

## 移动机器人扩展卡尔曼滤波定位与传感器误差建模

安 雷, 张国良, 张维平, 敬 斌

(第二炮兵工程大学理学院, 陕西 西安 710025)

**摘 要:** 针对里程计在定位过程中存在累积误差的问题, 建立了一种通用的移动机器人里程计误差模型, 对里程计误差进行实时反馈补偿. 在利用激光雷达进行环境特征提取过程中, 根据激光雷达原始数据存在的误差, 建立了激光雷达的观测误差模型, 并根据环境特征和机器人的相对位置关系, 建立了移动机器人观测模型. 最后, 结合里程计和激光雷达误差模型, 利用扩展卡尔曼滤波(EKF)实现了基于环境特征跟踪的移动机器人定位. 实验结果验证了里程计和激光雷达误差模型的引入, 在增加较短定位时间的情况下, 可以有效地提高移动机器人的定位精度.

**关键词:** 移动机器人定位; 里程计; 激光雷达; 误差建模; 扩展卡尔曼滤波

**中图分类号:** TP242

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-0411(2012)-04-0406-07

### EKF Localization and Sensor Error Modeling for Mobile Robots

AN Lei, ZHANG Guoliang, ZHANG Weiping, JING Bin

(College of Science, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** For the accumulated errors of the odometry in the process of localization, a general odometry error model for mobile robots is established to compensate the odometry errors via feedback in real time. According to the errors of original data from the laser radar, an observation error model for laser radar is established. The observation model for mobile robots is designed according to the environmental features and the relative position of mobile robots. Further, extended Kalman filter is used by combining the odometry and laser radar error model to realize the mobile robots' localization based environmental feature tracking. The experimental results illustrate that the location accuracy of the robots is improved effectively with increasing a little locating time by introducing odometry and laser radar error model.

**Keywords:** mobile robot localization; odometer; laser radar; error modeling; extended Kalman filter (EKF)

## 1 引言 (Introduction)

移动机器人定位是移动机器人导航的最基本环节, 是确定移动机器人在其作业环境中相对于全局坐标的位姿的过程<sup>[1]</sup>. 定位问题最为简单的是位姿跟踪问题<sup>[2]</sup>, 即移动机器人的初始位置已知, 通过校正传感器累积误差来校正估计位姿. 里程计和激光雷达是位姿跟踪过程中最常用的传感器. 移动机器人在运动过程中由于外界的随机干扰会引起一些不确定性的误差, 导致在利用里程计进行航迹推算和利用激光雷达进行位姿更新时会产生较大的位姿累积误差, 使定位精度降低. 如何减小移动机器人运动过程中由传感器带来的误差, 提高定位精度, 逐渐成为移动机器人定位研究的热点.

目前, 针对里程计和激光雷达的误差建模问题

已有很多的研究. Agostino<sup>[3]</sup>提出了一种同步驱动轮式移动机器人里程计误差建模方法, 并通过实验获取的里程计观测值求取误差模型参数; Lindsay<sup>[4]</sup>提出了一种差动驱动轮式移动机器人里程计和声纳误差建模方法, 对移动机器人进行定位和地图创建仿真; 杨晶东等<sup>[5-6]</sup>提出了一种通用的里程计误差建模方法, 该方法可以应用于同步驱动和差动驱动轮式移动机器人; Adrian 等<sup>[7]</sup>提出了基于图像处理技术的在线校正移动机器人里程计的系统和非系统误差的方法.

本文在前人研究的基础上, 同时考虑里程计和激光雷达误差, 针对三轮驱动移动机器人在利用里程计和激光雷达进行位姿跟踪时存在较大的位姿累积误差的问题, 着重研究了以下问题: (1) 建立里程计误差模型. (2) 建立激光雷达误差模型. (3) 利用

EKF 进行基于环境特征跟踪的移动机器人定位. 通过仿真实验对该方法与未建立误差模型的定位方法进行了对比, 结果验证了该定位方法可以有效地减小定位误差, 提高定位精度.

