

华中科技大学

博士学位论文

移动机器人定位技术研究

姓名：王卫华

申请学位级别：博士

专业：机械电子工程

指导教师：熊有伦;孙容磊

20050808

摘 要

移动机器人定位是机器人学的重要研究方向，也是机器人实现自主导航的关键，对于提高机器人自动化水平具有重要意义。定位方法分为两类：绝对定位和相对定位。绝对定位要求机器人在不指定初始位置的情况下确定自己的位置。相对定位指机器人在给定初始位置的条件下确定自己的位置，是机器人定位处理中主要的研究方向。论文对相对定位技术进行了深入分析和系统研究，包括机器人系统参数校核、轮子打滑辨识与校核、测程法噪声建模和噪声统计特性的自适应估计、激光扫描数据和环境地图的匹配及基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿等问题。

准确的机器人系统参数是精确定位的前提。UMBmark 校核算法是最广泛使用的机器人系统参数校核方法；然而在实验机器人控制精度较低的情况下，该算法不能有效校核由于驱动轮实际直径的均值和名义直径不相等导致的方向误差，从而影响校核效果。论文深入分析 UMBmark 校核算法，提出改进算法以测量低控制精度机器人的系统误差。改进算法以不相等的轮直径、轮距的不确定及驱动轮实际直径均值和名义直径不相等为测程法系统误差的主要来源，建立新的测程法系统误差模型，给出详细算法计算机器人的系统参数及对应的校核系数。实验结果表明改进算法比 UMBmark 校核方法具有更好的校核效果。

校核轮子打滑导致的误差是提高机器人定位精度的关键。在电磁罗盘不受磁场干扰的前提下，基于编码器和电磁罗盘的测量信息，提出移动机器人直线移动时轮子打滑辨识和校核算法。基于实验数据，利用统计理论建立机器人直线移动时的轮子打滑模型。该模型能够判断机器人移动过程中轮子是否发生滑动；当轮子打滑时，提出一种新颖的算法来判断哪个轮子发生滑动并校核对应的位置误差和方向误差。基于轮子打滑模型，进一步提出一种间接卡尔曼滤波器校核机器人驱动轮直径和轮距。实验结果表明：通过校核轮子打滑导致的误差，机器人的定位精度得到显著提高，且间接卡尔曼滤波器对机器人驱动轮直径具有良好的校核效果。

测程法噪声统计特性的自适应估计问题是机器人定位研究的难点。论文系统分析了测程法的噪声来源，考虑编码器测量精度的影响，建立测程法噪声模型。基于该噪声模型，推导出计算测程法噪声统计特性的方程，使机器人在移动过程中能够根据导航环境的变化实时地、自适应地估计测程法噪声统计特性。

激光定位是目前定位研究的热点，快速实现激光扫描数据和环境地图匹配以提取线段特征是激光定位研究的重要步骤。论文定义 g -权重 Hough 转换，提出“平面有效区域”的概念，从激光扫描数据中提取线段特征的同时实现了线段特征和环境地图的

匹配，提高激光扫描数据处理的实时性。仿真结果表明论文提出的算法能够快速、有效地提取环境中的线段信息。

基于激光扫描数据中提取的线段信息，论文利用加权最小二乘法计算机器人的方向误差，提出点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算机器人的位置误差，对比发现点——点最小二乘法的校核效果更好。此外，论文应用推广的卡尔曼滤波融合编码器和激光测距仪的信息定位机器人。实验结果表明论文提出的算法不仅对方向误差和位置误差具有良好的校核效果，而且能够实现精确的位置跟踪。

关键词：移动机器人定位 测程法 系统误差校核 非系统误差校核 卡尔曼滤波
激光定位

Abstract

As an important research area of robotics, localization is the critical step towards autonomous navigation of mobile robots, and promises to improve automatization level. Position-estimation methods can be categorized into two groups: absolute and relative positioning. Absolute positioning requires that robot determines its position when initial position isn't given. Relative positioning is the process of position determination on condition that robot is told its initial position, which is the main research topic of localization. In this dissertation, technologies related to relative positioning are focused on, including calibration of systematic parameters of robot, identification and correction of wheel-slippage, modeling of odometric noises and adaptive estimation of noise statistic character, matches between laser scanning data and map and posture error compensation of robot based on laser scanning data.

Correct systematic parameters of robot are the prerequisite to accurate localization. UMBmark Calibration is the most widely used method to calibrate systematic parameters of robot. However, it can't effectively correct the orientation error due to the difference between the average of two actual wheel diameters and the nominal wheel diameter when experimental robot has poor control precision, which deteriorates calibration result. This dissertation analyzes UMBmark Calibration and presents an improved method to measure systematic errors of low-precision mobile robots. The improved method considers unequal wheel diameters, uncertainty about the wheelbase and the difference between the average actual wheel diameter and the nominal wheel diameter as the main error sources of odometry and defines a new model for odometry. Detailed algorithm is proposed to calculate the systematic parameters of a mobile robot and the corresponding correction factors. Experimental results show that the improved method has better calibration effect than UMBmark Calibration.

Correcting errors from wheel-slippage is the key technology of precise localization. Under the constraint that electronic compass isn't distorted by magnetic interference, this dissertation is based on the information from encoders and electronic compass, and proposes a novel algorithm to identify and calibrate wheel-slippage when robot performs straight-line motion. Based on experimental data, statistic theory is implemented to define a model for wheel-slippage. This model can judge whether driving wheels have slippages

when robot navigates. Based on the model, an algorithm is presented to determine which driving wheel has slippage and calibrate the resulting orientation error and displacement error when wheel-slippage occurs, and an Indirect Kalman Filter (IFK) is further introduced to calculate the actual diameters of driving wheels and wheelbase of robot. Experimental results show that localization accuracy can be effectively improved by correcting wheel-slippage, and the diameters of driving wheels can be precisely determined by IFK.

Adaptive estimation of the statistic character of odometric noises is a difficult problem for localization. In this dissertation, noise sources of odometry are analyzed, the errors due to encoder resolution are taken into account and a model for odometric noises is defined. Based on the model, equations are deduced to estimate the statistic character of odometric noises real-time and adaptively when mobile robot moves.

Recently, laser-based localization has been a topic of interest in position-estimation. It is an important step for laser-based localization to extract line segment characteristics by rapidly matching laser scanning data with map. By defining g-weighted Hough transform, Effective Area of Plane (EAP) is put forward in this dissertation. Line segment characteristics are extracted from laser scanning data, and simultaneously the matches between line segments and map are realized, which greatly improves process efficiency of laser scanning data. Simulation results show that line segment information can be effectively and rapidly extracted by our method.

Based on the line segments extracted from laser scanning data, weighted least squares are utilized to calculate orientation error, and point-to-line least squares and point-to-point least squares are proposed to compute position error. By comparison, it is found that point-to-point least squares have better calibration effect than point-to-line least squares. Extended Kalman Filter (EKF) is implemented to fuse the information from encoders and laser range finder to locate mobile robot. Experimental results show that orientation error and position error can be effectively corrected and robot's pose is also accurately tracked by EKF.

Keywords: Localization for mobile robot, Odometry, Calibration of systematic error, Calibration of nonsystematic error, Kalman Filter, Laser-based localization

独 创 性 声 明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到，本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密，在_____年解密后适用本授权书。

本论文属于

不保密

（请在以上方框内打“ ”）

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

指导教师签名：

日期： 年 月 日

1 绪 论

1.1 课题概述

1.1.1 课题来源

本学位论文得到以下项目的联合资助：

- ◆ 国家自然科学基金“基于力和视觉的可变形体接触状态检测、建模和操作”（批准号 50175036）
- ◆ 国家重点基础研究发展计划（973）“极限制造中的混合约束数字建模与产品缺陷诊断机理”（批准号 2003CB716207）

1.1.2 移动机器人定位研究的背景

移动机器人的研究始于 20 世纪 60 年代末期，以斯坦福研究所开发的第一台移动机器人 SHAKEY 为标志，主要目标是研究复杂环境下机器人系统的实时控制问题，涉及到任务规划、运动规划与导航、目标识别与定位、机器视觉、多种传感器信息处理与融合及系统集成等关键技术。70 年代末，随着计算机的应用和传感技术的发展，移动机器人研究出现新的高潮。特别是在 80 年代中期，设计和制造机器人的浪潮席卷全世界，一大批世界著名的公司开始研制移动机器人平台，这些移动机器人主要作为大学实验室及研究机构的移动机器人实验平台，从而促进了移动机器人学多种研究方向的出现。90 年代出现的机器人足球比赛^[1-2]，被认为是计算机博弈后出现的人工智能发展的第二个里程碑。机器人足球比赛的蓬勃发展，极大地推动了移动机器人众多研究领域的技术进步，包括智能机器人系统、智能体系结构设计、传感器融合技术、多智能体系统、实时规划和推理、基于网络的三维图形交互等领域^[3]。90 年代以来，以研制高水平的环境信息传感器和信息处理技术，高适应性的移动机器人控制技术，真实环境下的规划技术为标志，开展了移动机器人更高层次的研究。机器人学的进步和应用是 20 世纪自动控制最有说服力的成就，也是当代最高意义上的自动化。

如今，机器人在各行各业的应用越来越广泛。一方面，移动机器人的出现大大缩减了人们在危险环境中工作或对危害性任务作业的直接参与，如在军事侦察、宇宙开发、扫雷排险、防核化污染、消费救援、毒弃物清洗等这些危险与恶劣的环境中，自主移动机器人都有令人满意的表现。美国 NASA 已经研制出火星探测机器人，以及用于探测星体、维修国际空间站或代替人类完成高风险任务的蜘蛛机器人。美国爆炸处理专家设计制造的 MPR-800 型多功能机器人可以完成许多对人体有危险的工作，例如地雷的探测与排除、灭火、重要区域的监视、对核放射性污染物的清除等。海湾战

争之后，美军利用“迷尼”机器人在科威特执行扫雷任务。另一方面，工厂中的货物搬运和家庭内的家政服务单调和疲劳的作业也为自主移动机器人提供了施展才能的新天地。英国 Dyson 公司生产的 DC06 型自主式真空吸尘器，在导航和行进路径控制上采用螺旋形清扫路径，记忆清扫过的位置，自动确定前进方向，提高单位电池能量的清扫面积，具备自动避障和非正常情况的智能决策能力。日本安川电机和富士通公司联合开发的送餐机器人可以在医院里分送饮食到各个病床，并在病人用完餐后收回餐具。由美国运输研究会（TRC）研制的 HelpMate 是一个自主式运送系统，主要工作环境为医院，担任送饭、传递医疗记录、诊断样品和其他物品，其目的是通过机器人的服务来使护士和其他医务人员能有更多的时间照看病人。美国 Probotics 公司 1999 年生产的 Cye 小型家用移动式服务机器人，可牵引一辆小型拖车在室内运送饮料、信件等生活用品，或牵引吸尘器进行室内清扫工作。2002 年惠普公司推出了为会议提供服务的移动机器人。荷兰的一些零售连锁超级市场已经开始使用一种名为 Schrobbe 的机器人来清洁地板、播放音乐并向购物者传递商品销售信息。

目前，机器人技术正在渗透到社会的每一个角落，机器人的市场潜力巨大。从上个世纪 90 年代开始，日本经济遭遇十多年的萧条期，为了从低迷的经济阴影中走出来，日本政府大力扶持并发展机器人产业，以期刺激经济增长。据日本政府估计，在 2002 年，日本有 11000 个机器人应用于服务行业，其中 65% 应用于医院和养老院。到 2005 年，机器人护士的市场规模将达到 2.5 亿美元，2010 年达到 10 亿美元。索尼数字动物实验室预测：到 2010 年，全日本 4600 万家庭每家将至少拥有 2-3 个机器人，包括一个人性化的移动机器人。专门从事移动机器人设计和生产的 ActivMedia 公司于 2002 年对移动机器人市场进行了调查，调查结果显示^[4]：移动机器人市场将从 2000 年的 6.65 亿美元增加到 2005 年的 171.076 亿美元，快速增长到原来规模的 25 倍，而机器人的数量将继续保持强劲的增长势头，达到原来的 1600%。

我国机器人研究起步于上个世纪 70 年代初期，通过“七五”、“八五”科技攻关及 1986 年国家高技术研究发展计划（863 计划）的支持，获得了很大发展。目前我国在工业机器人、水下机器人、空间机器人、核工业机器人等领域的研究处于国际领先水平，然而总体上与发达国家相比还存在很大的差距。此外，我国的机器人市场也有很大潜力。专家预测 2005 年我国机器人年销售额将近 30 亿元，到 2010 年拥有量为 17300 台，年销售额为 93.1 亿元。据市场预测，“十五”期间我国工业机器人的总需求量约为 3000 台套。根据发达国家产业发展与升级的历程和工业机器人产业化发展趋势，到 2015 年我国机器人市场的容量约达十几万台套。

移动机器人是一种在复杂环境下工作的具有自规划、自组织、自适应能力的机器

人。在移动机器人相关技术的研究中，导航技术是其研究核心^[5-7]，也是实现真正智能化和完全自主移动的关键技术。导航研究的目标就是没有人的干预下使机器人有目的地移动并完成特定任务，进行特定操作。国际上利用如下的 MNT(Maximum Navigation Test) 检测移动机器人的导航能力^[8]：

移动机器人放置在一个未知、复杂、动态的环境中。机器人对环境进行一段时间的探索后，在成本函数（例如时间、能源消耗等）最小的条件限制下，必须能够到达任意指定的位置。

Leonard 和 Durrant-Whyte 把机器人的导航问题归结为“我在哪”、“我要去哪”及“我如何到达那里”三个问题的回答^[9]。机器人为了完成导航任务，必须解决如下四个问题：运动控制（Motion Control）、地图构建（World Modeling）、路径规划（Planning）和定位（Localization）^[8]。其中，定位是移动机器人导航最基本的环节，也是完成导航任务首先必须解决的问题。实时、精确的定位是提高机器人性能的关键。

1.1.3 课题研究问题的提出

移动机器人定位是确定机器人在导航环境中所处位置的过程。具体来说，是利用先验环境地图信息、机器人位置的当前估计以及传感器的观测值等输入信息，经过一定的处理和变换，产生更加准确的对机器人当前位置的估计。

在绝大多数移动机器人的应用中，有两种基本的位置估计方法（如图 1.1 所示）：相对定位和绝对定位^[10-15]。相对定位又称为局部位置跟踪，指机器人在已知初始位置的条件下确定自己的位置，是机器人定位处理过程中最广泛研究的领域^[16-17]。绝对定位又称为全局定位，要求机器人在未知初始位置的情况下确定自己的位置；当机器人被偷偷地移到一个任意位置时，这种技术可以解决机器人“绑架”问题(Kidnapped Robot Problem)^[18-19]。

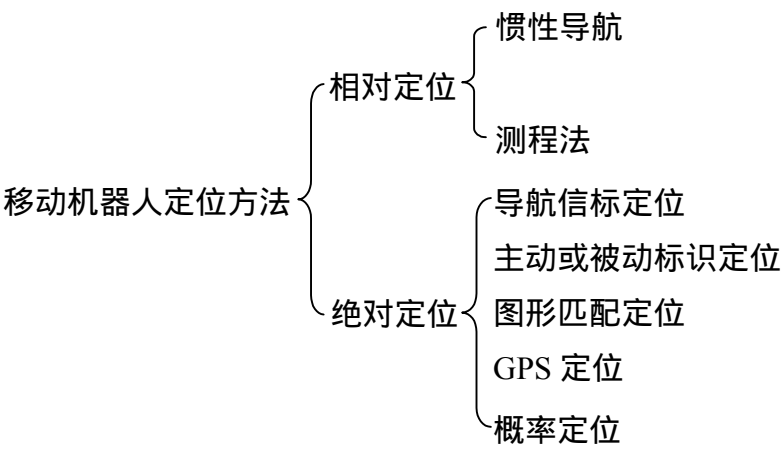


图 1.1 移动机器人定位方法

测程法是基于编码器(Encoder)测量信息的机器人定位方法总称，也是最广泛使用的相对定位方法。在测程法定位中，由于机器人驱动轮直径不相等及轮距不确定等测程法系统误差的影响，导致定位误差以常量累积；机器人移动过程中由于外界环境的时刻变化（例如轮子打滑和地面不平等因素），导致机器人产生方向误差，严重影响定位精度；因此需要借助外界传感器补偿测程法误差以提高定位精度，目前激光测距仪在机器人定位领域获得了非常广泛的应用；卡尔曼滤波是用于融合编码器和外界传感器最广泛使用的数据融合算法，利用卡尔曼滤波器融合编码器和外界传感器信息时需要根据机器人导航环境的变化实时地、自适应地估计测程法的噪声统计特性。测程法定位涉及的相关技术之间的逻辑关系如图 1.2 所示。

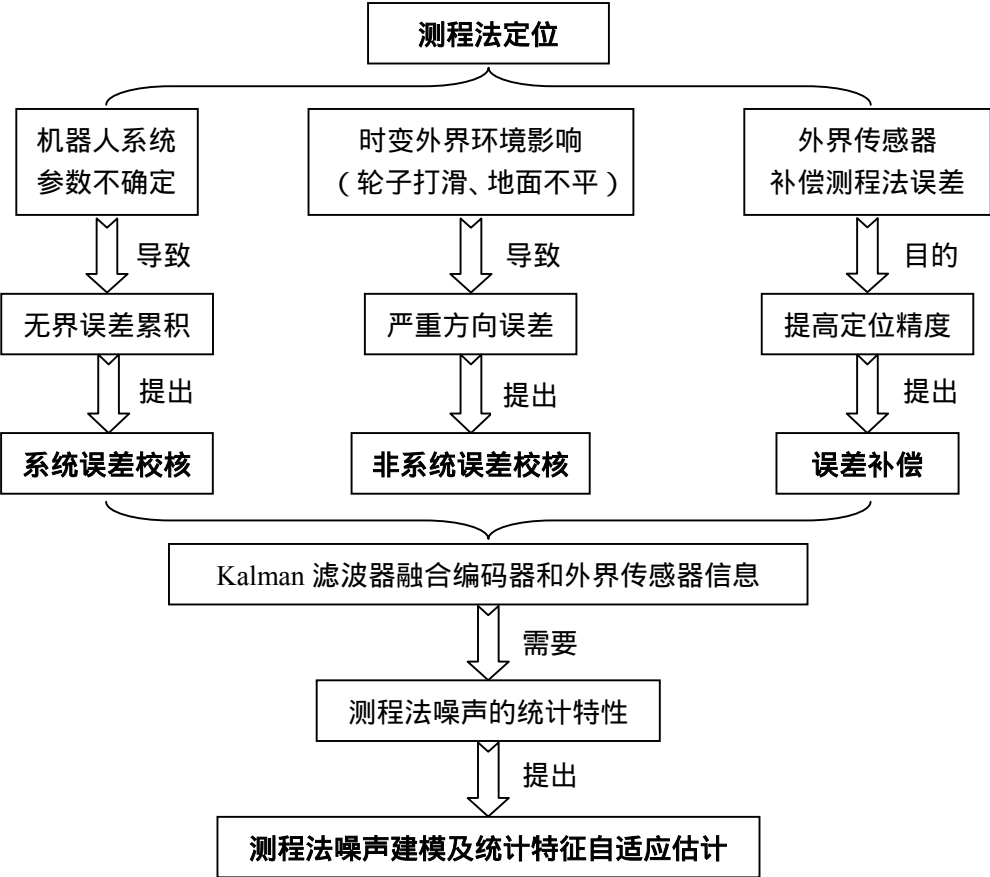


图 1.2 测程法定位涉及的相关技术之间的逻辑关系

本课题正是在上述背景下，以“移动机器人定位技术研究”为题，针对机器人系统参数校核、轮子打滑辨识与校核、测程法噪声建模和噪声统计特性的自适应估计、激光扫描数据和环境地图的匹配及基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿等技术展开研究，提高机器人的定位精度，实现精确的机器人位置估计。

1.1.4 课题研究的目的和意义

本课题的目的在于进一步研究移动机器人定位技术，通过实验和仿真技术验证论文提出算法的有效性和正确性，从而为机器人实现精确的位置估计提供必要的方法和理论依据。

定位是移动机器人研究的热点，也是机器人导航最基本的环节，对于提高机器人自动化水平具有重要的理论意义和实用价值。本文的研究对于跟踪和赶超国际机器人研究的先进水平、促进我国智能机器人技术进步具有现实的意义。尽管本课题的研究工作主要是针对室内移动机器人进行的，然而所获得的结论对于室外移动机器人、车辆导航也具有指导意义。

1.2 机器人定位的研究现状

在机器人的定位研究中，相对定位和绝对定位都不能很好地独自解决机器人的定位问题，因此目前主要是把这两种定位方法结合在一起使用^[10]。本节对相对定位技术和绝对定位技术进行了分析与总结，讨论了各自的研究现状。

1.2.1 相对定位研究

相对定位包括两种定位方法：惯性导航(Inertial Navigation)和测程法(Odometry)。惯性导航通常使用加速度计(Accelerometer)、陀螺仪(Gyro)、电磁罗盘(Electronic Compass)等传感器。来自密歇根大学机器人实验室^[20]及 Barshan 和 Durrant-Whyte^[21-22]的实验结果表明惯性导航定位并不是很理想。为了获得位置信息，加速度计必须积分两次，因此对漂移特别敏感。在一般的操作状态下加速度计的加速度很小，只有 0.01g 左右的数量级；然而只要加速度计相对于水平位置倾斜 0.5°（例如，机器人在不平的地面移动），就会产生对应数量级的波动，因此会带来较大的测量误差。和加速度计相比，陀螺仪能够提供更为精确的航向信息；然而，陀螺仪能够直接提供的只是角速度信息，必须经过一次积分才能获得航向信息，因此静态偏差漂移对陀螺仪的测量值有很大影响。此外，陀螺仪较高的价格也在一定程度上限制了它在机器人领域的使用。电磁罗盘能够直接为机器人提供航向信息，但它并不推荐在室内环境使用，因为在靠近电线和铁磁结构位置处容易受磁场干扰的影响^[13]。

测程法是最广泛使用的定位方法^[23]，对测程法的理解有狭义和广义之分，狭义测程法定位指利用编码器测量轮子位移增量推算机器人的位置；广义测程法定位基于编码器和外界传感器（例如声纳、激光测距仪、视觉系统等）的信息，利用多传感器信息融合算法估计机器人的位置。

狭义测程法是一种自包含的定位方法(Self-contained)，方法简单、低成本并且容易实时完成^[10,23]，并不需要外部传感器信息来实现对机器人位置和方向的估计^[24]，能

够提供很高的短期定位精度，工作原理如下^[14]：

机器人在第 K 个采样周期时的状态用 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 表示，其中 $(x(k), y(k))$ 和 $\theta(k)$ 分别表示机器人的位置和方向。假定 $X(k-1)$ 已知，并且由编码器获得的机器人左右轮的位移增量分别为 $U_L(k)$ 和 $U_R(k)$ ，则 $X(k)$ 可以用如下测程法方程确定：

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta\theta(k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1.1)$$

其中， $\Delta D(k)$ 和 $\Delta\theta(k)$ 分别代表机器人在第 K 个采样周期内的位移增量和方向增量。

由如下方程确定：

$$\Delta D(k) = \frac{U_L(k) + U_R(k)}{2} \dots\dots\dots (1.2)$$

$$\Delta\theta(k) = \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} \dots\dots\dots (1.3)$$

其中， B 指机器人的轮距（Wheelbase）。

狭义测程法基于如下假设：驱动轮的旋转运动能够转换为机器人相对于地面的直线位移。然而这种假设并不是一直有效，一种例外是移动机器人驱动轮的打滑，因此不可避免地导致无边界的定位误差累积^[10,23]。它的误差可以分为系统误差和非系统误差两种^[25]。在绝大多数光滑地板上，系统误差占主导地位；在粗糙的地板上，非系统误差则占主导地位^[10,23]。

狭义测程法仅仅依靠编码器的信息估计机器人的位置，由于系统误差和非系统误差的影响，导致定位误差随着机器人移动距离的增加而逐步累积，因此需要借助外界传感器的信息修正编码器的定位误差。广义测程法利用外界传感器扫描机器人导航环境，提取环境特征信息并和环境地图匹配，应用数据融合算法来提高机器人的定位精度。下面将对测程法定位涉及的相关技术做详细讨论，并不再区别狭义测程法和广义测程法，统称为测程法定位。

