SUKAMOJO JUDĖJIMO DINAMIKA

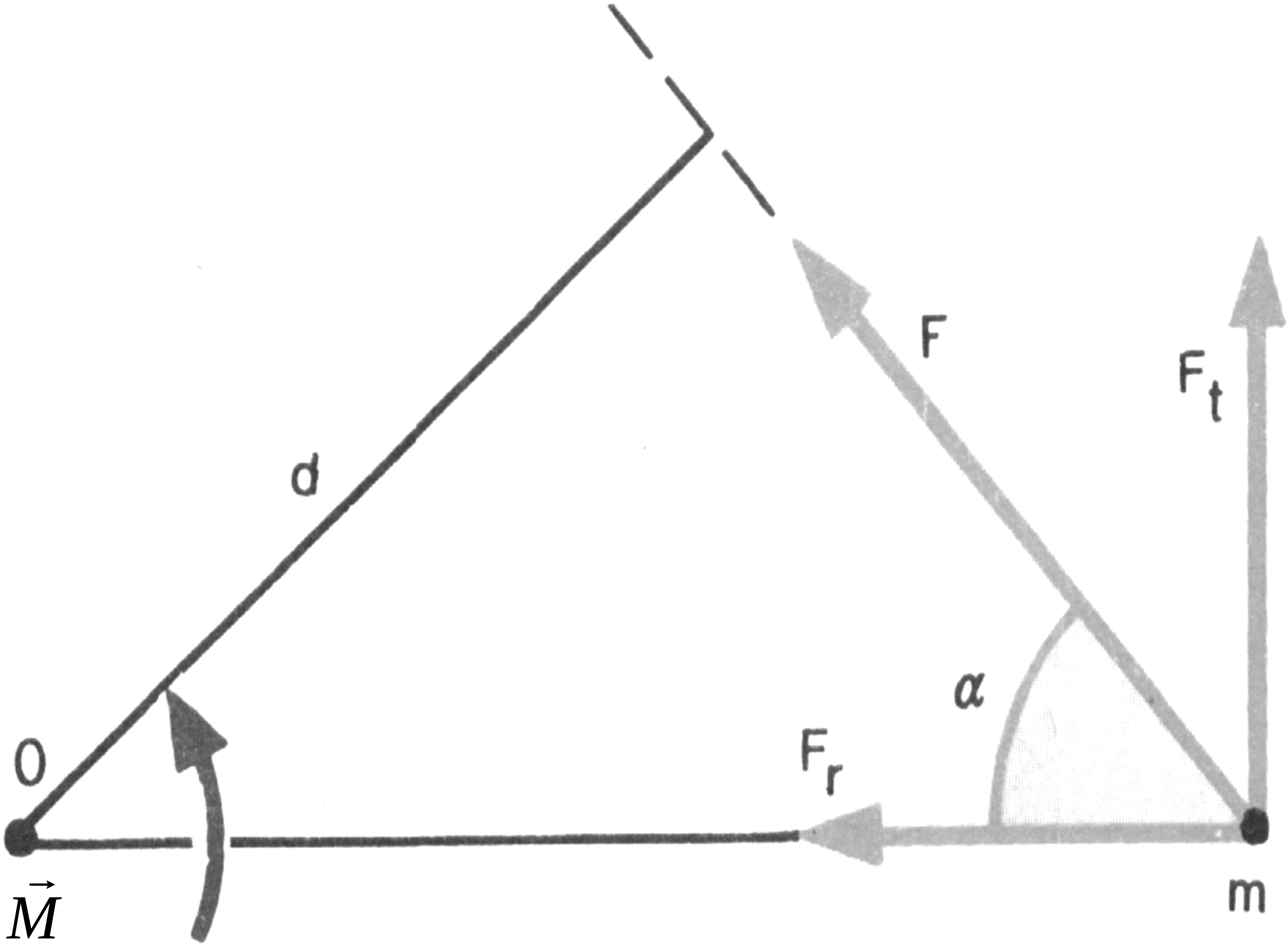
Pagrindinės sukamojo judėjimo dinaminės charakteristikos

- **Sukimo momentas** $\vec{M}$
- **Inercijos momentas** I
- **Impulso momentas** $\vec{L}$