## 2 里程计误差模型 (Odometry error model)

图 1 为三轮驱动移动机器人几何原理图,  $(Robot, X_r, Y_r)$  为移动机器人坐标系;  $v_1$ 、 $v_2$  和  $v_3$  为移动机器人三轮的速度;  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和  $\theta_3$  为三个轮轴与  $X_r$  轴的夹角, 夹角的取值范围为  $[0, 2\pi)$ ;  $v_{X_r}$ 、 $v_{Y_r}$  为移动机器人在  $(Robot, X_r, Y_r)$  坐标系中  $X_r$ 、 $Y_r$  轴的速度,  $\omega_z$  为移动机器人的转动角速度, 其正方向与  $X_r$ 、 $Y_r$  正方向符合右手定则;  $D$  为移动机器人三轮距其几何中心的距离.

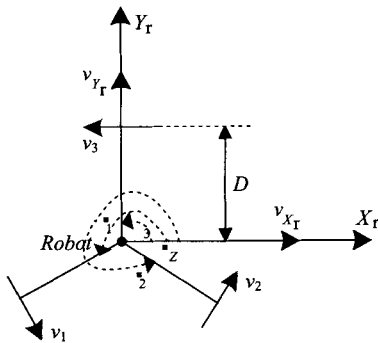


图 1 三轮驱动移动机器人模型

Fig.1 Model of three-wheeled mobile robot

由图 1 可得  $[v_1, v_2, v_3]^T$  和  $[v_{X_r}, v_{Y_r}, \omega_z]^T$  转换关系为

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & D \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 & D \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{X_r} \\ v_{Y_r} \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

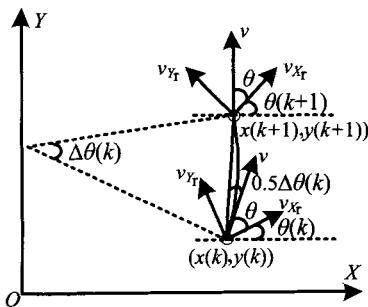


图 2 三轮驱动移动机器人运动学模型

Fig.2 Kinematic model of three-wheeled mobile robot

根据运动学原理将机器人的运动轨迹分割成无数段弧线轨迹, 图 2 为三轮驱动移动机器人运动学模型示意图, 表示机器人从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻的弧线轨迹及其位姿变化,  $(O, X, Y)$  为全局坐标

系.  $v$  为移动机器人运动的速度,  $\theta$  为移动机器人运动方向与其  $X_r$  轴的夹角, 夹角的取值范围为  $[0, 2\pi)$ ;  $\theta(k)$ 、 $\theta(k+1)$  为移动机器人  $X_r$  轴与全局坐标系中  $X$  轴的夹角, 夹角的取值范围为  $[0, 2\pi)$ ;  $\Delta\theta(k)$  为全局坐标系中移动机器人从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻运动方向变化.

由图 2 可得移动机器人的运动学模型为

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) + L \cdot c \\ y(k) + L \cdot s \\ \theta(k) + \Delta\theta(k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $L = L(k)$ ,  $s = \sin(\theta(k) + \theta + 0.5\Delta\theta(k))$ ,  $c = \cos(\theta(k) + \theta + 0.5\Delta\theta(k))$ .  $L(k)$  为机器人从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻运动的弧线距离,  $\mathbf{X}(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$  为机器人  $k$  时刻的位姿,  $\mathbf{u}(k) = [L(k), \Delta\theta(k)]^T$  为里程计过程输入. 式 (2) 可以写为

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}(k) + \mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (3)$$

式中,

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) = \begin{bmatrix} L \cdot c \\ L \cdot s \\ \Delta\theta(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

移动机器人在  $k+1$  时刻位姿预测过程是一个只与  $k$  时刻有关, 而与  $k$  之前时刻无关的马尔可夫过程<sup>[6]</sup>. 将式 (4) 进行雅可比矩阵形式的 1 阶泰勒展开, 可得 2 个雅可比矩阵:

$$\nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L \cdot s \\ 0 & 0 & L \cdot c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} = \begin{bmatrix} c & -0.5L \cdot s \\ s & 0.5L \cdot c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

则系统 (3) 在  $k+1$  时刻的预测估计误差为

$$\Delta \mathbf{X}(k+1) \cong (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)}) \Delta \mathbf{X}(k) + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} \Delta \mathbf{u}(k) \quad (7)$$

