

# Projektarbeit: Optische Dünnschichtsysteme

Oğuzhan Aygün, Abdul-Malik Jakupi

WiSe 2025

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Das Prinzip optischer Dünnschichtsysteme</b>	<b>3</b>
<b>2 Mathematisch-Physikalisches Modell</b>	<b>4</b>
2.1 Reflexion und Transmission . . . . .	4
2.2 Die Transfermatrixmethode . . . . .	5
<b>3 Algorithmische Umsetzung</b>	<b>5</b>
<b>4 Benutzeroberfläche</b>	<b>5</b>
<b>5 Simulationsergebnisse</b>	<b>5</b>

# 1 Das Prinzip optischer Dünnschichtsysteme

Der Begriff optische Dünnschichtsysteme bezeichnet üblicherweise ein System aus oft nur wenigen Nanometer dünnen Schichten, dessen Zweck darin liegt, Wellen und ihre *Interferenz* gezielt zu nutzen, um einen gewünschten Reflexions- und Transmissionsgrad zu erreichen. Dünnschichtsysteme sind ein wichtiger Bestandteil im Bereich der Optik und haben auch in anderen Fachgebieten einige Anwendungen, z.B.:

- Antireflexbeschichtungen in Brillengläsern, Hochreflexschichten wie in Spiegeln oder Kameraobjektiven in der Optik
- Beschichtung von Geräten in der Medizintechnik
- Herstellung von Prozessoren bei Mikroelektronik

Dafür bedient man sich meist verschiedenster Materialien wie z.B. Titanoxid, Magnesiumfluorid oder Aluminiumoxid, die alle einen individuellen Brechungsindex besitzen. Diese Eigenschaft werden in allen Anwendungen als das essentielle Werkzeug genutzt, um das jeweilige Ziel im gewünschten Wellenbereich zu erreichen. Dies kann z.B. im Fall von Brillengläsern destruktive Interferenz sein, bei anderen Anwendungen, wie Spiegeln, aber auch konstruktive Interferenz.

Im Folgenden wird die Berechnung des bereits besprochenen Reflexions- und Transmissionsgrades beschrieben, um ein möglichst realistisches Programm zur Erfassung eben dieser zu entwickeln. Sie wird in Abhängigkeit der vorliegenden Brechungsindize, dicke der Schichten und dem Einfallswinkel berechnet.

Das grundlegende Problem, das es hier zu lösen gilt, ist die *effiziente* Berechnung des Reflexions- und Transmissionsgrades, da es durch die Existenz mehrerer Schichten, zu einem langen Prozess von Rekalkulationen kommt, bei der bei jedem Durchdringen einer der Schichten ein neuer Prozess in beide Richtungen gestartet wird, was die Komplexität dieser Berechnung um einiges erhöht. Eine Visualisierung des Prozesses in einem Mehrschichtsystem ist in Abbildung 1 dargestellt. Genutzt wird dafür die Transfermatrixmethode, welche anhand der Polarisation, des Einfallswinkels und den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten, an jeder Grenzfläche, ein Reflexionspektrum als Resultat liefert.

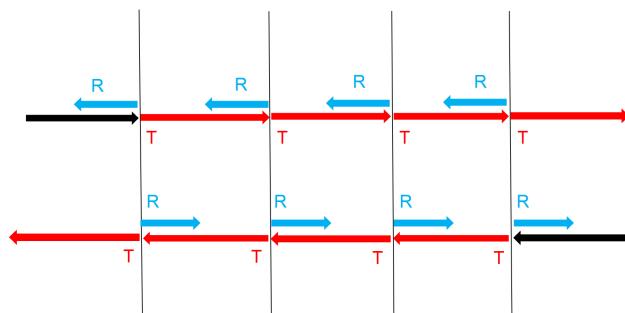


Abbildung 1: Darstellung der Reflexion und Transmission im Mehrschichtsystem

## 2 Mathematisch-Physikalisches Modell

Wie bereits erwähnt müssen genau zwei Dinge bewältigt werden, um dieses Prinzip in eine mathematische Form zu bringen. Die Reflexion- und Transmission muss ermittelt werden und um einige zusätzliche Rechenoperationen zu vermeiden, muss die Transfermatrixmethode genutzt werden.