1.2.1.1 测程法系统误差校核

测程法的系统误差在很长的时间内不会改变，和机器人导航的外界环境并没有关系，主要由下列因素引起^[10,23]：

- ◆ 驱动轮直径不等；
- ◆ 驱动轮实际直径的均值和名义直径不等；
- ◆ 驱动轮轴心不重合；

- ◆ 轮距长度的不确定；
- ◆ 有限的编码器测量精度；
- ◆ 有限的编码器采样频率；

机器人在导航过程中，测程法的系统误差以常量累积，严重影响机器人的定位精度，甚至会导致机器人导航任务的失败。为了减小系统误差对机器人定位精度的影响，国外学者提出了很多种方法^[25-34]。Chong 和 Kleeman 设计了名为 Blanche 的机器人，该机器人两个导向轮象刀锋一样薄，能够在很大程度上减少轮距的不确定性^[34]。Louchene 等人在机器人后面放置专门设计的后轮 (Trailing Wheel) 校核测程法的系统误差和非系统误差^[26]。Borenstein 提出内部位置误差校核 (Internal Position Error Correction, IPEC) 算法校核测程法的系统误差和非系统误差^[25]，并利用专门设计的机器人 OmniMate 验证该算法的效果。实验结果表明 IPEC 能够使测程法的定位精度提高一个数量级。为了扩大 IPEC 算法的使用范围，Borenstein 把特殊设计的智能编码器拖车 (Smart Encoder Trailer, SET) 放在机器人后方，并结合 IPEC 算法一起校核测程法的系统误差和非系统误差^[27]。仿真和实验结果都表明 IPEC 和 SET 的结合能够极大提高机器人的定位精度。Goel 等人利用高精度的测速计测量机器人驱动轮的速度，并和编码器获得的驱动轮速度进行对比，同时结合编码器换算系数 (Conversion Factor) 的计算公式^[10]，从而可以精确测量驱动轮的直径；然而该方法并不能测量机器人的轮距^[28]。文献[29-30]利用间接卡尔曼滤波器融合编码器和陀螺仪的数据来修正测程法的系统误差；由于陀螺仪存在严重的漂移误差，使得该方法对测程法系统误差的校核效果受到了限制。

Borenstein 和 Feng 认为测程法系统误差的主要来源为驱动轮直径的不相等及轮距的不确定，并提出 UMBmark 校核 (UMBmark Calibration) 算法。实验结果表明 UMBmark 校核算法能够使测程法的定位精度至少提高 10 倍^[10,23]。UMBmark 校核方法是一种系统方法，容易实现并且不需要复杂的设备，是最广泛使用的测程法系统误差校核方法^[31-33]。

1.2.1.2 测程法非系统误差校核

测程法非系统误差是机器人和外界环境接触，由于外界环境不可预料特性引起。测程法非系统误差的主要误差来源如下^[10,23]：

- ◆ 轮子打滑；
- ◆ 地面不平；
- ◆ 地面有无法预料的物体（例如石块）；

- ◆ 外力作用和内力作用；
- ◆ 驱动轮和地板是面接触而不是点接触；

对于机器人定位来说，非系统误差是异常严重的问题，因为它无法预测并导致严重的方向误差。测程法非系统误差包括方向误差和位置误差。考虑机器人的定位误差时，方向误差是主要的误差源^[35-38]。机器人导航过程中小的方向误差会导致严重的位置误差^[38]。作为测程法非系统误差的主要来源，轮子打滑和地面不平都能导致严重的方向误差；在室内环境中，轮子打滑对机器人定位精度的影响要比地面不平对定位精度影响要大，因为轮子打滑发生的频率更高。

陀螺仪和电磁罗盘都能为机器人提供航向信息。由于陀螺仪的测量数据必须经过积分才能够得到航向信息，因此机器人的航向很容易受陀螺仪内部静态偏差漂移的影响。此外，比例因子的非线性和环境温度都给陀螺仪带来较大的测量误差。Borenstein 等人以精确控制的步进电机作为旋转实验平台，利用陀螺仪测量该平台在不同温度、旋转速度条件下角速度，并和步进电机的实际角速度进行比较，从而建立了陀螺仪基于静态偏差漂移、比例因子和温度的误差数学模型^[29,39-40]。实验结果表明该模型对陀螺仪测量数据具有很好的校核效果。电磁罗盘通过测量机器人相对于地球磁场的位置而获得机器人的航向，一般用于室外导航；在室内环境中，由于来自电线和铁磁结构的电磁干扰影响电磁罗盘的输出，因此在室内环境中电磁罗盘不能为机器人提供稳定的航向信息^[10,41]。von der Hardt 等人把电磁罗盘的干扰源分为由导航环境中的磁性物体导致的外部磁场干扰和由机器人自身引起的内部磁场干扰，并提出算法修正内部磁场干扰对电磁罗盘测量数据的影响^[42]。Ojeda 和 Borenstein 讨论了电磁罗盘的误差来源，把误差分为绝对误差和相对误差，并提出算法来校核这些误差^[43]；不过，他们指出：外部磁场干扰对电磁罗盘的影响最大，也最难校核。

国外很多学者从机器人动力学的角度校核轮子打滑对机器人定位精度的影响。Hamdy 等人建立了一个 10 阶的移动机器人轮子打滑的非线性动力学模型^[44]。Williams 等人通过实验测量摩擦系数及导致轮子打滑的力的大小，建立了轮子打滑的动力学模型^[45]。利用非线性控制理论中关于可控性和可达性的结论，Shekhar 等人建立了轮子打滑的动力学模型^[46]。

此外，国外学者也利用机器人自身配置的传感器来校核测程法的非系统误差。Scheding 等人融合惯性传感器、编码器和激光测距仪的信息来校核轮子打滑对机器人定位的影响^[47]。Tsai 利用统计方法融合来自于电磁罗盘、陀螺仪和编码器的信息，提出多传感器融合算法估计机器人导航过程中的方向^[48]，当轮子打滑发生或者机器人走过不平地面时，该算法可以有效校核方向误差，然而却不能修正位置误差。Borenstein

和 Feng 提出 Gyrodometry 算法校核由于地面不平而导致的方向误差^[35]。Gyrodometry 算法的提出基于如下事实：机器人导航过程中，如果受到测程法非系统误差的影响（轮子打滑或者地面不平），由编码器和陀螺仪分别测量的机器人角速度之间的差值较大；而在其他时间内，角速度差值较小。因此，机器人移动过程中，如果没有受到测程法非系统误差的影响，利用编码器的测量信息；如果受到测程法非系统误差影响，利用陀螺仪的信息。实验结果表明 Gyrodometry 算法能够很好地校核机器人的方向误差。基于 Gyrodometry 算法，Tarin Sauer 等人利用卡尔曼滤波融合编码器和陀螺仪的信息定位机器人^[49]。不过，文献[35,49]都忽略了陀螺仪偏差漂移对机器人定位精度的影响。Maeyama 等人改进了 Borenstein 和 Feng 的工作^[50]。当角速度差值较小时，利用卡尔曼滤波估计陀螺仪的偏差漂移；当角速度差值较大时，利用陀螺仪的数据定位机器人。实验结果表明了该算法的有效性。

1.2.1.3 测程法噪声统计特性研究

如果移动机器人在导航过程中仅仅依靠编码器的信息进行位置估计，那么由于测程法系统误差和非系统误差会引起无界的误差累积，甚至导致机器人导航任务的失败，因此需要借助外界的传感器信息修正测程法的定位误差，提高机器人的定位精度。

卡尔曼滤波器（Kalman Filter，KF）是最广泛使用的用于融合编码器和其他传感器信息实现机器人位置估计的工具^[51-52]。它是一种线性最优递推估计算法，假定系统噪声和观测噪声均为高斯分布的白噪声，因此只需要知道噪声的均值和协方差矩阵就可进行迭代求解。由于实际应用的需要，又发展成为推广卡尔曼滤波器（Extended Kalman Filter，EKF）、自适应推广卡尔曼滤波器（Adaptive Extended Kalman Filter，AEKF）等形式。

利用卡尔曼滤波器融合编码器和其他传感器的信息定位机器人时，需要测程法噪声统计特性，包括噪声的均值和协方差矩阵。一般定位处理中假定噪声服从均值为零的正态分布，因此需要测程法噪声的协方差矩阵估计值。在很多的滤波处理中，测程法噪声协方差矩阵用基于经验的固定值表示^[48,53]。然而在实际应用中，测程法噪声协方差矩阵事先是未知的；此外，机器人移动过程中，由于轮子和地面接触状况时刻变化及轮子打滑等众多外界因素的影响，测程法噪声协方差矩阵是时刻变化的。采用不正确的噪声协方差矩阵不仅会严重影响卡尔曼滤波器的定位效果，甚至会导致滤波发散^[52,54]。因此机器人在定位过程中，希望能够实时地、自适应地估计测程法噪声协方差矩阵。

国内外学者提出了一些算法来实时地估计测程法噪声统计特性。Chenavier 等人

利用 EKF 融合编码器和照相机的信息定位机器人；该 EKF 中的测程法噪声协方差矩阵用基于经验的对角阵表示，能够在一定程度上实时地、自适应地估计测程法噪声统计特性^[14]。文献[55]提出了类似的算法估计测程法噪声协方差矩阵。Larsen 等人提出两种算法估计测程法噪声统计特性。第一种算法基于高斯噪声，第二种算法通过传播测程法误差模型的不确定实现^[56]。Chong 等人从理论上综合机器人移动路径上的噪声，建立了测程法噪声的封闭表达式，使测程法噪声统计特性能够根据机器人移动状态实现实时地、自适应地估计，不过该算法的缺点在于计算量较大，实时性较差^[31]。

为了改进卡尔曼滤波器的性能，要求给出时变噪声统计估计器及相应的自适应卡尔曼滤波器。Tabuchi 等假定噪声均值已知为零，给出了时变噪声协方差估计器^[57]。Yoshimura 等假定观测噪声的均值和协方差是已知的，给出了一种模型噪声的时变均值和协方差估计器^[58]。基于卡尔曼滤波器的观测值，Sage 和 Husa 提出了系统噪声和量测噪声的极大后验次优无偏估计算法^[59]。邓自立等人改进了 Sage 和 Husa 的工作，提出用虚拟时变噪声统计补偿线性化模型误差的新思想，并推导出新的 AEKF 算法^[60-61]。AEKF 不需要预先知道系统噪声的统计特性，并能够在卡尔曼滤波的递推过程中对系统噪声和量测噪声进行自适应估计，因此在定位处理中获得了广泛地使用^[54,62]。然而上述的 AEKF 对于虚拟噪声的估计易出现异常现象，即失去正定性，从而导致滤波发散^[63]，张友民等在文献[64]中提出了改进算法。

1.2.1.4 测程法误差的补偿

机器人定位过程中，需要利用外界传感器信息补偿测程法的误差。广泛用于机器人定位的外界传感器有陀螺仪、电磁罗盘、红外线、超声波传感器、声纳、激光测距仪、视觉系统等^[14,29-30,38,42,48,50,53-55,65-66]。

目前利用室内环境的自然特征实现机器人的位置估计变得越来越流行^[67]。机器人定位研究中，一般利用外界传感器提取导航环境特征，并和环境地图进行匹配以修正测程法的误差。因此利用外界传感器定位机器人时，主要任务在于如何提取导航环境的特征并和环境地图进行匹配。在室内环境中，墙壁、走廊、拐角、门等特征被广泛地用于机器人的定位研究。目前，声纳和激光测距仪是最广泛使用的外界传感器，因此本章主要讨论这两种传感器在机器人定位研究中的应用。

1) 声纳在定位中的应用

声纳使用的超声波频率一般在 20KHz 以上，波长较短，可以聚集成狭小的线束发射而呈直线状传播，所以传播具有一定的方向性。与激光测距仪相比，声纳测距在近距离范围内有不受光线影响、结构简单、成本低等优点，因此广泛用于室内环境的定

位研究中。文献^[68-71] 利用声纳提取平面、拐角及边界等室内环境特征信息。Tao 等人利用声纳提取环境中的拐角信息来修正机器人的位置和方向误差^[72]。Meng 等人利用 8 个 Polaroid 声纳提取室内环境中的平面、拐角及柱面等特征，并利用 AEKF 融合编码器和声纳的信息定位机器人^[54]。Drumheller 从声纳获取的室内环境信息中提取线段特征，并和地图进行匹配以定位机器人^[73]。

然而，声纳的测量精度不高，具有“盲区”缺陷^[74]，并且声纳返回的数据存在较大的不确定性^[75]。声纳测量值的不确定性主要表现在：

- 1) 声纳本身的测量误差；
- 2) 声波的射束宽度（Beam Width）很宽（一般为 25°左右）^[76]，因此声纳只能感知障碍物在扇形区域内，但不能确定障碍物的确切位置；
- 3) 机器人上通常装有多声纳，有时可能会产生干扰；
- 4) 超声波在比较光滑的物体表面反射时，如果入射角较大，超声波可能会反射到声纳接受不到的地方；也可能发生多次反射后又返回到该声纳，这都会使测量结果大于真实距离。

由于声纳返回的数据具有较大的不确定性，因此希望通过理论或者实验建立声纳返回数据的模型（简称声纳模型）。声纳模型的建立非常复杂，需要综合考虑声纳离障碍物的距离、声纳的入射角、声纳的噪声统计特性及环境的统计特性等众多因素^[77]。最简单的声纳模型直接利用声纳的测量值作为声纳离障碍物的距离，这种模型存在很大问题。第一，当障碍物为光滑表面时，声纳发出的超声波遇到该表面发生镜面反射，很可能导致反射的超声波不能被声纳接收，因此只有当超声波的入射角较小时声纳才能接收到反射回来的超声波；第二，由于声纳的射束宽度很宽，声纳接收到的返回超声波有可能是射束宽度形成的扇形区域内任何一点反射的超声波，从而导致声纳测量数据有较大的不确定。Elfes 和 Moravec^[78]等人考虑声纳射束宽度对测量值的影响，建立声纳模型，该模型在非镜面环境的地图创建中取得了成功^[79]；然而该模型并没有考虑镜面反射对声纳测量值的影响，因此如果导航环境中存在镜面障碍物时，利用该模型可能获得错误的测量数据。Lim 等人对上述模型进行了改进，改进的声纳模型中考虑了镜面反射的影响^[80]。Kuc 等人根据声学原理，从理论上推导出声纳发出的超声波遇到镜面障碍物时的声纳模型；仿真结果表明：在入射角较小的情况下，利用声纳测量镜面墙壁返回的测量值始终等于障碍物法线方向离声纳的距离，并且与入射角的大小没有关系^[81]。Lee 和 Recce 等人对声纳测量粗糙墙壁和镜面墙壁的返回数据进行了研究^[82-83]。实验发现：当入射角较小时，测量粗糙墙壁返回的数据和测量镜面墙壁返回的数据类似；然而，当入射角逐渐增大时，测量粗糙墙壁返回的数据也逐渐增大并

且要比实际的距离要大。Harris 等人利用声纳以不同的入射角和距离测量粗糙墙壁和镜面墙壁并获得了大量的实验数据；对于粗糙墙壁，他们给出声纳的实验数学模型，该模型以入射角和距离为参数；对于镜面墙壁，他们给出了声纳的概率模型^[84]。

2) 激光测距仪在定位中的应用

近年来，激光测距仪由于具有射束宽度窄（1°左右）、测量精度高、采样频率快等优点，在机器人的研究领域获得了广泛的应用，包括机器人避障（Obstacle Avoidance）^[85]、室内外环境特征提取（Feature Extraction）^[86]、地图创建（Map Building）^[87-90]和定位（Localization）^[91]等领域。相对于其他的传感器（例如声纳），激光测距仪能够提供更为密集、更为准确的测量数据。

激光测距仪扫描机器人周围的环境，得到一系列离散的数据。当应用激光测距仪定位机器人时，希望从这些离散的数据中提取环境特征，并和环境地图匹配以定位机器人。在基于激光的移动机器人定位处理中，线段是室内环境中最广泛使用的几何特征之一^[92-93]。众多文献从离散的激光扫描数据中提取线段特征来定位机器人^[91,93-97]。Forsberg 等人提出一种距离权重 Hough 变换（Range Weighted Hough Transform, RWHT）算法从激光扫描数据中提取线段信息，线段对应于机器人导航环境的平面（例如走廊、墙壁等）^[98-100]。实验结果表明该算法具有很好的稳定性；然而，该算法的实时性在很大程度上取决于角度步长和距离步长的选择——如果角度步长和距离步长选择较小，则提取线段信息要消耗大量的计算资源，实时性很差；如果角度步长和距离步长选择较大，则提取的线段信息精度不高。因此该算法并不适合于实时的定位处理，而比较适合于室内环境地图的创建。Arras 等人把离散的激光扫描数据划分为不同的类，利用 Mahalanobis 距离矩阵通过分层聚类算法提取线段信息；实验结果表明该方法能够非常有效地提取室内环境的平面特征^[101]。文献[67,102-106]中利用 Spmodel（Symmetries and Perturbation Model）从激光扫描数据中提取室内环境的线段、拐角等特征，并利用 EKF 融合激光扫描数据和编码器信息定位机器人。

关于激光扫描数据和地图的匹配，国外学者提出了许多算法。Hinkel 等人首先提出基于激光扫描数据的角度直方图概念^[13]。基于该概念，Weiss 等人提出计算机器人方向误差的算法，并通过拓宽角度直方图的概念进一步提出计算机器人在 x 方向和 y 方向位置误差的算法^[107]。Gutmann 等人利用线段表示室内环境，提出 LineMatch 算法从激光扫描数据中提取线段信息并和地图中线段的匹配以修正机器人的位置误差和方向误差；为了提高机器人的定位精度，来自编码器和激光测距仪的信息通过 EKF 融合在一起以实现机器人位置的精确估计^[108]。Lu 等人事先利用激光测距仪扫描机器

人导航环境信息并把数据存储到地图中，并提出 IDC (Iterative Dual Correspondence) 算法把当前激光扫描数据和地图中的激光扫描数据进行匹配以定位机器人^[109]。IDC 算法适合于多边形环境和非多边形环境的机器人定位。文献[110]提出 Cox 定位算法。在该算法中，室内环境模型用线段表示；激光扫描数据直接和室内环境模型中的线段进行匹配以获得机器人定位过程中的位置误差和方向误差。然而，如果机器人导航环境比较复杂，那么激光扫描数据和室内环境模型中的线段进行匹配时的计算量较大，从而导致该方法的实时性较差。Gutmann 等人在 IDC 算法和 Cox 算法基础上提出了稳定可靠的 CSM 算法定位机器人^[111]。

1.2.2 绝对定位研究

绝对定位经常依赖于如下的几种方法： 导航信标 (Navigation Beacon) ； 主动或被动标识 (Active or Passive Landmarks) ； 图形匹配 (Map Matching) ； 基于卫星的导航信号 (Satellite-based Navigation Signals) ，即 GPS 定位； 概率定位。基于信标的绝对定位经常采用三视距法 (Trilateration) ^[48,112-113] 和三视角法 (Triangulation) ^[114-116]。标识定位是一种常见的绝对定位技术。标识是具有明显特征的、能被机器人传感器识别的特殊物体。根据标识的不同，分为基于自然标识定位^[117]和基于人工标识定位^[118-120]。其中，人工标识定位技术应用最为成熟。人工标识定位是在移动机器人的工作环境里，人为地设置一些坐标已知的标识，如超声波发射器、激光反射板等，机器人通过对标识的探测来确定自身的位置。地图匹配指移动机器人通过自身的传感器探测周围环境，并利用感知到的局部信息进行局部地图构造，然后将这个局部地图与预先存储的环境地图进行比较，如两地图相互匹配，就能计算出机器人在工作环境中的位置与方向^[18,121-122]。环境地图可以是 CAD 模型，或者是传感器建立的模型。地图匹配定位的两个关键技术是地图模型的建立和匹配算法。GPS 是一种以空间卫星为基础的导航与定位系统，在智能交通系统 (Intelligent Transportation System , ITS) 中获得了广泛的应用^[123-125]。然而，当车辆经过高楼、林荫道、隧道、立交桥等区域时，茂密的树叶造成卫星信号的大幅度衰减，高楼阻挡或者反射部分卫星信号，从而导致 GPS 接收机不能够定位或者定位误差达几十米甚至几百米，因此目前主要是把 GPS 和航位推算系统 (Dead Reckoning , DR) 集成在一起，实现车辆连续、高精度的导航定位^[123,125]。

绝对定位方法的优点在于定位误差是有界的；然而导航信标和标识经常需要昂贵的安装和维护成本；图形匹配方法通常比较慢，或者不精确^[110]，甚至不稳定^[126]。采用这三种方法事先要知道机器人的工作环境。GPS 只能用于户外环境，而且定位精度

较差，通常在 10 - 30 米的数量级^[127]。

近年来，基于概率的绝对定位方法引起了国内外学者的注意，成为机器人定位研究的热点，出现了一大批文献。本文在此主要介绍概率定位中最重要的马尔可夫定位和蒙特卡罗定位。马尔可夫定位和蒙特卡罗定位不仅能够实现全局定位和局部位置跟踪，而且能够解决机器人的“绑架”问题。

1.2.2.1 马尔可夫定位 (Markov Localization, ML)

基于部分可观测马尔可夫决策过程 (Partially Observable Markov Decision Process, POMDP)，Fox 等人首先提出马尔可夫定位方法^[128]。马尔可夫定位基于马尔可夫假设，即机器人观测值独立性假设及运动独立性假设，由贝叶斯规则推导。

马尔可夫定位处理中，通常机器人不知道它的确切位置，而是持有一个它可能在哪儿的信度 (Belief)，信度指机器人在整个位置空间的概率分布^[129]。在马尔可夫定位中，机器人导航环境被划分为很多的栅格，每个栅格的值在 0~1 之间，表示机器人在该栅格的信度，所有栅格信度值之和为 1。马尔可夫定位的关键之处在于信度值的计算^[130]。当机器人收到外界传感器信息或者利用编码器获得机器人移动信息时，基于马尔可夫假设和贝叶斯规则，每个栅格的信度值被重新计算^[131]。

当机器人获得编码器信息或者利用外界传感器感知环境后，马尔可夫定位算法必须对所有的栅格进行计算，因此需要大量的计算资源和内存，导致定位处理的实时性很差。如果将一个 $30 \times 30 \text{ m}^2$ 的导航环境划分成为 $15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times 2^\circ$ 的栅格，栅格的数量将达到 7,200,000 个。实验结果表明，对上述环境进行一次马尔可夫定位处理，需要超过 100MB 的内存空间并消耗大量的计算资源，同时处理的时间超过 1 秒钟^[16,132]。

Wu 等人分析马尔可夫定位算法发现该算法的很多计算量可以预先完成^[133]。他们利用粗略计算方法 (Rough Computation Method) 处理环境特征数据，并利用增量策略减少马尔可夫的计算成本。实验结果表明了该算法的有效性。为了解决马尔可夫定位消耗大量计算资源的问题，Fox 等人事先对传感器感知模型进行计算并把计算结果保持到查询表 (Look-up Table) 中；马尔可夫定位过程中要利用感知模型估计机器人的位置时，直接调用查询表中的值，从而可以在一定程度上减少计算量^[128]。Burgard 等人提出一种动态马尔可夫定位方法 (Dynamic Markov Localization, DML)^[134]。DML 不仅能够自动调整栅格的数量以降低计算机资源损耗，并且能够通过调整栅格的尺寸以提高定位精度。

一般来说，马尔可夫定位比 EKF 具有更好的鲁棒性；而后者具有更好的定位精度^[135-137]。Gutmann 提出一种集成马尔可夫和 EKF 的定位方法 ML-EKF。实验结果表

明 ML-EKF 比马尔可夫定位和 EKF 具有更好的定位精度^[135]。

1.2.2.2 蒙特卡罗定位 (Monte-Carlo Localization , MCL)

基于马尔可夫定位方法 ,Dellaert 等人提出了蒙特卡罗定位方法^[131]。MCL 也称为粒子滤波 (Particle Filter)。MCL 的主要思想是用 N 个带有权重的离散样本 $S_t = \{(x_t^i, w_t^i), i = 1, \dots, N\}$ 表示机器人状态的后验概率密度分布。其中, x_t^i 是机器人在 t 时刻的一个可能状态; w_t^i 是一个称为权重的非负参数, 表示 t 时刻机器人的状态为 x_t^i

的概率为 w_t^i , 且 $\sum_{i=1}^N w_t^i = 1$ 。MCL 包括 4 个阶段: 初始化, 采样阶段, 权重归一化和输出阶段。采样阶段是 MCL 的核心, 它包括重采样、状态转移和权重计算 3 步。

和马尔可夫定位算法相比, MCL 具有如下优点^[16]:

- 1) 极大地减少内存的消耗量并有效利用机器人资源;
- 2) 具有更好的定位精度;
- 3) 算法的实现更容易;

虽然 MCL 大大减少了计算机资源损耗, 但它仍然要花较多时间实现机器人的位置更新, 因此实时性不是很理想^[138]。Koller 等人在利用 MCL 定位机器人的过程中自适应地调整样本数量^[139]。当机器人进行全局定位时, 采用较多的样本来定位机器人; 当机器人进行局部位置跟踪时, 利用较少的样本来定位机器人。该算法的实现可以充分利用计算机的资源并提高机器人的定位精度。Kwok 等人提出一种自适应实时粒子滤波算法 (Adaptive Real-time Particle Filters)^[140]。该算法使机器人在定位过程中能够自适应地调整样本的数量; 此外, 当需要大量样本来表示机器人位置的不确定时, 该算法充分利用每个传感器的测量值, 从而避免了丢失有用信息的风险。

