

Comportamiento gráfico de funciones

Elaborado por César Pérez Mireles

Lineal

Una función lineal tiene la forma $y = f(x) = mx + b$ y su gráfica es una Línea Recta.

Características

-Su gráfica es una línea recta

-Signo de “b” provoca un movimiento vertical

-Signo de “m” provoca que la función sea creciente, decreciente o constante

-La gráfica cruza al eje “y” en el punto $(0, b)$, que es uno de los valores al origen

La gráfica cruza al eje “x” en el punto $(-\frac{b}{m}, 0)$, que es el otro valor al origen, es decir si $y=0$ entonces el valor de x es la solución de la ecuación

$$0 = mx + b$$

$$-b = mx$$

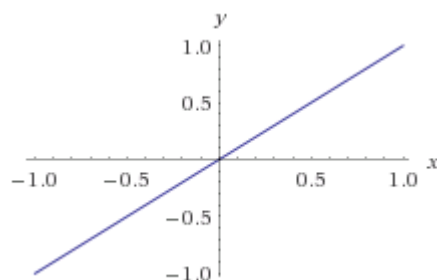
$$x = \frac{-b}{m}$$

-La pendiente de esta recta es m

-Los extremos de su gráfica van en sentidos opuestos

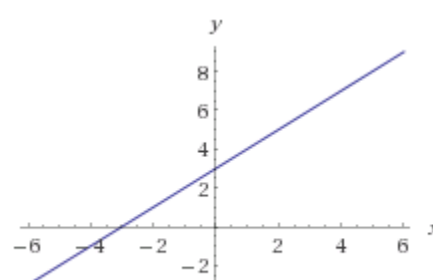
$y = x$ (creciente)

Pasa por 0 en eje y



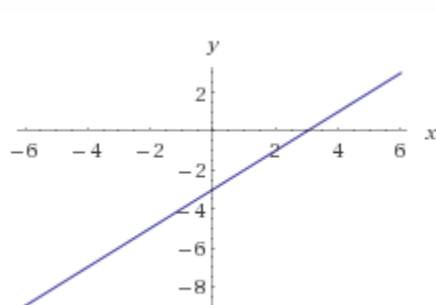
$y = x + 3$ (movimiento vertical hacia arriba)

Pasa por +3 en eje y



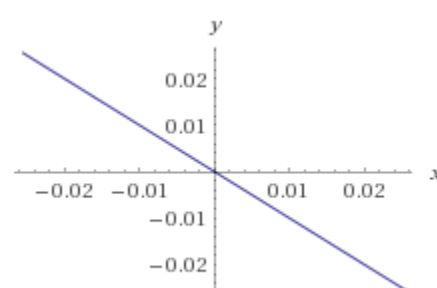
$y = x - 3$ (movimiento vertical hacia abajo)

Pasa por -3 en eje y

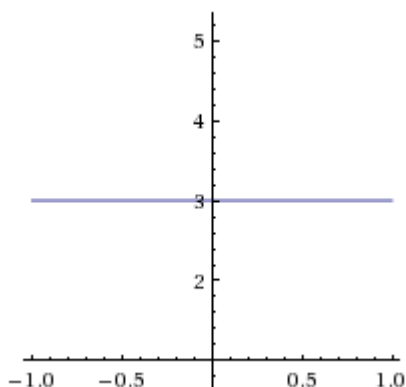


$y = -x$ (decreciente)

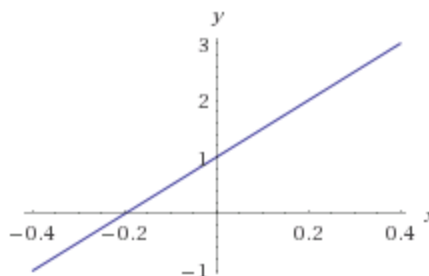
Pasa por 0 en eje y



$y = 3$ (constante y horizontal)
Pasa por -3 en eje y



$y = 5x + 1$ (creciente y movimiento vertical hacia arriba)
Pasa por +1 en eje y



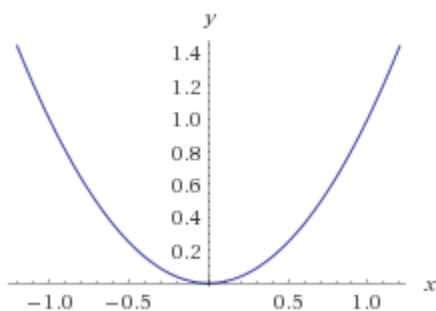
Cuadrática (grado 2)

Una función cuadrática o de grado 2 tiene un número 2 en su exponente mayor. Tiene la forma $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ y los extremos de su gráfica van hacia el mismo sentido.