假设机器人位姿误差  $\Delta \mathbf{X}(k)$  和里程计过程输入量误差是相互独立的, 则系统 (3) 在  $k+1$  时刻的预测估计协方差阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k+1) &= \mathbf{E}(\Delta \mathbf{X}(k+1) \Delta \mathbf{X}^T(k+1)) \\ &= (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)}) \mathbf{E}(\Delta \mathbf{X}(k) \Delta \mathbf{X}^T(k)) (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)})^T + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} \mathbf{E}(\Delta \mathbf{u}(k) \Delta \mathbf{u}^T(k)) \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)}^T \\ &= (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)}) \mathbf{P}(k) (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{X}(k)})^T + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} \mathbf{Q}(k) \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)}^T \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{Q}(k)$  为过程输入  $\mathbf{u}(k)$  的协方差,  $\nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} \mathbf{Q}(k) \cdot \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)}^T$  则为过程噪声协方差. 设  $\mathbf{P}(k) = [p_{ij}]$ , 将式 (5) 代入式 (8) 第 1 部分可以得到其简化形式:

$$\begin{aligned} p'_{11}(k+1) &= p_{11}(k) - L \cdot s \cdot (p_{31}(k) - \\ &\quad L \cdot s \cdot p_{33}(k) - p_{13}(k)) \\ p'_{12}(k+1) &= p'_{21}(k+1) \\ &= p_{12}(k) + L \cdot c \cdot p_{13}(k) - \\ &\quad L \cdot s \cdot (p_{23} + L \cdot c \cdot p_{33}(k)) \\ p'_{13}(k+1) &= p'_{31}(k+1) = p_{13}(k) - L \cdot s \cdot p_{33}(k) \\ p'_{22}(k+1) &= p_{22}(k) + 2L \cdot c \cdot p_{23}(k) + L^2 \cdot c^2 \cdot p_{33}(k) \\ p'_{23}(k+1) &= p'_{32}(k+1) = p_{23}(k) + L \cdot c \cdot p_{33}(k) \\ p'_{33}(k+1) &= p_{33}(k) \end{aligned} \quad (9)$$

由式 (8) 可知, 为了得到系统 (3) 在  $k+1$  时刻的预测估计协方差阵  $\mathbf{P}(k+1)$ , 需要得到系统过程输入协方差  $\mathbf{Q}(k)$ . 假设  $k$  时刻到  $k+1$  时刻的弧线距离  $L(k)$  与方向变化  $\Delta\theta(k)$  是相互独立的, 即距离误差只与  $L(k)$  有关, 角度误差只与  $\Delta\theta(k)$  有关, 则  $\mathbf{Q}(k)$  可表示为

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{bmatrix} \sigma_{L(k)}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta\theta(k)}^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中,  $\sigma_{L(k)}^2 = k_L |L(k)|$ ,  $\sigma_{\Delta\theta(k)}^2 = k_\theta |\Delta\theta(k)|$ ,  $k_L$ 、 $k_\theta$  为误差常数.

将式 (5)、(6)、(9) 代入式 (8) 的第 2 部分可以得到系统 (3) 在  $k+1$  时刻最终的预测估计协方差阵:

$$\begin{aligned} p_{11}(k+1) &= p'_{11}(k+1) + c^2 \cdot k_L |L(k)| + \\ &\quad L^2 \cdot s^2 \cdot k_\theta |\Delta\theta(k)|/4 \\ p_{12}(k+1) &= p_{21}(k+1) \\ &= p'_{12}(k+1) + s \cdot c \cdot k_L |L(k)| - \\ &\quad L^2 \cdot s \cdot c \cdot k_\theta |\Delta\theta(k)|/4 \\ p_{13}(k+1) &= p_{31}(k+1) = p'_{13}(k+1) - \\ &\quad L \cdot s \cdot k_\theta |\Delta\theta(k)|/2 \\ p_{22}(k+1) &= p'_{22}(k+1) + s^2 \cdot k_L |L(k)| + \\ &\quad L^2 \cdot c^2 \cdot k_\theta |\Delta\theta(k)|/4 \\ p_{23}(k+1) &= p_{32}(k+1) = p'_{23}(k+1) + \\ &\quad L \cdot c \cdot k_\theta |\Delta\theta(k)|/2 \\ p_{33}(k+1) &= p'_{33}(k+1) + k_\theta |\Delta\theta(k)| \end{aligned} \quad (11)$$

由式 (8)、(9)、(11) 可以看出, 移动机器人在运动过程中由外界干扰引起的误差可以表示成里程计过程输入量  $\mathbf{u}(k)$  的函数, 本文将在第 4 节 EKF 定位中利用式 (11) 对误差进行在线反馈补偿, 从而减小移动机器人在定位过程中里程计的误差.

