

2020

# PERCEPTRÓN Y LÓGICA DIFUSA: Computación Blanda

EDISSON ANDRES MONTES RODRIGUEZ  
ALEJANDRO RIOS GONZALEZ

OCTUBRE DE 2020

UTP | Pereira



# 1 CONTENIDO

---

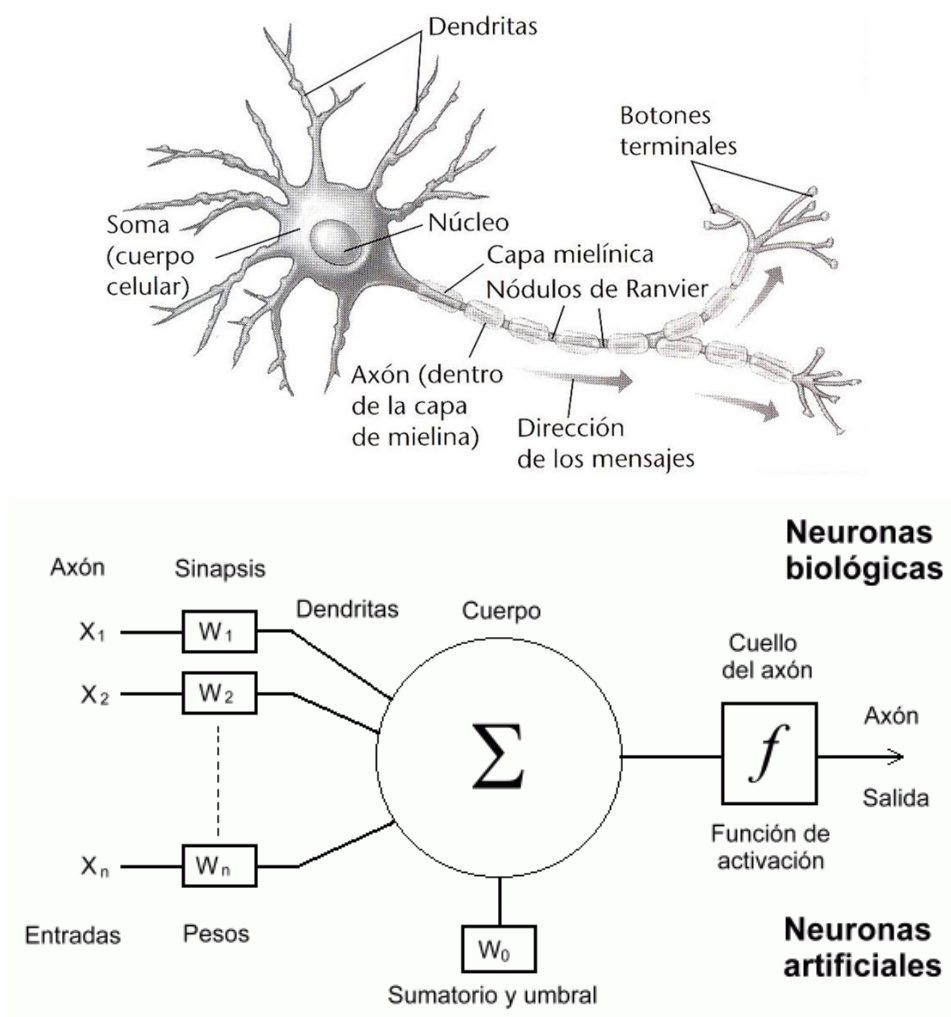
1	CONTENIDO	1
2	PRESENTACIÓN	2
3	EL PERCEPTRÓN	4
4	LÓGICA DIFUSA	19
5	BIBLIOGRAFÍA	22

## 2 PRESENTACIÓN

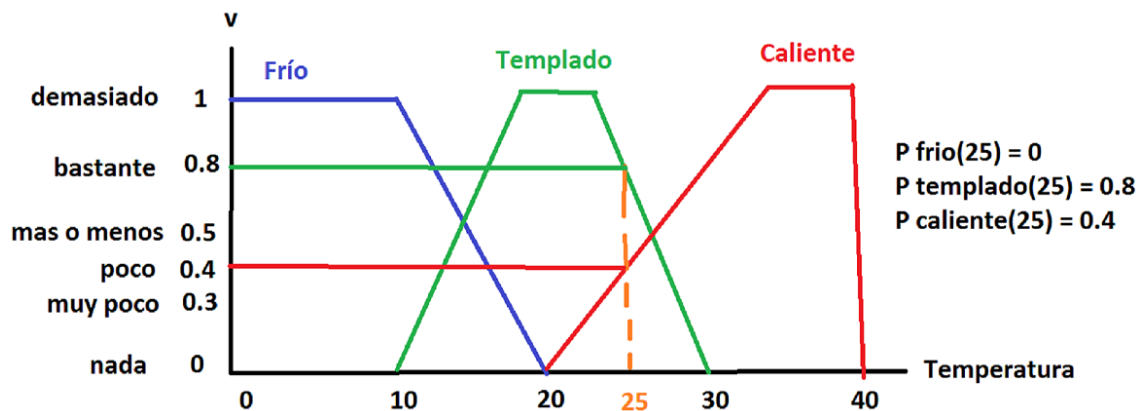
La presente monografía está orientada a la descripción de los elementos básicos de las neuronas artificiales, en particular el perceptrón, y la teoría fundamental de la lógica difusa.

En el documento se analizan los diferentes elementos que componen ambas tecnologías, mostrando las relaciones matemáticas que dan soporte a las funcionalidades tanto del perceptrón como a los factores de incertidumbre que dan sentido a la lógica difusa.

A grandes rasgos, las redes neuronales se basan en los modelos que subyacen a las redes neuronales biológicas. El siguiente diagrama adelante algunos elementos presentes en esta tecnología.



La lógica difusa se basa en la concepción de que la verdad (y la falsedad) no son absolutas. Por este motivo, todos los conceptos que concibe el ser humano tienen cierto grado de certeza, el cual se expresa fácilmente si recurrimos a un esquema como el que se ve a continuación.



En este esquema se afirma que el Frío, la sensación de Templado, y algo que es Caliente, son curvas que varían de acuerdo con la temperatura, según se ve. En el caso particular de tener una temperatura ambiente de 25 grados, dicha temperatura tendrá un valor de verdad respecto de “Caliente” de sólo 0.4. En cambio, los 25 grados representarán, en la curva de “Templado”, un valor de verdad de 0.8. Se aprecia, además, que dichos valores se relacionan, de manera bastante cercana, con frases y/o palabras que utiliza el ser humano para describir situaciones de la vida real.

En las próximas secciones se verán estas tecnologías con un mayor grado de detalle.