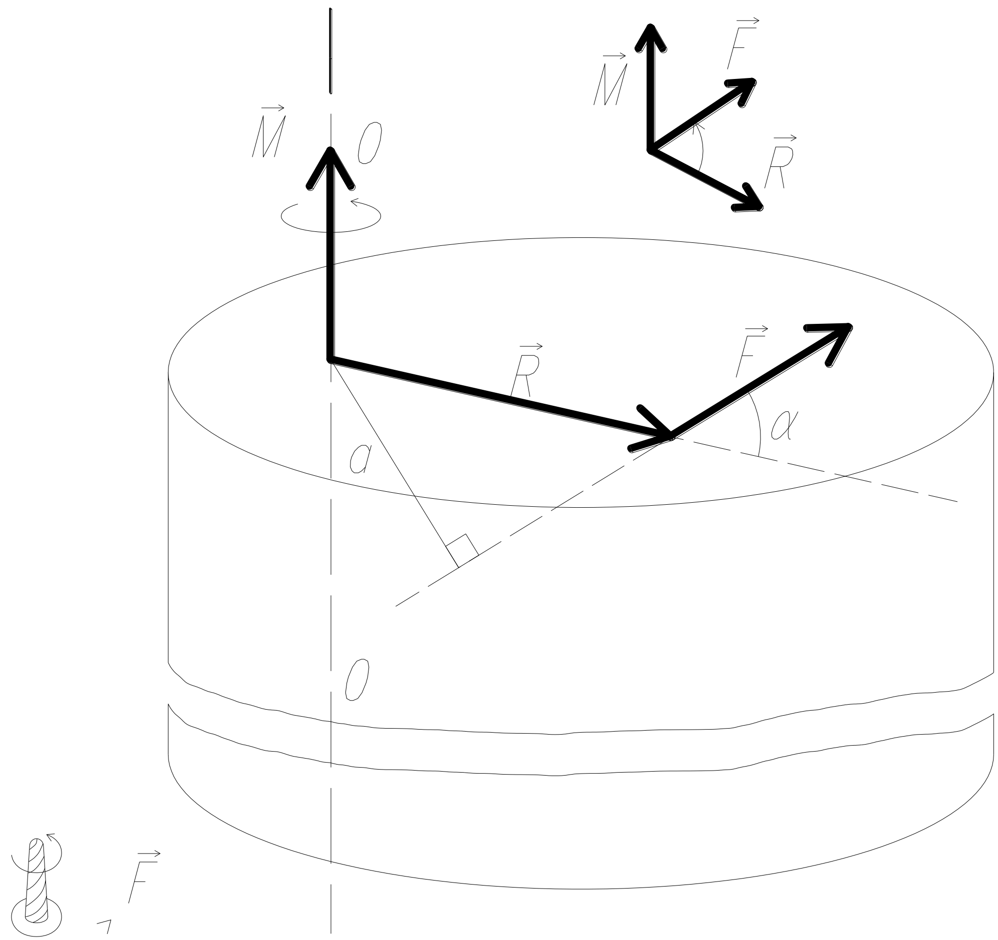
Sukimo momentas
(*jėgos momentas*)
sukimosi ašies atžvilgiu

$$\vec{M}$$

- **Sukimo momentas yra išorinio poveikio**, dėl kurio kinta besisukančio kūno kampinis greitis, **matas**.



F
F_t
d
α
0
F_r
m
$\vec{M}$



$\vec{M}$
0
$\vec{F}$
$\vec{R}$
$\vec{M}$
$\vec{R}$
$\vec{F}$
a
α
0
$\vec{F}$

- $$\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right]$$
- $$\mathrm{M} = \mathrm{F} \cdot \mathrm{r} \cdot \sin\alpha$$
- $$\mathrm{M} = \mathrm{F} \cdot \mathrm{d}$$

Dydis

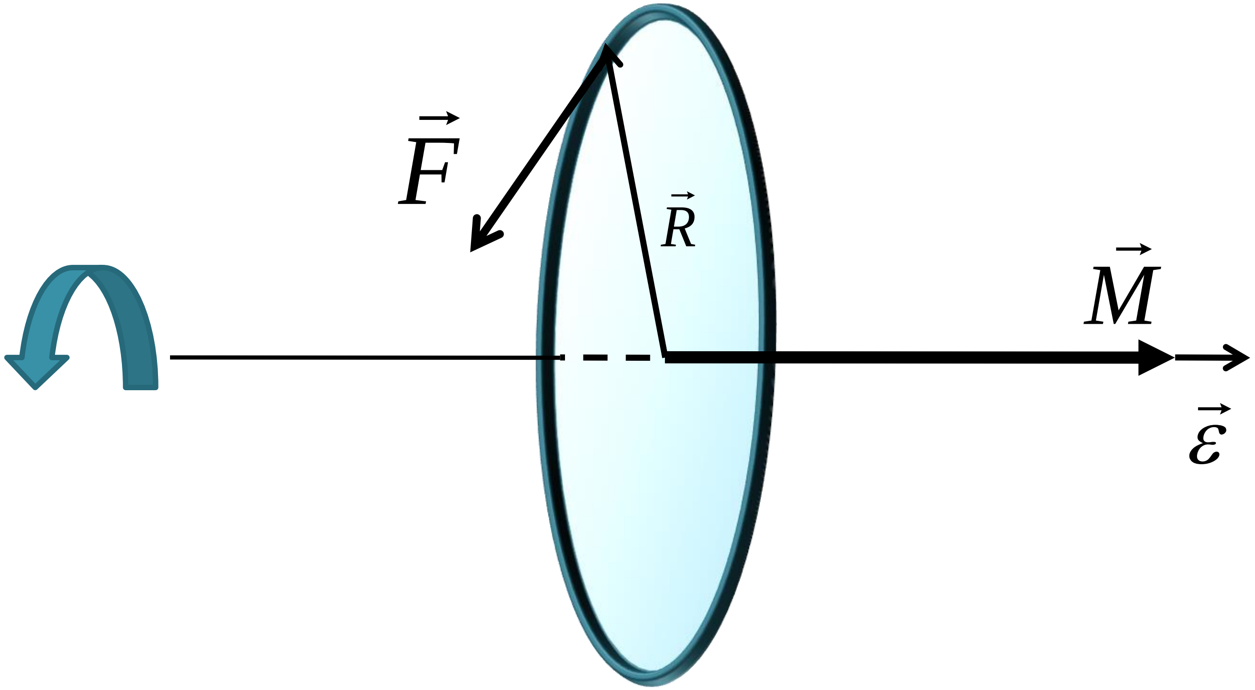
$$d = r \cdot sin\alpha$$

vadinamas **jėgos petimi**.

- **Jėgos petis** - tai artimiausias atstumas nuo sukimosi ašies iki jėgos veikimo linijos.

Sukimo momentas yra **ašinis vektorius**, **kurio kryptis randama iš vektorinės spindulio ir jėgos sandaugos.**

- Sukimo momentas matuojamas: $[M] = \mathrm{N \cdot m}$.