如果 MCL 采用有限样本, 当机器人处于正确位置附近时, MCL 有时不能产生新的样本。为了解决这个问题, Fox 等人建议在 MCL 的采样阶段增加一些均匀分布的随机样本, 从而可以保证机器人在任何情况下能够准确定位^[16]。Thrun 等人提出 Mixture-MCL 算法^[17,141]。Mixture-MCL 算法的核心在于把常规的 MCL 和双重 MCL 集成在一起, 从而改变了样本的产生方式。在样本数量较小的时候, Mixture-MCL 工作得很好; 当机器人被“绑架”时, Mixture-MCL 能够保证机器人在很短的时间内重新定位。

MCL 需要准确的概率模型, 这在实际应用中比较困难做到。Ueda 等人在 MCL 中利用均匀分布来表示概率模型, 并提出一种均匀 MCL 算法^[138]。实验结果表明均

匀 MCL 算法不仅能够有效降低计算机资源消耗，而且具有较好的定位精度及控制的鲁棒性。

1.3 论文主要研究内容与章节安排

1.3.1 论文主要研究内容

本文以实现移动机器人精确位置估计为最终目标，在总结国内外最新理论与实践基础上，对机器人系统参数校核、轮子打滑辨识与校核、测程法噪声建模和噪声统计特性的自适应估计、激光扫描数据和环境地图的匹配及基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿等技术进行了深入分析与系统研究，其主要内容与创新之处包括：

1) 机器人系统参数的校核。改进 UMBmark 校核算法，建立新的测程法系统误差模型，给出完整算法计算移动机器人的系统参数及对应的校核系数。

2) 轮子打滑的辨识与校核。基于编码器和电磁罗盘的测量信息，建立移动机器人直线移动时的轮子打滑模型，提出算法判断轮子是否发生打滑并校核打滑导致的方向误差和位置误差；基于轮子打滑模型，提出间接卡尔曼滤波计算移动机器人驱动轮的直径和轮距；

3) 测程法噪声模型的建立及统计特性的自适应估计。分析编码器测量精度对移动机器人定位的影响，建立测程法噪声模型，提出算法实时地、自适应地估计测程法噪声的统计特性；

4) 激光扫描数据和环境地图的匹配。定义 g -权重 Hough 转换，提出“平面有效区域”的概念，直接把激光扫描数据和环境地图进行匹配以快速、有效地提取室内环境的线段特征；

5) 基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿。利用激光扫描数据中提取的线段信息，提出加权最小二乘法计算机器人的方向误差，点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算机器人的位置误差，并应用推广的卡尔曼滤波精确定位机器人。

1.3.2 论文组织结构

全文共七章，安排如下：第一章为绪论部分；第二章分析了 UMBmark 校核算法在校核低控制精度移动机器人系统参数时的缺点，提出改进算法以实现测程法系统误差校核；第三章基于编码器和电磁罗盘的测量信息，建立机器人直线移动轮子打滑模型，提出轮子打滑的辨识与校核算法，并利用间接卡尔曼滤波器融合编码器和电磁罗盘的信息计算机器人的系统参数；第四章在分析编码器测量精度对机器人定位影响的基础上，建立测程法噪声模型，提出算法对机器人移动过程中的测程法噪声统计特性

进行实时地、自适应地估计；第五章定义 g -权重 Hough 转换，提出“平面有效区域”的概念，直接把激光扫描数据和环境地图进行匹配以提取室内环境的线段特征；第六章利用激光扫描数据中提取的线段信息校核机器人的方向误差和位置误差，通过推广的卡尔曼滤波定位机器人；最后为结论与展望。

2 机器人系统参数的校核

2.1 引言

测程法的系统误差是重要的误差来源；它以常量积累，产生无界的误差累积，甚至会导致移动机器人导航任务的失败，因此测程法系统误差的校核是实现机器人准确位置估计的前提。为了校核测程法系统误差，国外学者提出了多种方法，其中以密歇根大学机器人实验室 Borenstein 和 Feng 两人提出的 UMBmark 校核算法^[10,23]影响最大。UMBmark 校核算法是一种系统方法，容易实现并且不需要复杂的设备。来自文献[10]的实验结果表明：UMBmark 校核算法能够使移动机器人的定位精度（相对于系统误差）至少提高一个数量级。

本章概述了 UMBmark 校核算法的主要思想，详细讨论了该算法定义的测程法系统误差简化模型及对应算法在校核低控制精度机器人系统误差时存在的问题，提出了改进算法；建立了新的测程法系统误差模型，给出算法计算差分移动机器人的系统参数及对应的校核系数。实验结果表明改进算法能够更有效地校核移动机器人的系统参数。

2.2 UMBmark 校核算法概述

Borenstein 和 Feng 认为测程法系统误差主要由“不相等的轮直径”和“轮距的不确定”两个因素引起。用 E_d 表示由于不相等的轮直径而导致的相对误差，并定义为：

$$E_d = D_R / D_L \dots\dots\dots (2.1)$$

其中 D_L 和 D_R 指机器人左右驱动轮的实际直径；用 E_b 表示由于轮距的不确定而导致的相对误差，并定义为：

$$E_b = B_{actual} / B_{nominal} \dots\dots\dots (2.2)$$

其中 B 指机器人的轮距。

E_s 表示由于机器人实际驱动轮直径的均值和名义直径不相等而导致的相对误差，是重要的测程法系统误差来源。不过 Borenstein 和 Feng 认为可以通过尺量法（Tape Measure）来测量 E_s 导致的误差，并在 UMBmark 实验之前用软件进行补偿。

为了确保 E_d 和 E_b 导致的误差不相互补偿，Borenstein 和 Feng 引入了如下“双向正方形路径实验”（Bidirectional Square Path Experiment），即 UMBmark 实验：

- 1) 开始实验前，测量机器人的绝对位置；
- 2) 机器人顺时针通过一个 4×4 米的正方形路径，并确保：
 - ◆ 机器人走过 4 米的直线位移后停下；

- ◆ 在每个正方形路径的拐角处做 90°的定点（On-the-spot）旋转；
- ◆ 机器人慢慢地移动以避免轮子打滑；
- 3) 机器人返回到起始位置后测量机器人的绝对位置；
- 4) 计算机器人起始点和终点位置差值；
- 5) 重复步骤 1 - 4 另外获得 4 次实验结果；
- 6) 在逆时针方向重复步骤 1 - 5；

为了分析 UMBmark 实验导致的位置误差，Borenstein 和 Feng 定义了两类仅仅在 UMBmark 实验中有意义的方向误差：Type A 误差和 Type B 误差。Type A 误差指机器人在顺时针和逆时针方向上进行正方形路径实验时减少（或者增加）机器人旋转角度总量的方向误差，用 α 表示；Type B 误差指机器人在一个方向移动时减少（或者增加）机器人旋转角度总量而在另一个方向移动时增加（或者减少）机器人旋转角度总量的方向误差，用 β 表示。

基于 Type A 误差和 Type B 误差，建立如下测程法系统误差的简化模型。假定：

- 1) E_d 和 E_b 是测程法系统误差的主要来源；
- 2) 不正确的轮距（ E_b ）仅仅对机器人旋转造成误差，而对直线移动没有影响；
- 3) 不相等的轮子半径（ E_d ）仅仅对机器人的直线移动造成误差，而对旋转没有影响；
- 4) E_b 只造成 Type A 误差，而不造成 Type B 误差；
- 5) E_d 只造成 Type B 误差，而不造成 Type A 误差；

基于上述简化模型，消除 E_b 几乎可以完全消除 Type A 误差，消除 E_d 几乎可以完全消除 Type B 误差。

Borenstein 和 Feng 分析了 UMBmark 实验的特征以区别 Type A 误差和 Type B 误差，并利用下列方程求解差分移动机器人的系统参数及对应的校核系数（即： D_L ， D_R ， B_{actual} ， c_L 和 c_R ）：

$$\beta = \frac{x_{c.g.,CW} - x_{c.g.,CCW}}{-4L} \frac{180^\circ}{\pi} \dots\dots\dots (2.3a)$$

或者

$$\beta = \frac{y_{c.g.,CW} + y_{c.g.,CCW}}{-4L} \frac{180^\circ}{\pi} \dots\dots\dots (2.3b)$$

$$R = \frac{L/2}{\sin(\beta/2)} \dots\dots\dots (2.4)$$

$$E_d = \frac{D_R}{D_L} = \frac{R + B/2}{R - B/2} \dots\dots\dots (2.5)$$

$$\alpha = \frac{x_{c.g.,CW} + x_{c.g.,CCW}}{-4L} \frac{180^\circ}{\pi} \dots\dots\dots (2.6a)$$

或者

$$\alpha = \frac{y_{c.g.,CW} - y_{c.g.,CCW}}{-4L} \frac{180^\circ}{\pi} \dots\dots\dots (2.6b)$$

$$B_{actual} = \frac{90^\circ}{90^\circ - \alpha} B_{nominal} \dots\dots\dots (2.7)$$

$$E_b = \frac{90^\circ}{90^\circ - \alpha} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$D_a = (D_R + D_L)/2 \dots\dots\dots (2.9)$$

$$D_L = \frac{2}{E_d + 1} D_a \dots\dots\dots (2.10)$$

$$D_R = \frac{2}{(1/E_d) + 1} D_a \dots\dots\dots (2.11)$$

$$C_L = \frac{2}{E_d + 1} \dots\dots\dots (2.12)$$

$$C_R = \frac{2}{(1/E_d) + 1} \dots\dots\dots (2.13)$$

上式中：

α ：表示 Type A 的方向误差；

β ：表示 Type B 的方向误差；

$x_{c.g.,CW}, y_{c.g.,CW}$ ：UMBmark 实验中顺时针方向位置误差重心；

$x_{c.g.,CCW}, y_{c.g.,CCW}$ ：UMBmark 实验中逆时针方向位置误差重心；

L ：UMBmark 实验中正方形路径边长；

R ：弧线的曲率半径；

D_L ：机器人实际左轮直径；

D_R : 机器人实际右轮直径 ;
 D_n : 机器人名义轮直径 ;
 D_a : 机器人左右轮实际直径均值 ;
 B : 机器人轮距 ;
 B_{actual} : 机器人实际轮距 ;
 $B_{nominal}$: 机器人名义轮距 ;
 E_d : 由于不相等的轮直径而导致的误差 ;
 E_b : 由于轮距的不确定而导致的误差 ;
 c_L : 左编码器换算系数 ;
 c_R : 右编码器换算系数。

2.3 UMBmark 校核算法分析

UMBmark 校核算法的重要贡献在于首次明确提出测程法系统误差的两个主要来源为“不相等的轮直径”和“轮距的不确定”，建立测程法系统误差简化模型，基于“双向正方形路径实验”测量的位置误差提出计算差分移动机器人驱动轮直径和轮距的算法。来自文献[10]的实验结果表明 UMBmark 校核算法能够使测程法系统误差的精度（相对于系统误差）至少提高 10 倍。

深入分析 UMBmark 校核算法，发现该算法建立的测程法系统误差简化模型并不完善。在建立系统误差模型之前，Borenstein 和 Feng 分析了不相等的轮直径对机器人定点旋转的影响，获得了一个重要的方程描述机器人驱动轮实际直径均值、实际旋转角度、机器人驱动轮名义直径和名义旋转角度四者之间的关系。该方程如下：

$$\frac{D_a}{\tau} = \frac{D_n}{\tau_n} \dots\dots\dots (2.14)$$

其中 D_a 指驱动轮实际直径均值， τ 指机器人实际旋转角度， D_n 指机器人名义直径， τ_n 指机器人名义旋转角度。从方程(2.14)可以得到三个重要的结论^[10]，其中第二个结论最为重要，该结论如下：

无论 E_d 为何值，如果 $(D_L + D_R)/2 = D_n$ ，总有 $\tau = \tau_n$ 。换句话说，机器人定点旋转的时候，方向误差依赖于机器人实际轮直径的均值 $D_a = (D_L + D_R)/2$ 。如果 $D_a > D_n$ ，机器人实际旋转的角度比名义角度大；如果 $D_a < D_n$ ，机器人实际旋转的角度比名义角度小。

方程(2.14)表明：如果 $D_a \neq D_n$ ，机器人定点旋转时会产生不可忽略的系统误差，这个误差在文献[10]中定义为 E_s 。虽然 Borenstein 和 Feng 承认 E_s 是重要的系统误差

来源，不过他们认为通过尺量法就能够测量 E_s 导致的误差，并在 UMBmark 实验之前用软件进行补偿。

利用 UMBmark 校核算法测量机器人左右轮直径和轮距，要保证较好的校核效果，关键在于 E_s 的测量值必须具有较好的测量精度。如果实验机器人具有较高的控制精度，那么利用尺量法能够比较精确测量 E_s 的值，并在 UMBmark 实验之前用软件补偿 E_s 导致的误差，从而保证 UMBmark 校核算法具有良好的校核效果。如果实验机器人具有较差的控制精度，例如本章实验使用的 Trilobot 机器人，那么利用尺量法不容易精确测量 E_s ， E_s 导致的误差不能在 UMBmark 实验之前用软件进行完全补偿并仍然在实验中发挥重要的负面效应，因此 UMBmark 校核算法的效果就值得怀疑；此外，尺量法使用没有校核的机器人来测量 E_s ，从而使获得的 E_s 具有更大的不确定性。

为了计算驱动轮左右轮的实际直径，Borenstein 和 Feng 使用了约束方程(2.9)，该方程中的 D_a 由来自文献[23]的方程：

$$D_a = E_s D_n \dots\dots\dots (2.15)$$

确定。如果 E_s 不能精确测量，那么由方程(2.9)和(2.15)计算的驱动轮左右轮实际直径均值 D_a 、驱动轮左右轮实际直径 D_L 和 D_R 也是不精确的。

E_s 包括侧向位移误差和方向误差。UMBmark 实验包括四个 90° 的定点旋转，因而由 E_s 导致的四个侧向位移误差互相补偿并忽略不计。由方程(2.9)、(2.14)和(2.15)可以看出：在 UMBmark 校核算法中，如果 E_s 不能精确测量，那么 E_s 导致的方向误差不能够得到很好的补偿，并仍然在该算法定义的系统误差简化模型中发挥重要的作用，影响实验校核效果。

测程法定位误差包括位置误差和方向误差，方向误差是移动机器人定位的主要误差来源^[35-38]。众所周知：小的方向误差会导致严重的位置估计误差^[38]。事实上，UMBmark 校核算法利用 E_b 和 E_d 导致的方向误差来计算差分移动机器人的系统参数及对应的校核系数。

基于上述分析，可以认为：在实验机器人控制精度较低的情况下，由于 E_s 不能精确测量，Borenstein 和 Feng 定义的测程法系统误差简化模型及对应算法并不完善，不能很好地计算移动机器人的系统参数及对应的校核系数。

2.4 UMBmark 校核算法的改进

本章的 2.3 节分析指出：如果机器人的控制精度有限，那么由尺量法获得的 E_s 并不准确，则 E_s 导致的方向误差仍然在 UMBmark 校核中起重要作用；同时指出由方程(2.9)和(2.15)获得的驱动轮左右轮实际直径不精确。基于上述分析，本节提出了改进算

法。

用 E_o 表示由 E_s 导致方向误差，并定义 E_o ：

$$E_o = D_a / D_n \quad (2.16)$$

E_o 是一个无量纲的值。建立新的测程法系统误差模型。假定：

- 1) E_d 、 E_b 和 E_o 是测程法系统误差的主要来源；
- 2) 不正确的轮距 (E_b) 仅仅对机器人旋转造成误差，而对直线移动没有影响；
- 3) 驱动轮实际直径均值和名义直径不相等而导致的误差(E_o)仅仅对机器人旋转造成误差，而对直线移动没有影响；
- 4) 不相等的轮子半径 (E_d) 仅仅对机器人的直线移动造成误差，而对旋转没有影响；

5) E_b 只造成 Type A 误差，而不造成 Type B 误差；

6) E_o 只造成 Type A 误差，而不造成 Type B 误差；

7) E_d 只造成 Type B 误差，而不造成 Type A 误差；

在本章定义的测程法系统误差模型中，Type A 误差包括由 E_b 和 E_o 导致的方向误差。当机器人做 90° 定点旋转时，定义由于 E_b 而产生的方向误差为 $\Delta\alpha_1$ ，由于 E_o 而产生的方向误差为 $\Delta\alpha_2$ ，得到如下方程：

$$\alpha = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \quad (2.17)$$

其中 α 指 Type A 导致的方向误差。

本章提出的改进算法归纳如下：

- 1) 利用方程(2.3a)或者(2.3b)求得 β 的值，其中 β 的单位为度。
- 2) 假定机器人左轮实际直径比右轮的实际直径小，即 $D_L < D_R$ 。当机器人沿着正方形路径的直线部分移动时，由于 Type B 误差，机器人实际移动路径为弧线而不是直线，如图 2.1 所示。弧线的曲率半径 R 利用公式(2.4)计算。
- 3) 利用方程(2.5)求得 E_d 。
- 4) 假定机器人左右轮绕着 O 旋转，如图 2.1 所示。定义左轮和右轮的旋转半径为 R_L 和 R_R ，利用图 2.1 计算 R_L 和 R_R ：

$$R_L = R - B/2 \quad (2.18)$$

$$R_R = R + B/2 \quad (2.19)$$

假定机器人左轮和右轮实际移动的距离为 L_L 和 L_R ，利用如下方程计算 L_L 和 L_R ：

$$L_L = \frac{\pi\beta R_L}{180^\circ} \quad (2.20)$$

$$L_R = \frac{\pi\beta R_R}{180^\circ} \quad (2.21)$$

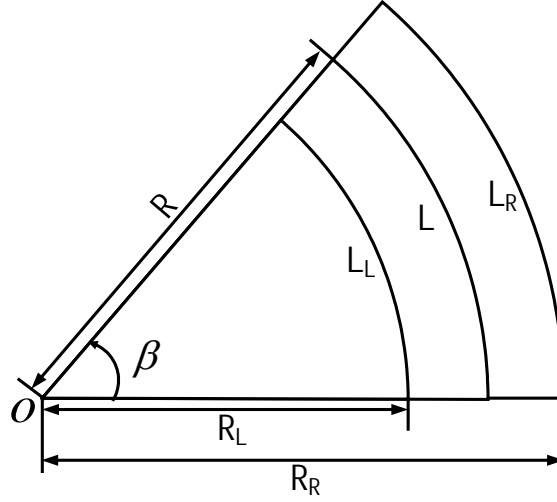


图 2.1 由于 Tape B 误差，机器人实际移动路径为弧线而不是直线

机器人沿着正方形路径的直线部分移动时，定义左轮编码器和右轮编码器的脉冲增量分别为 N_L 和 N_R 。在 UMBmark 实验中， N_L 和 N_R 的值可以记录下来，因而是已知量。利用 N_L 和 N_R 计算左轮和右轮换算系数 c_L 和 c_R 的校核方程：

$$c_L = \frac{L_L}{N_L} \dots\dots\dots (2.22)$$

$$c_R = \frac{L_R}{N_R} \dots\dots\dots (2.23)$$

可以采取一些方法更为准确地计算 c_L 和 c_R 。一种方法为考虑机器人直线移动停止时惯性的影响。例如，让机器人直线移动 4 米，经过计算驱动轮左右轮应该移动 N 个编码器脉冲增量；事实上，考虑到机器人停止时惯性的影响，仅仅让机器人驱动轮移动 $N-3$ 个编码器脉冲增量。最后，当机器人完成 4 米的直线移动时，实际记录的脉冲增量为 $N+1$ 个。也就是说，机器人完成 4 米的直线移动，位置误差为 1 个编码器脉冲增量。编码器的精度越高，机器的直线移动就控制得越精确。另外，UMBmark 实验包括 5 个顺时针和 5 个逆时针方向的正方形路径实验，每个正方形路径实验包括 4 个直线移动，因此 UMBmark 实验总共包括 40 个直线移动。记录机器人走过每一个直线移动部分时左右轮编码器的脉冲增量，并对这 40 个左右轮编码器脉冲增量求均值来减少机器人轮子打滑等随机因素对测量精度的影响，并利用编码器脉冲增量的均值求 c_L 和 c_R ，从而保证 c_L 和 c_R 有较高的精度。

5) 利用下列方程计算移动机器人驱动轮左右轮的实际直径 D_L 和 D_R ：

$$D_L = \frac{c_L n C_e}{\pi} \dots\dots\dots (2.24)$$

$$D_R = \frac{c_R n C_e}{\pi} \dots\dots\dots (2.25)$$

6) 已知 D_L 和 D_R 的值，利用方程(2.9)计算机器人实际驱动轮直径的均值 D_a 。由于 $\tau_n = 90^\circ$ ，利用方程(2.14)计算 τ ，并求得机器人做 90° 定点旋转时由于 E_o 而导致的方向误差 $\Delta\alpha_2$ ：

$$\Delta\alpha_2 = \tau_n - \tau \dots\dots\dots (2.26)$$

7) 利用方程(2.6a)或者(2.6b)求得 α ，其中 α 的单位为度。

8) 解方程(2.17)求得 $\Delta\alpha_1$ ， $\Delta\alpha_1$ 的单位为度。

9) 利用下列公式求得 E_b 的值：

$$E_b = \frac{90^\circ}{90^\circ - \Delta\alpha_1} \dots\dots\dots (2.27)$$

10) 然后利用方程(2.2)求得机器人实际的轮距。

11) 最后，利用方程(2.16)计算 E_o 的值。

至此，利用上述的一系列方程可以求得差分移动机器人的系统参数及对应的纠正系数。

2.5 实验及分析

为了验证本章提出的改进算法的有效性 利用 Arrick Robotics 公司生产的 Trilobot 机器人（如图 2.2 所示）进行 UMBmark 实验。UMBmark 实验用于校核测程法系统误差，应尽可能减少外界环境干扰的影响以提高校核效果。在进行 UMBmark 实验之前，为精确控制 Trilobot 设计了很多实验。实验发现 Trilobot 能够完成比较准确的直线移动，但定点旋转过程中轮子打滑对 Trilobot 的控制精度影响较大。当 Trilobot 在 A0 图纸上移动时，可以有效地减少轮子打滑的影响，因此把 10 张 A0 图纸用胶布贴在一起，让 Trilobot 在 A0 图纸上进行 UMBmark 实验。由于实验空间的限制，Trilobot 进行 1.6×1.6 米（而不是 4×4 米）的双向正方形路径实验。为了减少机器人停止时惯性的

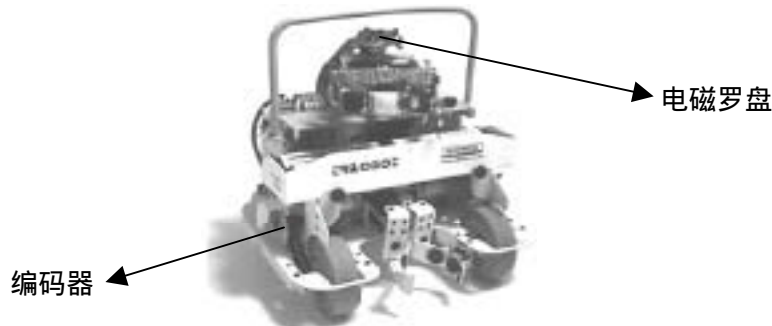


图 2.2 试验平台：Trilobot 移动机器人

影响，Trilobot 以 120mm/s 的速度缓慢移动。

未校核的 Trilobot 机器人首先完成 5 次顺时针和逆时针的正方形路径实验，接着利用 UMBmark 校核算法和本章提出的改进算法分别求得机器人的系统参数及对应的校核系数（即： D_L 、 D_R 、 B_{actual} 、 c_L 和 c_R ）。然后利用 UMBmark 校核算法获得的机器人系统参数再次控制 Trilobot 进行 UMBmark 实验。来自未校核机器人的实验结果及利用 UMBmark 校核算法所获得的实验结果显示在图 2.3 中。最后，利用改进算法得到的机器人系统参数控制 Trilobot 进行 UMBmark 实验，来自未校核机器人的实验结