#### AUTOR:

**EDISSON ANDRES MONTES RODRIGUEZ**

**1088353601**

[edisson.montes@utp.edu.co](mailto:edisson.montes@utp.edu.co)

<https://github.com/EdissonAndres/Computacion-Blanda>

**ALEJANDRO RIOS GONZALEZ**

**1088035801**

[alejandro.rios@utp.edu.co](mailto:alejandro.rios@utp.edu.co)

<https://github.com/alejo9716/ComputacionBlanda>

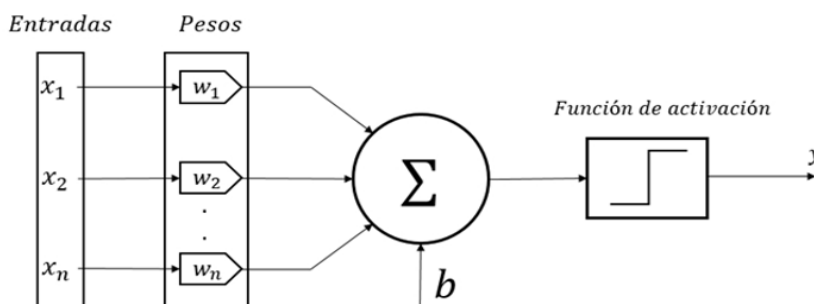
### 3 EL PERCEPTRÓN

A continuación, se muestra su composición y funcionamiento.

Este esquema muestra de manera gráfica un perceptrón, lo que se puede llamar, el modelo más simple de neurona, el cual consta de una serie de entradas ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), de pesos ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ), la suma ( $\Sigma$ ), se tiene el vías o referente interno de inercia, la función de activación y la salida.



#### La Neurona Artificial



Para efectos prácticos se establece un ejemplo real donde se tiene  $x_1$  y  $x_2$  con unos pesos, donde cada  $x$  es una posibilidad, luego de esto al realizar la operación el resultado se compara con el umbral el cual si es mayor a 0.5 será 1 si no será 0, de esta manera, se ha creado la compuerta AND a través de un perceptrón.



#### Compuerta AND



**UMBRAL = U = 0.5**

X1	X2	W1	W2	$X1 \cdot W1 + X2 \cdot W2 > U$	Salida
0	0	0.3	0.3	$0 \cdot 0.3 + 0 \cdot 0.3 = 0.0$ NO	0
0	1	0.3	0.3	$0 \cdot 0.3 + 1 \cdot 0.3 = 0.3$ NO	0
1	0	0.3	0.3	$1 \cdot 0.3 + 0 \cdot 0.3 = 0.3$ NO	0
1	1	0.3	0.3	$1 \cdot 0.3 + 1 \cdot 0.3 = 0.6$ SI	1

Ahora realizamos de igual manera la implementación de un perceptrón, en este caso se construye para obtener como resultado la compuerta OR



## Compuerta OR



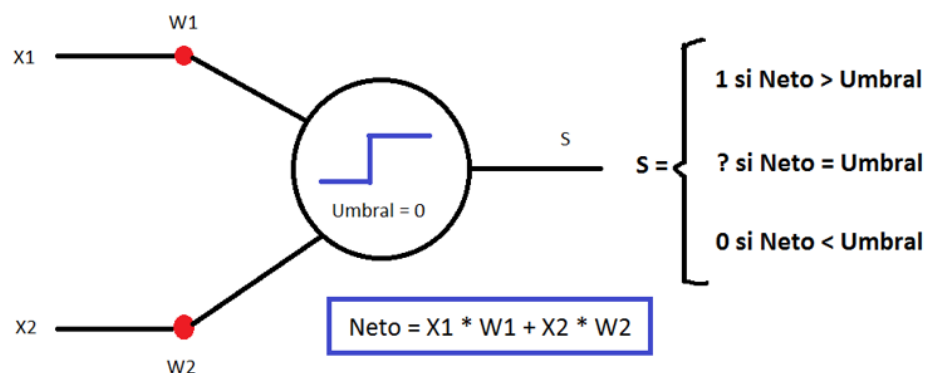
**UMBRAL = U = 0.5**

X1	X2	W1	W2	$X1*W1+X2*W2 > U$	Salida
0	0	0.6	0.6	$0*0.6 + 0*0.6 = 0.0$ NO	0
0	1	0.6	0.6	$0*0.6 + 1*0.6 = 0.6$ SI	1
1	0	0.6	0.6	$1*0.6 + 0*0.6 = 0.6$ SI	1
1	1	0.6	0.6	$1*0.6 + 1*0.6 = 0.6$ SI	1

Como análisis más profundo, el perceptrón basa sus salidas de acuerdo a la comparación entre el peso neto de las entradas del perceptrón y el umbral definido por este, se puede apreciar los siguientes casos: el peso neto es mayor al umbral, donde su salida será 1; el peso neto es menor al umbral, donde su salida será 0, y un caso particular donde el valor neto es igual al umbral. Digitalmente en este caso una neurona no trabajara allí, ya que entra en una zona incierta.

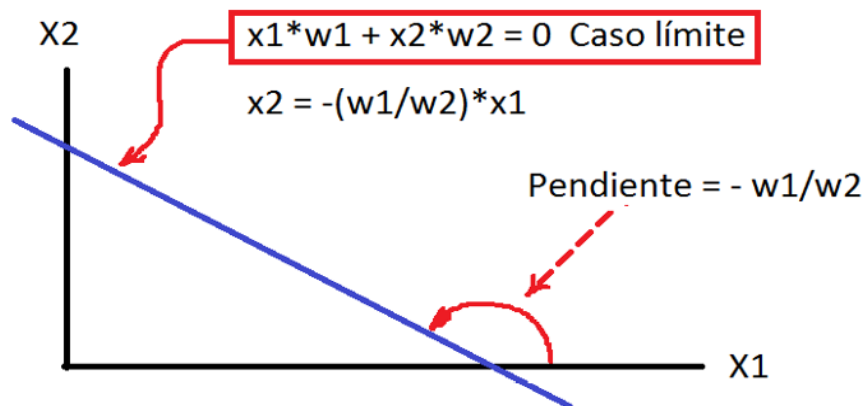


## Ecuación de umbral (en este caso cero)



A continuación, se muestra la recta frontera que muestra el comportamiento de los valores de la neurona, donde la pendiente de la recta esta dada por los pesos y esta a su vez permite identificar los puntos que están fuera de ella y de los cuales se lograría conocer su salida, y los puntos que están dentro de ella, los cuales su salida es incierta

## La recta frontera



Para la ecuación  $x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = 0$  ya determinamos que esta es una recta, por lo cual cualquier punto allí tiene una componente en  $x_1$  y en  $x_2$ , así tenemos que cualquier punto es un vector, además  $w_1$  y  $w_2$  son dos componentes que van en la dirección de  $x_1$  y  $x_2$  respectivamente, por lo cual estos también son un vector, por lo que el comportamiento del perceptrón esta dado por el siguiente análisis vectorial.