$\vec{F}$
$\vec{R}$
$\vec{M}$
$\vec{\varepsilon}$

Inercijos momentas I sukimosi ašies atžvilgiu

Kūno inercijos momentas I sukimosi ašies atžvilgiu – tai **kūno inertiškumo matas sukamajame judėjime**.

Sukamajajame judėjime **kūno inertiškumas priklauso** ne tik nuo kūno masės, bet ir **nuo kūno masės pasiskirstymo erdvėje sukimosi ašies atžvilgiu**.

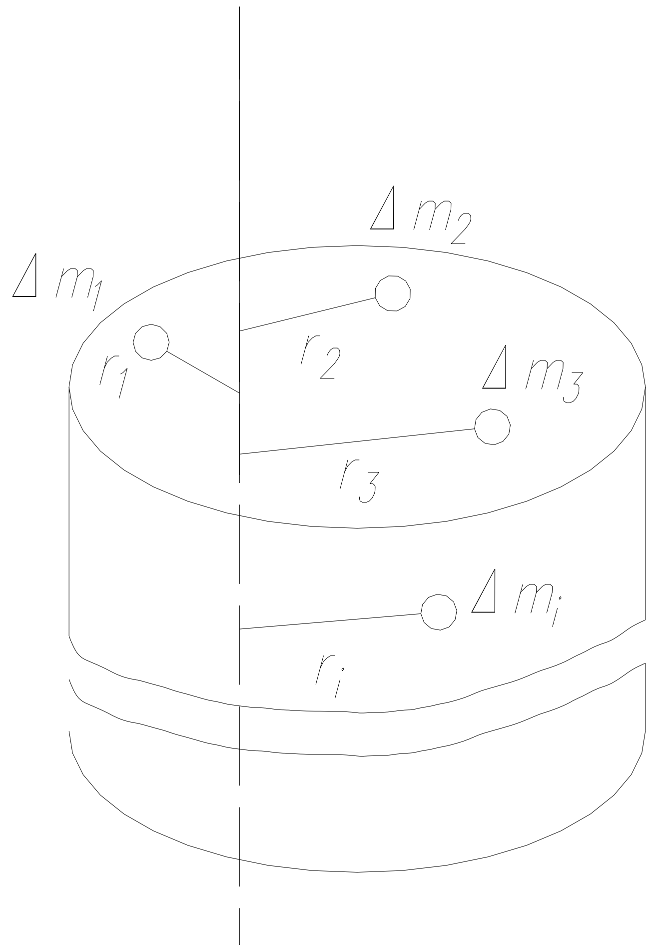
- **Kūno inercijos momentas pasireiškia tik *kūnui sukantis*.**

- **Kūno inercijos momentas niekada (*jokios sukimosi ašies atžvilgiu*) *nebus lygus nuliui*:**

$$I \neq 0 \cdot$$

1. Materialaus taško inercijos momentu sukimosi ašies atžvilgiu **vadiname to taško masės ir jo atstumo iki sukimosi ašies kvadrato sandaugą**:

$$I_i = m_i \cdot r_i^2$$



Δ m2
Δ m1
r2
r1
Δ m3
r3
Δ mi
ri

2. Kūno inercijos momentas:

$$I = \sum_{i}^{n} (m_i \cdot r_i^2)$$

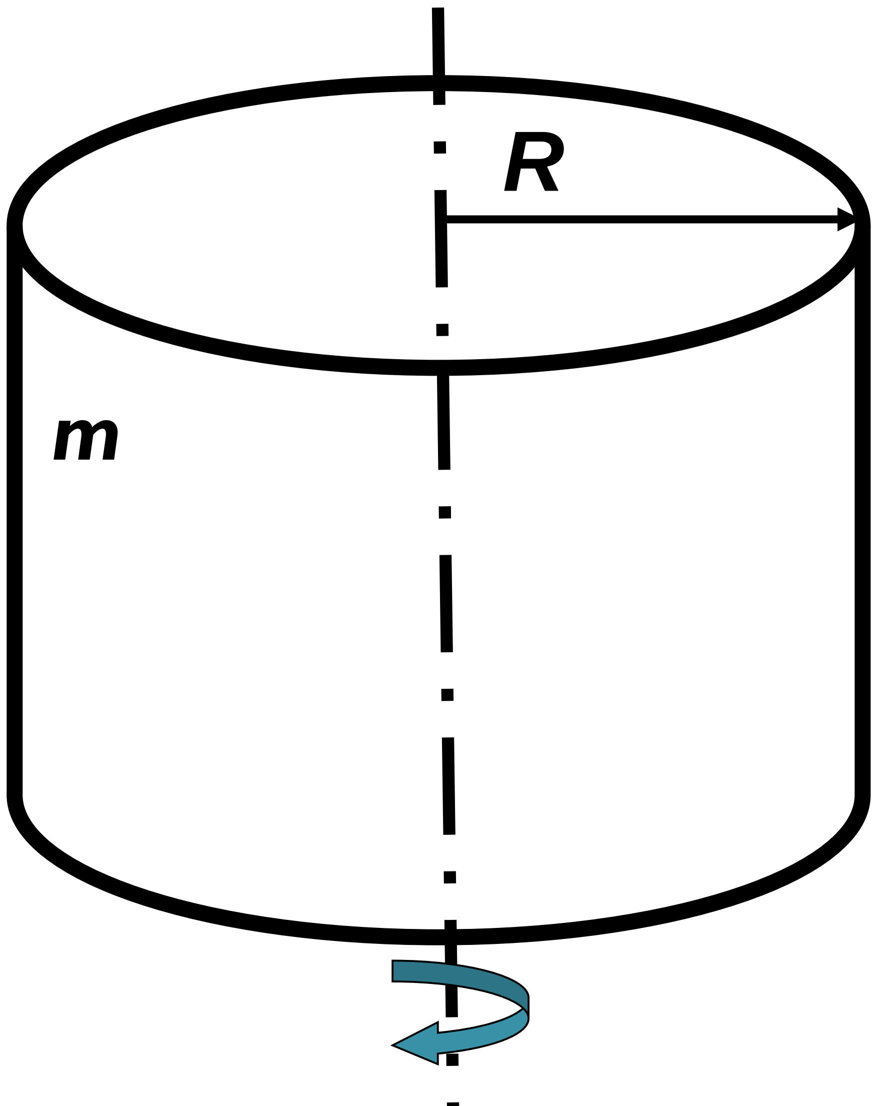
3. Vienalyčio, taisyklingos formos kūno inercijos momentas:

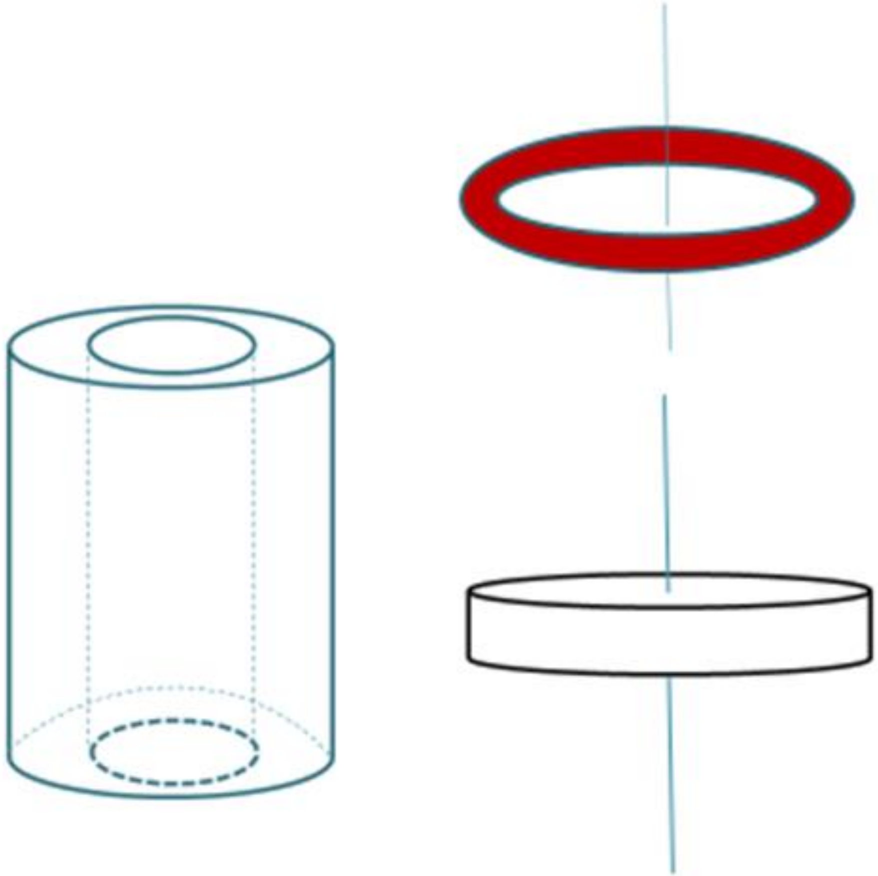
$$I = \int_{M} r^2 dm$$

Kai kurių ***m*** masės kūnų **inercijos momentai atžvilgiu ašies, einančios per jų masių centrą** (*jų simetrijos ašies atžvilgiu*)

$$I_0$$

Žiedo, cilindro, disko





1. *R, r*-tuščiavidurio cilindro (*žiedo*)

$$I_0 = \frac{m}{2} \cdot \left(R^2 + r^2\right)$$

2. *R ≈ r* – plonasienio cilindro (*žiedo*)

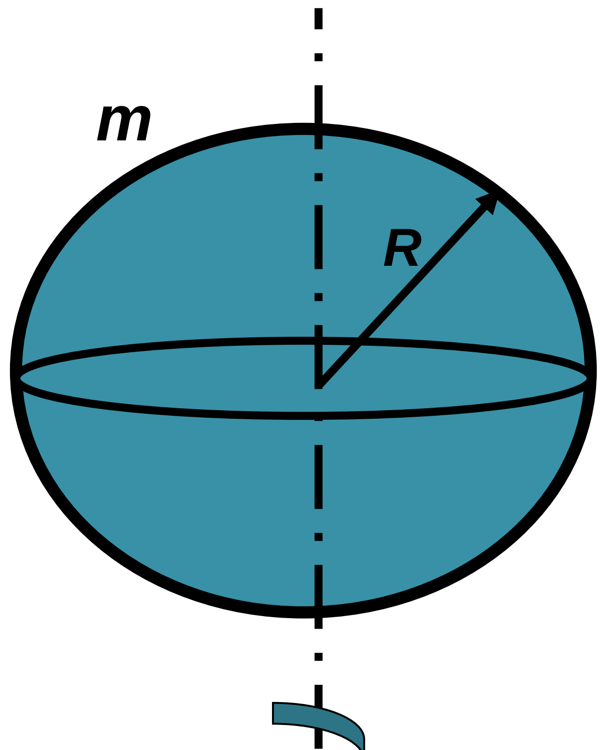
$$I_0 = m \cdot R^2$$

3. *r = 0* – ištisinio cilindro (*disko*)