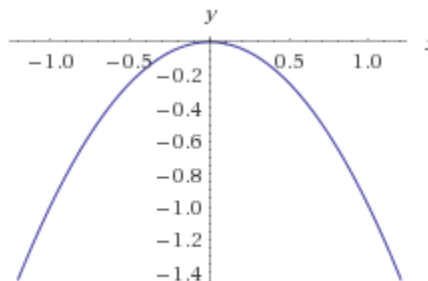
Características

- Su gráfica es una parábola en forma de "U"
- Signo de "a" provoca que los extremos de la gráfica o "ramas" vayan hacia arriba o hacia abajo, entre mayor sea su valor más cerrada es la forma de la gráfica
- La "b" afecta la ubicación de la parábola en el plano
- La "c" es el cruce con el eje "y" e indica movimiento vertical

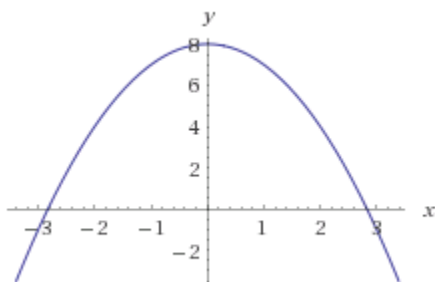
$y = x^2$ (ramas hacia arriba)
Pasa por 0 en eje y



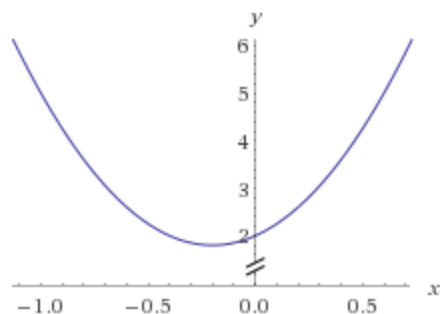
$y = -x^2$ (ramas hacia abajo)
Pasa por 0 en eje y



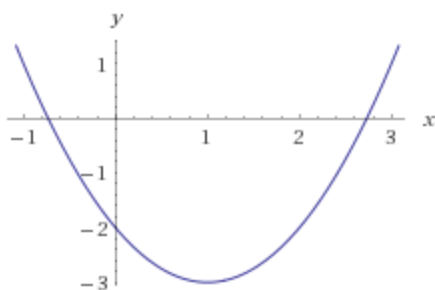
$y = -x^2 + 8$ (ramas hacia abajo)
Pasa por +8 en eje y



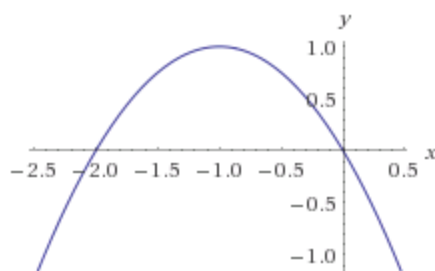
$y = 5x^2 + 2x + 2$ (ramas hacia arriba)
Pasa por +2 en eje y



$y = x^2 - 2x - 2$ (ramas hacia arriba)
Pasa por -2 en eje y



$y = -x^2 - 2x$ (ramas hacia abajo)
Pasa por 0 en eje y



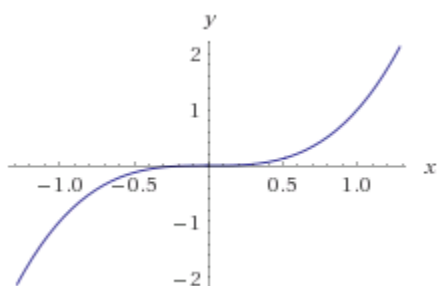
Polinomial (grado 3)

Una función polinomial de grado 3 es una función llamada cúbica por el número 3 de su exponente mayor. Tiene la forma $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ y los extremos de su gráfica van en sentidos opuestos.