## Análisis Vectorial

$$\begin{aligned}
 & x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = 0 \\
 & \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \\
 & \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{|\vec{W}| \cdot |\vec{X}| \cdot \cos(\alpha)}_{\vec{W}^T * \vec{X}} = 0
 \end{aligned}$$

$$|\vec{W}| \cdot |\vec{X}| \cdot \cos(\alpha) = 0$$

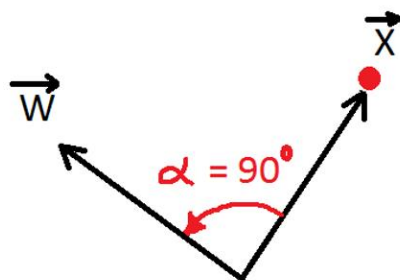


El producto punto de dos vectores es igual al producto de sus magnitudes por el coseno del ángulo entre los dos vectores.

La recta solución es aquella para la cual el producto punto es igual a cero. En tal caso, esto significa que el ángulo alfa debe ser igual a 90 grados.

El vector W debe ser perpendicular al vector X para que se cumpla esta condición

$$|\vec{W}| \cdot |\vec{X}| \cdot \cos(\alpha) = 0$$



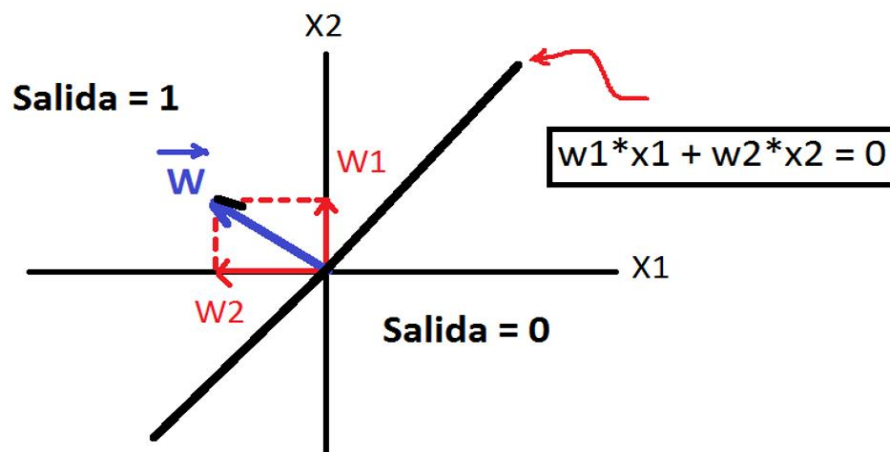
"Si el vector W es perpendicular a todos los puntos de una cierta recta, entonces dicha recta cumple con la restricción de dividir el espacio en dos zonas, en una de las cuales la salida es una, y en la otra es cero, según se vio en el perceptrón.



Así se logra identificar a partir del vector  $\mathbf{w}$  la recta perpendicular a esta, es decir, la recta frontera que permite identificar el valor de la salida según el punto, así todos los infinitos puntos que se encuentran hacia donde apunta  $\mathbf{w}$ , hacen que la salida sea **1** y los que están al otro lado hacen que la salida sea **0**



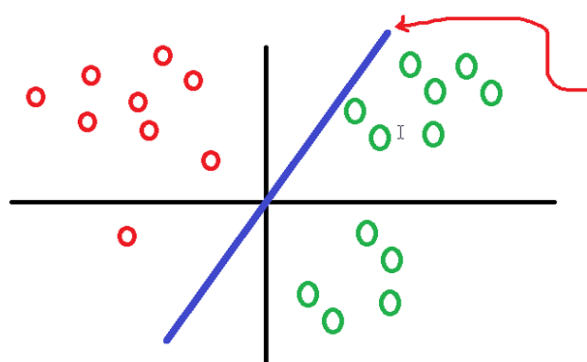
## Separación espacial



Ahora, la recta frontera divide el espacio en dos áreas, sin embargo, el gran problema es lograr sin importar que punto sea, que el sistema automáticamente descubra esa recta, puesto que nadie conoce los punto donde están.



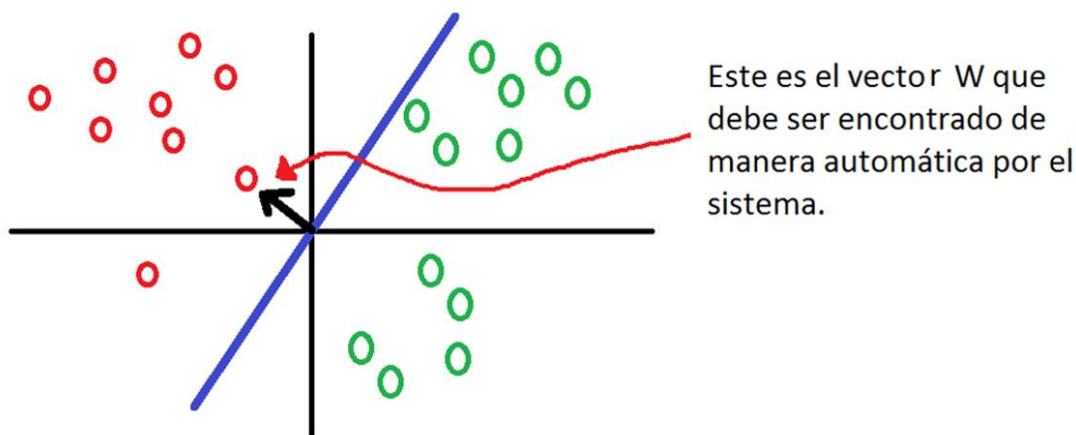
## Solución probable



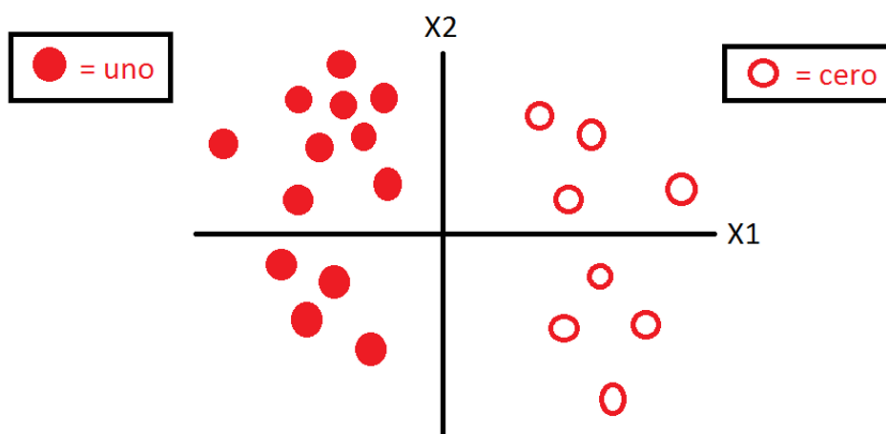
Esta recta es una solución probable.