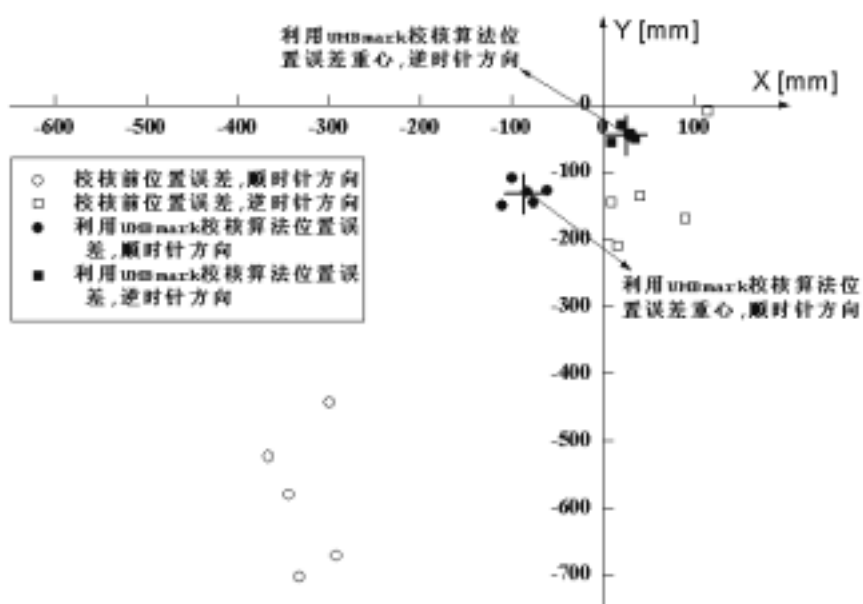


图 2.3 校核前位置误差与 UMBmark 校核算法位置误差比较

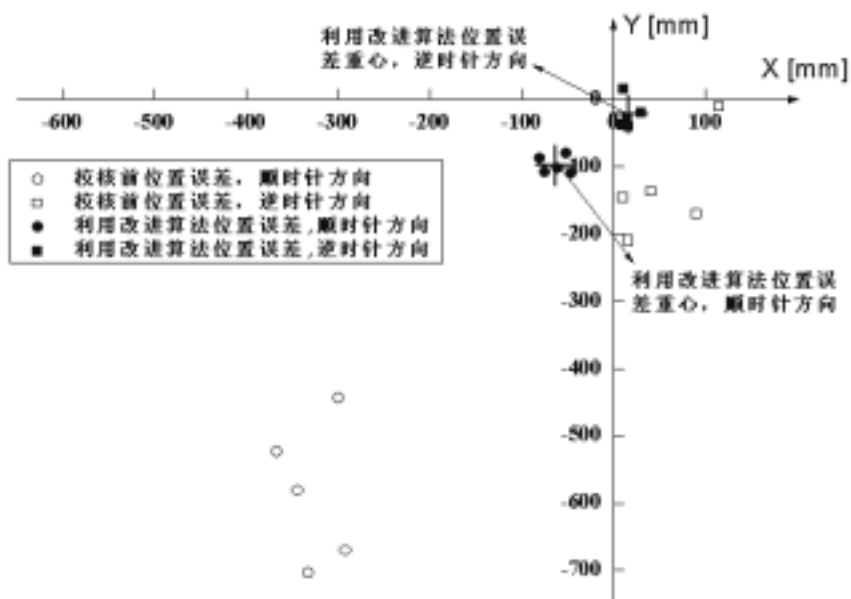


图 2.4 校核前位置误差与改进算法位置误差比较

果及利用改进算法所获得的实验结果显示在图 2.4 中。图 2.5 显示了利用 UMBmark 校核算法和改进算法的实验结果比较。

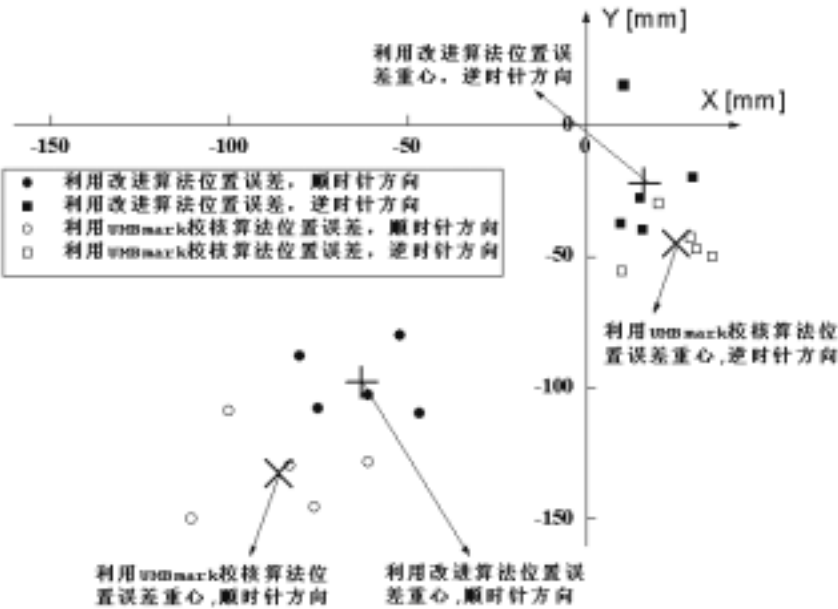


图 2.5 UMBmark 校核算法和改进算法位置误差比较

Borenstein 和 Feng 利用 $E_{\max, syst}$ 表示测程法系统误差的大小($E_{\max, syst}$ 的定义参考文献[10]), 本章仍然采用这种表示测程法系统误差大小的方法。从图 2.3 可以看出, Trilobot 校核前 $E_{\max, syst}$ 为 670mm , 经过 UMBmark 校核算法补偿后为 158mm ; 实验结果表明 UMBmark 校核算法使测程法的系统误差精度提高了 4.24 倍。从图 2.4 可以看出, 经过本章的改进算法补偿后 $E_{\max, syst}$ 为 117mm ; 实验结果表明改进算法使测程法的系统误差精度提高了 5.73 倍。

表 2.1 实验位置误差比较

实验	校核前位置误差 [mm]	UMBmark 校核算法 位置误差[mm]	改进算法位置误差 [mm]
一	670	158	117
二	722	185	141
三	650	151	109
四	773	221	179
五	748	202	159

为了确保上述的实验结果不是一种例外情况, 又进行了另外四组实验。这五组实验都为1.6×1.6米的双向正方形路径实验, 实验结果显示在表 2.1 中, 其中实验一、二、三是在 A0 图纸上进行的, 实验四和五是在水磨石地板上进行的。从表 2.1 可以看出: 如果 UMBmark 实验在 A0 图纸上进行, 实验结果更好一些。当然, 来自表 2.1 的实验结果并不是很理想, 但实验结果仍然表明: 和 UMBmark 校核算法相比, 本章提出的

改进算法使测程法的系统误差精度得到了提高。

来自文献[10]的实验结果显示：利用 UMBmark 校核算法能够使测程法系统误差精度至少提高一个数量级。然而，表 2.1 的数据表明，以 Trilobot 机器人为实验平台，利用 UMBmark 校核算法最多能够使测程法系统误差精度提高 4.30 倍(实验三)，最少提高 3.50 倍(实验四)；和 UMBmark 校核算法相比，采用本章的改进方法最多只能使测程法系统误差精度提高 38.5%(实验三)，最少提高 23.4%(实验四)。这几组实验结果并不理想，有两个主要的原因。

轮子打滑是实验结果不理想的主要原因。通过实验发现，控制 Trilobot 以驱动轮的轴心做定点旋转时存在严重的轮子打滑现象。此外，Trilobot 重量的绝大部分由支撑轮承担，从而在很大程度上加剧了轮子打滑的发生。尽管采取了各种措施，并让 Trilobot 在 A0 图纸上进行 UMBmark 实验，然而轮子打滑并没有得到很好地克服。

实验结果不理想的另外一个重要原因在于 Trilobot 并没有提供给用户独立控制两个驱动轮的方法，虽然 Trilobot 是一个差分驱动机器人。在 Trilobot 被校核以前，采用驱动轮名义直径计算机器人应该移动的编码器脉冲增量，Trilobot 在完成正方形路径实验的直线部分移动时，控制左右轮的实际编码器脉冲增量是一样的。在利用 UMBmark 校核算法和改进算法获得 Trilobot 实际左右轮直径后，由于驱动轮左轮直径比右轮直径要小，因此当 UMBmark 实验再次进行的时候，Trilobot 的左驱动轮应该比右驱动轮移动更多的位移以保证 Trilobot 做直线移动。然而由于 Trilobot 并没有提供独立控制两个驱动轮的方法，因此实际控制两个驱动轮的编码器脉冲增量仍然是相同的。这意味着利用 UMBmark 校核算法和改进算法得到的机器人系统参数控制 Trilobot 再次进行 UMBmark 实验时，仅仅 Type A 误差得到了补偿，而 Type B 误差并没有得到补偿。换句话说，如果没有外界的力（例如障碍物）作用于 Trilobot 的驱动轮，当 Trilobot 做直线移动的时候，两个驱动轮产生的编码器脉冲增量总是相同的。Trilobot 由 Intel 的 80C32 微控制器控制，它的硬件结构被完全封装起来，用户不能直接访问它的端口，因此虽然 Trilobot 是一个差分驱动的移动机器人，但用户并没有办法独立去控制它的两个驱动轮。

事实上，Borenstein 和 Feng 提出的 UMBmark 校核算法和本章提出的改进算法都是利用 Type A 方向误差和 Type B 方向误差来计算机器人的系统参数及对应的校核系数。上述的两个原因都导致一定程度的方向误差，并在 UMBmark 实验中不能得到很好的补偿，因此五组实验结果都不太理想。不过，这五组实验结果都一致表明：和 Borenstein 和 Feng 提出的 UMBmark 校核算法相比，改进算法能够使测程法系统误差精度得到提高，从而验证了改进算法的有效性。

2.6 本章小结

UMBmark 校核算法广泛用于机器人系统参数校核，然而在实验机器人具有较低控制精度的情况下，利用尺量法很难精确测量 E_s 的值，从而使 E_s 导致的误差仍然在 UMBmark 实验中发挥重要的负面作用，影响校核效果。本章针对 UMBmark 校核算法存在的问题提出了改进算法，建立新的测程法系统误差模型，该模型考虑了 E_s 导致的方向误差的影响，以 E_d 、 E_b 和 E_o 为主要的系统误差来源，Type A 误差包括由 E_b 和 E_s 导致的方向误差，提出了完整的算法来计算机器人的系统参数及对应的校核系数。改进算法不必在 UMBmark 实验前利用尺量法测量 E_s ，从而避免由于 E_s 测量值不精确影响校核效果的风险。

本章利用 Trilobot 机器人验证改进算法的有效性。实验结果虽然不如预期那么理想，但却一致表明改进算法比 Borenstein 和 Feng 提出的 UMBmark 校核算法更能提高测程法系统误差精度。对实验结果分析发现：Trilobot 本身的硬件条件限制是影响实验效果的主要因素。

3 轮子打滑的辨识与校核

3.1 引言

在机器人定位处理中，方向误差是主要误差来源^[35-38]，很小的方向误差会导致严重的位置估计误差^[38]。机器人移动过程中，频繁发生的轮子打滑会导致严重的方向误差，不仅使机器人定位精度变差，甚至导致导航任务的失败，因此在机器人的定位研究中，希望能够实时地辨识轮子打滑是否发生，并校核对应的误差。

移动机器人轮子打滑的辨识与校核是机器人定位研究的难点，也是提高定位精度的关键。目前国外学者提出了一些轮子打滑校核算法，例如文献[44-46]，这些文献从机器人动力学的角度来校核轮子打滑对定位的影响。对商用机器人来说，从动力学的角度校核轮子打滑是复杂的，也是不现实的；更好的方法是利用机器人自身配置的传感器校核轮子打滑。轮子打滑同时引起方向误差和位置误差，目前国内外还没有一位学者能够同时校核轮子打滑导致的方向误差和位置误差。

本章在电磁罗盘不受磁场干扰的前提下，提出基于编码器和电磁罗盘测量信息的移动机器人轮子打滑辨识和校核算法。基于实验数据，利用统计理论建立机器人轮子打滑模型，提出新颖的算法辨识轮子打滑是否发生，并校核轮子打滑导致的位置误差和方向误差。基于轮子打滑模型，进一步提出间接卡尔曼滤波器融合编码器和电磁罗盘的信息校核机器人的系统参数。实验结果表明：本章提出的算法能够通过校核轮子打滑来有效提高机器人定位精度，而且对机器人的驱动轮直径具有良好的校核效果。

本章实验平台是低成本差分移动机器人 Trilobot（如图 2.2 所示），它配置有精度为 2° 的电磁罗盘。在进行本章研究之前，Trilobot 的系统误差由第 2 章提出的算法进行校核，因此建立轮子打滑模型时不考虑测程法系统误差的影响。此外，虽然 Trilobot 在结构设计上有两个编码器能够分别测量左右驱动轮在一个采样周期内的脉冲增量，但提供给用户的却是一个采样周期内两个编码器脉冲增量的和。换句话说，如果在一个采样周期内左编码器的脉冲增量为 N_1 ，右编码器的脉冲增量为 N_2 ，则提供给用户的编码器信息是 $N = N_1 + N_2$ ，但并不知道 N_1 和 N_2 的具体值。如果 Trilobot 直线移动，则 $N_1 = N/2$ ， $N_2 = N/2$ 。如果 Trilobot 不做直线移动，则 N_1 和 N_2 的值无法确定。由于 Trilobot 的这个设计限制，本章只是校核机器人直线移动时轮子打滑导致的误差。

3.2 轮子打滑模型

机器人旋转时，定义逆时针方向为正方向。假定机器人在第 K 个采样周期内由编码器获得的左轮和右轮位移增量分别为 $U_L(k)$ 和 $U_R(k)$ ，那么机器人在这个采样间隔

内的方向增量为：

$$\theta_E(k) = \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} \quad (3.1)$$

其中 $\theta_E(k)$ 为机器人方向增量， B 为机器人轮距。假定在该采样周期内由电磁罗盘测量的机器人方向增量为 $\theta_C(k)$ 。定义：

$$\Delta\theta'(k) = \theta_E(k) - \theta_C(k) \quad (3.2)$$

其中 $\Delta\theta'(k)$ 为编码器测量的方向增量和电磁罗盘测量方向增量的差值。在理想情况下， $\Delta\theta'(k) = 0$ 。然而，由于传感器测量精度误差、轮子打滑等因素， $\Delta\theta'(k) \neq 0$ 。

假设 $\Delta\theta'(k)$ 服从正态分布，利用数理统计中的偏度、峰度检验来证明这个假设。

3.2.1 偏度、峰度检验^[142]

首先简单介绍一下偏度、峰度检验。随机变量 X 的偏度和峰度定义为：

$$\nu_1 = \frac{E[(X - E(X))^3]}{(D(X))^{3/2}} \quad (3.3)$$

$$\nu_2 = \frac{E[(X - E(X))^4]}{(D(X))^2} \quad (3.4)$$

如果 X 服从正态分布，有 $\nu_1 = 0$ ， $\nu_2 = 3$ 。设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自于总体 X 的样本，则 ν_1 和 ν_2 的样本估计为：

$$G_1 = B_3 / B_2^{3/2} \quad (3.5)$$

$$G_2 = B_4 / B_2^2 \quad (3.6)$$

其中 $B_k (k = 2, 3, 4)$ 是样本的 k 阶中心矩，并称 G_1 和 G_2 为样本偏度和样本峰度。如果总体 X 为正态变量，当 n 充分大时，近似有：

$$G_1 \sim N\left(0, \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}\right) \quad (3.7)$$

$$G_2 \sim N\left(3 - \frac{6}{n+1}, \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}\right) \quad (3.8)$$

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自于总体 X 的样本，检验假设

$H_0 : X$ 为正态总体

定义 $\sigma_1 = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}$ ， $\sigma_2 = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}$ ， $\mu_2 = 3 - \frac{6}{n+1}$ ， $U_1 = G_1 / \sigma_1$ ，

$U_2 = (G_2 - \mu_2) / \sigma_2$ 。当 H_0 为真且 n 充分大时，近似有 $U_1 \sim N(0, 1)$ 及 $U_2 \sim N(0, 1)$ 。记

$|u_1|$ 为 $|U_1|$ 的观察值， $|u_2|$ 为 $|U_2|$ 的观察值，取显著性水平为 α ，则 H_0 的拒绝域为

$$|u_1| \geq k_1 \text{ 或 } |u_2| \geq k_2$$

其中 k_1 和 k_2 由以下两式确定：

$$P_{H_0} \{|U_1| \geq k_1\} = \frac{\alpha}{2} \quad (3.9)$$

$$P_{H_0} \{|U_2| \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2} \quad (3.10)$$

记号 $P_{H_0} \{\cdot\}$ 表示 H_0 为真时事件 $\{\cdot\}$ 的概率。因此有 $k_1 = z_{\alpha/4}$ ， $k_2 = z_{\alpha/4}$ ，拒绝域为：

$$|u_1| \geq z_{\alpha/4} \text{ 或 } |u_2| \geq z_{\alpha/4}$$

3.2.2 $\Delta\theta'(k)$ 服从正态分布的证明

假定 $\Delta\theta'(1), \Delta\theta'(2), \dots, \Delta\theta'(n)$ 为来自于总体 $\Delta\theta'$ 的样本，取显著性水平 $\alpha = 0.1$ ，检验假设：

$$H_0: \Delta\theta' \text{ 为正态总体}$$

在图 3.1 所示的走廊环境中利用如下的实验来获得 $\Delta\theta'$ 的样本：



图 3.1 Trilobot 实验的走廊环境

1) 让 Trilobot 以 0.25 m/s 的速度直线移动 10 米，并确保：

- ◆ 电磁罗盘不受电磁干扰；
- ◆ 编码器和电磁罗盘每隔 0.25 秒采集一次数据；

- 2) 在每个采样期间计算 $\Delta\theta'(k)$ ；
- 3) 重复步骤(1) - (2)的实验 4 次 ；

表 3.1 一系列样本数据

分类区间	中间值	频数
$(-5, -4]$	-4.5	3
$(-4, -3]$	-3.5	15
$(-3, -2]$	-2.5	5
$(-2, -1]$	-1.5	177
$(-1, 0]$	-0.5	20
$(0, 1]$	0.5	419
$(1, 2]$	1.5	11
$(2, 3)$	2.5	139
$(3, 4]$	3.5	7
$(4, 5]$	4.5	13

表 3.1 显示了 809 个样本数据。由于样本大小 $n=809$ ，所以 $\sigma_1 = 0.08580$ ， $\sigma_2 = 0.17065$ ， $\mu_2 = 2.99259$ 。 B_2 、 B_3 和 B_4 由样本数据分类区间的中间值计算，有 $B_2 = 2.36482$ ， $B_3 = -0.04542$ ， $B_4 = 18.41878$ ，因此样本偏度和样本峰度的观察值分别为 $g_1 = -0.01249$ ， $g_2 = 3.29355$ 。由于 $\alpha = 0.1$ ， $z_{\alpha/4} = z_{0.025} = 1.96$ ，所以拒绝域为 $|u_1| = |g_1 / \sigma_1| \geq 1.96$ 或 $|u_2| = |g_2 - \mu_2| / \sigma_2 \geq 1.96$ 。

计算得 $|u_1| = 0.14557 < 1.96$ ， $|u_2| = 1.76361 < 1.96$ ，故接受 H_0 ，因此 $\Delta\theta'(k)$ 服从正态分布。

3.2.3 轮子打滑模型

如果不考虑编码器和电磁罗盘自身测量精度导致的误差，机器人在第 K 个采样周期内的方向增量 $\theta_c(k)$ 应该在 $[-\frac{U_L(k)}{B}, \frac{U_R(k)}{B}]$ 范围内。如果 $\theta_c(k)$ 超出了这个范围，也就是说， $\theta_c(k) > \frac{U_R(k)}{B}$ 或者 $\theta_c(k) < -\frac{U_L(k)}{B}$ ，那么 $\theta_c(k)$ 的值就值得怀疑了—— 一个合理的推论是电磁罗盘的数据受到了电磁干扰。

假定 Trilobot 在不受磁场干扰的情况下做直线移动。Trilobot 的系统误差经第 2 章提出的算法进行校核后忽略不计，因此 Trilobot 直线移动过程中如果不受轮子打滑的影响， $\Delta\theta'(k)$ 应该比较小。一个合理的结论是：一般导航环境的绝大多数位置机器

人轮子不打滑，而只受编码器和电磁罗盘测量精度的影响。换句话说，在机器人导航过程中的绝大多数位置， $\Delta\theta'(k)$ 应该在一个合理的预定范围 (Preset Scope) 内，因此 $\Delta\theta'(k)$ 在该范围内的概率是很高的。如果 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内，认为轮子打滑没有发生；如果 $\Delta\theta'(k)$ 超出这个范围，认为轮子打滑发生。一旦确定 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内的概率，就很容易推导出这个预定的范围。因此接下来的问题是如何确定 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内的概率。

$\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内的概率由 3.2.2 节提到的实验确定，实验利用 3.6 节的 EKF 定位机器人。通过实验发现：当 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内的概率取 0.95 时，机器人有最好的定位精度。由于已经证明 $\Delta\theta'(k)$ 服从正态分布，假定 $\Delta\theta'(k)$ 的均值为 μ ，方差为 σ^2 ，所以 $\frac{\Delta\theta'(k)-\mu}{\sigma}$ 服从标准正态分布且 $P\left\{\left|\frac{\Delta\theta'(k)-\mu}{\sigma}\right|\leq 1.96\right\}=0.95$ 。如果 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内的概率取为 0.95，则预定范围满足 $\left|\frac{\Delta\theta'(k)-\mu}{\sigma}\right|\leq 1.96$ ，即： $\Delta\theta'(k)\leq \mu+1.96\sigma$ 和 $\Delta\theta'(k)\geq \mu-1.96\sigma$ 。如果 $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内，轮子打滑没有发生；如果 $\Delta\theta'(k)$ 超出这个范围，即 $\left|\frac{\Delta\theta'(k)-\mu}{\sigma}\right|>1.96$ ，轮子打滑发生了。

事实上，由于轮子打滑的复杂性， $\Delta\theta'(k)$ 在预定范围内概率的确定取决于很多的因素，例如地面状况、机器人采样频率等。基于不同的实验条件，读者可以选择不同的概率。例如，如果地面较光滑，概率可以选择为 0.9，则对应的预定范围为： $\Delta\theta'(k)\leq \mu+1.645\sigma$ 和 $\Delta\theta'(k)\geq \mu-1.645\sigma$ 。

基于上述分析，建立如下的移动机器人轮子打滑模型：

1) 假定左轮打滑和右轮打滑不会同时发生，即在一个采样周期内最多有一个轮子打滑；

2) $\Delta\theta'(k)$ 服从正态分布，数学期望和方差分别为 μ 和 σ^2 ，即： $\Delta\theta'(k)\sim N(\mu,\sigma^2)$ ；

3) 如果 $\theta_c(k)>\frac{U_R(k)}{B}$ 或者 $\theta_c(k)<-\frac{U_L(k)}{B}$ ，电磁罗盘的数据受到了电磁干扰；

4) 如果电磁罗盘不受磁场干扰并且 $\left|\frac{\Delta\theta'(k)-\mu}{\sigma}\right|>1.96$ ，机器人发生轮子打滑；

5) 如果电磁罗盘不受磁场干扰并且 $\left| \frac{\Delta\theta'(k) - \mu}{\sigma} \right| \leq 1.96$, 机器人没有发生轮子打滑。

接下来的问题是如何确定 $\Delta\theta'(k)$ 的均值 μ 和方差 σ^2 。首先, 利用 3.2.2 节的实验获得一组数据 (即 $\Delta\theta'(1), \Delta\theta'(2), \dots, \Delta\theta'(n)$), 然后利用如下方法计算 μ 和 σ :

1) 利用 $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \Delta\theta'(i)$ 计算 μ ;

2) 利用 $\sigma = \sqrt{E(\Delta\theta^2) - \mu^2}$ 计算 σ , 其中 $E(\Delta\theta^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \Delta\theta'(i)^2$ 。

3.3 轮子打滑的辨识

机器人在第 K 个采样周期时的状态用 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 表示, 其中 $(x(k), y(k))$ 和 $\theta(k)$ 分别表示机器人的位置和方向。假定 $X(k-1)$ 已知, 那么 $X(k)$ 可以用如下测程法方程确定:

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta\theta(k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.11)$$

其中 $\Delta D(k)$ 和 $\Delta\theta(k)$ 分别代表机器人在第 K 个采样周期内的位移和方向增量。在一般的处理中, $\Delta D(k)$ 和 $\Delta\theta(k)$ 由如下方程确定^[54]:

$$\Delta D(k) = \frac{U_L(k) + U_R(k)}{2} \dots\dots\dots (3.12)$$

$$\Delta\theta(k) = \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} \dots\dots\dots (3.13)$$

如果机器人的轮子打滑, 那么利用方程(3.12)和(3.13)就不能准确确定 $\Delta D(k)$ 和 $\Delta\theta(k)$ 。本小节利用一种新颖而简单的方法计算轮子打滑时的位移增量和方向增量。

由于电磁罗盘不受磁场干扰, 此时利用电磁罗盘测量的方向增量 $\theta_c(k)$ 来校核轮子打滑。首先判断哪个驱动轮打滑。考虑两种情况:

1) $U_L(k) \geq U_R(k)$ (如图 3.2 所示)。线段 AB 、 CD 、 BC 分别表示左轮和右轮的位移增量及轮距。由于逆时针方向定义为机器人旋转的正方向, 并且 $U_L(k) \geq U_R(k)$, 由 $\theta_E(k) = \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B}$ 可知 $\theta_E(k) \leq 0$, 所以 $\angle ADE = -\theta_E(k)$ 。