$$I_0 = \frac{m}{2} \cdot R^2$$

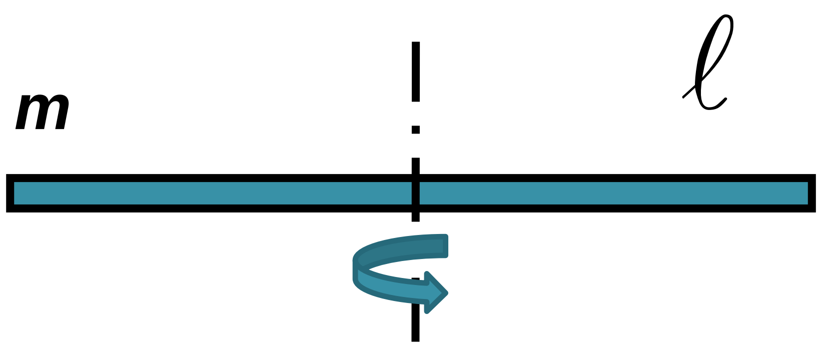
4. Vienalyčio rutulio (m, R)

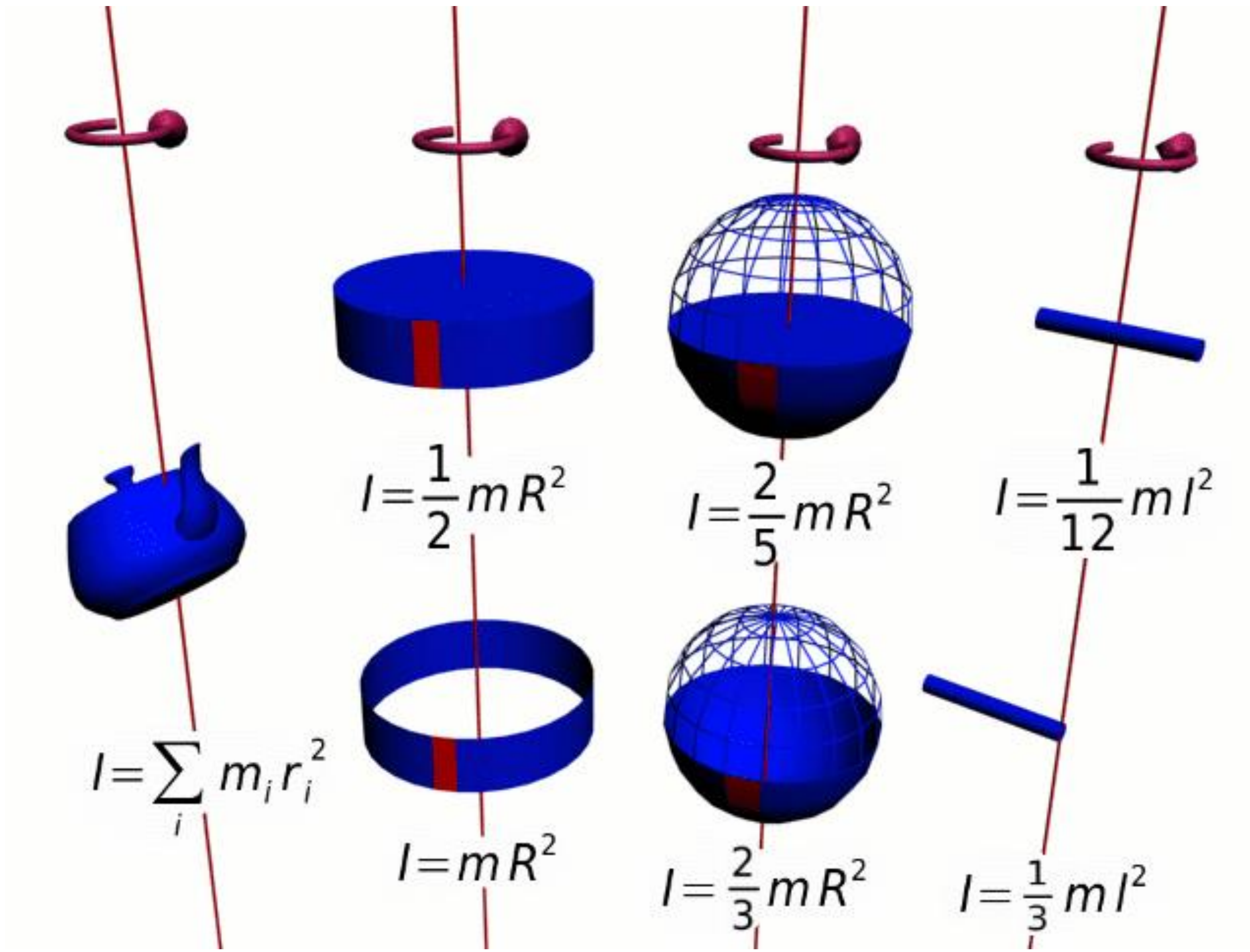
$$I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$$