¿Cómo se puede calcular automáticamente, de modo que divida el espacio en dos áreas de clasificación?

**Respuesta:** Modificando los pesos de manera iterativa, hasta que dichos pesos sean un vector perpendicular a la recta solución.



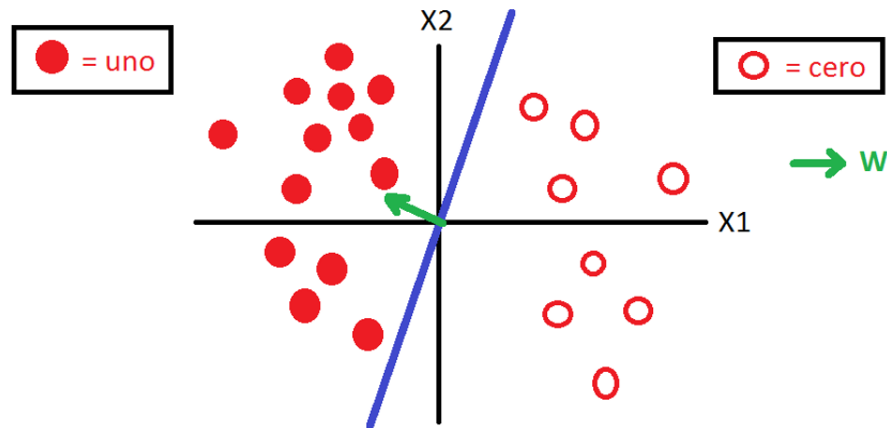
Por ejemplo: visualmente es posible identificar la posición de la recta frontera para el siguiente conjunto de puntos.



Solución intuitiva de la recta frontera, el vector  $w$  apunta hacia el conjunto de punto de valor 1



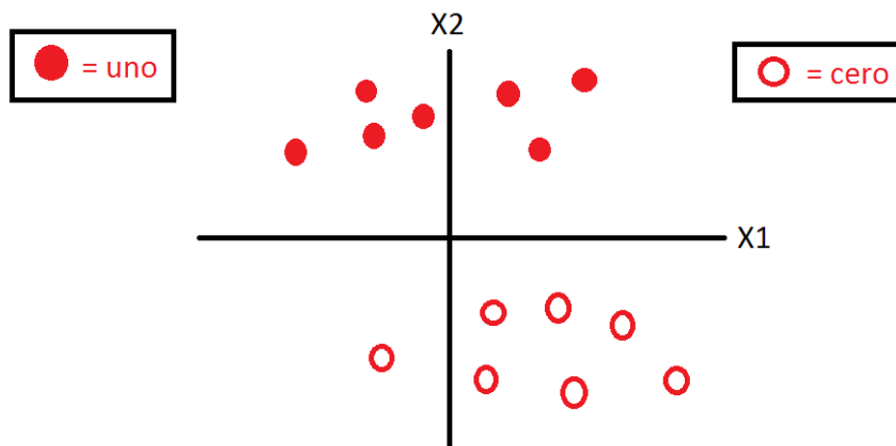
### Solución "Intuitiva" W apunta hacia los UNOS



Segundo ejemplo, determinación intuitiva de la recta frontera para el conjunto de puntos



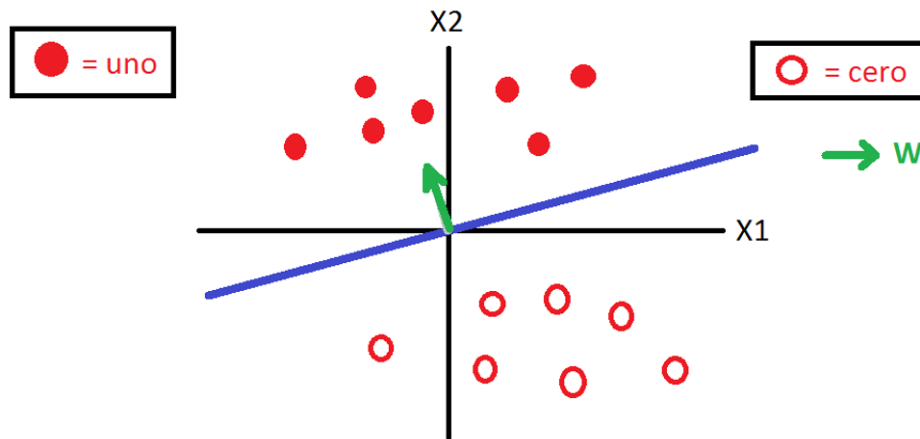
### Datos de Entrenamiento



Solución de la recta frontera para el conjunto de puntos.



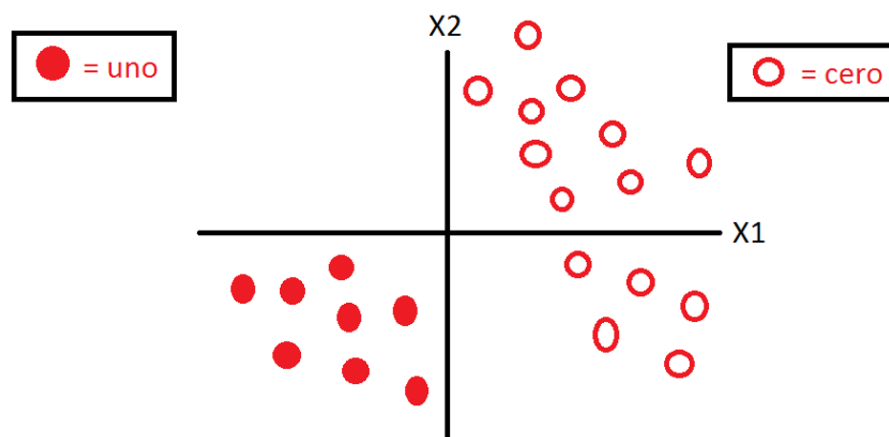
### Solución “Intuitiva” W apunta hacia los UNOS



Tercer ejemplo, determinación intuitiva de la recta frontera de los siguientes puntos.



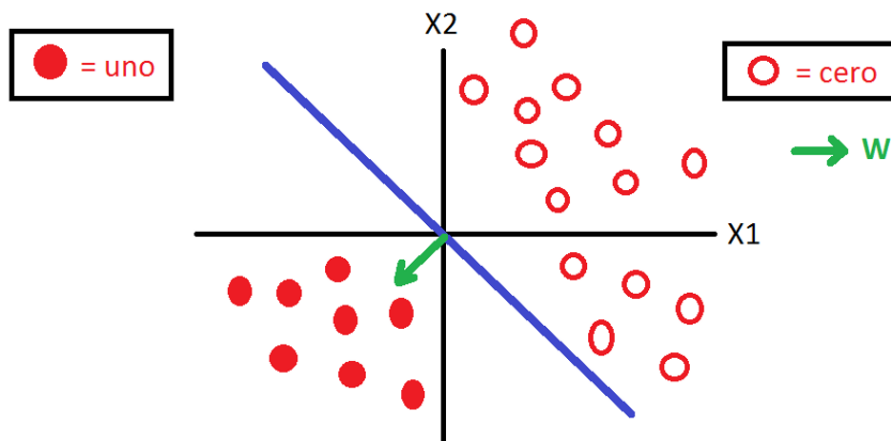
### Datos de Entrenamiento



Solución de la recta frontera para el conjunto de puntos.