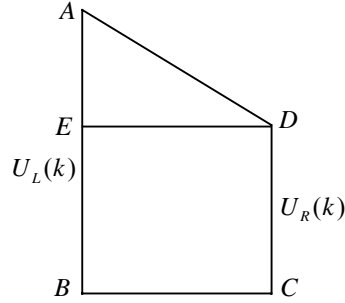


图 3.2 $U_L(k) \geq U_R(k)$ 时轮子打滑的判断

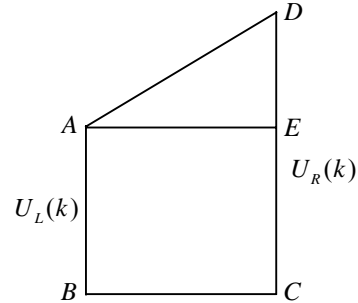


图 3.3 $U_L(k) < U_R(k)$ 时轮子打滑的判断

在一个采样周期内，本章定义的轮子打滑模型中最多只有一个驱动轮发生滑动；由于电磁罗盘不受磁场干扰影响， $\theta_c(k)$ 在 $[-\frac{U_L(k)}{B}, \frac{U_R(k)}{B}]$ 范围。因此在

$\left| \frac{\Delta\theta'(k) - \mu}{\sigma} \right| > 1.96$ 的情况下，从图 3.2 很容易推断出如下结论：如果

$\theta_c(k) > \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B}$ ，即 $\theta_c(k) > \theta_E(k)$ ，左轮打滑；如果 $\theta_c(k) < \theta_E(k)$ ，则右轮打滑。

2) $U_L(k) < U_R(k)$ (如图 3.3 所示)。由 $\theta_E(k) = \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B}$ 可知 $\theta_E(k) > 0$ ，所以 $\angle DAE = \theta_E(k)$ 。

同理，从图 3.3 很容易推断出如下结论：如果 $\theta_c(k) > \theta_E(k)$ ，左轮打滑；如果 $\theta_c(k) < \theta_E(k)$ ，则右轮打滑。

结论：如果电磁罗盘不受磁场干扰并且 $\left| \frac{\Delta\theta'(k) - \mu}{\sigma} \right| > 1.96$ ，当 $\theta_c(k) > \theta_E(k)$ ，左轮打滑；当 $\theta_c(k) < \theta_E(k)$ ，则右轮打滑。

3.4 轮子打滑的校核

下一步确定轮子打滑发生时机器人实际的位移增量和方向增量。分两种情况考虑：

1) 左轮打滑。图 3.4 建立了直角坐标系，它的 x 轴和 y 轴分别和直线 BC 与 BA 重合。图 3.4 中， $\overline{AB} = U_L(k)$ ， $\overline{CD} = U_R(k)$ ， $\overline{BC} = B$ 。从 D 点以斜率 $\tan \theta_c(k)$ 做一条直线，该直线一定和线段 AB 相交，因为 $\theta_c(k) \leq \frac{U_R(k)}{B}$ 并且 $\theta_c(k) > \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B}$ 。定

义交点为 E 。如果 $\theta_c(k) = \frac{U_R(k)}{B}$ ， E 和 B 重合。直线 ED 的方程为 $y = (x - B) \tan \theta_c(k) + U_R(k)$ ，因此 E 的坐标为 $(0, U_R(k) - B \tan \theta_c(k))$ ，意味着左轮打滑时左轮实际的位移为 $U_R(k) - B \tan \theta_c(k)$ 。因此，当左轮打滑时， $\Delta D(k)$ 和 $\Delta \theta(k)$ 由如下方程确定：

$$\Delta D(k) = \frac{2U_R(k) - B \tan \theta_c(k)}{2} \dots\dots\dots (3.14)$$

$$\Delta \theta(k) = \theta_c(k) \dots\dots\dots (3.15)$$

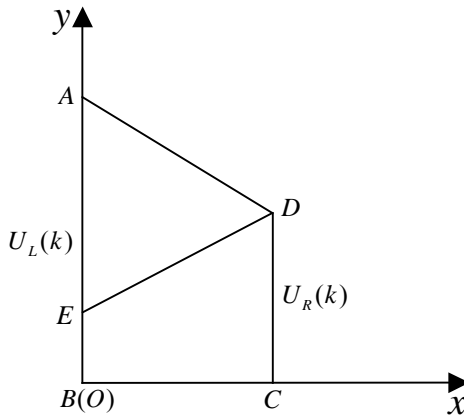


图 3.4 左轮打滑时的轮子滑动校核

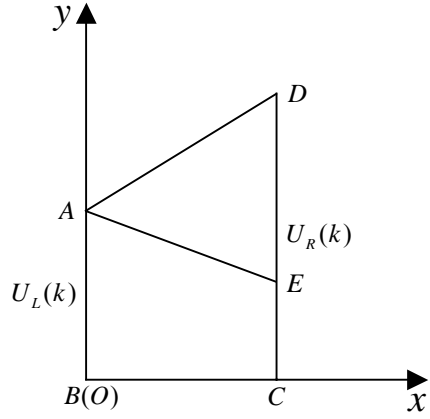


图 3.5 右轮打滑时的轮子滑动校核

2) 右轮打滑。图 3.5 建立了直角坐标系，它的 x 轴和 y 轴分别和直线 BC 与 BA 重合。图 3.5 中， $\overline{AB} = U_L(k)$ ， $\overline{CD} = U_R(k)$ ， $\overline{BC} = B$ 。从 A 点以斜率 $\tan \theta_c(k)$ 做一条直线，该直线一定和线段 CD 相交，因为 $\theta_c(k) \geq -\frac{U_L(k)}{B}$ 并且 $\theta_c(k) < \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B}$ 。定义交点为 E 。如果 $\theta_c(k) = -\frac{U_L(k)}{B}$ ， E 和 C 重合。直线 AE 的方程为 $y = x \tan \theta_c(k) + U_L(k)$ ，因此 E 的坐标为 $(B, U_L(k) + B \tan \theta_c(k))$ ，意味着右轮打滑时右轮实际的位移为 $U_L(k) + B \tan \theta_c(k)$ 。因此，当右轮打滑时， $\Delta D(k)$ 和 $\Delta \theta(k)$ 由如下方程确定：

$$\Delta D(k) = \frac{2U_L(k) + B \tan \theta_c(k)}{2} \dots\dots\dots (3.16)$$

$$\Delta \theta(k) = \theta_c(k) \dots\dots\dots (3.17)$$

3.5 基于轮子打滑模型的机器人系统参数校核算法

第 2 章提出基于 UMBmark 校核算法的改进算法以测量移动机器人的系统参数及

对应的校核系数，实验结果表明改进算法能够更好地计算机器人的系统参数。然而，Trilobot 在进行 UMBmark 实验过程中受到轮子打滑的影响，实验结果不如预期那么理想。基于 3.2 节建立的移动机器人轮子打滑模型，本小节提出一种间接卡尔曼滤波器（Indirect Kalman Filter, IKF）融合编码器和电磁罗盘的信息进一步校核机器人的系统参数。

取移动机器人在第 K 个采样周期内的状态为 $[x(k), y(k), \theta(k)]^T$ ，则移动机器人在第 $K+1$ 个采样周期的位置和方向可以用下面的离散方程来表达：

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \cos \theta(k) \\ y(k+1) = y(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \sin \theta(k) \dots\dots\dots (3.18) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} \end{cases}$$

由于机器人左右轮的实际直径和测量的直径是有差异的，定义左右轮直径的比例误差为 S_L 和 S_R 。同理，机器人轮距的实际值和测量值也是有差异的，定义该误差为 δB 。机器人的位置和方向可以利用下面的左右轮直径的比例误差及轮距误差来表达：

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + \frac{(1+S_R(k))U_R(k) + (1+S_L(k))U_L(k)}{2} \cos \hat{\theta}(k) \\ \hat{y}(k+1) = \hat{y}(k) + \frac{(1+S_R(k))U_R(k) + (1+S_L(k))U_L(k)}{2} \sin \hat{\theta}(k) \\ \hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{(1+S_R(k))U_R(k) - (1+S_L(k))U_L(k)}{B + \delta B(k)} \dots\dots\dots (3.19) \\ \hat{x}(k) = x(k) + \delta x(k) \\ \hat{y}(k) = y(k) + \delta y(k) \\ \hat{\theta}(k) = \theta(k) + \delta \theta(k) \end{cases}$$

其中 $\hat{x}(k)$ 、 $\hat{y}(k)$ 和 $\hat{\theta}(k)$ 指计算得到的机器人位置和方向， $x(k)$ 、 $y(k)$ 和 $\theta(k)$ 指机器人真实的位置和方向， $\delta x(k)$ 、 $\delta y(k)$ 和 $\delta \theta(k)$ 是 X 轴方向、Y 轴方向及前进方向的误差。 $S_L(k)$ 和 $S_R(k)$ 是左轮和右轮直径的比例误差， $\delta B(k)$ 指机器人的轮距误差。

由于

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + \frac{(1+S_R(k))U_R(k) + (1+S_L(k))U_L(k)}{2} \cos \hat{\theta}(k) \\ x(k+1) = x(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \cos \theta(k) \end{cases}$$

且

$$\hat{x}(k+1) - x(k+1) = \delta x(k+1)$$

因此

$$\begin{aligned} \delta x(k+1) &= \hat{x}(k) - x(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} (\cos \hat{\theta}(k) - \cos \theta(k)) + \frac{U_R(k)S_R(k) + U_L(k)S_L(k)}{2} \cos \hat{\theta}(k) \\ &= \delta x(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} (-2) \sin \frac{\hat{\theta}(k) + \theta(k)}{2} \sin \frac{\hat{\theta}(k) - \theta(k)}{2} \\ &\quad + \frac{U_R(k)S_R(k) + U_L(k)S_L(k)}{2} \cos \hat{\theta}(k) \\ &= \delta x(k) + \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} (-2) \sin \frac{\theta(k) + \delta\theta(k) + \theta(k)}{2} \sin \frac{\delta\theta(k)}{2} \\ &\quad + \frac{U_R(k)S_R(k) + U_L(k)S_L(k)}{2} \cos(\theta(k) + \delta\theta(k)) \end{aligned}$$

由于 $\delta\theta(k)$ 很小, $\sin \frac{\delta\theta(k)}{2} \approx \frac{\delta\theta(k)}{2}$, 因此有

$$\begin{aligned} \delta x(k+1) &= \delta x(k) + \cos \theta(k) \frac{U_R(k)}{2} S_R(k) + \cos \theta(k) \frac{U_L(k)}{2} S_L(k) \\ &\quad - \sin \theta(k) \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \delta\theta(k) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

同理有：

$$\begin{aligned} \delta y(k+1) &= \delta y(k) + \sin \theta(k) \frac{U_R(k)}{2} S_R(k) + \sin \theta(k) \frac{U_L(k)}{2} S_L(k) \\ &\quad + \cos \theta(k) \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \delta\theta(k) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

$$\delta\theta(k+1) = \delta\theta(k) + \frac{U_R(k)}{B} S_R(k) - \frac{U_L(k)}{B} S_L(k) + \frac{U_L(k) - U_R(k)}{B^2} \delta B(k) \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

由于左右轮直径的比例误差和轮距误差在很长的实际内是常量, 因此有：

$$\begin{cases} S_R(k+1) = S_R(k) \\ S_L(k+1) = S_L(k) \\ \delta B(k+1) = \delta B(k) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

综合方程(3.20)、(3.21)、(3.22)和(3.23), 定义间接卡尔曼滤波器的状态矢量为 $X(k) = [\delta x(k), \delta y(k), \delta\theta(k), S_R(k), S_L(k), \delta B(k)]^T$, 则间接卡尔曼滤波器的系统方程 $X(k+1) = F(k)X(k) + W(k)$ 用如下矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} \delta x(k+1) \\ \delta y(k+1) \\ \delta \theta(k+1) \\ S_R(k+1) \\ S_L(k+1) \\ \delta B(k+1) \end{bmatrix} = F(k) \begin{bmatrix} \delta x(k) \\ \delta y(k) \\ \delta \theta(k) \\ S_R(k) \\ S_L(k) \\ \delta B(k) \end{bmatrix} + W(k) \dots\dots\dots(3.24)$$

其中 $E[W(k)] = 0$, $Cov[W(k), W(j)] = Q(k)\delta_{kj}$, 且

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta(k)\frac{U_R(k)+U_L(k)}{2} & \cos\theta(k)\frac{U_R(k)}{2} & \cos\theta(k)\frac{U_L(k)}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \cos\theta(k)\frac{U_R(k)+U_L(k)}{2} & \sin\theta(k)\frac{U_R(k)}{2} & \sin\theta(k)\frac{U_L(k)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{U_R(k)}{B} & -\frac{U_L(k)}{B} & \frac{U_L(k)-U_R(k)}{B^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.25)$$

方程(3.25)中的 $U_L(k)$ 和 $U_R(k)$ 用 3.4 节的轮子打滑校核算法确定：当左右轮都没有打滑时， $U_L(k)$ 和 $U_R(k)$ 直接利用编码器测量的值；当左轮打滑时， $U_L(k) = U_R(k) - B \tan \theta_c(k)$ ；右轮打滑时， $U_R(k) = U_L(k) + B \tan \theta_c(k)$ 。定义间接卡尔曼滤波器的量测方程为：

$$Z(k) = \hat{\theta}(k) - \theta(k) + V(k) = \delta\theta(k) + V(k) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \delta X(k) \\ \delta Y(k) \\ \delta \theta(k) \\ S_R(k) \\ S_L(k) \\ \delta B(k) \end{bmatrix} + V(k) \dots\dots\dots(3.26)$$

其中 $H(k) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ ，表示量测矩阵。 $V(k)$ 是 1 维的噪声矢量，它具有如下统计特性；

$$E[V(k)] = 0, Cov[V(k), V(j)] = R(k)\delta_{kj}$$

$V(k)$ 和 $W(k)$ 之间有如下关系：

$$Cov[W(k), V(j)] = 0$$

$\theta(k)$ 的值按照如下规则确定：

- 1) 如果轮子打滑， $\theta(k)$ 用电磁罗盘测量的方向增量计算；
- 2) 如果轮子不打滑， $\theta(k)$ 用编码器测量的方向增量计算。

因此，间接卡尔曼滤波器的递推方程如下：

- 一步预测： $\hat{X}(k/k-1) = F(k/k-1)\hat{X}(k-1)$ ；
- 状态估计： $\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1))$ ；
- 滤波增益： $K(k) = P(k/k-1)H(k)^T[H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1}$ ；
- 一步预测均方误差： $P(k/k-1) = F(k/k-1)P(k-1)F(k/k-1)^T + Q(k-1)$ ；
- 估计均方误差： $P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$ 。

3.6 实验

本章的实验平台为 Trilobot 机器人，安装有两个光学编码器和一个电磁罗盘。为了验证本章提出的机器人轮子打滑校核算法效果，本小节利用 EKF 估计机器人的位置。假定机器人在第 K 个采样周期内的状态矢量为 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ ，那么机器人的状态方程可以利用如下方程描述：

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta\theta(k) \end{bmatrix} + W(k-1) \dots\dots\dots(3.27)$$

$$= F(X(k-1), k-1) + W(k-1)$$

其中， $W(k)$ 是 3 维的噪声矢量， F 是 3 维的向量函数。 $W(k)$ 具有如下统计特性：

$$E[W(k)] = 0, \text{Cov}[W(k), W(j)] = Q(k)\delta_{kj}$$

方程(3.27)是离散的非线性方程，可以在 $\hat{X}(k-1)$ 附件展开成泰勒级数，并取一次近似，得：

$$X(k) \approx \nabla F X(k-1) + [F(\hat{X}(k-1), k-1) - \nabla F \hat{X}(k-1)] + W(k-1)$$

其中 $\nabla F = \frac{\partial F(X(k-1), k-1)}{\partial \hat{X}(k-1)}$ ，即：

$$\nabla F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta D(k) \sin(\hat{\theta}(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ 0 & 1 & \Delta D(k) \cos(\hat{\theta}(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

下述的规则用来确定 ∇F ：

- 1) 如果左轮打滑，利用方程(3.14)和(3.15)计算 $\Delta D(k)$ 与 $\Delta\theta(k)$ ；
- 2) 如果右轮打滑，利用方程(3.16)和(3.17)计算 $\Delta D(k)$ 与 $\Delta\theta(k)$ ；

3) 其他情况，利用方程(3.12)和(3.13)计算 $\Delta D(k)$ 与 $\Delta \theta(k)$ 。

EKF 的量测方程可以用电磁罗盘测量的航向信息来表达：

$$Z(k) = \theta(k) = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + V(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad \text{.....(3.28)}$$

其中 $Z(k)$ 表示 1 维量测矢量， $H(k) = [0 \ 0 \ 1]$ ，表示量测矩阵， $V(k)$ 是 1 维的噪声矢量，它具有如下统计特性；

$$E[V(k)] = 0, \text{Cov}[V(k), V(j)] = R(k)\delta_{kj}$$

$V(k)$ 和 $W(k)$ 之间有如下关系：

$$\text{Cov}[W(k), V(j)] = 0$$

下述的规则用来确定 $Z(K)$ ：

1) 如果电磁罗盘受到电磁干扰， $Z(K) = \hat{\theta}(k-1) + \theta_E(k)$ ；

2) 其他情况， $Z(K)$ 等于电磁罗盘获得的机器人航向值。

因此，EKF 可以用如下方程获得：

一步预测： $\hat{X}(k/k-1) = F(\hat{X}(k-1), k-1)$ ；

状态估计： $\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1))$ ；

滤波增益： $K(k) = P(k/k-1)H(k)^T [H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1}$ ；

一步预测均方误差： $P(k/k-1) = \nabla F P(k-1) \nabla F^T + Q(k-1)$ ；

估计均方误差： $P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$ 。

3.6.1 实验一：轮子打滑的辨识与校核

实验在图 3.1 所示的走廊内进行，该走廊的宽为 1.8 米，地面为水磨石，每次实验 Trilobot 直线移动 10 米，机器人移动的速度为 0.25 m/s，采样频率为 4Hz。为了直观地显示实验效果，定义：

$$E_{error} = \sqrt{(X_{actual} - X_{EKF})^2 + (Y_{actual} - Y_{EKF})^2} \quad \text{.....(3.29)}$$

其中， E_{error} 表示位置误差， X_{actual} 和 Y_{actual} 是 Trilobot 完成每次实验后的 X 和 Y 坐标， X_{EKF} 和 Y_{EKF} 是用 EKF 估计的机器人位置。

实验利用两种 EKF 估计机器人的位置：第一种 EKF 基于测程法，不校核轮子打滑导致的误差，即： $\Delta D(k)$ 和 $\Delta \theta(k)$ 总是由方程 (3.12) 和 (3.13) 计算，并且 $Z(k) = \hat{\theta}(k-1) + \theta_E(k)$ ；第二种 EKF 采用本章提出的算法校核轮子打滑导致的误差。两种 EKF 所需参数如下： $Q(k) = \text{diag}[6.33, 6.33, 2]$ ， $R(k) = [2]$ 。

机器人移动的过程中，上述两种 EKF 在线估计 Trilobot 的位置；当 Trilobot 完成

一次实验后，记录它的实际位置，利用方程(3.29)分别计算位置误差 E_{error} 。实验前， $\Delta\theta'(k)$ 的均值 μ 和协方差 σ 由表 3.1 的数据计算，得： $\mu = 0.37^\circ$ ， $\sigma = 1.54^\circ$ 。

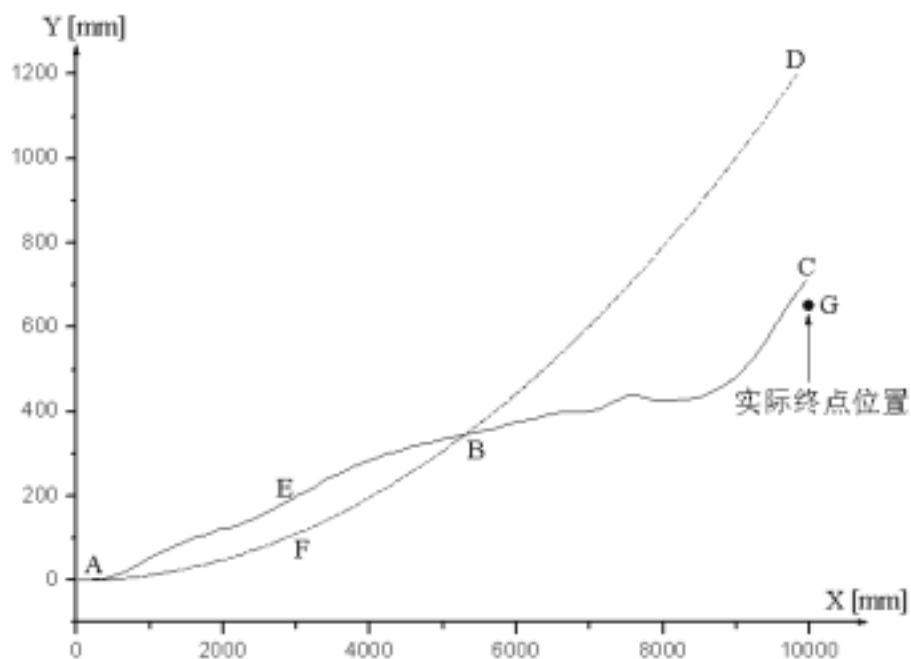


图 3.6 两种 EKF 计算的路径比较

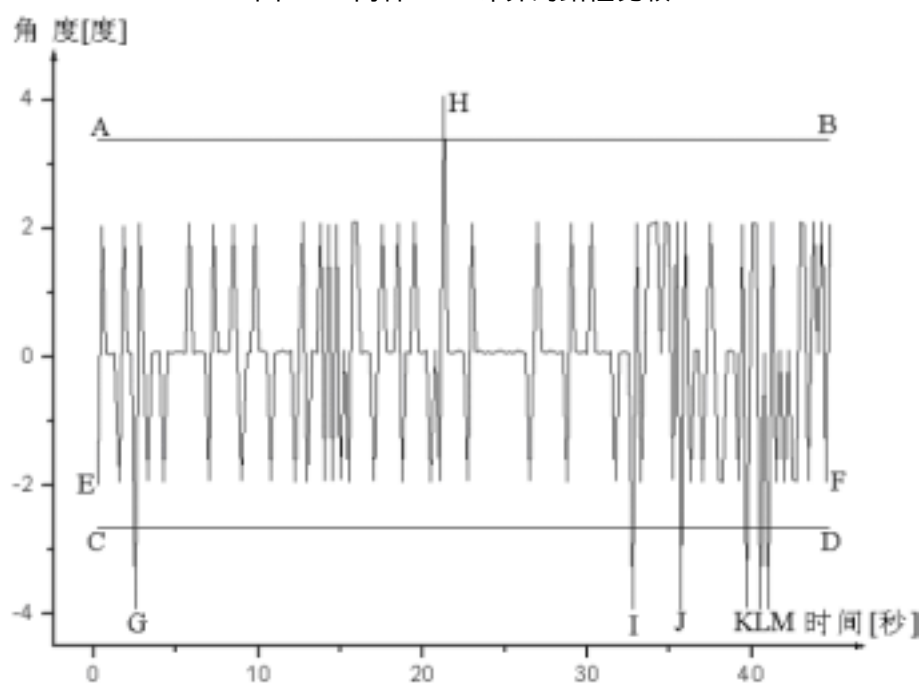


图 3.7 轮子打滑辨识

图 3.6 和图 3.7 显示了一次实验结果，Trilobot 终点位置坐标为 $G(9993\text{ mm}, 650\text{ mm})$ 。图 3.6 中，虚线 AFBD 是第一种 EKF 计算的机器人移动轨迹；

实线 AEBC 是第二种 EKF 计算的机器人移动轨迹。点 D 的坐标为 (9938.93 mm, 1227.97 mm)，方程(3.29)计算的位置误差为 $E_{error} = 580.49$ mm；点 C 的坐标为 (9946.58 mm, 710.11 mm)，方程(3.29)计算的位置误差为 $E_{error} = 75.95$ mm，实验结果表明本章提出的轮子打滑校核算法使机器人定位精度提高了 7.64 倍。

图 3.7 用来判断机器人是否发生轮子打滑。直线 AB 和 CD 表示允许的上限 $\Delta\theta_{UpLimit}$ 和下限 $\Delta\theta_{LowLimit}$ ， $\Delta\theta_{UpLimit}$ 和 $\Delta\theta_{LowLimit}$ 分别由 $\Delta\theta_{UpLimit} = \mu + 1.96\sigma$ 和 $\Delta\theta_{LowLimit} = \mu - 1.96\sigma$ 计算。曲线 EF 是 $\theta_E(k)$ 和 $\theta_C(k)$ 的差值。如果 EF 和 AB 或者 CD 相交，说明发生了轮子滑动。图 3.7 说明这次实验中在点 G、H、I、J、K、L、M 发生了轮子打滑。