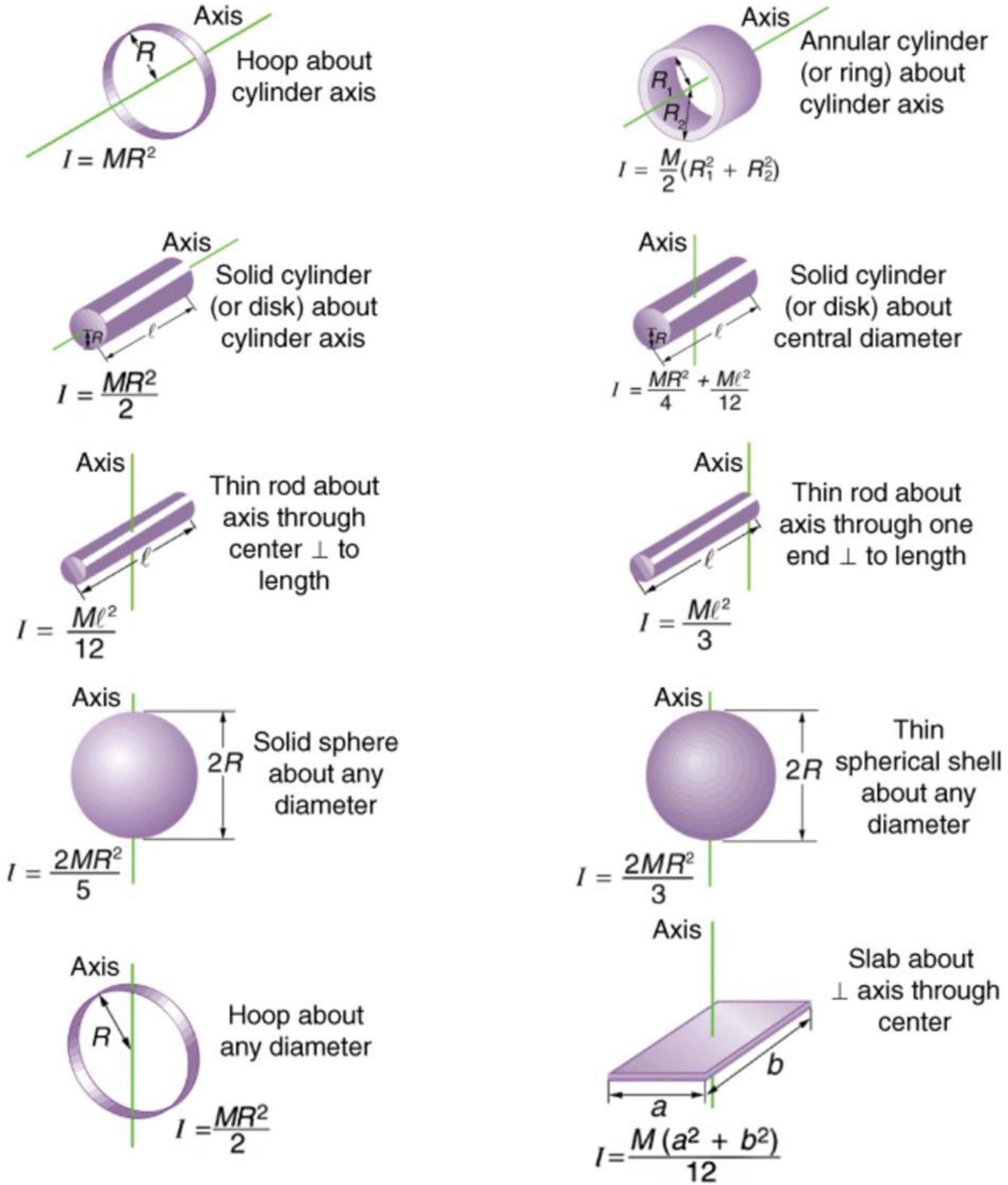
5. **Horizontalaus, vienalyčio strypo** (***m***, ℓ) atžvilgiu vertikalios ašies, einančios per strypo vidurį:

$$I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \ell^2$$





$I=\frac{1}{2}mR^2$
$I=\frac{2}{5}mR^2$
$I=\frac{1}{12}ml^2$
$I=\sum_i m_i r_i^2$
$I=mR^2$
$I=\frac{2}{3}mR^2$
$I=\frac{1}{3}ml^2$

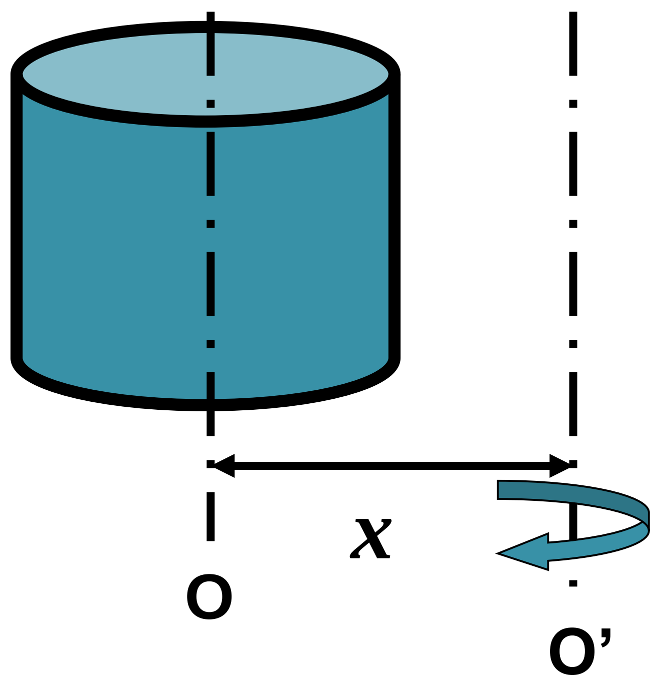


Axis
Hoop about cylinder axis
I = MR²
Axis
Annular cylinder (or ring) about cylinder axis
I = M/2 (R₁² + R₂²)
Axis
Solid cylinder (or disk) about cylinder axis
I = MR²/2
Axis
Solid cylinder (or disk) about central diameter
I = MR²/4 + Mℓ²/12
Axis
Thin rod about axis through center ⊥ to length
I = Mℓ²/12
Axis
Thin rod about axis through one end ⊥ to length
I = Mℓ²/3
Axis
Solid sphere about any diameter
2R
I = 2MR²/5
Axis
Thin spherical shell about any diameter
2R
I = 2MR²/3
Axis
Hoop about any diameter
I = MR²/2
Axis
Slab about ⊥ axis through center
a
b
I = M(a² + b²)/12