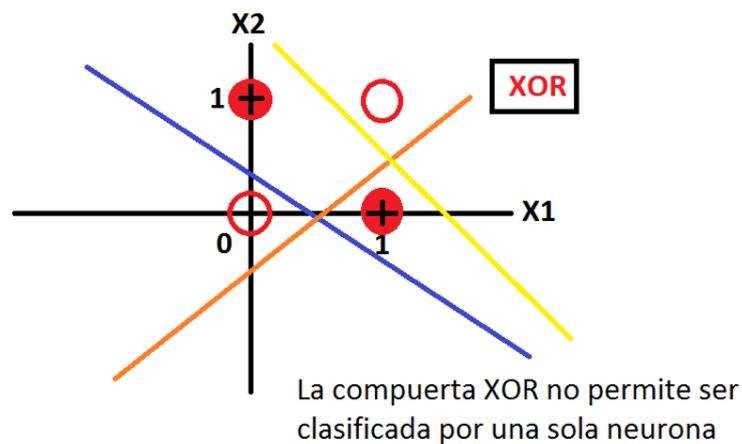
### Solución “Intuitiva” W apunta hacia los UNOS



La compuerta XOR es uno de los casos especiales donde los puntos se encuentran distribuidos de una forma, que no es posible encontrar una recta los separe a ellos por lo que la red neuronal no es capaz de diferenciarlos



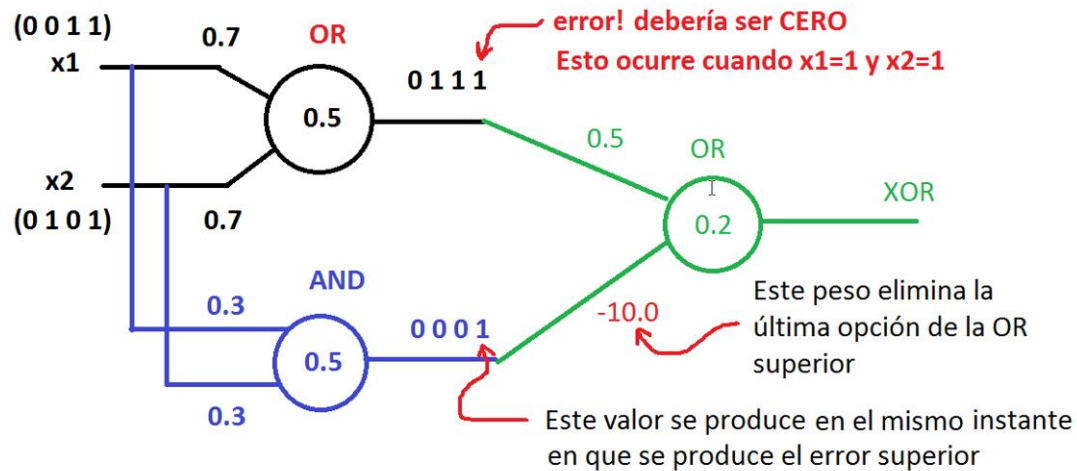
### Compuerta XOR – No separabilidad



La solución es combinar neuronas OR y AND que permiten obtener el mismo resultado que una compuerta XOR de manera que los puntos sean diferenciables.



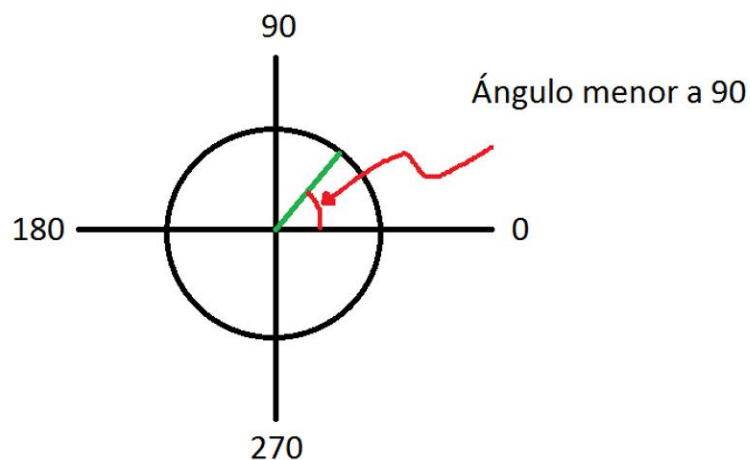
## Compuerta XOR – Solución



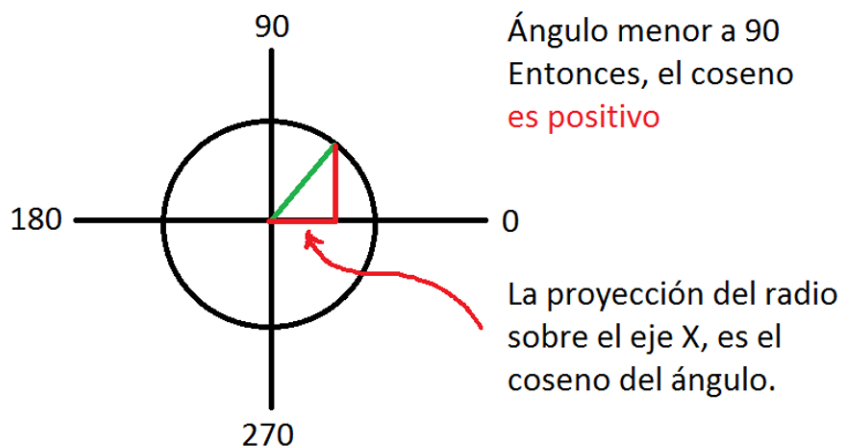
Función coseno positiva, esto a partir de un ángulo menor a  $90^\circ$ , su valor será positivo