此外，在相同的环境中又做了 9 组实验，共 10 组实验数据显示在表 3.2 中。表 3.2 表明本章提出的轮子打滑校核算法能够有效提高机器人的定位精度。

表 3.2 两种 EKF 计算的位置误差 E_{error} 比较

实验	利用第一种 EKF 计算的 E_{error} [mm]	利用第二种 EKF 计算的 E_{error} [mm]	比较
1	580.49	75.95	7.64 倍
2	550.62	73.89	7.45 倍
3	467.74	89.96	5.20 倍
4	406.29	63.98	6.35 倍
5	464.62	62.05	7.49 倍
6	847.33	75.73	11.19 倍
7	575.97	68.25	8.44 倍
8	641.25	51.07	12.56 倍
9	574.05	65.05	8.82 倍
10	484.07	79.98	6.05 倍

本章提出的轮子打滑辨识与校核算法有两个限制。第一，建立轮子打滑模型时，假定在一个采样周期内最多只有一个轮子发生滑动。在实际应用中，两个轮子同时打滑的情况是存在的。不过从公式(3.1)和(3.12)可以看出：当两个轮子同时打滑时，共同打滑的那段位移只是影响机器人位移增量的计算，导致位移增量误差，但并不影响方向增量 $\theta_E(k)$ 的计算，因此并不影响轮子打滑的辨识和校核。第二，在建立轮子打滑模型时假定电磁罗盘不受磁场干扰影响。如果电磁罗盘受到电磁干扰，本章提出的算法不能校核轮子打滑。此时可以考虑利用陀螺仪代替电磁罗盘来校核轮子打滑导致的

误差。尽管陀螺仪存在不可忽略的内部漂移误差，然而在电磁罗盘受电磁干扰时间较短的情况下，陀螺仪的漂移误差可以忽略。具体来说，假定 $\theta_G(k)$ 为陀螺仪测量的机器人在第 K 个采样周期内的方向增量，如果电磁罗盘受到电磁干扰，利用 $\theta_G(k)$ 代替 $\theta_C(k)$ 判断轮子是否打滑并校核对应的方向误差和位置误差，详细的算法和本章第 3.2 节~第 3.4 节相似。

3.6.2 实验二：IKF 校核机器人系统参数

实验一使用的机器人系统参数由第 2 章提出的基于 UMBmark 校核算法的改进算法求得，分别为 $D_L = 88.50\text{mm}$ ， $D_R = 88.93\text{mm}$ ， $B = 197.93\text{mm}$ 。为了验证 3.5 节提出的算法对机器人系统参数的校核效果，直接利用 IKF 对表 3.2 的 10 组原始实验数据进行处理以计算 Trilobot 左右轮直径的比例误差和轮距误差，实验结果如表 3.3 所示。

表 3.3 Trilobot 左右轮直径的比例误差和轮距误差

实验	S_L	S_R	δB
1	0.004536	0.004494	-0.000046
2	0.003065	0.003042	-0.000031
3	0.004456	0.004373	-0.000045
4	0.004001	0.004023	-0.000041
5	0.004090	0.004048	-0.000041
6	0.002459	0.002455	-0.000025
7	0.003862	0.003851	-0.000039
8	0.002713	0.002715	-0.000027
9	0.003196	0.003200	-0.000032
10	0.003693	0.003704	-0.000037

为了消除随机误差的影响，把表 3.3 的十组 S_L 、 S_R 和 δB 求平均值，从而得到： $\overline{S_L} = 0.003607$ ， $\overline{S_R} = 0.003591$ ， $\overline{\delta B} = -0.000036$ 。这样 IKF 得到 Trilobot 左右轮的直径和轮距： $D'_L = D_L(1 + \overline{S_L}) = 88.8192\text{mm}$ ， $D'_R = D_R(1 + \overline{S_R}) = 89.2493\text{mm}$ ， $B' = B + \overline{\delta B} = 197.929964\text{mm} \approx 197.93\text{mm}$ 。

表 3.2 第 3 列的 10 组实验结果是在 $D_L = 88.50\text{mm}$ ， $D_R = 88.93\text{mm}$ ， $B = 197.93\text{mm}$ 情况下，第二种 EKF 融合编码器和电磁罗盘的信息校核轮子打滑获得的位置误差。为了证明 D'_L 、 D'_R 、 B' 比 D_L 、 D_R 、 B 更接近机器人真正的左右轮直径和轮距，第二种 EKF 采用 D'_L 、 D'_R 、 B' 的值来校核轮子打滑，同样获得了 10 组实验结果。采用不

同的机器人系统参数获得的位置误差比较如表 3.4 所示。

表 3.4 Trilobot 采用不同系统参数获得的位置误差比较

实验	采用 D_L 、 D_R 、 B 得到的位置误差 E_{error} [mm]	采用 D'_L 、 D'_R 、 B' 得到的位置误差 E_{error} [mm]	提高
1	75.95	63.54	16.34%
2	73.89	42.01	43.15%
3	89.96	67.65	24.80%
4	63.98	53.27	16.74%
5	62.05	33.09	46.67%
6	75.73	56.38	25.55%
7	68.25	52.89	22.51%
8	51.07	17.49	65.75%
9	65.05	30.40	53.27%
10	79.98	63.09	21.12%

从表 3.4 可以看出：利用 D'_L 、 D'_R 、 B' 计算得到的位置误差比利用 D_L 、 D_R 、 B 得到的位置误差更小，所以 D'_L 、 D'_R 、 B' 的值更接近于机器人实际的左右轮直径和轮距，从而证明 3.5 节提出的间接卡尔曼滤波器校核机器人左右轮直径和轮距的效果。

进一步分析表 3.3 的实验数据发现：3.5 节提出的间接卡尔曼滤波器能够有效地计算机器人左右轮直径，然而对轮距的校核效果有限。这是因为轮距的不确定对机器人的旋转运动有较大影响，而对直线运动影响很小。Borenstein 和 Feng 提出的用于校核测程法系统误差的 UMBmark 算法，基于如下两个假设之上：

- 1) 不正确的轮距仅仅对机器人旋转造成误差，而对直线移动没有影响；
- 2) 不相等的轮子半径仅仅对机器人的直线移动造成误差，而对旋转没有影响；

如果要利用 3.5 节提出的间接卡尔曼滤波器有效地计算机器人真实的轮距，则实验路径应该包括曲线运动或者旋转运动。然而，正如在 3.1 节分析的那样，Trilobot 是低成本、低控制精度的机器人；利用它校核轮子打滑时，由于 Trilobot 本身的硬件限制，只校核了直线移动时的轮子打滑，这不能不说是一个遗憾。正是因为实验路径为直线，因此本章的实验不能有效地校核机器人实际的轮距。

3.7 本章小结

在不受磁场干扰的前提下，本章提出利用编码器和电磁罗盘辨识并校核机器人直

线移动时轮子打滑的算法。该算法利用编码器和电磁罗盘在一个采样周期内获得的机器人方向增量信息，从统计学的角度建立了机器人直线移动时的轮子打滑模型，提出新颖的算法判断轮子是否打滑并校核轮子打滑时的方向误差和位置误差。基于轮子打滑模型，进一步提出 IKF 计算机器人的左右轮直径和轮距，并利用 EKF 融合编码器和电磁罗盘的信息定位机器人。实验结果表明本章提出的轮子打滑辨识与校核算法能够有效提高机器人的定位精度，IKF 能够精确计算机器人驱动轮的直径。

由于移动机器人轮子打滑校核的复杂性及 Trilobot 硬件结构的限制，目前论文只考虑了机器人直线移动过程中的轮子滑动校核问题。作者希望在后续的研究中推广本章的方法，使之能够处理机器人曲线移动过程中的轮子滑动问题。

4 测程法噪声建模及统计特性的自适应估计

4.1 引言

测程法的系统误差和非系统误差长时间累积会导致机器人导航任务的失败，因此需要借助外界传感器的信息修正测程法误差，卡尔曼滤波器正是实现这一任务最广泛使用的工具。由于实际应用的需要，又发展成为推广卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter, EKF）、自适应推广卡尔曼滤波（Adaptive Extended Kalman Filter, AEKF）等形式。

当利用卡尔曼滤波器融合编码器和其他传感器的信息进行机器人的定位处理时，需要知道测程法的噪声统计特性，包括噪声的均值和协方差矩阵。一般的定位处理中，测程法的噪声统计特性采用基于经验的固定值；然而在实际应用过程中，由于机器人和外界接触环境时刻变化，测程法的噪声统计特性也应该是时变的。采用不正确的噪声统计特性，不仅会影响定位精度，而且会导致滤波发散，使机器人定位任务失败^[54]，因此希望能够根据机器人导航环境的变化实时地、自适应地估计测程法的噪声统计特性。

邓自立等人提出的 AEKF 算法由于不需要预先知道系统方程和量测方程的噪声统计特性，并能够在滤波递推过程中对噪声统计特性进行自适应估计^[60-61]，因此在定位处理中获得了广泛地应用^[54,62]。作者在利用上述 AEKF 融合编码器和电磁罗盘的信息定位机器人时，发现定位精度很不稳定：有时定位精度很高，有时定位精度很低。本章的灵感来源于对 AEKF 算法不稳定的分析，并提出一种测程法噪声统计特性的自适应估计算法。该算法考虑了编码器测量精度对机器人定位的影响，建立了测程法噪声模型。利用该模型能够实时地、自适应地估计测程法的噪声统计特性。实验结果表明该算法能够确保机器人具有稳定、准确的定位效果。

4.2 AEKF 算法的分析

如果取移动机器人在第 K 个采样周期内的状态为 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ ，则系统的状态方程为：

$$\begin{aligned} X(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta \theta(k) \end{bmatrix} + W(k-1) \dots\dots\dots (4.1) \\ &= F(X(k-1), k-1) + W(k-1) \end{aligned}$$

其中 $\Delta D(k)$ 和 $\Delta \theta(k)$ 分别指机器人在第 K 个采样周期内的位置增量和方向增量， $W(k)$

指系统噪声，并具有如下的统计特性：

$$E[W(k)] = 0, \text{Cov}[W(k), W(j)] = E[W(k)W(j)^T] = Q(k)\delta_{kj}$$

由于方程(4.1)为非线性方程，因而应该首先线性化。把 $F(X(k-1), k-1)$ 在 $\hat{X}(k-1)$ 附近进行泰勒展开，并取一次近似值，得：

$$F(X(k-1), k-1) \approx F(\hat{X}(k-1), k-1) + \nabla F(X(k-1) - \hat{X}(k-1)) \dots\dots\dots (4.2)$$

其中 $\nabla F = \frac{\partial F(X(k-1), k-1)}{\partial \hat{X}(k-1)}$ 。所以：

$$X(k) \approx \nabla F X(k-1) + [F(\hat{X}(k-1), k-1) - \nabla F \hat{X}(k-1)] + W(k-1) \dots\dots\dots (4.3)$$

在利用卡尔曼滤波器对状态 $X(k)$ 进行递推处理过程中，需要预先知道 $W(k)$ 的噪声统计特性。 $W(k)$ 通常是未知的；在很多的机器人定位处理过程中， $W(k)$ 是根据先验知识确定的固定值。由于机器人移动环境是时刻变化的，根据先验知识确定的 $W(k)$ 和实际情况是有差距的，从而会在很大程度上影响机器人的定位精度，甚至会引起卡尔曼滤波的不稳定，因此需要根据机器人导航环境的变化自适应地估计 $W(k)$ 的统计特性。

Sage 等人把方程(4.1)中的非线性函数 $F(X(k-1), k-1)$ 在 $\hat{X}(k-1)$ 附近进行泰勒展开^[59]，得：

$$F(X(k-1), k-1) = F(\hat{X}(k-1), k-1) + \nabla F(X(k-1) - \hat{X}(k-1)) + H.O.T. \dots\dots (4.4)$$

其中 $H.O.T.$ 为高阶无穷小量。所以：

$$X(k) = \nabla F X(k-1) + u(k-1) + \xi(k-1) \dots\dots\dots (4.5)$$

其中，

$$u(k-1) = F(\hat{X}(k-1), k-1) - \nabla F \hat{X}(k-1)$$

$$\xi(k-1) = W(k-1) + H.O.T.$$

$\xi(k)$ 称为虚拟系统噪声，它具有如下的统计特性：

$$E\{\xi(k)\} = q(k), \text{Cov}(\xi(k), \xi(j)) = Q(k)\delta_{kj}$$

Sage 等人提出基于观测 $\{z(1), \dots, z(k)\}$ 的噪声统计的极大后验次优无偏估计器为：

$$\hat{q}(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} [\hat{x}(i/i) - \nabla F \hat{x}(i-1/i-1)] \dots\dots\dots (4.6)$$

$$\hat{Q}(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} [K(i)\varepsilon(i)\varepsilon(i)^T K(i)^T + P(i/i) - \nabla F P(i-1/i-1) \nabla F^T] \dots\dots\dots (4.7)$$

从统计的观点，方程(4.6)~(4.7)都是算术平均，和式中每项的权系数都是 $1/k$ ；对

时变的噪声而言，应强调新进数据的作用，因此邓自立等人^[60-61]应用指数加权方法，在和式中每项乘以不同的加权系数 $\{\beta_i\}$ ，并满足

$$\beta_i = \beta_{i-1}b; \quad 0 < b < 1; \quad \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i = 1 \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

这推出

$$\beta_i = d(k-1)b^i, \quad d(k-1) = (1-b)/(1-b^k), \quad i = 0, 1, \dots, k-1 \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

其中 b 为遗忘因子。在和式(4.6)~(4.7)中的每项乘以权系数 β_{k-1-i} ，代替原来的权系数 $1/k$ ，便得到如下的时变噪声统计估值器：

$$\hat{q}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{q}(k-1) + d(k-1)[\hat{X}(k/k) - F(\hat{X}(k-1), k-1)] \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

$$\hat{Q}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{Q}(k-1) + d(k-1)[K(k)\varepsilon(k)\varepsilon^T(k)K^T(k) + P(k) - \nabla F P(k-1)\nabla F^T] \quad (4.11)$$

由于方程(4.10)和(4.11)不需要预先知道 AEKF 系统噪声的统计特性，并能够在滤波递推过程中对系统噪声统计特性进行自适应估计，因此在定位处理中获得了广泛地应用^[54,62]。不过，方程(4.10)和(4.11)对于虚拟噪声的估计易出现异常现象，即失去正定性，从而导致滤波发散^[63]。

仔细研究公式(4.6)~(4.7)或者(4.10)~(4.11)，发现上述的 AEKF 在估计系统噪声统计特性的时候使用了估计状态 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 。虽然 AEKF 是一种最小方差估计算法，但 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 的估计值是有误差的，并且误差随着递推的进行而累积。由含有误差的 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 对系统噪声统计特性进行自适应估计，必然导致系统噪声统计特性含有误差。当误差累积到一定程度，就会导致定位精度变差，甚至导致滤波发散。本章后面的实验表明：利用上述的 AEKF 估计机器人移动过程中的位置，定位精度忽高忽低，定位精度的质量不能够得到有效的保证。

4.3 测程法噪声模型

本章的实验平台为 Trilobot，它的系统参数由第 3 章提出的间接卡尔曼滤波算法进行校核，因此在建立测程法噪声模型时，并没有考虑测程法系统误差的影响。

设在第 K 个采样周期内，由编码器记录的脉冲输出为 N ，则机器人对应的位移 $U(k)$ 为：

$$U(k) = CN \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

其中， C 是编码器的换算系数。在一个采样周期内，机器人累积转动的角度通常不是编码器单位拾取角度的整数倍，这是导致编码器误差的一个重要因素。设机器人在这个采样周期内的实际旋转位移为 $U_{act}(k)$ ， $U_{act}(k)$ 可以用下式表示：

$$U_{act}(k) = C(N-1) + e_k + (C - e_{k+1}) = CN + e_k - e_{k+1} = U(k) + e_k - e_{k+1} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

其中 e_k 和 e_{k+1} 分别表示在当前和下一个采样周期内编码器首个脉冲信号被触发时机器人移动的位移。机器人在移动过程中，由于轮子打滑、地面不平等外界因素影响，机器人的实际旋转位移 $U_{act}(k)$ 和机器人相对于地面的真实位移 $u(k)$ 是不一样的，存在一个差值 $\delta(k)$ ，即：

$$U_{act}(k) = u(k) + \delta(k) \quad \text{.....(4.14)}$$

从公式(4.13)和(4.14)可以得到：

$$U(k) = u(k) + \delta(k) - (e_k - e_{k+1}) \quad \text{.....(4.15)}$$

令 $e(k) = e_k - e_{k+1}$ ，则公式(4.15)变成

$$U(k) = u(k) + \delta(k) - e(k) \quad \text{.....(4.16)}$$

公式(4.16)即为测程法噪声模型。现分析 $e(k)$ 的统计特性。很明显， e_k 和 e_{k+1} 都是服从 0 到 C 之间的平均分布的随机变量。即：

$$f(e_k) = \begin{cases} \frac{1}{C} & 0 \leq e_k \leq C \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(e_{k+1}) = \begin{cases} \frac{1}{C} & 0 \leq e_{k+1} \leq C \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

则 $e(k)$ 是分布在区间 $(-C, C)$ 内的随机变量。现计算 $e(k)$ 的概率密度。

假定 e_k 和 e_{k+1} 相互独立，由概率论的知识有：

$$f(e(k)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e_k) f(e_k + e(k)) d(e_k) \quad \text{.....(4.17)}$$

由于 $e(k)$ 是分布在区间 $(-C, C)$ 内的随机变量，因此当 $e(k) > C$ 或者 $e(k) < -C$ 时， $f(e(k)) = 0$ 。

1) 如果 $-C \leq e(k) \leq 0$ ，由于 $0 \leq e_k \leq C$ ，因此由下列的不等式推出 e_k 的积分区域

$$\begin{cases} 0 \leq e_k \leq C \\ 0 \leq e_k + e(k) \leq C \\ -C \leq e(k) \leq 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad -e(k) \leq e_k \leq C$$

$$f(e(k)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e_k) f(e_k + e(k)) d(e_k) = \int_{-e(k)}^C \frac{1}{C} \frac{1}{C} d(e_k) = \frac{1}{C^2} (C + e(k))$$

2) 如果 $0 < e(k) \leq C$ ，由于 $0 \leq e_k \leq C$ ，因此由下列的不等式推出 e_k 的积分区域

$$\begin{cases} 0 \leq e_k \leq C \\ 0 \leq e_k + e(k) \leq C \\ 0 < e(k) \leq C \end{cases} \quad \longrightarrow \quad 0 \leq e_k \leq C - e(k)$$

$$f(e(k)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e_k) f(e_k + e(k)) d(e_k) = \int_0^{C-e(k)} \frac{1}{C} \frac{1}{C} d(e_k) = \frac{1}{C^2} (C - e(k))$$

因此 $e(k)$ 的概率密度函数为：

$$f(e(k)) = \begin{cases} \frac{1}{C^2} (C + e(k)) & -C \leq e(k) \leq 0 \\ \frac{1}{C^2} (C - e(k)) & 0 < e(k) \leq C \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \dots\dots\dots (4.18)$$

$e(k)$ 的概率密度曲线如图 4.1 所示。

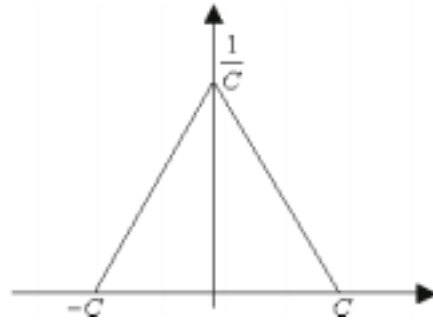


图 4.1 随机变量 $e(k)$ 的概率密度

$e(k)$ 的均值和方差为：

$$\begin{aligned} E(e(k)) &= \int_{-\infty}^{\infty} e(k) f(e(k)) d(e(k)) \\ &= \int_{-C}^0 e(k) \frac{1}{C^2} (C + e(k)) d(e(k)) + \int_0^C e(k) \frac{1}{C^2} (C - e(k)) d(e(k)) \dots\dots\dots (4.19) \\ &= \frac{1}{C^2} \int_{-C}^0 e^2(k) d(e(k)) - \frac{1}{C^2} \int_0^C e^2(k) d(e(k)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(e^2(k)) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^2(k) f(e(k)) d(e(k)) \\ &= \int_{-C}^0 e^2(k) \frac{1}{C^2} (C + e(k)) d(e(k)) + \int_0^C e^2(k) \frac{1}{C^2} (C - e(k)) d(e(k)) \\ &= \frac{1}{C} \int_{-C}^C e^2(k) d(e(k)) + \frac{1}{C^2} \int_{-C}^0 e^3(k) d(e(k)) - \frac{1}{C^2} \int_0^C e^3(k) d(e(k)) \dots\dots\dots (4.20) \\ &= \frac{1}{6} C^2 \end{aligned}$$

因此

$$D(e(k)) = E(e^2(k)) - E(e(k))^2 = \frac{1}{6} C^2 \dots\dots\dots (4.21)$$

从上述的讨论可知： $e(k)$ 是由于编码器测量精度引起的误差。目前能够查到的国

内外文献中，由于 $e(k)$ 导致的误差都被忽略了。作者认为：如果 C 很小的话， $e(k)$ 导致的误差可以忽略；如果 C 较大， $e(k)$ 导致的误差就不可以忽略。本章的实验机器人 Trilobot 是一个低成本的机器人，它的左轮编码器换算系数 $C_l=12.64$ ，即：当左轮编码器输出一个脉冲，左轮对应位移为 12.64 mm ，并且 $D(e(k)) = \frac{1}{6}C^2 = 26.63$ ，此时 $e(k)$ 导致的误差不可以忽略。控制科学与工程系 ICSL 实验室的一台机器人 Pioneer 2-DXe 是一个高控制精度的机器人，它的左轮编码器换算系数 $C_l=0.0152$ ，并且 $D(e(k)) = \frac{1}{6}C^2 = 0.00004$ ，此时 $e(k)$ 导致的误差是可以忽略的。

4.4 测程法噪声统计特性的自适应估计

设第 K 个采样周期内由编码器测量的左轮和右轮位移增量分别为 $U_L(k)$ 和 $U_R(k)$ ，基于第 4.3 节的讨论，因此有：

$$\begin{cases} U_L(k) = u_l(k) + \delta_l(k) - e_l(k) \\ U_R(k) = u_r(k) + \delta_r(k) - e_r(k) \end{cases} \quad (4.22)$$

其中， $u_l(k)$ 和 $u_r(k)$ 表示在第 K 个采样周期内机器人左右轮相对于地面的真实位移， $\delta_l(k)$ 和 $\delta_r(k)$ 指由于轮子打滑、地面不平外界因素导致的误差，并假定 $\delta_l(k) \sim N(0, k_l^2 |U_L(k)|)$ ， $\delta_r(k) \sim N(0, k_r^2 |U_R(k)|)$ [31]。 k_l^2 和 k_r^2 为常量，根据经验值确定，单位为 $m^{1/2}$ 。 $e_l(k)$ 和 $e_r(k)$ 表示一个采样周期内由于机器人累积转动的角度不是编码器单位拾取角度的整数倍而导致的误差，由上一节的讨论有：

$$f(e_l(k)) = \begin{cases} \frac{1}{C_l^2}(C_l + e_l(k)) & -C_l \leq e_l(k) \leq 0 \\ \frac{1}{C_l^2}(C_l - e_l(k)) & 0 < e_l(k) \leq C_l \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(e_r(k)) = \begin{cases} \frac{1}{C_r^2}(C_r + e_r(k)) & -C_r \leq e_r(k) \leq 0 \\ \frac{1}{C_r^2}(C_r - e_r(k)) & 0 < e_r(k) \leq C_r \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E(e_l(k)) &= 0 & D(e_l(k)) &= \frac{1}{6}C_l^2 \\ E(e_r(k)) &= 0 & D(e_r(k)) &= \frac{1}{6}C_r^2 \end{aligned}$$

其中 C_l 为左轮编码器换算系数， C_r 为右轮编码器换算系数。因此机器人在第 K 个采样周期内的位移增量为：

$$\begin{aligned} \Delta D(k) &= \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} = \frac{u_l(k) + u_r(k) + \delta_l(k) + \delta_r(k) - e_l(k) - e_r(k)}{2} \\ &= \frac{u_l(k) + u_r(k)}{2} + w_d \end{aligned} \quad \text{.....(4.23)}$$

$$w_d = \frac{\delta_l(k) + \delta_r(k) - e_l(k) - e_r(k)}{2} \quad \text{.....(4.24)}$$

方向增量为：

$$\begin{aligned} \Delta \theta(k) &= \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} = \frac{u_r(k) - u_l(k) + \delta_r(k) - \delta_l(k) + e_l(k) - e_r(k)}{B} \\ &= \frac{d_r(k) - d_l(k)}{B} + w_\theta \end{aligned} \quad \text{.....(4.25)}$$

$$w_\theta = \frac{\delta_r(k) - \delta_l(k) + e_l(k) - e_r(k)}{B} \quad \text{.....(4.26)}$$

其中， B 为轮距。

如果 C_l 和 C_r 较小，则对应的 $e_l(k)$ 和 $e_r(k)$ 可以忽略不计。现考虑 C_l 和 C_r 较大的情况。为了便于问题的分析与处理，考虑把变量 $e_l(k)$ 和 $e_r(k)$ 的概率密度函数近似用正态分布代替。为了便于计算，变量 $e_l(k)$ 用 x 代替，并定义 x 的概率密度为：