### 3 激光雷达误差模型 (Laser radar error model)

本文利用德国 SICK 公司的 LMS200 激光雷达来建立移动机器人定位的量测模型, LMS200 激光雷达为 2D 激光测距雷达, 通过扫描可以获得机器人和周围环境的距离信息, 本文利用一定的算法便可以提取出环境中的直线特征和点特征信息. 图 3 为环境特征和机器人相对位置关系示意图,  $(O, X, Y)$  为全局坐标系.  $Wall$  为第  $j$  条环境直线特征, 在全局坐标系和移动机器人坐标系中分别可由  $(\rho_j, \theta_j)$  和  $(\lambda_j, \delta_j)$  两组参数表示,  $\rho_j$ 、 $\theta_j$  取值范围为  $[0, 2\pi)$ .

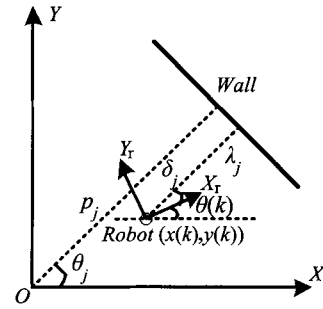


图 3 环境特征与机器人相对位置关系

Fig.3 Environmental features and the relative position of mobile robots

激光雷达是在扫描平面上对其周围的环境按一定的角度分辨率进行测距, 由激光雷达得到的原始数据是环境中每一点和机器人相对的距离和角度, 因此需要对这些原始数据进行一系列的处理后才可以得到与其相对应的环境特征参数. 在激光数据处理过程中, 提取每一个环境特征参数都会引入一定的观测误差. 下面将推导每一个环境特征的参数及其对应的协方差矩阵.

#### (1) 坐标转换

激光雷达得到的是离散的数据点, 每一个数据点都是用极坐标  $(r_i, \alpha_i)$  表示的, 将数据点的坐标转换为直角坐标为

$$\begin{cases} x_i = r_i \cos \alpha_i \\ y_i = r_i \sin \alpha_i \end{cases} \quad (12)$$

式中  $(x_i, y_i)$  为数据点在移动机器人坐标系中的坐标.

令  $\mathbf{Y}_i = [x_i, y_i]^T$ ,  $\mathbf{S}_i = [r_i, \alpha_i]^T$ , 则式 (12) 可以写为  $\mathbf{Y}_i = \mathbf{f}(\mathbf{S}_i)$  的形式, 从而可以得到  $\mathbf{Y}_i$  对应的协方差矩阵  $\mathbf{C}_{pi}$ :

$$\mathbf{C}_{pi} = \nabla \mathbf{f}_i \mathbf{C}_s \nabla \mathbf{f}_i^T \quad (13)$$

式中  $\nabla \mathbf{f}_i$  为  $\mathbf{Y}_i$  对于  $\mathbf{S}_i$  的雅可比矩阵：

$$\nabla \mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -r_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i & r_i \cos \alpha_i \end{bmatrix} \tag{14}$$

$\mathbf{C}_s$  为原始数据点的协方差矩阵，根据激光雷达的性能， $\mathbf{C}_s$  可定义为

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

(2) 特征提取

本文采用随机 Hough 变换 (RHT-LSM) 与最小二乘相结合的算法<sup>[8]</sup>，提取激光原始数据点中的直线特征。利用 RHT 算法可以得到近似在同一条直线上的  $n$  个数据点，然后对这  $n$  点进行最小二乘直线拟合，从而可以得到直线特征  $(\lambda_j, \delta_j)$ 。假设第  $j$  条拟合直线的函数为

$$y = a_j x + b_j \tag{16}$$

$$\frac{\partial a_j}{\partial x_i} = \frac{\left( n y_i - y_i \sum_{i=1}^n y_i \right) \left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]^2} - \frac{\left( n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i \right) \left( 2 n x_i - 2 \sum_{i=1}^n x_i \right)}{\left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]^2}$$

同理可求得其它 3 个偏导数。

(3) 参数转换

针对上述的直线表达形式，可以得到机器人到该直线垂线的距离  $\lambda_j$ ，以及垂线与移动机器人坐标系  $X_r$  轴的夹角，取值范围为  $[0, 2\pi)$ 。

$$\lambda_j = \left| \frac{b_j}{\sqrt{a_j^2 + 1}} \right|, \quad \delta_j = \arctan\left(-\frac{1}{a_j}\right) \tag{21}$$

