Corrigé exercice 78 :

1. Voici le tableau de signes de f :

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. D'après ce tableau de signes, on peut écrire la forme factorisée de f.
   Ainsi : $f(x) = a\left[(x-(-4))\right](x-3) = a(x+4)(x-3)$.

   Par lecture graphique, on a : $f(0) = -6$.

   Donc : $a(0+4)(0-3) = -6$ soit $a \times 4 \times (-3) = -6$ donc $-12a = -6$ soit $a = \frac{1}{2}$

   En conclusion, on a : $f(x) = \frac{1}{2}(x+4)(x-3)$.

Corrigé exercice 79 :

D'après le premier point, on dresse le tableau de signes de f :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On peut donc écrire que, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = a(x-1)(x-2)$.

Le deuxième point permet d'écrire : $f(0) = 3$.

Donc : $a(0-1)(0-2) = 3$ soit $a \times (-1) \times (-2) = 3$ d'où $2a = 3$ donc $a = \frac{3}{2}$.

L'expression de f est donc $f(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Corrigé exercice 80 :

D'après l'énoncé, on a des informations sur la forme factorisée de f.
Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = a\left[x-(-2)\right](x-7) = a(x+2)(x-7)$.

De plus, f est d'abord négative, puis positive. On peut donc en conclure que : $a < 0$.

On peut donc prendre comme exemple : $a = -2$.
Ainsi une expression possible de f est : $f(x) = -2(x+2)(x-7)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Corrigé exercice 81 :

Dans la suite, on considère que les fonctions affines sont de la forme $x \mapsto mx + p$ avec m et p réels.

1. Cette expression est le produit de deux fonctions affines.
   On résout donc : $x - 2 = 0$ si et seulement si $x = 2$ ($m = 1 > 0$).
   On résout : $x + 5 = 0$ si et seulement si $x = -5$ ($m = 1 > 0$).

   On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 5$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$5(x-2)(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Par lecture du tableau de signes précédent, on obtient :
   a. $S = \{-5; 2\}$
   b. $S = [-5; 2]$
   c. $S =]-\infty; -5[\cup]2; +\infty[$

Corrigé exercice 82 :

Pour résoudre de telles inéquations, on doit établir les tableaux de signes des fonctions.

Dans la suite, on considère que les fonctions affines sont de la forme $x \mapsto mx + p$ avec m et p réels.

1. Cette expression est le produit de deux fonctions affines.
   On résout donc : $x + 2 = 0$ si et seulement si $x = -2$ ($m = 1 > 0$).
   On résout : $x - 6 = 0$ si et seulement si $x = 6$ ($m = 1 > 0$).

   On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-2		6		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$5(x+2)(x-6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S =]-2;6[$.

2. Cette expression est le produit de deux fonctions affines.
   On résout donc : $x-5=0$ si et seulement si $x=5$ ($m=1>0$).
   On résout : $x+11=0$ si et seulement si $x=-11$ ($m=1>0$).

   On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-11		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+11$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-5)(x+11)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$-(x-5)(x+11)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S = [-11;5]$.

Corrigé exercice 83 :

1. Pour déterminer les antécédents de 0 par f, on résout l'équation $f(x)=0$.
   Donc : $6(x-3)(x+4)=0$ si et seulement si $x-3=0$ ou $x+4=0$
   si et seulement si $x=3$ ou $x=-4$
   Les antécédents de 0 par f sont -4 et 3.

2. Pour déterminer l'ensemble des abscisses des points de C_f situés au-dessus de l'axe des

abscisses, on doit résoudre : $f(x) \geqslant 0$.
$6(x-3)(x+4) \geqslant 0$ si et seulement si $(x-3)(x+4) \geqslant 0$

On va donc étudier le signe de $(x-3)(x+4)$.

Dans la suite, on considère que les fonctions affines sont de la forme $x \mapsto mx+p$ avec m et p réels. L'expression $(x-3)(x+4)$ est le produit de deux fonctions affines.

On résout donc : $x-3=0$ si et seulement si $x=3$ ($m=1>0$).
On résout : $x+4=0$ si et seulement si $x=-4$ ($m=1>0$).

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)(x+4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

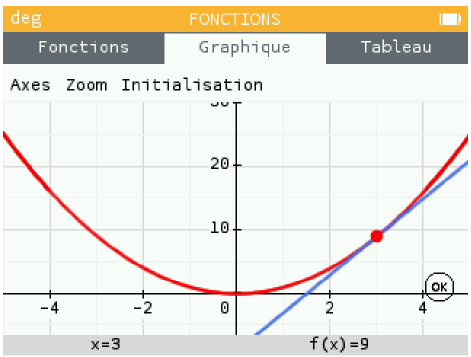
Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ sont donc : $S =]-\infty ; -4] \cup [3 ; +\infty[$.

Donc, l'ensemble des abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés au-dessus de l'axe des abscisses est $]-\infty ; -4] \cup [3 ; +\infty[$.

<u>Remarque</u> : L'ensemble des abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés **strictement** au-dessus de l'axe des abscisses est $]-\infty ; -4[\cup]3 ; +\infty[$.

Corrigé exercice 84 :

1.
   a. Voici l'écran de la calculatrice obtenu :



   b. D'après ce graphique, on peut conjecturer qu'il existe un seul point d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de coordonnées $(3 ; 9)$.

c. D'après ce graphique, on peut conjecturer que la courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$ sur $\mathbb{R}$. Les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont sécantes au point d'abscisse 3.

2. Pour tout réel x, on a :
$f(x) - g(x) = x^2 - (6x - 9) = x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x-3)^2$.
Pour démontrer les conjectures précédentes, on étudie le signe de $(x-3)^2$.

On résout : $(x-3)^2 = 0$ si et seulement si $x - 3 = 0$ si et seulement si $x = 3$.
De plus, pour tout réel x, $(x-3)^2 \geqslant 0$

On peut donc en conclure que la courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$ sur $\mathbb{R}$ et que les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont sécantes uniquement au point d'abscisse 3.