Corrigé exercice 26 :

1. $f(x) = 2x - 3x^2 - 1$: forme développée
   Avec : $a = -3$, $b = 2$ et $c = -1$
2. $f(x) = 4(x-3)(x+2)$: forme factorisée
   Avec : $a = 4$, $x_1 = 3$ et $x_2 = -2$
3. $f(x) = -\pi x^2 + 2x$: forme développée
   Avec : $a = -\pi$, $b = 2$ et $c = 0$
4. $f(x) = -2x^2$: formes développée, factorisée et canonique
   Avec : $a = -2$, $b = c = 0$
   Et : $a = -2$, $x_1 = x_2 = 0$
   Et enfin : $a = -2$, $\alpha = 0$ et $\beta = 0$
5. $f(x) = 5 - 6(x+2)^2$: forme canonique

   Avec : $a = -6$, $\alpha = -2$ et $\beta = 5$
6. $f(x) = 6(x+1)(4-x)$: forme factorisée
   Avec : $a = -6$, $x_1 = -1$ et $x_2 = 4$

Corrigé exercice 27 :

1. f est donnée par sa forme factorisée : $a = -1 < 0$, $x_1 = 2$ et $x_2 = -3$.
   D'après le signe de a, f est associée à la courbe C_3.

   g est donnée par sa forme développée : $a = 3 > 0$, $b = 5$ et $c = -1$.
   La courbe passant par le point de coordonnées $(0; -1)$ est la courbe C_1.

   h est donnée par sa forme canonique : $a = 7 > 0$, $\alpha = 1$ et $\beta = 2$.
   La courbe ayant pour sommet le point de coordonnées $(1; 2)$ est la courbe C_2.

2. Pour déterminer l'ordonnée du point d'intersection entre C_2 et l'axe des ordonnées, il faut calculer $h(0)$.
   On a : $h(0) = 7(0-1)^2 + 2$
   $= 7 \times 1^2 + 2$
   $7 \times 1 + 2$
   $= 7 + 2$
   $= 9$

   L'ordonnée du point d'intersection entre C_2 et l'axe des ordonnées est donc 9.

Corrigé exercice 28 :

Toutes les fonctions sont données par la forme canonique de leur expression.

Fonction	a	α	β	Extremum	Sommet
f	6	1	1	minimum	$S(1; 1)$
g	6	- 1	1	minimum	$S(-1; 1)$
h	6	- 1	- 1	minimum	$S(-1; -1)$

On peut donc conclure que :

C_1 est associée à la fonction g.
C_2 est associée à la fonction h.
C_3 est associée à la fonction f.

Corrigé exercice 29 :

1. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 2^2 = x^2 - 4x + 4$

2. $x^2 + 2x + 1^2 = (x+1)^2$

   $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

3. $x^2 + 6x = \left(x + \frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2$
   $x^2 + 6x = (x+3)^2 - 3^2$
   $x^2 + 6x = (x+3)^2 - 9$

4. $x^2 - 4x = \left(x - \frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2$
   $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 2^2$
   $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$

Corrigé exercice 30 :

1. On résout : $(x-4)^2 = 144$
   $x - 4 = -\sqrt{144}$ ou $x - 4 = \sqrt{144}$
   $x - 4 = -12$ ou $x - 4 = 12$
   $x = -12 + 4$ ou $x = 12 + 4$
   $x = -8$ ou $x = 16$

   Donc : $S = \{-8; 16\}$.

2. On résout : $(x+2)^2 + 5 = 6$
   $(x+2)^2 = 6 - 5$
   $(x+2)^2 = 1$
   $x + 2 = -\sqrt{1}$ ou $x + 2 = \sqrt{1}$
   $x + 2 = -1$ ou $x + 2 = 1$
   $x = -1 - 2$ ou $x = 1 - 2$
   $x = -3$ ou $x = -1$

   Donc : $S = \{-3; -1\}$.

3. On résout : $3(x+1)^2 - 7 = 5$
   $3(x+1)^2 = 5 + 7$
   $3(x+1)^2 = 12$
   $(x+1)^2 = \frac{12}{3}$
   $(x+1)^2 = 4$
   $x + 1 = -\sqrt{4}$ ou $x + 1 = \sqrt{4}$
   $x + 1 = -2$ ou $x + 1 = 2$
   $x = -2 - 1$ ou $x = 2 - 1$
   $x = -3$ ou $x = 1$

   Donc : $S = \{-3; 1\}$.

4. On résout : $-5(x+1)^2 - 10 = 0$
   $-5(x+1)^2 = 10$

   $(x+1)^2 = -2$
   Dans $\mathbb{R}$, un carré est toujours positif.
   Donc, l'équation n'admet pas de solution : $S = \emptyset$.

Corrigé exercice 31 :

1. La fonction f est donnée par sa forme canonique avec $a = -1 < 0$, $\alpha = -7$ et $\beta = 2$.
   On peut donc dresser le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-7		$+\infty$
f		$\nearrow$	2	$\searrow$	

2. La fonction f est donnée par sa forme canonique avec $a = -2 < 0$, $\alpha = 0$ et $\beta = \frac{2}{5}$.
   On peut donc dresser le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		$\nearrow$	$\frac{2}{5}$	$\searrow$	

Corrigé exercice 32 :

Dans la suite, on considère que les fonctions affines sont de la forme $x \mapsto mx + p$ avec m et p réels.

1. Déterminons le signe de $g(x) = (x-7)(x+3)$.
   On résout :
   $x - 7 = 0$ si et seulement si $x = 7$ (avec $m = 1 > 0$)
   $x + 3 = 0$ si et seulement si $x = -3$ (avec $m = 1 > 0$)

   On peut dresser le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-3		7		$+\infty$
$x-7$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Déterminons le signe de $h(x) = 5(x-9)(x-1)$.
   On résout :
   $x - 9 = 0$ si et seulement si $x = 9$ (avec $m = 1 > 0$)
   $x - 1 = 0$ si et seulement si $x = 1$ (avec $m = 1 > 0$)

   On peut dresser le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		1		9		$+\infty$
$x-9$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-9)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. Déterminons le signe de $k(x) = -3(x+1)(x-2)$.
   On résout :
   $x + 1 = 0$ si et seulement si $x = -1$ (avec $m = 1 > 0$)
   $x - 2 = 0$ si et seulement si $x = 2$ (avec $m = 1 > 0$)

   On peut dresser le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4. Déterminons le signe de $\ell(x) = (6-4x)(5x+1)$.
   On résout :
   $6-4x=0$ si et seulement si $-4x=-6$
   si et seulement si $x = \dfrac{-6}{-4}$
   si et seulement si $x = \dfrac{3}{2}$ (avec $m=-4<0$)

   $5x+1=0$ si et seulement si $5x=-1$
   si et seulement si $x = -\dfrac{1}{5}$ (avec $m=5>0$)

   On peut dresser le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$6-4x$		$+$		$+$	0	$-$	
$5x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$l(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	