令  $\mathbf{L}_j = [\lambda_j \quad \delta_j]^T$ ，则式 (21) 可以写为  $\mathbf{L}_j = \mathbf{g}(\mathbf{V}_j)$  的形式，从而可以得到  $\mathbf{L}_j$  对应的协方差矩阵为

$$\mathbf{C}_{lj} = \nabla \mathbf{g}_j \mathbf{C}_{vj} \nabla \mathbf{g}_j^T \tag{22}$$

式中  $\nabla \mathbf{g}_j$  为  $\mathbf{L}_j$  对于  $\mathbf{V}_j$  的雅可比矩阵：

$$\nabla \mathbf{g}_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_j}{\partial a_j} & \frac{\partial \lambda_j}{\partial b_j} \\ \frac{\partial \delta_j}{\partial a_j} & \frac{\partial \delta_j}{\partial b_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm b_j (a_j^2 + 1)^{-\frac{3}{2}} & (a_j^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \\ (a_j^2 + 1)^{-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

依据最小二乘的性质得：

$$a_j = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \tag{17}$$

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \tag{18}$$

令  $\mathbf{V}_j = [a_j, b_j]^T$ ，则式 (18) 可以写为  $\mathbf{V}_j = \mathbf{h}(\mathbf{Y}_i)$  的形式，从而可以得到  $\mathbf{V}_j$  对应的协方差矩阵为

$$\mathbf{C}_{vj} = \sum_{i=1}^n \nabla \mathbf{h}_{ij} \mathbf{C}_{pi} \nabla \mathbf{h}_{ij}^T \tag{19}$$

式中  $\nabla \mathbf{h}_{ij}$  为  $\mathbf{V}_j$  对于  $\mathbf{Y}_i$  的雅可比矩阵：

$$\nabla \mathbf{h}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_j}{\partial x_i} & \frac{\partial a_j}{\partial y_i} \\ \frac{\partial b_j}{\partial x_i} & \frac{\partial b_j}{\partial y_i} \end{bmatrix} \tag{20}$$

其中，

由式 (13)、(19)、(22) 可以得到由激光雷达提取出第  $j$  条直线的观测误差协方差阵  $\mathbf{R}_j$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_j &= \mathbf{C}_{lj} \\ &= \nabla \mathbf{g}_j \sum_{i=1}^n \left\{ \nabla \mathbf{h}_{ij} \left[ \nabla \mathbf{f}_i \mathbf{C}_s (\nabla \mathbf{f}_i)^T \right] (\nabla \mathbf{h}_{ij})^T \right\} (\nabla \mathbf{g}_j)^T \end{aligned} \tag{24}$$

通过以上 4 步得到了从激光原始数据中提取的环境特征参数及其对应的协方差矩阵，本文将在第 4 节 EKF 定位中建立量测方程，运用环境特征跟踪的方法实时校正里程计的定位结果，从而提高移动机器人的定位精度。

4 EKF 定位 (EKF localization)

利用式 (3) 所示的移动机器人里程计运动学模型，可以得到移动机器人  $k$  时刻在全局坐标系中的位姿预测值  $[x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 。假设移动机器人周围环境特征在全局坐标系中的参数为  $(\rho_j, \theta_j)$ ，观测向量为  $\mathbf{Z}_j(k) = [\lambda_j, \delta_j]^T$ ，因此根据图 3 所示的环境特

征与机器人的相对位置关系,可以得到移动机器人和全局坐标系原点在直线同侧时的对应关系式为

$$\mathbf{Z}_j(k) = \begin{bmatrix} \lambda_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\rho_j - \sqrt{x^2(k) + y^2(k)} \cos \Theta| \\ \theta_j - \theta(k) \end{bmatrix} \quad (25)$$

同理可得机器人和全局坐标系原点在直线异侧时的对应关系式为

$$\mathbf{Z}_j(k) = \begin{bmatrix} \lambda_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\rho_j - \sqrt{x^2(k) + y^2(k)} \cos \Theta| \\ \theta_j - \theta(k) + \pi \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中  $\Theta = \theta_j - \arctan(y(k)/x(k))$ ,  $\arctan(y(k)/x(k))$  取值范围为  $[0, 2\pi)$ . 式 (25)、(26) 可以写成如下形式的观测方程:

$$\mathbf{Z}_j(k) = \mathbf{H}(\mathbf{X}(k), \rho_j, \theta_j) + \mathbf{V}(k) \quad (27)$$

式中  $\mathbf{V}(k)$  为激光雷达的观测误差, 式 (27) 就是 EKF 中的观测方程.