## La función Coseno (positivo)

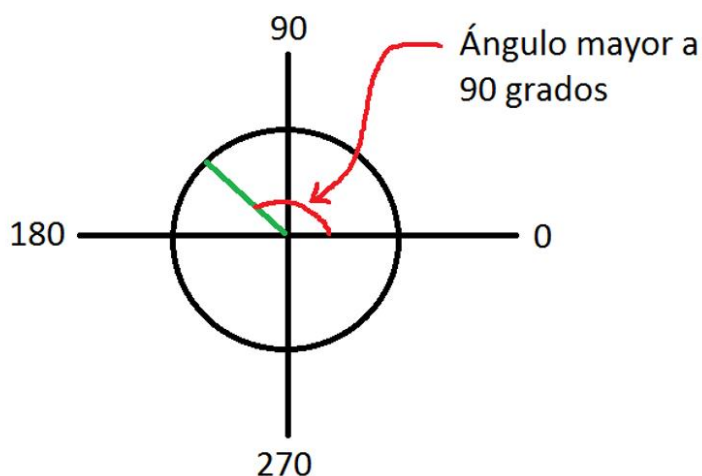


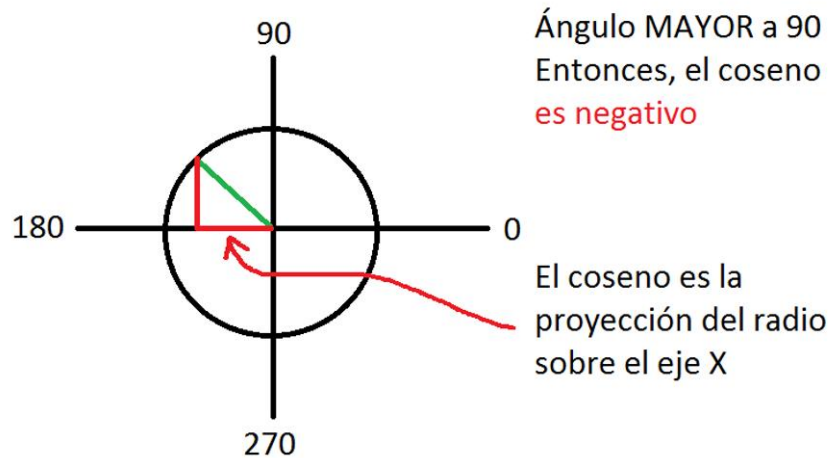
## La función Coseno (positivo)



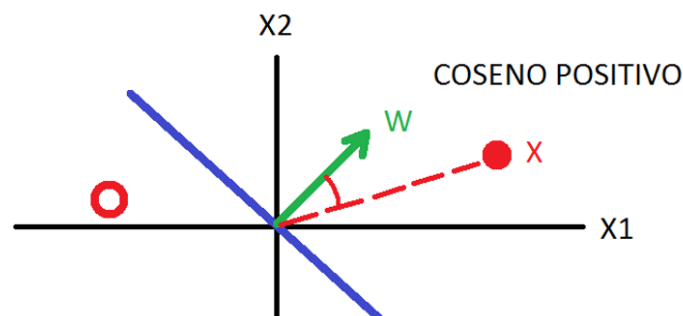
Función coseno negativa, esto a partir de un ángulo mayor a  $90^\circ$ , su valor será negativo

## La función Coseno (negativo)





A continuación, se muestra el principio de entrenamiento el cual permite identificar el valor de un punto a partir del análisis vectorial realizado anteriormente, en este caso el vector  $w$  y el vector  $x$  forman un ángulo menor a  $90^\circ$ , por lo cual la salida según lo anteriormente dicho sobre los valores de la función coseno será 1, lo que avala el valor del punto rojo



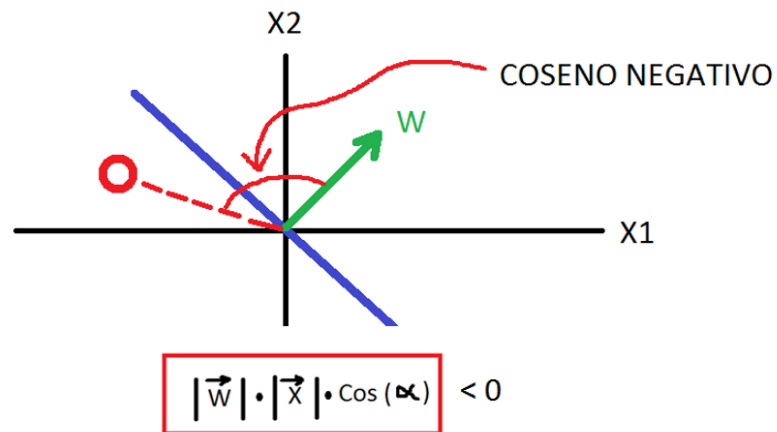
$$|\vec{w}| \cdot |\vec{x}| \cdot \cos(\alpha) > 0$$

SALIDA = 1, el punto es **ROJO**



En este caso de entrenamiento el vector  $w$  y el vector  $x$  forman un ángulo mayor a  $90^\circ$ , por lo cual la salida según lo anteriormente dicho sobre los valores de la función coseno será 0, lo que avala el valor del punto blanco.

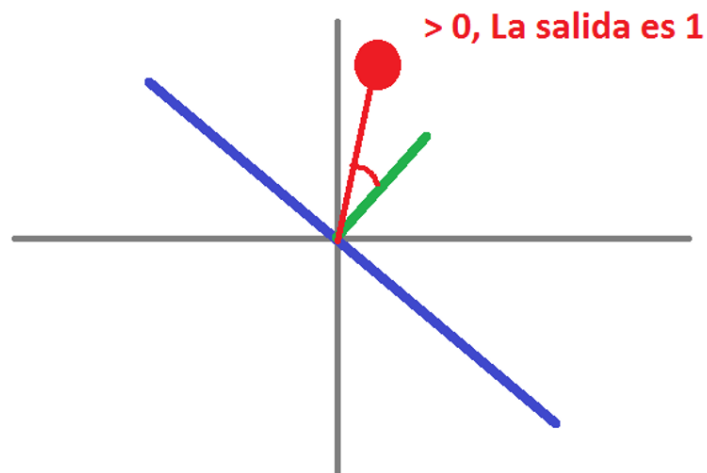
## Principio de Entrenamiento



SALIDA = 0, el punto es **BLANCO**

Aquí visualizamos que es correcto que todo punto será rojo si su salida según el valor de la ecuación vectorial es mayor que 0, es decir su salida es 1

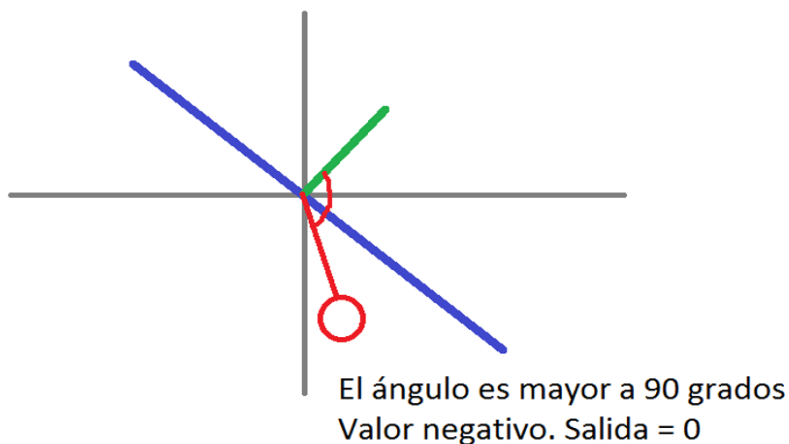
## Algoritmo de Entrenamiento – Correcto Punto rojo en zona de salida = 1