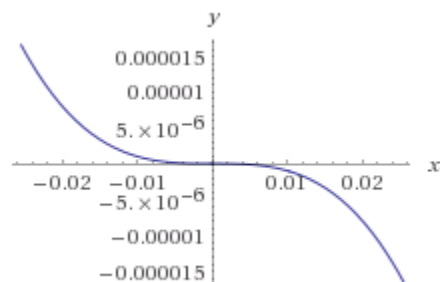
Características

- Su gráfica puede tener un máximo, un mínimo y un punto de inflexión
- Signo de "a" provoca que sea creciente o decreciente
- La "b" afecta la ubicación y forma de la gráfica en el plano
- La "c" afecta la ubicación y forma de la gráfica en el plano
- La "d" es donde cruza en el eje y

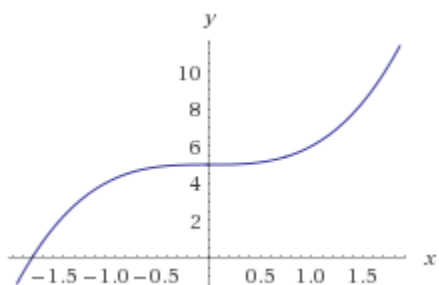
$y = x^3$ (creciente)
Pasa por 0 en eje y



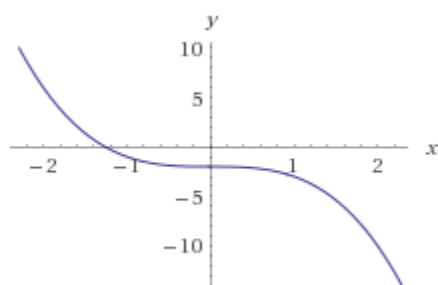
$y = -x^3$ (decreciente)
Pasa por 0 en eje y



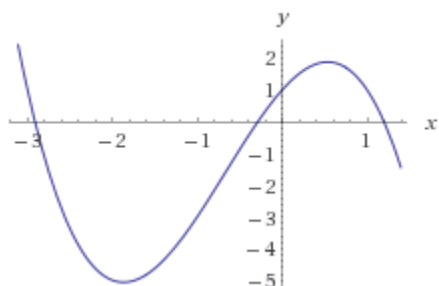
$y = x^3 + 5$ (creciente)
Pasa por +5 en eje y



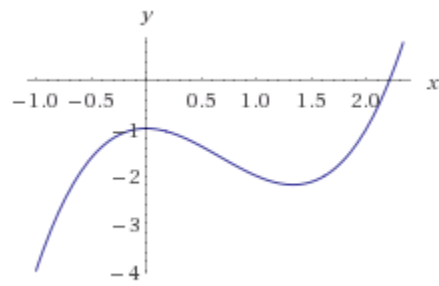
$y = -x^3 - 2$ (decreciente)
Pasa por -2 en eje y



$y = -x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (decreciente)
**Pasa por +1 en eje y, hay mínimo
 máximo y punto de inflexión**



$y = x^3 - 2x^2 - 1$ (creciente)
**Pasa por -1 en eje y, hay mínimo
 máximo y punto de inflexión**



Exponencial

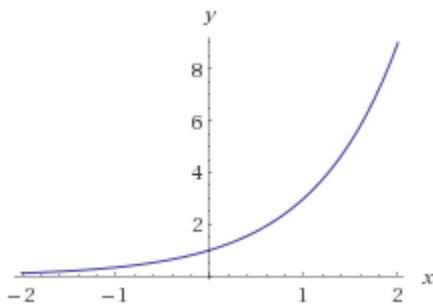
Se llama función exponencial de base “a” aquella cuya forma genérica es: $y = a^x$, siendo “a” un número distinto de 0 o 1. También está la forma base “e” siendo éste el número de Euler $= 2.71828...$

Características

- La función aplicada al valor cero es siempre igual a 1: $y = a^0 = 1$.
- La función exponencial de 1 es siempre igual a la base: $y = a^1 = a$.
- Todas las gráficas intersecan en el punto (0,1) y (1, a), cuando no hay constante sumando o restando a la función. Si a la función se le agrega una constante ($y = a^x + c$), ésta solo provoca movimientos verticales
- Siempre hay una asíntota horizontal en algún eje de las “x”
- Hay un reflejo de espejo con el eje y si $a < 1$ o si el signo del exponente x es negativo
- Hay un reflejo de espejo con el eje x si a es negativo