通过以上分析, 已经得到进行 EKF 定位的状态方程 (3)、预测估计协方差阵 (11)、观测方程 (27) 以及观测误差协方差阵 (24), 至此可以利用 EKF 进行基于环境特征跟踪的移动机器人定位<sup>[9]</sup>, 定位过程可以分为以下几个步骤:

#### (1) 滤波预测

根据上一步的滤波结果和当前里程计的反馈量, 利用式 (3) 对当前移动机器人所处位姿进行预测. 滤波预测为

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \hat{\mathbf{X}}(k|k) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{X}}(k|k), \mathbf{u}(k)) \quad (28)$$

预测方差由式 (8)、(9)、(11) 给出:

$$\mathbf{P}(k+1|k) = (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\hat{\mathbf{X}}(k|k)}) \mathbf{P}(k|k) (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{f}_{\hat{\mathbf{X}}(k|k)})^T + \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)} \mathbf{Q}(k) \nabla \mathbf{f}_{\mathbf{u}(k)}^T \quad (29)$$

#### (2) 观测预处理

根据由激光雷达采集的原始数据, 利用式 (12) ~ (24) 求取环境中的每一条直线的特征参数  $(\lambda_j, \delta_j)$ , 及其观测误差协方差阵  $\mathbf{R}_j$ .

#### (3) 观测预测

将滤波预测所得到的机器人位姿预测值  $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)$  代入观测方程式 (27), 求取全局坐标系中的直线特征  $(\rho_j, \theta_j)$  在移动机器人坐标系中的预测值:

$$\hat{\mathbf{Z}}_j(k+1) = \mathbf{H}(\hat{\mathbf{X}}(k+1|k), \rho_j, \theta_j) \quad (30)$$

#### (4) 特征匹配

根据步骤 (2) 和步骤 (3) 得到的实际观测值和观测预测值, 对二者对应的环境特征进行匹配. 匹配的准则为

$$|\rho_j - \lambda_j| \leq e_\rho, \quad |\theta_j - \delta_j| \leq e_\theta \quad (31)$$

式中  $e_\rho$ 、 $e_\theta$  为一定的阈值. 此外, 根据式 (31) 仍无法匹配在同一条件下的两个环境特征, 还需选取环境特征上的特征点进行匹配. 根据每一对匹配的环境特征, 可以得到新息为

$$\mathbf{v}_j(k+1) = \mathbf{Z}_j(k+1) - \hat{\mathbf{Z}}_j(k+1) \quad (32)$$

新息的方差为

$$\mathbf{S}_j(k+1) = \nabla \mathbf{H}(k) \mathbf{P}(k+1|k) \nabla \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}_j(k+1) \quad (33)$$

#### (5) 状态更新

假设有  $m$  对匹配的环境特征, 每一对的 EKF 增益为

$$\mathbf{K}_j(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k) \nabla \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{S}_j^{-1}(k+1) \quad (34)$$

状态更新:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k) + \frac{1}{m} \sum_j (\mathbf{K}_j(k+1) \mathbf{v}_j(k+1)) \quad (35)$$

预测估计协方差阵更新:

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = \left( \mathbf{I} - \frac{1}{m} \sum_j \mathbf{K}_j(k+1) \nabla \mathbf{H}(k) \right) \mathbf{P}(k+1|k) \quad (36)$$

## 5 实验结果与分析 (Experiment results and analysis)

为了验证里程计和激光雷达误差模型的引入, 可以有效提高移动机器人 EKF 定位的精度, 本文针对实验室的三轮驱动移动机器人, 在室内环境中完成了里程计和激光雷达误差在线补偿的定位实验. 图 4 为实验所用的移动机器人.

### 5.1 单点定位实验

为了测试算法对于干扰噪声的鲁棒性, 在某一单点位置加入一定噪声, 观测移动机器人的定位校正效果. 表 1 给出了未引入误差模型和引入误差模型后的定位结果, 表中每个向量的前 2 位为机器人位置坐标, 单位为 m, 后 1 位为机器人姿态角, 单位为°. 可以看出引入误差模型后算法对噪声的鲁棒性更好.