Aquí visualizamos que es correcto que todo punto será blanco si su salida según el valor de la ecuación vectorial es menor que 0, es decir su salida es 0



### Algoritmo de Entrenamiento – Correcto Punto blanco en zona de Salida = 0



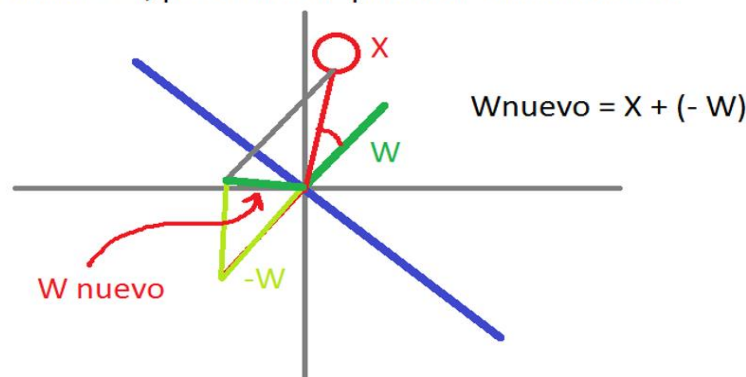
Para el caso a continuación, se presenta un error, puesto que el punto que su salida se espera sea **0**, es decir sea un punto blanco, según el análisis vectorial su salida será **1**, es decir será un punto rojo, por lo cual es necesario mover el vector **w** para lograr que el ángulo formado entre los vectores sea mayor a 90° y este punto pueda lograr obtener la salida que se espera, para esto se aplica la formula mostrada a continuación.



### Algoritmo de Entrenamiento – Error Punto blanco en zona de Salida = 1



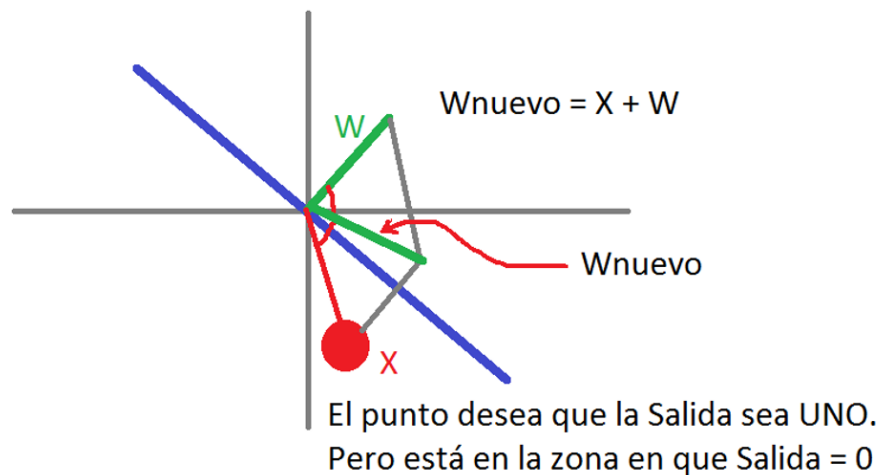
Problema: el punto está en la zona en donde se produce la Salida = 1, pero él debe producir una Salida = 0



Ahora en este caso contrario el punto que su salida se espera sea **1**, es decir sea un punto rojo, según el análisis vectorial su salida será **0**, es decir será un punto blanco, por lo cual es necesario mover el vector **w** para lograr que el ángulo formado entre los vectores sea menor a  $90^\circ$  y este punto pueda lograr obtener la salida que se espera, para esto se aplica la formula mostrada a continuación.



### Algoritmo de Entrenamiento – Error Punto rojo en zona de Salida = 0



## 4 LÓGICA DIFUSA - INTRODUCCIÓN

---

La primera persona que investigó acerca de la lógica difusa fue Lofty A. Zadeh, un ingeniero con múltiples estudios que fue pionero y aportó demasiado a este campo. A mediados de los 60 se dio cuenta de si la complejidad de un sistema aumentaba, la capacidad de precisión y construir instrucciones sobre su comportamiento disminuye hasta el punto de ser prácticamente inexistentes, a esto lo llamó principio de incompatibilidad.

Zadeh entonces introdujo el concepto de conjunto difuso (Fuzzy Set), el cual consiste en definir que los elementos sobre los que se construye el pensamiento humano no son números sino etiquetas lingüísticas. Es claro que los términos lingüísticos son menos precisos que los datos numéricos, pero estos pueden aportar información más útil para el razonamiento humano.

Formalmente hablando podemos decir que, si la lógica es la ciencia de los principios formales y normativos del razonamiento, entonces la lógica difusa se refiere a los principios formales del razonamiento aproximado. Entonces grandes cualidades de la lógica difusa son su flexibilidad, su tolerancia a la imprecisión, su capacidad para modelar problemas no lineales y su base en el lenguaje natural.

Zadeh le asignó ese nombre a la lógica difusa en 1965, aunque hace más de dos milenios filósofos griegos como Aristóteles ya hablaban de algo similar, pues ellos consideraban que en la realidad y en el lenguaje existen ciertos grados de veracidad y falsedad.

Al inicio la comunidad científica se resistió al concepto de la lógica difusa y eran pocos los investigadores que se convirtieron en seguidores de Zadeh; y mientras el concepto se fue ampliando le llegó su momento de apogeo.

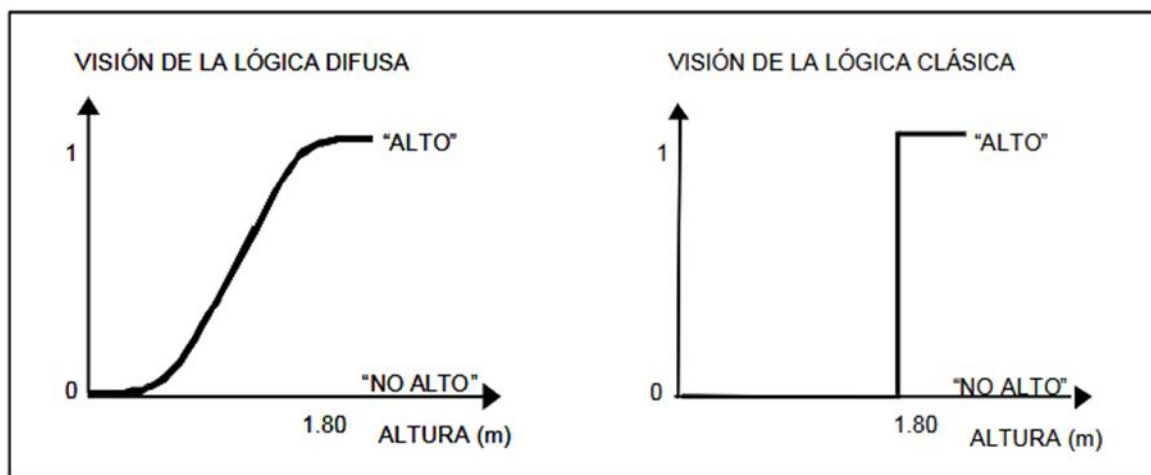
Existieron otras personas que contribuyeron al crecimiento de este concepto como Bellman, Lakoff, Konout, Smith, Sugeno, Chang, Dunn, Bezdek, Negoita, Mizumoto, Tanaka, Kandel, Zimmermann, etc... los cuales hicieron aportaciones al desarrollo de las bases de la teoría.