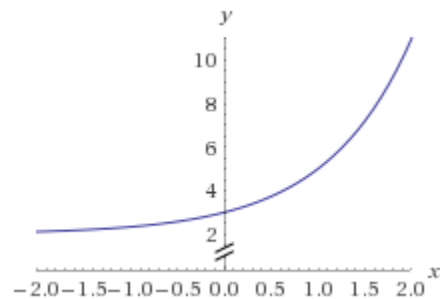
$$y = 3^x$$

Pasa por +1 en eje y



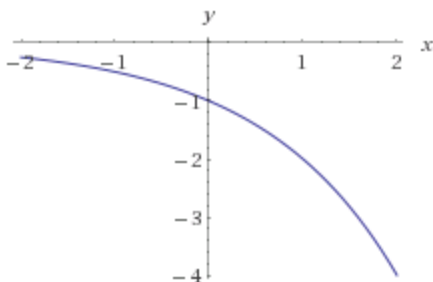
$$y = 3^x + 2$$

Pasa por +3 en eje y



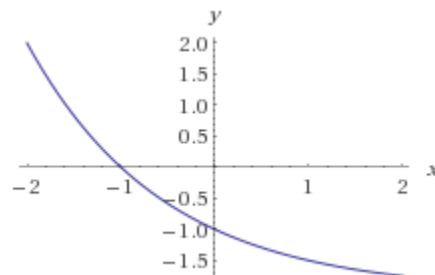
$$y = -2^x \text{ (reflejo en eje x)}$$

Pasa por -1 en eje y

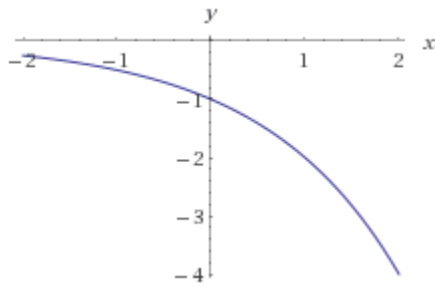


$$y = 0.5^x - 2 \text{ (reflejo en eje y)}$$

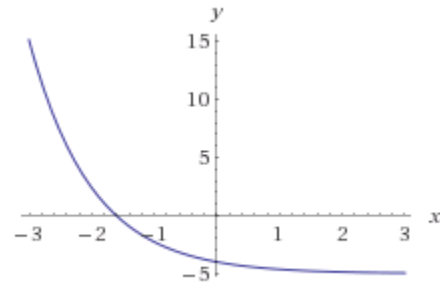
Pasa por -1 en eje y



$y = -0.5^x$ (doble reflejo en eje y más un reflejo en eje x)
Pasa por -1 en eje y



$y = e^{-x} - 5$ (reflejo en eje y)
Pasa por -4 en eje y



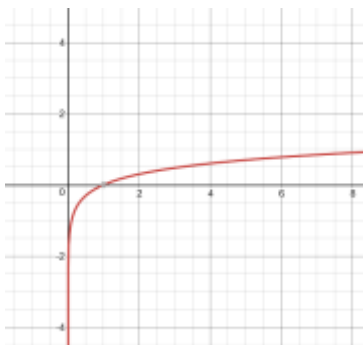
Logarítmica

Una función logarítmica es aquella que genéricamente se expresa como $y = \log_a(x)$, siendo “a” la base de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1. El logaritmo es la función inversa de la exponencial por lo que también existe la variante del número de Euler que es el logaritmo natural $y = \ln(x)$

Características

- La función logarítmica sólo existe para valores de x positivos, sin incluir el cero.
- En el punto $x = 1$, la función logarítmica se anula, ya que $\log_a(1) = 0$, en cualquier base
- Si solo aparece la función $\log(x)$ significa que es base 10 o $a=10$
- La función logarítmica de la base es siempre igual a 1.
- Siempre hay una asíntota vertical en algún eje de las “y”
- Hay un reflejo de espejo con el eje x si $0 < a < 1$ o si el signo del logaritmo es negativo
- Hay un reflejo de espejo con el eje y si el signo de x es negativo
- Si a la función se le agrega una constante ($y = \log_a(x) + c$), ésta solo provoca movimientos verticales