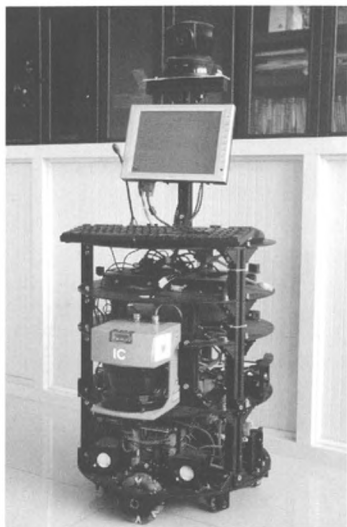


图 4 三轮驱动移动机器人  
Fig.4 The three-wheeled mobile robot

表 1 单点定位结果  
Tab.1 Single point positioning results

实际位姿	加入噪声后位姿
(0,0,0)	(0.1,0.1,0)
(0.791,1.615,44.41)	(0.75,1.65,48.2)
(0.735,3.195,90.53)	(0.79,3.0,85.0)
(-0.078,3.212,134.56)	(0.08,3.25,140.0)
(-0.799,2.397,179.28)	(-0.85,2.45,185.0)
未引入误差模型校正后位姿	引入误差模型校正后位姿
(-0.015,0.020,359.46)	(-0.012,0.019,358.46)
(0.805,1.603,44.48)	(0.795,1.611,44.38)
(0.730,2.985,89.75)	(0.734,2.998,90.073)
(-0.080,3.218,132.85)	(-0.076,3.208,135.35)
(-0.786,2.405,180.33)	(-0.796,2.383,179.82)

5.2 自主运动定位实验

在实验过程中人为控制移动机器人从坐标原点经 (0.0,1.6)、(1.6,1.6)、(1.6,3.2)、(0.0,3.2)、(-1.6,3.2)、(-1.6,1.6)、(-1.6,0.0) 再次到达原点直线运动轨迹,并记录下移动机器人在这些特定点的实际位姿、未考虑误差模型的估计位姿,以及考虑误差模型的估计位姿.表 2 和表 3 分别给出了未考虑误差模型和考虑误差模型的移动机器人运动过程中 9 个定位点的实验观测结果,表中每个向量的前 2 位为机器人位置坐标(估计位置误差),单位为 m,后 1 位为机器人姿态角(估计姿态角误差),单位为°.

图 5 为考虑误差模型前后的移动机器人 EKF 定位结果图,图中虚线代表未考虑误差模型的定位结果,实线代表考虑误差模型的定位结果,可以看出实线更接近实际的轨迹,虚线在一些位置具有较大

的偏差.因此从表 2、表 3 以及图 5 中可以得出以下结论:考虑误差模型的 EKF 定位结果要明显优于未考虑误差模型的 EKF 定位结果.

表 2 未考虑误差模型的 EKF 定位结果  
Tab.2 The EKF localization results without considering error model

序号	估计位姿坐标	估计位姿误差
1	(-0.014,0.020,357.30)	(0.014,-0.020,2.70)
2	(1.675,0.704,271.30)	(-0.075,-0.004,-1.30)
3	(1.581,1.603,358.84)	(0.019,0.003,1.16)
4	(1.504,3.153,358.27)	(0.096,0.047,1.73)
5	(-0.034,3.214,92.64)	(0.034,-0.014,-2.64)
6	(-1.685,3.390,92.64)	(0.085,-0.150,-2.64)
7	(-1.712,1.642,177.79)	(0.112,-0.042,2.21)
8	(-1.780,-0.213,189.42)	(0.180,0.213,-9.42)
9	(0.011,0.014,1.46)	(-0.011-0.014-1.46)

表 3 考虑误差模型的 EKF 定位结果  
Tab.3 The EKF localization results with considering error model

序号	估计位姿坐标	估计位姿误差
1	(-0.014,0.020,357.30)	(0.014,-0.020,2.70)
2	(1.675,0.704,271.30)	(-0.075,-0.004,-1.30)
3	(1.581,1.603,358.84)	(0.019,0.003,1.16)
4	(1.504,3.153,358.27)	(0.096,0.047,1.73)
5	(-0.034,3.214,92.64)	(0.034,-0.014,-2.64)
6	(-1.685,3.390,92.64)	(0.085,-0.150,-2.64)
7	(-1.712,1.642,177.79)	(0.112,-0.042,2.21)
8	(-1.780,-0.213,189.42)	(0.180,0.213,-9.42)
9	(0.011,0.014,1.46)	(-0.011-0.014-1.46)

因此,把里程计引入的状态估计误差和激光雷达引入的观测误差都量化到相应的模型中,并利用 EKF 进行位姿的预测和校正,可以有效提高移动机器人的定位精度.

