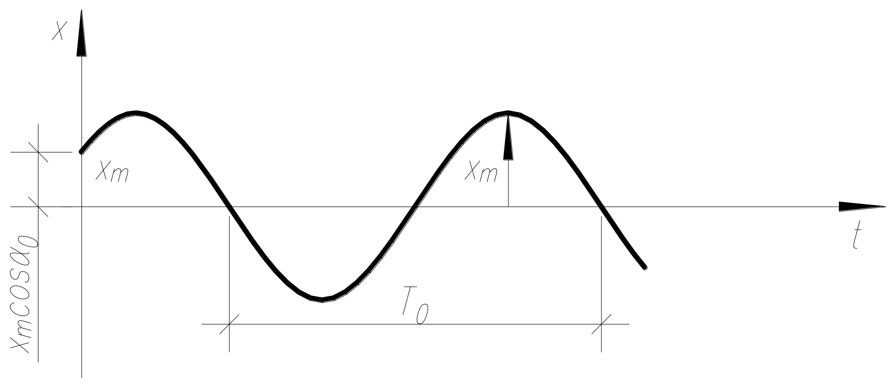
$$x = x_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \alpha), \qquad (5)$$

čia x_m - poslinkio amplitudė, α- pradinė fazė.
Laisvųjų svyravimų ciklinis (kampinis) dažnis

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (6)$$

periodas $$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (6a)$$

Priklausomybė x = f(t) (5) parodyta 2 pav. Svyravimai, vykstantys pagal *sin* (ar *cos*) dėsnį vadinami **harmoniniais.**



2 pav.

3. Greitis v = v (t), pagreitis a = a (t). Žinant priklausomybę x = f(t) (5) nesunku surasti greitį v = v (t) ir pagreitį a = a (t). Pagal apibrėžimą

$$v = \frac{dx}{dt} = - x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha), \tag{7}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = - x_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) \tag{8}$$

Pasinaudodami trigonometrinių funkcijų savybėmis (7), (8) galime perrašyti taip:

$$v = v_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi/2), \tag{7a}$$

$$a = a_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi). \tag{8a}$$

Čia pažymėta $v_m = x_m \omega_0$ ir $a_m = x_m \omega_0^2$ – greičio ir pagreičio amplitudės. Matome, jog greitis ir pagreitis kinta pagal tą patį dėsnį, kaip ir poslinkis x = f(t) (5). Svyravimai v = v (t) (7a) ir a = a (t) (8a) skiriasi nuo x = f(t) (5) faze π/2 ir π, atitinkamai.

EKSPERIMENTAS

Darbo eiga

1. Tiriame svyruoklės periodo T_0 priklausomybė nuo pakabintos masės m. Tuo tikslu keičiame prikabinamus prie spyruoklės kūnelius (**9 kūnelių rinkinį nurodo dėstytojas**). Svyruoklės masės m_s įtaka periodui įvertiname imdami masę m lygią kūnelio masės m_k ir spyruoklės masės m_s trečdalio sumai: $m = m_k + m_s/3$. Spyruoklės masė užrašyta ant prietaiso stovo, ant kūnelių užrašytos jų masių skaitmeninės vertės. Svyruoklės periodo matavimą pradedame nuo

didžiausios masės kūnelio. Pakabinę jį ant spyruoklės, patempiame žemyn (x_m = 1cm) ir paleidžiame svyruoti. Išmatuojame laiką **t**, per kurį įvyksta n = 20 svyravimų. Bandymus kartojame **su kitais devyniais (mažėjančios masės) kūneliais**.

Atliekant eksperimentą, kad išvengti šoninių ir kt. svyravimų amplitude x_m reikia imti mažą! Matavimų duomenis m, t, n įrašome į **1 lentelę**.

2. Išmatuojame spyruoklės vijos diametrą D (slankmačiu) ir vielos diametrą d (mikrometru), vijų skaičių N. Diametrus D ir d matuojame įvairiuose spyruoklės vietose 9 kartus ir surandame aritmetinius vidurkius $\overline{D}$ ir $\overline{d}$.Duomenis įrašome į 1 lentelę.