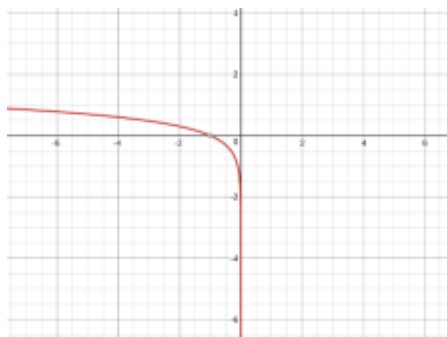
$y = \log(x)$



$y = -\log(x)$ (Reflejo en eje x)



$y = \log(-x)$ (Reflejo en eje y)



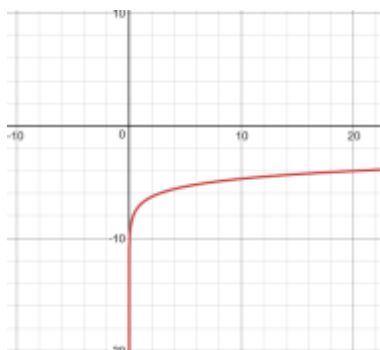
$y = -\log(-x) + 3$ (Reflejo en eje "y" y "x" más 3 unidades hacia arriba)



$y = \log_{0.5}(x)$ (Reflejo en eje x)



$y = \ln(x) - 7$ (7 unidades hacia abajo)



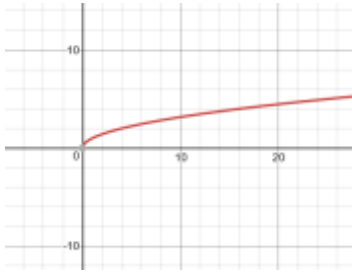
Radical

Una función radical o irracional es en la que en su definición aparece un radical, o lo que es lo mismo una raíz. Tienen la forma de $y = \sqrt{ax + b}$

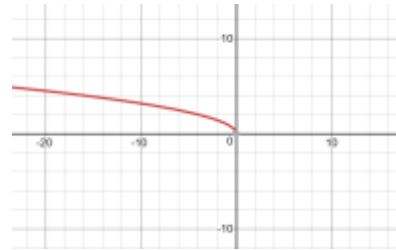
Características

- La función original parte del origen (0,0)
- Existe un movimiento vertical si se suma o resta un número c a la raíz, la representación se traslada hacia arriba o hacia abajo respectivamente ($y = \sqrt{ax + b} + c$)
- Existe un movimiento horizontal si al valor de b tiene un valor positivo o negativo, se traslada hacia la izquierda si es positivo y a la derecha si es negativo
- Si el valor de x se multiplica por un valor mayor a 1 la gráfica se estirará y se comprimirá cuando el valor está entre 0 y 1
- Existe un reflejo con el eje x si el signo de la raíz es negativo
- Existe un reflejo con el eje y si el signo de x es negativo

$$y=\sqrt{x}$$



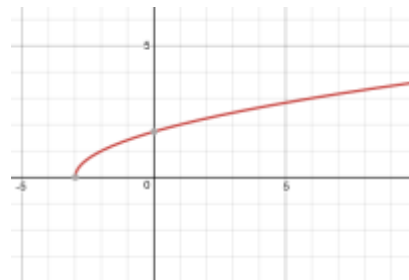
$$y=\sqrt{-x} \text{ (Reflejo en eje y)}$$



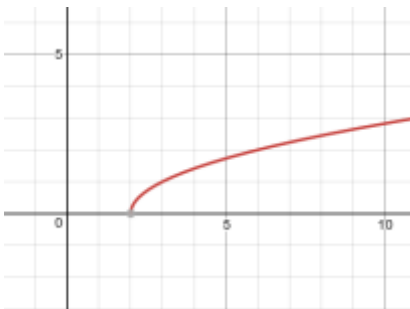
$$y=-\sqrt{x} \text{ (reflejo en eje x)}$$



$$y=\sqrt{x+3} \text{ (3 unidades a la izquierda)}$$



$$y=\sqrt{x-2} \text{ (2 unidades a la derecha)}$$



$$y=\sqrt{x}+5 \text{ (5 unidades hacia arriba)}$$