Fue hasta 1980 que nació la primera implementación real de este campo, y ese año fue el comienzo de una avalancha de implementaciones e investigaciones aportando cada vez más al crecimiento de este importante y gran descubrimiento. Con el tiempo se fue implementando cada día en más proyectos como plantas químicas, metros, controles de maniobras de aviones, sensores de imagen y sonido, lavadoras que son capaces de autorregular la cantidad de jabón que requiere un lavado dependiendo del grado de suciedad de la ropa, aire acondicionado en el que el sistema fuzzy evita las oscilaciones

entre el exceso y el defecto de temperatura, rice-cooker capaces de elaborar diversas variedades de arroz regulando la cantidad de agua y la temperatura en cada caso para que el grano quede cocido y suelto, en automoción, sistemas de frenado ABS, cambio automático de Renault, control automático de velocidad que controla la frenada en casos peligrosos y selecciona la relación de marchas a partir del rendimiento del motor, climatizadores, fotocopiadoras, lavaplatos que ajustan el ciclo de lavado y enjuague a partir del número de platos y cantidad de comida adherida, ascensores que reducen el tiempo de espera a partir del número de personas, humidificadores que ajustan el contenido de humedad a las condiciones de la habitación, mejoras en imágenes médicas, sistemas de reconocimiento de escritura, hornos microondas, neveras, televisores, mecanismos de atraque automático de naves espaciales, sistemas automáticos de regulación de la cantidad de anestesia que se suministra a los pacientes en un quirófano, etc... Estas son algunas de las aplicaciones reales de la lógica difusa, y a partir de esta nacen los llamados sistemas expertos.

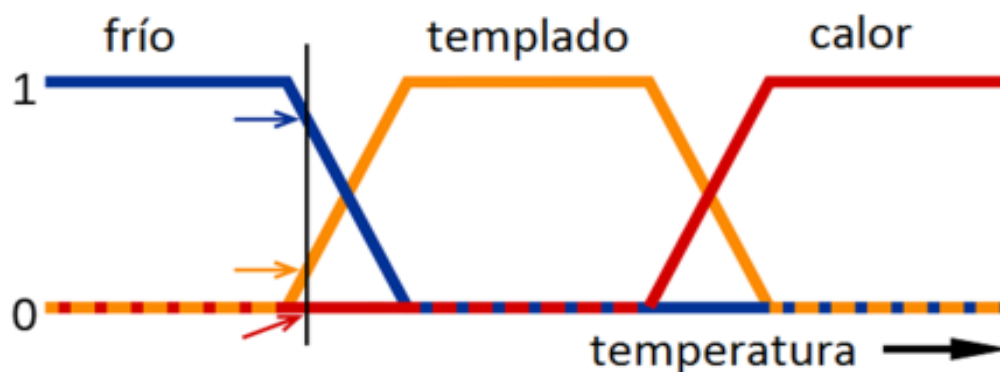
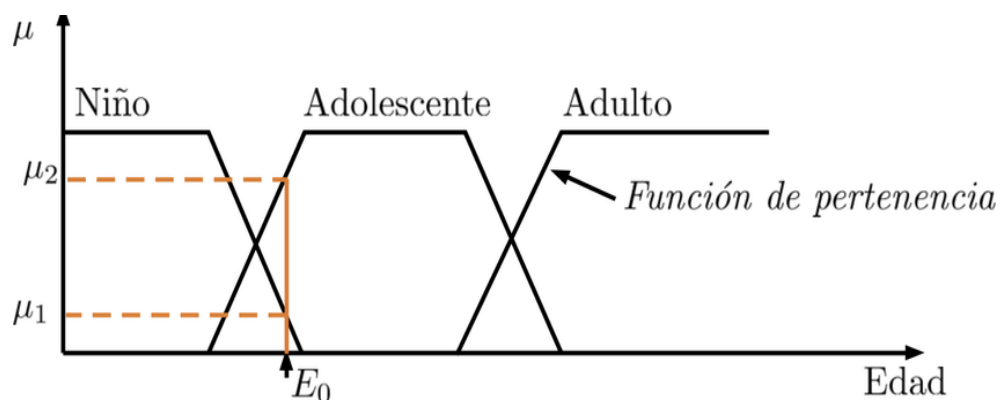
En la década de los noventa cuando aparecen los algoritmos genéticos, se determina que se pueden combinar de múltiples formas en conjunto con la lógica difusa y las redes neuronales, y se convierten en herramientas de trabajo muy patentes sobre todo en la última década.

El primer ejemplo utilizado por Zadeh para explicar el concepto de lógica difusa fue utilizar el conjunto de los “hombres altos”, el cual es un conjunto al que pertenecen los hombres cuya estatura sea mayor a determinado valor, el cual se establece en 1.80 metros, es decir que cualquier hombre que mida menos de ese valor no será parte del mismo conjunto. Entonces tendrías el caso en que un hombre que mida 1.81 metros pertenecería al conjunto, pero uno que mida 1.79 no pertenecería, pero no sería lógico decir que un hombre es alto y otro no si su diferencia de estatura es tan solo de 2 centímetros. Entonces lo que quiere mostrar la lógica difusa es que en un conjunto como el de los “hombres altos” no puede existir una frontera clara para determinar quién pertenece y quien no a este. Entonces de allí nace el concepto de pertenencia, es decir que la altura de la persona va ligada a un grado de pertenencia del conjunto; esto quiero decir que un hombre que mida 1.79 podría pertenecer al conjunto de los “hombres altos” con un grado de pertenencia de 0.8, uno que mida 1.81 tendría un grado de 0.85 y uno de 1.50 un grado de 0.1.



Así que la teoría clásica de conjuntos solo contempla la pertenencia o no pertenencia de un elemento a un conjunto y la teoría de conjuntos difusos contempla la pertenencia parcial de un elemento a un conjunto.

A continuación, encontraremos algunos ejemplos:





## 5 BIBLIOGRAFÍA

---

<https://repl.it>

[contenido digital REDES NEURONALES del curso de computación blanda del programa de ingeniería de sistemas y computación de la Universidad Tecnológica de Pereira](#)