Números racionales

Definición:

Los números racionales son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros o, más exactamente, un entero y un natural positivo; es decir, una fracción común con numerador y denominador distinto de cero. El término «racional» alude a una fracción o parte de un todo.

$$\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Fracción canónica y equivalencia:

Dada una fracción $\frac{a}{b}$

*) Al entero a se le llama Numerador.

*) Al entero b se le llama Denominador.

*) Se dice que es Canónica si a y b son primos entre si.

Ejemplos:

La fracción $\frac{3}{5}$ SI es canónica.

La fracción $\frac{3}{6} = \frac{3}{2.3}$ NO es canónica. $\left(\frac{1}{2}\right)$

Dos fracciones $\frac{a}{b} . \frac{c}{d}$ se dicen equivalentes o iguales si o solo si a.d es igual a c.b

Operaciones:

a) Suma:

*) Si los denominadores son primos entre si, es decir, no hay factores comunes: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + c.b}{b.d}$

*) Ejemplo: $\frac{1}{2} + \frac{4}{3} = \frac{1.3 + 4.2}{2.3} = \frac{11}{6}$

*) Si los denominadores no son primos entre si, es decir, no tienen factores comunes: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}:=\frac{a\frac{m}{b}+c\frac{m}{b}}{m}$ donde m es el M.C.M de los denominadores, en este caso b y d

*) Ejemplo: $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{3.\frac{12}{4}}{12}+\frac{5.\frac{12}{6}}{12}=\frac{3.3+5.2}{12}=\frac{19}{12}$

b) Producto: el producto de dos fracciones sera una nueva fracción donde el numerador sea el producto de los numeradores y el denominador el producto de los denominadores, es decir, los dos números de arriba se multiplican y se colocan arriba y los dos números de abajo se multiplican y se colocan abajo.

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}:=\frac{a.c}{b.d}$$

*) Ejemplo: $\frac{3}{5}.\frac{7}{6}=\frac{3.7}{5.6}=\frac{21}{30}$ esta fracción NO es canónica.

*) Ejemplo: $\frac{3}{5}.\frac{7}{6}=\frac{3.7}{5.2.3}=\frac{7}{5.2}=\frac{7}{10}$ esta fracción SI es canónica.

c) Resta: La operación que a todo par de números racionales le hace corresponder su diferencia se llama resta y se la considera *operación inversa* de la suma.

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(\frac{-c}{d}\right)$$

*) Ejemplo: $\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{3}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3.6+(-5).4}{24}=\frac{18-20}{24}=\frac{-2}{24}$,

d) División: La división de dos fracciones es otra fracción que se obtiene multiplicando el dividendo por el inverso del divisor.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}.\frac{d}{c}=\frac{a.d}{b.c}$$

*) Ejemplo: $\frac{3}{5}:\frac{2}{9}=\frac{3}{5}.\frac{9}{2}=\frac{3.9}{5.2}=\frac{27}{10}$

Ejemplo Práctico:

a) $\frac{5}{3}.\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}-\frac{7}{8}+\frac{2}{5}\right)$ =

$\frac{5}{3}.\left(\frac{2.40}{120}+\frac{5.20}{120}-\frac{3.30}{120}-\frac{7.15}{120}+\frac{2.24}{120}\right)$ =

$\frac{5}{3}.\left(\frac{80+100-90-105+48}{120}\right)$ =

$$\frac{5}{3}.\left(\frac{33}{120}\right)=\frac{5.33}{3.120}=\frac{5.3.11}{3.2.2.2.3.5}=\frac{11}{2.2.2.3}=\frac{11}{24}$$