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{C^2}(C+x) & -C \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{C^2}(C-x) & 0 < x \leq C \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

且

$$E(x) = 0 \quad D(x) = \frac{1}{6}C^2$$

由于 x 的均值为 0，求另一均值为 0、均方差为 σ 的正态分布函数

$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ ($\sigma > 0$)，使得曲线 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 围成的面积最小，即：

$$G_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x) - f_2(x)| dx \quad \text{.....(4.27)}$$

方程(4.27)含有绝对值，积分计算不方便；因此求满足方程(4.27)的 σ ，等同于求使下列方程具有最小值的 σ ：

$$G_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx \dots\dots\dots (4.28)$$

根据 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的对称性，有：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} G_2(x) &= \int_0^{\infty} [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx \dots\dots\dots (4.29) \\ &= \int_0^{\infty} f_1^2(x) dx + \int_0^{\infty} f_2^2(x) dx - 2 \int_0^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx \end{aligned}$$

由于 $\int_0^{\infty} f_1^2(x) dx$ 不包括未知数 σ ，且 $\int_0^{\infty} f_1^2(x) dx > 0$ ，因此欲求使 $G_2(x)$ 最小的 σ ，等同与求使 $g(x) = \int_0^{\infty} f_2^2(x) dx - 2 \int_0^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx$ 最小的 σ 。

$$\begin{aligned} g(x) &= \int_0^{\infty} f_2^2(x) dx - 2 \int_0^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} dx - 2 \int_0^C \frac{1}{C^2} (C-x) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2}\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2(\frac{1}{2}\sigma)^2}} dx - 2 \int_0^C \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx + 2 \int_0^C \frac{1}{C^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{4\sqrt{\pi\sigma}} - 2 \int_0^C \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx + 2 \int_0^C \frac{1}{C^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \end{aligned} \dots\dots\dots (4.30)$$

由于

$$\left(\int_0^C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \right)^2 = \int_0^C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \int_0^C e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy = \int_0^C \int_0^C e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \dots\dots\dots (4.31)$$

如果 $x = \rho \cos \theta$ ， $y = \rho \sin \theta$ ，则：

$$\left(\int_0^C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \right)^2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^C e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \rho d\rho = -\sigma^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^C e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} d\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{\pi}{2} \sigma^2 (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}}) \dots\dots (4.32)$$

因此

$$\int_0^C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2} (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}})} \dots\dots\dots (4.33)$$

$$\int_0^C x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = -\sigma^2 \int_0^C e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} d\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) = \sigma^2 (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}}) \dots\dots\dots (4.34)$$

所以，

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \frac{1}{4\sqrt{\pi}\sigma} - \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma C} \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}}) + \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma S^2} \sigma^2 (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}}) \\
 &= \frac{1}{4\sqrt{\pi}\sigma} - \frac{1}{C} \sqrt{1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}}} + \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\pi}C^2} (1 - e^{-\frac{C^2}{2\sigma^2}})
 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.35)$$

利用计算机可以很方便地求出使 $g(x)$ 最小的 σ 。Trilobot 的左轮编码器换算系数 $C_l=12.64$ ，求得 $\sigma_l = 5.00$ ， $G_2(e(k)) = 0.0021$ 。也就是说，如果 $f_2(x)$ 替换 $f_1(x)$ ，导致的误差只有 0.0021，因此是可以忽略的。 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的概率密度曲线如图 4.2 所示。Trilobot 的右轮编码器换算系数 $C_r=12.70$ ，求得 $\sigma_r = 5.00$ ， $G_2(e(k)) = 0.0020$ 。

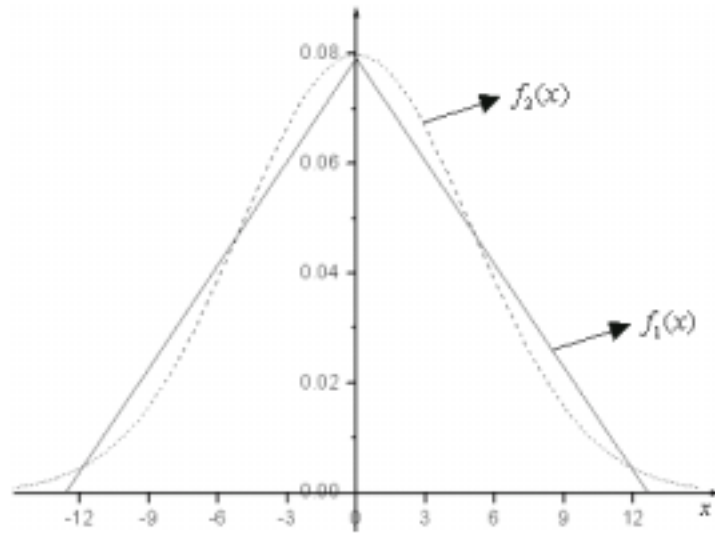


图 4.2 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的概率密度曲线

经过上述处理， $e_l(k)$ 和 $e_r(k)$ 的概率密度近似利用密度函数 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} e^{-\frac{e_l^2(k)}{2\sigma_l^2}}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} e^{-\frac{e_r^2(k)}{2\sigma_r^2}}$ 代替，即： $e_l(k) \sim N(0, \sigma_l^2)$ ， $e_r(k) \sim N(0, \sigma_r^2)$ 。因此可以求出 w_d 和 w_θ 统计特性：

$$w_d \sim N(0, \frac{k_l^2 |U_L(k)| + k_r^2 |U_R(k)| + \sigma_l^2 + \sigma_r^2}{4}) \quad \dots\dots\dots(4.36)$$

$$w_\theta \sim N(0, \frac{k_l^2 |U_L(k)| + k_r^2 |U_R(k)| + \sigma_l^2 + \sigma_r^2}{B^2}) \quad \dots\dots\dots(4.37)$$

假定机器人在第 K 个采样周期内的状态矢量为 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 。如果已

知机器人在第 (K-1) 个采样周期的状态 $X(k-1)$ ，那么 $X(k)$ 可以用下列方程表达：

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta d(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta d(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta \theta'(k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.38)$$

其中 $\Delta d(k)$ 和 $\Delta \theta'(k)$ 表示机器人在第 K 个采样周期内相对于地面的真正位移增量和方向增量，即：

$$\begin{cases} \Delta d(k) = \frac{u_l(k) + u_r(k)}{2} \\ \Delta \theta'(k) = \frac{u_r(k) - u_l(k)}{B} \end{cases}$$

事实上，由于编码器的测量精度影响及轮子打滑、地面不平等因素的作用，人们获得的是利用编码器测量得到的位移增量 $\Delta D(k)$ 和方向增量 $\Delta \theta(k)$ 。如果用 $\Delta D(k)$ 和 $\Delta \theta(k)$ 代替 $\Delta d(k)$ 和 $\Delta \theta'(k)$ 来计算机器人在第 K 个采样周期内的状态 $X(k)$ ，那么就引入了误差 $W(k-1)$ ，即：

$$\begin{aligned} X(k) &= \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta d(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta d(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta \theta'(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta \theta(k) \end{bmatrix} + W(k-1) \end{aligned} \dots\dots\dots (4.39)$$

如果采样周期较短，近似有：

$$\begin{aligned} \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) &\approx \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \\ \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) &\approx \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta'(k)/2) \end{aligned}$$

所以：

$$\begin{bmatrix} \frac{u_l(k) + u_r(k)}{2} \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \frac{u_l(k) + u_r(k)}{2} \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \frac{u_r(k) - u_l(k)}{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \frac{U_R(k) + U_L(k)}{2} \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \frac{U_R(k) - U_L(k)}{B} \end{bmatrix} + W(k-1) \dots\dots\dots (4.40)$$

即：

$$W(k-1) = \begin{bmatrix} -w_d \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ -w_d \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ -w_\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.41)$$

因此：

$$\begin{aligned} E[W(k-1)] &= E \left[\begin{bmatrix} -w_d \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ -w_d \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ -w_\theta \end{bmatrix} \right] \\ &= \begin{bmatrix} E[-w_d \cos(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2)] \\ E[-w_d \sin(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2)] \\ E[-w_\theta] \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.42) \\ &= 0 \end{aligned}$$

假定 $W(k-1) = [\varepsilon x(k-1), \varepsilon y(k-1), \varepsilon\theta(k-1)]^T$ 。假定 $k \neq j$ 时 $W(k-1)$ 与 $W(j-1)$ 不相关，因此 $\text{Cov}[W(k-1), W(j-1)] = 0$ ($k \neq j$)。当 $k = j$ 时，假定 $\varepsilon x(k-1)$ 、 $\varepsilon y(k-1)$ 和 $\varepsilon\theta(k-1)$ 互不相关，则有：

$$\begin{aligned} \text{Cov}[W(k-1), W(k-1)] &= E\{[W(k-1) - E[W(k-1)]] [W(k-1) - E[W(k-1)]]^T\} \\ &= E \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon x(k-1) - E[\varepsilon x(k-1)] \\ \varepsilon y(k-1) - E[\varepsilon y(k-1)] \\ \varepsilon\theta(k-1) - E[\varepsilon\theta(k-1)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon x(k-1) - E[\varepsilon x(k-1)] \\ \varepsilon y(k-1) - E[\varepsilon y(k-1)] \\ \varepsilon\theta(k-1) - E[\varepsilon\theta(k-1)] \end{bmatrix}^T \right\} \\ &= \begin{bmatrix} \text{Cov}[\varepsilon x(k-1), \varepsilon x(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon x(k-1), \varepsilon y(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon x(k-1), \varepsilon\theta(k-1)] \\ \text{Cov}[\varepsilon y(k-1), \varepsilon x(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon y(k-1), \varepsilon y(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon y(k-1), \varepsilon\theta(k-1)] \\ \text{Cov}[\varepsilon\theta(k-1), \varepsilon x(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon\theta(k-1), \varepsilon y(k-1)] & \text{Cov}[\varepsilon\theta(k-1), \varepsilon\theta(k-1)] \end{bmatrix} \\ &= \text{diag}[E[w_d - Ew_d]^2 \cos^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2), E[w_d - Ew_d]^2 \sin^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2), \\ &\quad E[w_\theta - Ew_\theta]^2] \\ &= \text{diag}[D[w_d] \cos^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2), D[w_d] \sin^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2), D[w_\theta]] \\ &= Q(k-1) \end{aligned} \dots\dots\dots (4.43)$$

已知 w_d 和 w_θ 的方差，就可以计算 $Q(k-1)$ 。因此

$$\text{Cov}[W(k-1), W(j-1)] = Q(k-1) \delta_{kj} \dots\dots\dots (4.44)$$

4.5 实验

为了验证本章提出的算法效果，利用三种 EKF 定位机器人。第一种 EKF 是邓自立等人提出的 AEKF 方法，第二种 EKF 的系统噪声统计特性采用基于经验的固定值，

第三种 EKF 系统噪声统计特性采用本章提出的自适应估计算法。实验在图 3.1 所示的走廊中进行，每次实验 Trilobot 直线移动 10 米。该走廊经过仔细校核，确保 Trilobot 移动过程中不受电磁干扰的影响，因此电磁罗盘能够为它提供准确的航向信息，并利用电磁罗盘提供的航向信息来建立三个 EKF 的量测方程。

AEKF 的系统方程由(4.5)表示，量测方程如下：

$$Z(k) = \theta(k) = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + V(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad \text{.....(4.45)}$$

其中 $Z(k)$ 表示 1 维量测矢量，由 Trilobot 配置的电磁罗盘提供航向信息。

$H(k) = [0 \ 0 \ 1]$ ，表示量测矩阵， $V(k)$ 是 1 维的噪声矢量，它具有如下统计特性：

$$E[V(k)] = r(k), \text{Cov}[V(k), V(j)] = R(k)\delta_{kj}$$

并且系统噪声和量测噪声具有如下关系：

$$\text{Cov}[\xi(k), V(j)] = 0$$

则 AEKF 可以用如下方程获得：

$$\text{一步预测：} \hat{X}(k/k-1) = F(\hat{X}(k-1), k-1) + \hat{q}(k-1)$$

$$\hat{Z}(k) = H(k)\hat{X}(k/k-1) + \hat{r}(k-1)$$

$$\text{状态估计：} \hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)\varepsilon(k), \text{ 其中 } \varepsilon(k) = Z(k) - \hat{Z}(k)$$

$$\text{滤波增益为：} K(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + \hat{R}(k-1)]^{-1}$$

$$\text{一步预测均方误差：} P(k/k-1) = \nabla F P(k-1) \nabla F^T + \hat{Q}(k-1)$$

$$\text{估计的均方误差为：} P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$$

时变噪声的估计为：

$$\hat{q}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{q}(k-1) + d(k-1)[\hat{X}(k/k) - F(\hat{X}(k-1), k-1)]$$

$$\hat{Q}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{Q}(k-1) + d(k-1)[K(k)\varepsilon(k)\varepsilon^T(k)K^T(k) + P(k) - \nabla F P(k-1)\nabla F^T]$$

$$\hat{r}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{r}(k-1) + d(k-1)[Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)]$$

$$\hat{R}(k) = [1 - d(k-1)]\hat{R}(k-1) + d(k-1)[\varepsilon(k)\varepsilon^T(k) - H(k)P(k/k-1)H^T(k)]$$

$$\text{其中 } d(k-1) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^k}, \quad 0 < \lambda < 1, \quad \lambda \text{ 称为遗忘因子 (Forgetting Factor)}$$

在实际的应用中，上述的 AEKF 对于虚拟噪声阵的估计值易出现异常现象，即失去正定性，从而导致滤波发散。为了防止噪声方差估计异常现象，张友民等提出如下公式进行改进^[64]：

$$\hat{Q}(k) = \begin{cases} \hat{Q}(k) & \hat{Q}(k) \text{ 半正定} \\ \hat{Q}(k) + d(k-1)(\nabla F P(k-1) \nabla F^T - P(k)) & \hat{Q}(k) \text{ 非半正定} \end{cases}$$

$$\hat{R}(k) = \begin{cases} \hat{R}(k) & \hat{R}(k) \text{ 半正定} \\ \hat{R}(k) + d(k-1)H(k)P(k/k-1)H^T(k) & \hat{R}(k) \text{ 非半正定} \end{cases}$$

第二种 EKF 和第三种 EKF 的系统方程和量测方程相同，唯一的不同在于：第二种 EKF 系统方程中的系统噪声统计特性采用基于经验的固定值，第三种 EKF 系统方程中的系统噪声统计特性采用本章提出的自适应估计方法，即系统方程噪声的均值由(4.42)表示，协方差矩阵由(4.44)表示。这两种 EKF 的系统方程为(4.1)，量测方程由(4.45)表示，不过此时的 $V(k)$ 具有如下统计特性：

$$E[V(k)] = 0, \text{Cov}[V(k), V(j)] = R(k)\delta_{kj}$$

$V(k)$ 和方程(4.1)中的 $W(k)$ 之间有如下关系：

$$\text{Cov}[W(k), V(j)] = 0$$

因此，第二种 EKF 和第三种 EKF 用如下方程获得：

一步预测： $\hat{X}(k/k-1) = F(\hat{X}(k-1), k-1)$ ；

状态估计： $\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1))$ ；

滤波增益： $K(k) = P(k/k-1)H(k)^T[H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1}$ ；

一步预测均方误差： $P(k/k-1) = \nabla F P(k-1) \nabla F^T + Q(k-1)$ ；

估计均方误差： $P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$ 。

为了直观地表明实验效果，定义：

$$E_{error} = \sqrt{(X_{actual} - X_{EKF})^2 + (Y_{actual} - Y_{EKF})^2} \quad (4.46)$$

其中， E_{error} 表示位置误差， X_{actual} 和 Y_{actual} 是 Trilobot 完成每次实验后的 X 和 Y 坐标， X_{EKF} 和 Y_{EKF} 是用上述的三种卡尔曼滤波器估计的 X 和 Y 坐标。实验所需的参数如下：在 AEKF 中， $P(0) = 0$ ， $\hat{q}(0) = [0, 0, 0]^T$ ， $\hat{r}(0) = [0]$ ， $\lambda = 0.9$ ， $\hat{R}(0) = [2]$ ， $\hat{Q}(0) = \text{diag}[6.33, 6.33, 2]$ ；第二种 EKF 中， $Q(k) = \text{diag}[6.33, 6.33, 2]$ ；第三种 EKF 中的 k_l 和 k_r 根据经验值确定： $k_l = 0.005$ ， $k_r = 0.005$ 。第二种 EKF 和第三种 EKF 的 $R(k)$ 采用固定值， $R(k) = 2$ 。表 4.1 和 4.2 显示了 10 组实验数据比较结果。

从表 4.1 可以看出，利用 AEKF 定位机器人时，实验 1、5、9、10 具有较好的定位效果，而实验 2、3、6、7、8 的定位效果就比较差。就其原因，在于估计测程法的噪声统计特性时，AEKF 使用了状态 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 的估计值。虽然 AEKF 是最优估计方法，但 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 的值包括估计误差，并且随着滤波器递推过程的进行，误差不断地积累。因此 AEKF 中利用 $\hat{X}(k/k)$ 、 $\hat{X}(k-1)$ 估计测程法的噪声统计特性时，测程法噪声统计特性估计值的误差也不断地累积。当这个误差累积到一定的程度，必然使定位精度变差，甚至导致滤波发散。本章提出的测程法噪声统计特性自适应估计

算法不仅能够保证较好的定位精度，而且能够保证定位精度的稳定可靠性。从表 4.2 可以看出：本章提出的算法比采用固定值的测程法噪声统计特性具有更好的定位精度。

表 4.1 三种 EKF 定位误差比较

实验	AEKF 计算的 E_{error} [mm]	第二种 EKF 计算的 E_{error} [mm]	第三种 EKF 计算的 E_{error} [mm]
1	64.07	100.36	90.62
2	236.36	81.45	74.25
3	306.36	101.47	93.80
4	106.20	56.72	44.56
5	24.61	59.70	46.77
6	144.65	50.03	38.39
7	256.47	90.12	83.40
8	284.32	88.54	73.35
9	77.43	70.28	58.12
10	82.17	64.26	43.44

表 4.2 第二种 EKF 和第三种 EKF 定位误差比较

实验	第二种 EKF 计算的 E_{error} [mm]	第三种 EKF 计算的 E_{error} [mm]	比较
1	100.36	90.62	9.71%
2	81.45	74.25	7.61%
3	101.47	93.80	7.56%
4	56.72	44.56	21.44%
5	59.70	46.77	21.66%
6	50.03	38.39	23.27%
7	90.12	83.40	7.46%
8	88.54	73.35	17.16%
9	70.28	58.12	17.30%
10	64.26	43.44	32.40%

对本章算法更深层次的分析发现，该算法对测程法噪声统计特性的自适应估计能力主要体现在两个方面：

1) 从公式(4.36)、(4.37)可以看出：第 K 个采样周期内位移增量和方向增量的噪声 w_d 、 w_θ 是随着机器人在第 K 个采样周期内左右轮位移增量的绝对值 $|U_L(k)|$ 、 $|U_R(k)|$ 而时变的；

2) 由公式(4.43)、(4.44)可以看出： $W(k-1)$ 的协方差矩阵是随着机器人的方向而时变的。

此外，通过实验发现：本章提出的测程法噪声统计特性自适应估计算法，协方差矩阵 $Q(k-1)$ 的两个元 $Q_{11}(k-1)$ 、 $Q_{22}(k-1)$ 对定位精度影响较大，它们的表达式如下：

$$\begin{cases} Q_{11}(k-1) = D[w_d] \cos^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \\ Q_{22}(k-1) = D[w_d] \sin^2(\theta(k-1) + \Delta\theta(k)/2) \end{cases}$$

从 $Q_{11}(k-1)$ 、 $Q_{22}(k-1)$ 的表达式可以看出： $Q_{11}(k-1)$ 和 $Q_{22}(k-1)$ 的值实际上是 w_d 的方差在机器人全局坐标系的 X 轴和 Y 轴方向的投影。由于 w_d 的方差随着机器人左右轮位移增量的变化而时刻变化着，因此卡尔曼滤波器的系统噪声能够根据机器人导航环境的变化而自适应地调整，从而有效提高机器人的定位精度。

4.6 本章小结

本章分析了测程法的误差来源，建立测程法噪声模型，并提出噪声统计特性自适应估计算法。在建立测程法噪声模型时，考虑了编码器测量精度导致误差的影响，讨论了该误差的统计特性，在编码器的测量精度较低的情况下，利用正态分布逼近该误差的概率密度曲线。基于测程法噪声模型，给出详细的算法实现噪声统计特性的自适应估计。论文利用机器人 Trilobot 验证本章算法的有效性，实验结果表明本章提出的测程法噪声统计特性自适应估计算法不仅能够保证较好的定位精度，而且具有良好的鲁棒性。

5 激光扫描数据和环境地图的匹配

5.1 引言

目前，声纳和激光测距仪都广泛地应用于机器人的定位研究中。声纳在近距离范围内有不受外界光线影响、结构简单、成本低等优点；然而，由于声波的射束宽度较宽以及声波传输的“镜面反射”的影响，声纳测量精度不高，具有“盲区”缺陷^[74]，且返回的数据存在较大的不确定性^[75]。

和声纳相比，激光测距仪具有射束宽度窄（一般为 1°左右）、精度高、速度快等优点。近年来，由于技术进步，激光测距仪的成本大大降低，在机器人的研究领域获得了广泛的应用。本章和下一章主要致力于基于激光的移动机器人定位研究。

激光测距仪扫描机器人周围的环境，得到一系列离散的激光扫描数据。激光定位的首要任务是从激光扫描数据中提取环境特征信息，线段是室内环境中最广泛使用的几何特征之一^[92-93]。一般的室内环境包括很多的平面，例如走廊、墙壁、门等，假定已知机器人导航环境的地图，并且环境中的平面在地图中用线段来表示。一般激光定位按照如下步骤从激光扫描数据中提取线段信息^[96-97,101,143-144]：

- 1) 滤波处理。删除错误的激光扫描数据（例如由于墙壁镜面反射导致的错误数据）；
- 2) 聚类处理。把激光扫描数据划分为不同的类，使属于同一类的数据来源于激光束测量同一平面返回的数据；
- 3) 拟合处理。对属于同一类的数据，利用最小二乘法拟合为线段；
- 4) 地图匹配处理。拟合的线段和地图中的线段进行匹配处理。

从激光扫描数据中提取线段特征的一般处理流程如图 5.1 所示。

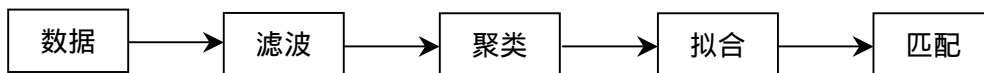


图 5.1 线段特征提取的处理流程

上述算法的计算复杂度为 $O(n^2)$ ^[108]（ n 为激光测距仪一次采样获得的激光扫描数据数量），并以“聚类处理”最为耗时，从而在很大程度上影响定位处理的实时性。

本章提出一种基于激光的室内环境线段特征提取算法。该算法不需要对激光扫描数据进行“聚类处理”，而是通过定义 g -权重 Hough 转换，提出“平面有效区域”的概念，直接把激光扫描数据和地图进行匹配以提取环境中的线段特征，因此具有计算量小的优点。仿真结果表明：本章提出的算法不仅能够很好地提取环境中的线段信息，而且具有良好的实时性。

5.2 室内环境建模

假定已知室内环境的地图，并且室内的平面（例如走廊、墙壁和门）在地图中用线段表示。图 5.2 中的线段 P_1P_2 表示地图中的任意一条线段，它对应于室内环境的一个平面。 P_1 坐标为 (x_1, y_1) ， P_2 坐标为 (x_2, y_2) ，向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 和全局坐标系 X 轴的正方向的夹角为 $\alpha (0 \leq \alpha < 2\pi)$ 。线段 OP 和线段 P_1P_2 垂直，并且与 X 轴正方向的夹角为 $\beta (0 \leq \beta < 2\pi)$ ，线段 OP 的长度为 ρ 。

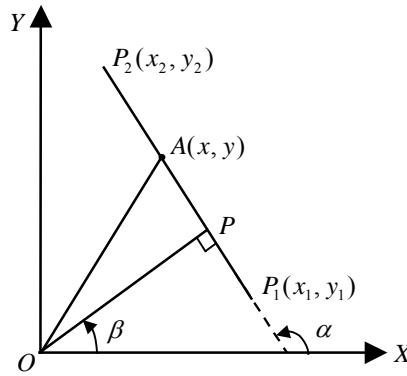


图 5.2 室内环境中的平面用地图中的线段表示

假定 $A(x, y)$ 为线段 P_1P_2 上的任一点，向量 \overrightarrow{OA} 可以用坐标表示为 $xi + yj$ ，向量 \overrightarrow{OP} 的单位向量 $\frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 表示为 $\cos \beta i + \sin \beta j$ ，则线段 P_1P_2 在全局坐标系中利用下列方程来建模：

$$x \cos \beta + y \sin \beta - \rho = 0 \quad (5.1)$$

方程(5.1)实际上表示向量 \overrightarrow{OA} 在单位向量 $\frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 的投影等于 ρ ，即向量 \overrightarrow{OA} 和 $\frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 的点积 $(\overrightarrow{OA} \cdot \frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|})$ 等于 ρ 。因此，对于全局坐标系 XOY 中的任何一点 $B(x_0, y_0)$ ，如果满足 $x_0 \cos \beta + y_0 \sin \beta - \rho = 0$ ，那么该点一定在线段 P_1P_2 所在的直线上。