Skaičiavimai

1. Lentelės 1 eilutėje vnt., ten kur nėra, įrašome matuojamų dydžių vienetus (SI). Pagal 1 lentelės duomenis apskaičiuojame svyruoklės periodo T_0 vertes. Pagal (6a) apskaičiuojame spyruoklės standumo koeficientą k ir surandame jo vidutinę vertę $\overline{k}$. Panaudodami surastąjį $\overline{k}$ brėžiame grafiką $T_0 = f(m)$, pagal formulę $T_0 = 2\pi\sqrt{m/\overline{k}}$ (6a). Tuo tikslu pagal (6a) 9 masės vertėms apskaičiuojame T_0 (gautus rezultatus surašome į 2 lentelę) ir per šiuos taškus (m,T_0) (juos pažymime skrituliukais) brėžiame grafiką. Eksperimentinius taškus iš 1 lentelės šiame grafike pavaizduojame kryželiais.
2. Apskaičiuojame vielos medžiagos šlyties modulį G pagal (2).
3. Išvedame šlyties modulio G paklaidos formulę ir apskaičiuojame maksimalią paklaidą ΔG. Paklaidos ΔG skaičiavimuose **imamos vidutinės aritmetinės paklaidos** $\Delta\overline{D}$, $\Delta\overline{d}$, $\Delta\overline{k}$. Jos randamos taip:

$$\Delta\overline{k} = (|k_1-\overline{k}| + |k_2-\overline{k}| + ... + |k_n-\overline{k}|)/n . \qquad (9)$$

Analogiškai $\Delta\overline{D}$, $\Delta\overline{d}$.

Išvadose

1. Aptariame svyruoklės laisvųjų svyravimo periodo T_0 priklausomybę nuo masės m.
2. Pateikiame išmatuotų dydžių vidutines vertes $\overline{k}, \overline{D}, \overline{d}$ su paklaidomis.
3. Pateikiame G vertę su paklaida, palyginame ją su žinyno duomenimis.

KONTROLINIAI KLAUSIMAI

1. Parašykite svyruoklės harmoninių svyravimų poslinkio x = x(t), greičio v = v(t), pagreičio a = a(t) lygtis. Paaiškinkite jas ir nubrėžkite grafikus.
2. Sudarykite laisvųjų svyravimų diferencialinę lygtį. Nuo ko priklauso laisvųjų svyravimų dažnis ? Kaip priklauso periodas nuo svyruoklės masės ?
3. Paaiškinkite eksperimentą. Kaip buvo nustatytas svyruoklės standumo koeficientas, jos medžiagos šlyties modulis, apskaičiuotos paklaidos ?

1 lentelė

Eil Nr.	$m=m_k+ m_s /3$	n	t	$T_0 = \frac{t}{n}$	$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$	$\bar{k}$	$\Delta \bar{k}$	d	$\bar{d}$	$\Delta\bar{d}$	D	$\bar{D}$	$\Delta\bar{D}$	N	$G = \frac{8N \cdot \bar{D}^3 \cdot \bar{k}}{\bar{d}^4}$	ΔG
vnt	g	-	s	s	kg/s^2			mm			mm					
1.	50,0 +15,0															
2.	45,0 +15,0															
3.	40,0 +15,0															
4.	35,0 + 15,0	20														
5.	30,0 + 15,0															
6.	25,0 + 15,0															
7.	20,0 +15,0															
8.	15,0 + 15,0															
9.	10,0 +15,0															

Spyruoklės masė m_s= 45,0 g, o $m_s/3$=15,0 g.

2 lentelė

Eil. nr.	$\boldsymbol{m = m_k + \frac{m_s}{3}}$	$\boldsymbol{\bar{k}}$	$\boldsymbol{T_0 = \frac{t}{n}}$ **Ekspermentiniai rezultatai**	$\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\bar{k}}}}$ **Apskaičiuoti taškai**
vnt.	**g**	$\mathbf{kg/s^2}$	**s**	**s**
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

6.				
7.				
8.				
9.				