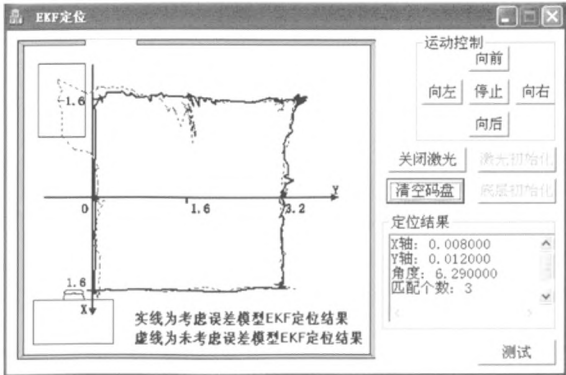


图 5 移动机器人定位效果图  
Fig.5 Mobile robots localization effect

## 6 结论 (Conclusion)

针对移动机器人在利用 EKF 进行基于环境特征跟踪的定位过程中, 由于里程计和激光雷达都存在一定的系统误差和非系统误差, 从而导致定位精度降低的问题, 本文研究了里程计和激光雷达误差建模问题, 建立了通用的里程计误差模型和激光雷达的观测误差模型, 并基于这两个误差模型设计了 EKF 定位的基本算法. 仿真实验结果表明, 在定位过程中, 通过对里程计和激光雷达的误差补偿, 可以有效提高移动机器人的定位精度. 今后的主要工作是继续完善里程计和激光雷达的误差模型, 减少在定位过程中引入的误差, 以达到提高定位精度和定位效率的目的, 同时由于基于环境特征跟踪的 EKF 定位需要获取精确的环境特征信息, 对未知环境是失效的, 因此准备研究移动机器人的同时定位与地图创建问题.

## 参考文献 (References)

- [1] Tang S B, Zhuang Y, Liu L, et al. Discrete trajectory tracking control of wheeled mobile robots[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 344-349.
- [2] Fox D, Burgard W, Thrun S. Markov localization for mobile robots in dynamic environments[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 1999, 11(1): 391-727.
- [3] Agostino M. The odometry error of a mobile robot with a synchronous drive system[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(3): 399-405.
- [4] Lindsay K. Advanced sonar and odometry error modeling for simultaneous localization and map building[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 699-704.
- [5] 杨晶东, 洪炳荣, 周彤, 等. 移动机器人里程计非系统误差不确定性分析方法[J]. 机械工程学报, 2008, 44(8): 7-12.  
Yang J D, Hong B R, Zhou T, et al. Analysis approach to odometric non-systematic error uncertainty for mobile robots[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(8): 7-12.
- [6] 杨晶东, 杨敬辉, 洪炳荣. 一种有效的移动机器人里程计误差建模方法[J]. 自动化学报, 2009, 35(2): 167-173.  
Yang J D, Yang J H, Hong B R. An efficient approach to odometric error modeling for mobile robots[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(2): 167-173.
- [7] Adrian K, Toma L D. Correcting odometry errors for mobile robots using image processing[C]//Proceedings of the International MultiConferences of Engineers and Computer Scientists. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010.
- [8] 周云燕, 杨坤涛. 基于 RHT-LMS 直线检测方法研究[J]. 光电工程, 2007, 34(1): 55-58.  
Zhou Y Y, Yang K T. Method for line detection based on RHT-LSM[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(1): 55-58.
- [9] 庄慧忠. 动态不确定环境下移动机器人的在线实时路径规划[D]. 杭州: 浙江大学, 2005.  
Zhuang H Z. On-line real-time path planning of mobile robots in dynamic uncertain environment[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005.

## 作者简介:

- 安 雷 (1986-), 男, 硕士. 研究领域为移动机器人路径规划, 移动机器人运动控制.
- 张国良 (1970-), 男, 博士, 教授. 研究领域为先进控制理论与应用, 组合导航, 智能机器人.
- 张维平 (1959-), 男, 硕士, 副教授. 研究领域为卫星导航与导航对抗, 智能电路设计与仿真.