Šteinerio teorema

- ***Ji leidžia rasti kūno inercijos momentą bet kokios ašies, neinančios per kūno masių centrą, atžvilgiu.***

$$I = I_0 + m \cdot x^2$$



Kūno inercijos momentas *I*, bet kurios ašies atžvilgiu, yra lygus **kūno inercijos momento I_o, simetrijos ašies atžvilgiu,** ir **kūno masės *m* bei atstumo *x*, tarp abiejų lygiagrečių ašių kvadrato, sandaugos sumai.**

- **Minimalus kūno inercijos momentas yra simetrijos ašies atžvilgiu** (t.y., kai sukimosi ašis sutampa su simetrijos ašimi, $x = 0$).
- Inercijos momentas matuojamas: [***I***]= **kg· m²**.

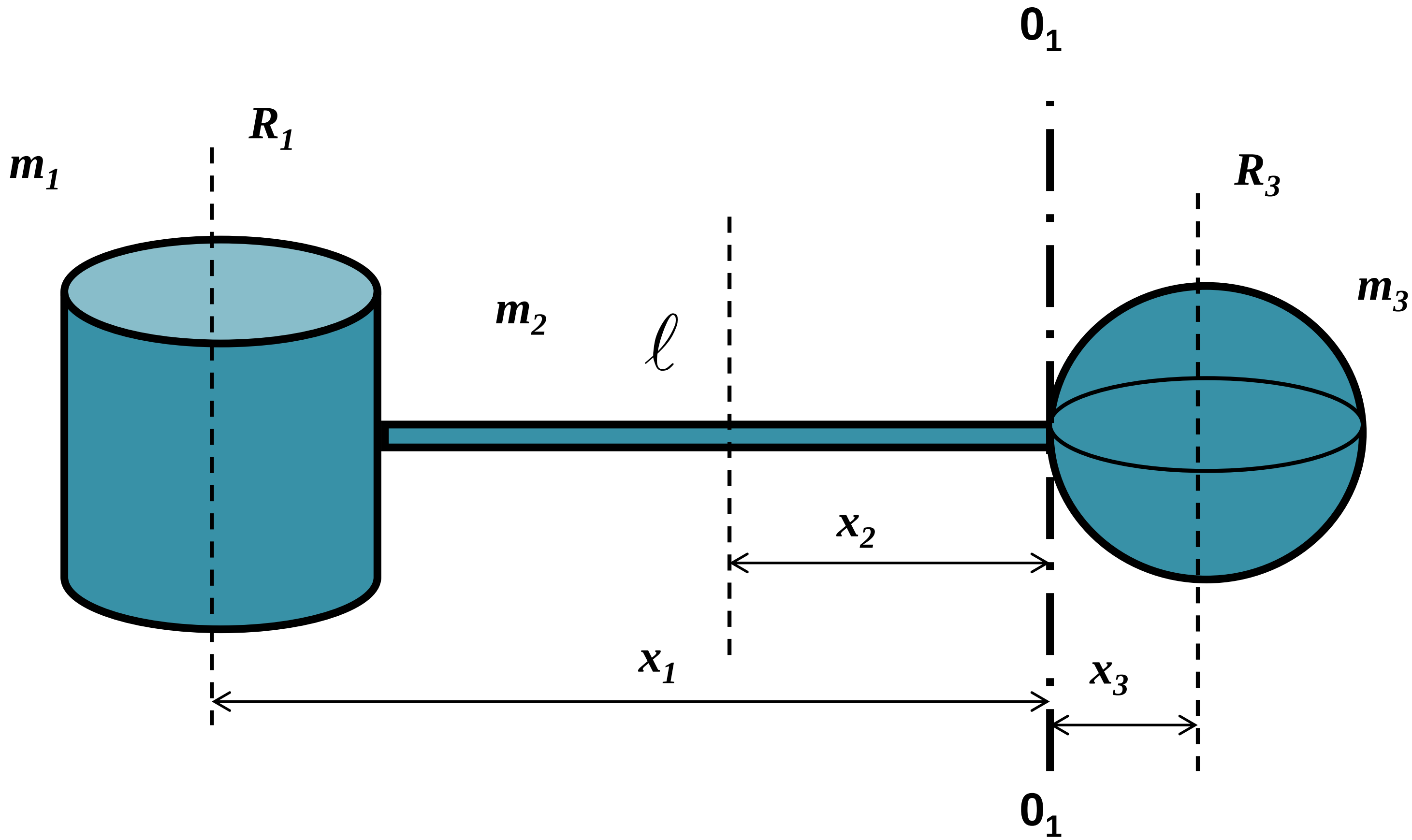
Sistemos, sudarytos iš

ištisinio cilindro (m_1,R_1),

plono strypo (m_2, ℓ) ir

rutulio (m_3,R_3),

inercijos momento skaičiavimas atžvilgiu ašies $0_1 0_1$.



$$x_1 = R_1 + \ell$$

$$x_2 = \ell / 2$$

$$x_3 = R_3$$

$$I = I_o + m \cdot x^2$$

$$I = I_{cilindr} + I_{strypo} + I_{rutulio}$$

$$I_{cilindr} = I_{0cilindr} + m_1 \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot R_1^2 + m_1 \cdot \left(R_1 + \ell\right)^2$$

$$I_{strypo} = I_{0strypo} + m_2 \cdot x_2^2 = \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot \ell^2 + m_2 \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$I_{rutulio} = I_{0rutulio} + m_3 \cdot x_3^2 = \frac{2}{5} \cdot m_3 \cdot R_3^2 + m_3 \cdot R_3^2$$