### 2.1 Reflexion und Transmission

Im Allgemeinen werden die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten von elektromagnetischen Wellen, an einer Grenzfläche zwischen zwei Schichten, mit den *fresnelschen Formeln* ermittelt. Dabei ist  $n$  der (komplexe) Brechungsindex der jeweiligen Schicht. Ihr reeller Teil ist verantwortlich für die Darstellung der Brechung des Lichts an der Grenzfläche, während ihr imaginärer Teil die Absorption des Lichts beschreibt. Sie kann durch den Term

$$e^{i\frac{(n+i\kappa)\varphi}{c}z}$$

formuliert werden, aber um einen Term zu erhalten, der jeweils den reellen- und den komplexen Brechungsindex beschreibt, wird wie folgt umgestellt:

$$e^{i\frac{n\varphi}{c}z} \cdot e^{-\frac{\kappa\varphi}{c}z}.$$

Dabei handelt es sich um die Absorption

$$e^{-\frac{\kappa\varphi}{c}z}$$

und die Phasenverschiebung

$$e^{i\frac{n\varphi}{c}z}.$$

Das  $\alpha$  ist der Einfallswinkel in die Grenzfläche und  $\beta$  der Brechungswinkel zwischen den beiden Schichten. Der Brechungswinkel lässt sich durch das Snelliussche Brechungsgesetz definieren:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Wird nun schlicht nach  $\beta$  aufgelöst entsteht folgende Definition:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)$$

Der letzte wichtige Aspekt der mit einbezogen wird ist die Polarisation. Abhängig davon ob das Licht senkrecht oder parallel zur Einfallsebene schwingt, variieren die Formeln.

Senkrechte Polarisation:

$$r_s = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta}, \quad t_s = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta}$$

Parallele Polarisation:

$$r_p = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}, \quad t_p = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

Dieser Prozess liefert nun die Koeffizienten an der Grenzfläche zwischen zwei Schichten und muss für jede Schicht, bzw. Grenzüberschreitung in die nächste Schicht erfolgen. Die Resultate werden in der Transfermatrixmethode verwertet.

## 2.2 Die Transfermatrixmethode

Es handelt sich bei der Transfermatrixmethode um eine elegante mathematische Lösung für das Problem der unendlichen Teilwellen. Anstatt schlicht den Verlauf des Lichtstrahls zu verfolgen, wird das gesamte Mehrschichtsystem betrachtet. Die Grundlage hierfür sind die fresnelschen Formeln, da sie das Verhältnis der Amplituden auf der linken und rechten Seite der Grenzfläche beschreiben. Das resultierende Gleichungssystem kann auch in Matrixschreibweise geschrieben werden, sodass klar wird, dass durch Matrixmultiplikation in den wie folgt definierten Matrizen, der Reflexionsgrad berechnet werden kann.

Es werden jeweils zwei Arten von Matrizen gebildet, dabei bestimmt die Matrix D die Reflexion und Transmission an der Grenzfläche, während die Matrix P die Phasenverschiebung innerhalb einer Schicht beschreibt. Die Matrix D besitzt die Form

$$D = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix},$$

wobei  $r$  dem berechneten Reflexions- und  $t$  dem Transmissionskoeffizienten aus den fresnelschen Formeln entsprechen. Die Matrix P hat die Form

$$P = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

mit

$$\varphi = \frac{2\pi n d \cos(\beta)}{\lambda},$$

wobei  $d$  die Dicke,  $n$  der Brechungsindex und  $\beta$  der Brechungswinkel der Schicht sind. Die Transfermatrix selbst ergibt sich nun aus der Multiplikation der entstandenen Matrizen

$$M = D_0 \cdot P_0 \cdot D_1 \cdot P_1 \dots D_{n-1} \cdot P_n \cdot D_n$$

und wird anschließend genutzt um den Reflexionsgrad R, nach der Definition der Intensität einer elektromagnetischen Welle,

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2$$

zu bestimmen.

## 3 Algorithmische Umsetzung

## 4 Benutzeroberfläche

## 5 Simulationsergebnisse