IMPULSO MOMENTAS $\vec{L}$

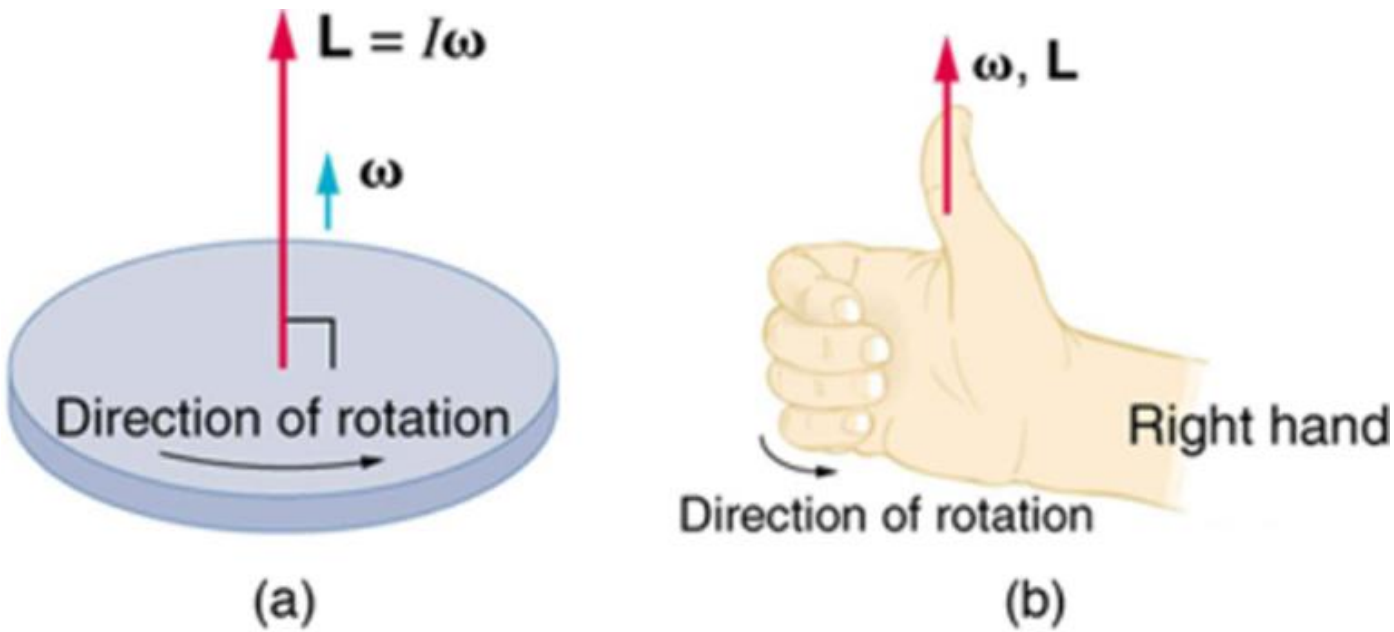
- **Materialaus taško impulso momentas $\vec{L}_i$ sukimosi ašies atžvilgiu yra lygus taško inercijos momento I_i ir kampinio sukimosi greičio $\vec{\omega}$, tos pačios ašies atžvilgiu, sandaugai:**

$$\vec{L}_i = I_i \cdot \vec{\omega}$$

Kieto kūno impulso momentas sukimosi ašies atžvilgiu:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

- Kūno impulso momento vektoriaus kryptis sutampa su kampinio greičio vektoriaus kryptimi (**impulso momentas yra ašinis vektorius**).
- Impulso momentas matuojamas: [***L***]=**kg· m²/s** .



L = Iω
ω
Direction of rotation
(a)
ω, L
Right hand
Direction of rotation
(b)

Pagrindinis dinamikos dėsnis sukamajam judėjimui

II-as Niutono dėsnis sukamajam judėjimui

Kūno impulso momento $\vec{L}$, pasirinktos ašies atžvilgiu, išvestinė laiko atžvilgiu skaitine verte yra lygi kūną veikiančiam sukimo momentui $\vec{M}$, tos pačios ašies atžvilgiu:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

- **Kūno impulso momentą, pasirinktos ašies atžvilgiu, gali pakeisti tik tos pačios ašies atžvilgiu veikiantis sukimo momentas:**

$$M = \frac{d\left(I \cdot \omega\right)}{dt}.$$

Jei kūno inercijos momentas nekinta, tai

- **kūną veikiantis sukimo momentas jam suteikia kampinį pagreitį:**

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}\ .$$

- **Kūno įgytas kampinis pagreitis** ***ε*** **yra proporcingas kūną veikiančiam sukimo momentui** ***M*** **ir atvirkščiai proporcingas kūno inercijos momentui** ***I*** **:**

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$$

Impulso momento tvermės dėsnis

Uždara (*izoliuota*) **vadiname tokią besisukančią sistemą, kurios neveikia išorinių jėgų sukimo momentai arba jų atstojamoji lygi nuliui:**

$$\sum_i \vec{M}_{išor_i} = 0$$

Impulso momento tvermės dėsnis

***Uždaroje sistemoje pilnutinis impulso momento vektorius laikui bėgant nekinta*:**

$$\sum_i \vec{L}_i = const\,.$$

Uždaroje sistemoje kūno inercijos momento ir jo sukimosi kampinio greičio sandauga laikui bėgant nekinta, t.y. didėjant kūno inercijos momentui, jo sukimosi kampinis greitis mažėja, ir atvirkščiai:

$$I \cdot \omega = const.$$

$$I \cdot \omega = const$$