5.3 地图匹配和线段特征提取

假定机器人的局部坐标系和激光测距仪的局部坐标系重合。一般情况下，激光测距仪直接测量的数据以极坐标形式表示。假定某个激光扫描数据表示为 (ρ_i, α_i) ，其中 ρ_i 表示测量的距离， α_i 表示激光束相对于机器人局部坐标系 X 轴正方向的角度（定义逆时针为正方向）。那么该数据在机器人局部坐标系中的坐标 (x_i, y_i) 为：

$$\begin{cases} x_i = \rho_i \cos \alpha_i \\ y_i = \rho_i \sin \alpha_i \end{cases} \dots\dots\dots (5.2)$$

假定机器人在时刻 K 的位置用矢量 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 表示。激光测距仪在该时刻对机器人周围的环境进行一次扫描获得 n 个离散的激光扫描数据，这些数据以极坐标的形式表达。假定这些数据利用公式(5.2)处理后在机器人局部坐标系中以 $(x_L(i), y_L(i)) (1 \leq i \leq n)$ 表示，如图 5.3 所示，那么在全局坐标系中的对应坐标 $(x_G(i), y_G(i)) (1 \leq i \leq n)$ 可以用如下公式表达：

$$\begin{bmatrix} x_G(i) \\ y_G(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta(k) & -\sin \theta(k) \\ \sin \theta(k) & \cos \theta(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L(i) \\ y_L(i) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5.3)$$

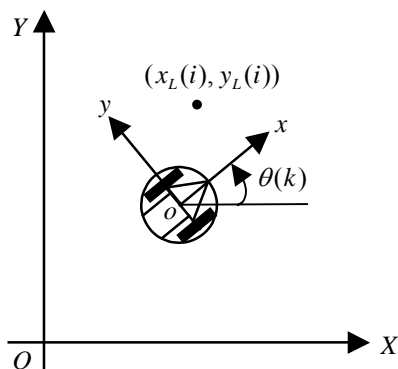


图 5.3 坐标变换

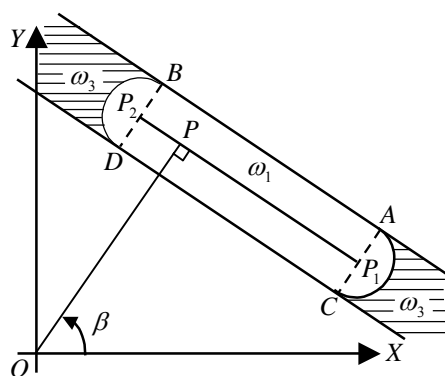


图 5.4 激光扫描数据和地图的匹配

假定机器人导航环境中的某个平面在地图中对应的线段 P_1P_2 用方程(5.1)来建模，如图 5.4 所示。如果一激光束打在该平面上并且返回数据用极坐标表示为 (ρ_i, α_i) ，利用公式(5.2)、(5.3)得到对应的全局坐标为 $M(x_G(i), y_G(i))$ 。在理想状态下，向量 \overline{OM} 在

单位向量 $\frac{\overline{OP}}{|\overline{OP}|}$ 上的投影应该等于 ρ ，即：

$$x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho = 0 \quad (5.4)$$

由于激光测距仪的测量误差及机器人在该时刻的位置估计误差，向量 \overline{OM} 在 $\frac{\overline{OP}}{|\overline{OP}|}$

上的投影一般不等于 ρ ，而应该在一个合理的范围内，即：

$$|x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho| \leq d_{\text{limit}} \quad (5.5)$$

其中 d_{limit} 是考虑激光测距仪的测量误差及机器人位置估计误差而设定的阈值，论文将在 6.4 节讨论 d_{limit} 的选取问题，这里先给出结论，取 $d_{\text{limit}} = 200 \text{ mm}$ 。

为了从 n 个激光扫描数据中找到与线段 P_1P_2 匹配的数据，定义 g -权重 Hough 转换

$$c(\rho, \beta) = \sum_{i=1}^n w(x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho) g(\rho_i, \alpha_i, \beta) \quad (5.6)$$

如果 $c(\rho, \beta) \geq C_{\text{limit}}$ (C_{limit} 为基于经验的阈值)，则认为一些激光扫描数据和线段 P_1P_2 匹配。公式(5.6)中 $w(x)$ 是窗函数，参数 x 是点 $M(x_G(i), y_G(i))$ 到线段 P_1P_2 的距离， $g(x)$ 是权重函数，考虑激光测距仪离障碍物的距离及激光束入射角等因素的影响。

定义窗函数 $w(x)$ 为单位矩形窗函数，并且宽度为 $2d_{\text{limit}}$ ，即：

$$w(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq d_{\text{limit}} \\ 0 & |x| > d_{\text{limit}} \end{cases} \quad (5.7)$$

窗函数 $w(x)$ 如图 5.5 所示：

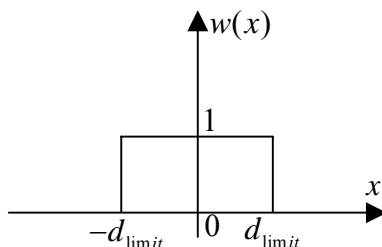


图 5.5 单位矩形窗函数 $w(x)$

随着激光测距仪离障碍物距离的增加，当前采样的激光束和上次采样的激光束覆盖更广的扫描区域。为了补偿激光测距仪离障碍物的距离及激光束入射角等因素的影响，定义如下的权重函数 g ：

$$g(\rho_i, \alpha_i, \beta) = \frac{\rho_i}{\rho_{\min}} \frac{1}{\cos(\alpha_i + \theta(k) - \beta)} \dots\dots\dots (5.8)$$

其中 ρ_{\min} 指机器人为了避障而允许激光测距仪离障碍物的最小距离, $\theta(k)$ 为机器人在全局坐标系中的方向, 则公式(5.6)表示的 g-权重 Hough 转换变为:

$$c(\rho, \beta) = \sum_{i=1}^n w(x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho) \frac{\rho_i}{\rho_{\min}} \frac{1}{\cos(\alpha_i + \theta(k) - \beta)} \dots\dots\dots (5.9)$$

如果利用公式(5.9)通过 $c(\rho, \beta) \geq C_{\text{limit}}$ 判断激光扫描数据是否和线段 P_1P_2 匹配, 则存在以下问题:

- (1) 阈值 C_{limit} 的选择很困难;
 - (2) g 的值对错误的激光扫描数据非常敏感 (例如由于镜面反射, 激光测距仪返回错误的激光扫描数据);
 - (3) g 的值对公式(5.8)的余弦项比较敏感;
- 一种折中的选择是把问题简化, 不考虑激光束入射角的影响, 定义权重函数

$g(\rho_i, \alpha_i, \beta) \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{\min}}$, 则公式(5.6)变为:

$$c(\rho, \beta) = \sum_{i=1}^n w(x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho) \frac{\rho_i}{\rho_{\min}} \dots\dots\dots (5.10)$$

不过上述的问题(1)、(2)仍然存在。

如果取权重函数 $g(\rho_i, \alpha_i, \beta) \equiv 1$, 则公式(5.6)表示的 g-权重 Hough 转换变为:

$$c(\rho, \beta) = \sum_{i=1}^n w(x_G(i) \cos \beta + y_G(i) \sin \beta - \rho) \dots\dots\dots (5.11)$$

则函数 $c(\rho, \beta)$ 为计数函数, 统计与线段 P_1P_2 的距离小于或等于 d_{limit} 的激光扫描数据个数。作者通过实验发现 $g(\rho_i, \alpha_i, \beta) \equiv 1$ 时能够有效地提取和线段 P_1P_2 匹配的激光扫描数据, 因此论文取权重函数 $g(\rho_i, \alpha_i, \beta) \equiv 1$ 。

假定激光测距仪对外界环境进行一次扫描, 并利用公式(5.11)表达的 g-权重 Hough 转换进行激光扫描数据和线段 P_1P_2 的匹配处理, 得到 $c(\rho, \beta) = n_s$ 。如果这 n_s 个激光扫描数据是激光束打到线段 P_1P_2 对应的平面而返回的数据, 则应该满足以下条件:

- 1) $n_s \geq C_{\text{limit}}$ 。利用较少的激光扫描数据进行线段拟合时, 得到的线段方向误差较大。论文取 $C_{\text{limit}} = 5$ 。
- 2) 这 n_s 个激光扫描数据是连续测量数据, 这样能够保证激光束打在同一个平面

上；

3) 第一个点和第 n_s 个点之间的距离应该大于某个阈值,论文取该阈值为 200mm,这是考虑到激光测距仪本身测量精度而定义经验值。在实际环境中,只有当某平面的宽度超过一定值时,才有可能被激光测距仪辨识。

为了更加直观地表达激光扫描数据和环境地图的匹配处理,并考虑到导航环境中平面有界这一因素,论文基于 g-权重 Hough 转换,进一步提出“平面有效区域”的概念。

定义 (平面有效区域): 激光束打在该平面后返回数据的全局坐标所在的有效区域。

图 5.4 中线段 P_1P_2 对应的平面有效区域指矩形 $ABDC$ 、以 P_1 和 P_2 为圆心半径为 d_{limit} 的半圆组成的区域,定义该区域内点的集合为 ω_1 。矩形 $ABDC$ 的长为 $|P_1P_2|$,宽为 $2d_{limit}$ 。平面有效区域由以下三个因素决定:

- 1) 激光测距仪的测量误差;
- 2) 机器人位置估计误差;
- 3) 线段 P_1P_2 的边界有限性 (即线段对应的平面在室内环境中是有界的)。

对于图 5.4 中线段 P_1P_2 对应的平面有效区域,如果 $M(x_G(i), y_G(i)) \in \omega_1$,那么 $M(x_G(i), y_G(i))$ 对应的激光束打在 P_1P_2 对应平面上;反之, $M(x_G(i), y_G(i))$ 对应的激光束不是打在 P_1P_2 对应平面上。因此,在激光扫描数据和地图的匹配处理过程中,对于全局坐标系中的任一激光扫描数据 $M(x_G(i), y_G(i))$,判断该数据是否是激光束打在线段 P_1P_2 对应的平面上而返回数据,就转换为判断点 $M(x_G(i), y_G(i))$ 是否属于集合 ω_1 。

假如 (x, y) 为全局坐标系中的任意一点,定义点的集合 $\omega_2 = \{(x, y) \mid x \cos \beta + y \sin \beta - \rho \leq d_{limit}\}$ 。从图 5.4 可以看出, ω_2 是两条直线 AB 和 CD 包括的区域。

假定线段 P_1P_2 两个端点在全局坐标系中的坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 定义:

$$d_1 = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \dots\dots\dots (5.12)$$

$$d_2 = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} \dots\dots\dots (5.13)$$

$$d_3 = \sqrt{d_{limit}^2 + |P_1P_2|^2} \dots\dots\dots (5.14)$$

$$d_{max} = \max(d_1, d_2) \dots\dots\dots (5.15)$$

$$d_{min} = \min(d_1, d_2) \dots\dots\dots (5.16)$$

图 5.4 中阴影部分点的集合 ω_3 表示为:

$$\omega_3 = \{(x, y) | (x, y) \in \omega_2, d_{\max} > d_3 \text{ 且 } d_{\min} > d_{\lim it}\} \dots\dots\dots (5.17)$$

因此，集合 $\omega_1 = \omega_2 \cap \overline{\omega_3}$ 。

基于上述分析，激光扫描数据和地图中线段 P_1P_2 的匹配算法如下：

- 1) 利用公式(5.3)把激光扫描数据的坐标从局部坐标系转换到全局坐标系；
- 2) 如果某激光扫描数据被 P_1P_2 对应的平面有效区域包括，则该数据是激光束打在 P_1P_2 对应平面上返回的数据，和 P_1P_2 匹配并记录该数据；
- 3) 如果和 P_1P_2 匹配的激光扫描数据为连续数据且数目不小于 $C_{\lim it}$ ，则这些数据通过最小二乘法拟合为一条线段，且拟合的线段和 P_1P_2 匹配。

论文提出的“地图匹配和线段特征提取”算法计算复杂度为 $O(n \cdot m)$ ，其中 n 为激光测距仪一次采样获得的激光扫描数据数量， m 为地图中线段的数目。在一般的定位处理中，机器人周围环境中的平面环境（例如走廊、墙壁、门等）数量较少，因此 $m \ll n$ ；图 5.1 所示的线段特征提取处理流程的计算复杂度为 $O(n^2)$ ，因此本章提出的“地图匹配和线段特征提取”算法计算量小，具有很好的实时性。

利用 EKF 可以比较精确地估计机器人的位置，因此在激光扫描数据和地图匹配前，激光测距仪发出的激光束可能打到的平面能够事先通过地图推断出来，并且数目是有限的。让激光扫描数据和地图中有限的线段进行匹配，匹配处理的效率是很高的。此外，及时删除已经匹配的激光扫描数据，可以进一步提高激光扫描数据和地图的匹配效率。

5.4 仿真研究

本章的仿真平台为华中科技大学控制科学与工程系 ICSL 实验室的 Pioneer 2-Dxe 差分移动机器人，由美国 ActivMedia 公司生产，如图 5.6 所示。它的前方配置有一个 SICK LMS 200 激光测距仪。SICK LMS 200 利用激光在空气中的飞行时间（Time-of-Flight，TOF）来测量机器人离障碍物的距离，其工作原理图 5.7 所示。



图 5.6 差分移动机器人 Pioneer 2-Dxe

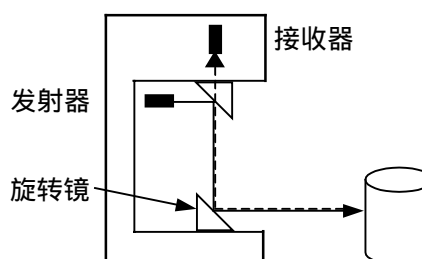


图 5.7 SICK LMS 200 工作原理

图 5.7 中，一束红外脉冲激光束经发射器发出，被外界物体反射后，反射的激光

被接收器接收。通过测量激光束发出和接收之间的时间差值，就可以确定外界物体与激光测距仪之间的距离。图 5.7 中，激光束的偏转通过一个转速为 4500rpm 的旋转镜实现，从而使 SICK LMS 200 能够测量一定角度范围内的外界信息。

激光测距仪 SICK LMS 200 的角度精度分为 0.5°和 1°，测量的角度范围为 $-90^{\circ} \sim 90^{\circ}$ ，数据传输速率包括 9.6 Kbaud、19.2 Kbaud 和 38.4 Kbaud。本章采用的数据采样频率为 5Hz（即激光测距仪每隔 200ms 采集一次数据），角度精度为 1°，数据传输速率为 19.2 Kbaud，因此一次完整的激光扫描包括 181 个离散数据。激光测距仪的数据测量精度为 8mm，该精度的系统误差为 $\pm 15\text{mm}$ ，均方差为 5mm。仿真研究中激光测距仪测量的外界环境信息由 ActivMedia 公司开发的软件包 Simulator 提供。

机器人所在的仿真环境为 $8\text{m} \times 8\text{m}$ 的正方形房间，并设定房间的左下角为全局坐标系的坐标原点，机器人的位姿矢量为 $[2000, 1000, 46]^T$ ，如图 5.8 所示。图中 1 和 3 为 $2\text{m} \times 1\text{m}$ 的长方形障碍物，2 为 $2\text{m} \times 2\text{m}$ 正方形障碍物。图 5.8 所示环境中平面在地图中用线段建模，因此包括 14 条线段。

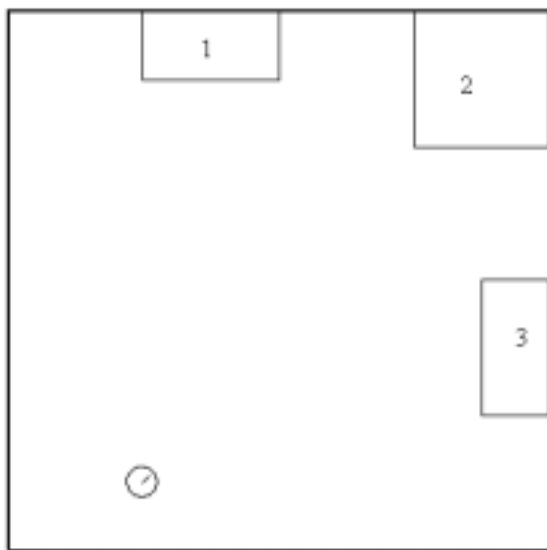


图 5.8 仿真环境

图 5.9 显示了激光测距仪在该位置时的激光扫描数据。由于一次激光扫描包括 181 个数据，这些数据和环境中的 14 条线段利用本章的算法进行匹配，经过 1093 次循环，就可以提取环境中的线段特征，结果如图 5.10 所示，从图 5.10 可以看出本章算法很好地提取了环境中的线段特征。

图 5.1 所示为目前从激光扫描数据中提取线段特征的一般处理流程，该算法的计算复杂度为 $O(n^2)$ （ $n = 181$ ），而利用本章提出的算法只需 1093 次循环就可以充分提取环境中的线段信息，因此本章提出的算法具有良好的实时性。

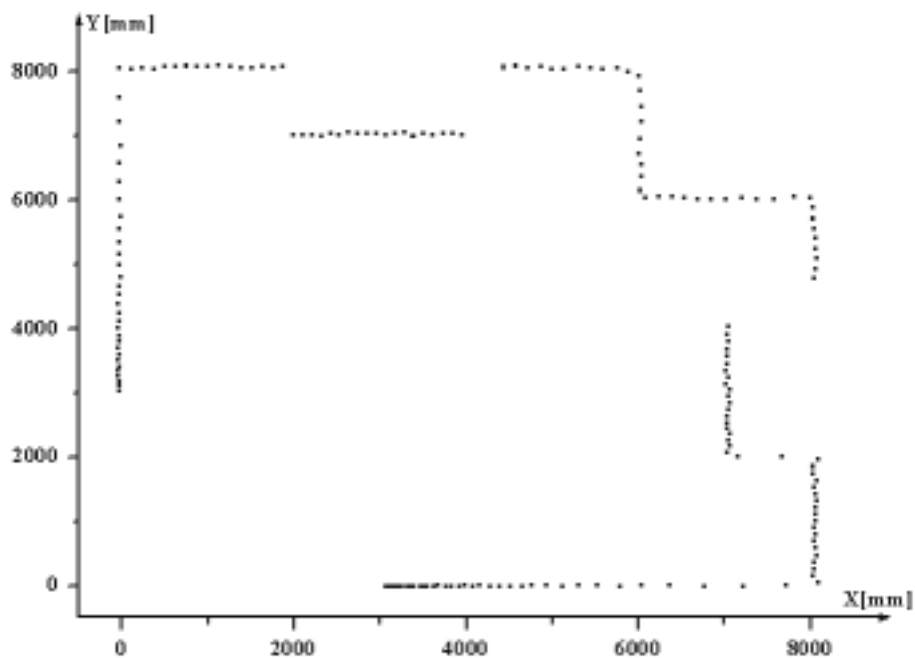


图 5.9 激光扫描数据

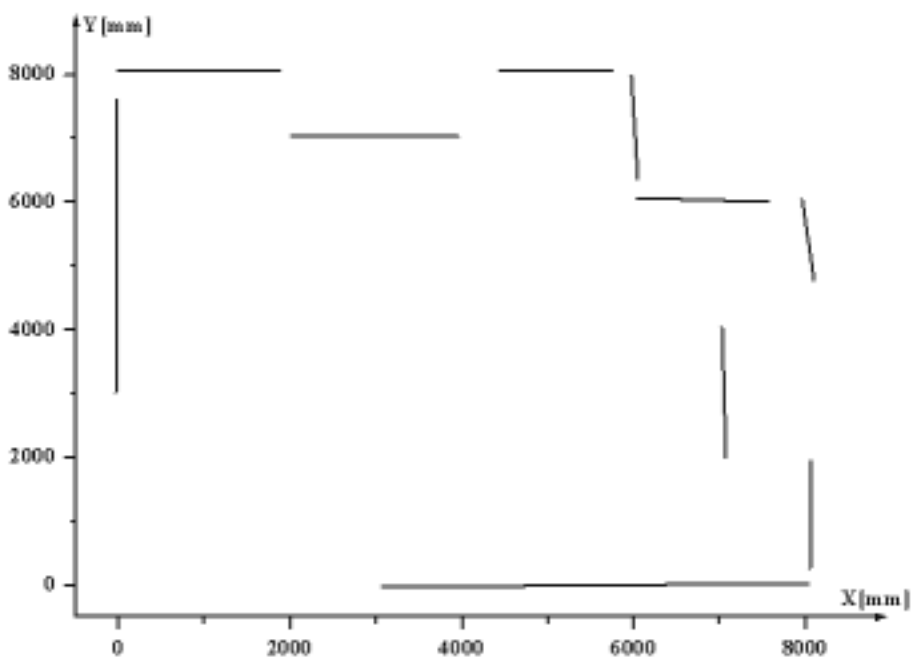


图 5.10 从激光扫描数据中提取的线段

5.5 本章小结

本章提出一种基于激光扫描数据的室内环境线段特征提取算法。该算法在定义 g -权重 Hough 转换的基础上,提出“平面有效区域”的概念,在激光扫描数据和环境地图匹配的同时实现了线段特征的提取,从而提高了激光扫描数据处理的实时性。此外,论文对激光扫描数据和环境地图匹配算法的计算复杂度进行了分析。仿真结果表明:

本章提出的算法不仅能够有效地从激光扫描数据中提取线段信息，而且具有计算量小的优点。

6 基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿

6.1 引言

论文第 5 章利用平面有效区域快速、有效地从激光扫描数据中提取线段信息，接下来要研究的问题是如何充分利用提取的线段信息定位机器人。考虑激光测距仪离障碍物的距离及激光束入射角的影响，论文利用加权最小二乘法计算机器人的方向误差，提出点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算机器人的位置误差，通过实验比较发现点——点最小二乘法对机器人位置误差的校核效果更好一些。分析阈值 d_{limit} 对机器人定位的影响，给出 d_{limit} 的三个选择准则，提出一种推广的卡尔曼滤波算法融合编码器和激光测距仪的信息定位机器人。实验结果表明：本章提出的加权最小二乘法对机器人方向误差的校核效果显著，点——点最小二乘法对位置误差的校核效果良好，推广卡尔曼滤波能够实现准确的位置跟踪。

6.2 基于匹配线段的方向误差估计

6.2.1 方向误差计算

假定在全局坐标系中有 N 个激光扫描数据 $(x_G(i), y_G(i)) (i=1, \dots, N)$ 和地图中的一条线段匹配。这条线段用斜截式表示为：

$$y = ax + b \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

利用最小二乘法，将这 N 个激光扫描数据拟合为一条直线，用方程表示为：

$$y = \hat{a}x + \hat{b} \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

其中：

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = \frac{\sum (x_G(i) - \overline{x_G})(y_G(i) - \overline{y_G})}{\sum (x_G(i) - \overline{x_G})^2} \\ \hat{b} = \overline{y_G} - \hat{a}\overline{x_G} \\ \overline{x_G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_G(i) \\ \overline{y_G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_G(i) \end{array} \right. \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

由于机器人的位置估计误差及激光测距仪的误差，一般来说， $\hat{a} \neq a$ 。

不考虑激光测距仪的误差，并假定机器人在该时刻的真实位置为 $(x(k) + \Delta x(k), y(k) + \Delta y(k))$ ，方向仍然为 $\theta(k)$ ，利用公式(5.3)重新计算得到这 N 个离

散点的全局坐标为 $(x_G(i) + \Delta x(k), y_G(i) + \Delta y(k)) (i = 1, \dots, N)$ 。用最小二乘法重新拟合这 N 个点并得到直线斜率为：

$$\begin{aligned}\hat{a}' &= \frac{\sum [(x_G(i) + \Delta x(k)) - (\bar{x}_G + \Delta x(k))] [(y_G(i) + \Delta y(k)) - (\bar{y}_G + \Delta y(k))]}{\sum [(x_G(i) + \Delta x(k)) - (\bar{x}_G + \Delta x(k))]^2} \\ &= \frac{\sum (x_G(i) - \bar{x}_G)(y_G(i) - \bar{y}_G)}{\sum (x_G(i) - \bar{x}_G)^2} \quad \dots\dots\dots (6.4) \\ &= \hat{a}\end{aligned}$$

从公式 (6.4) 的推导可以看出：对于全局坐标系中的 N 个离散点 $(x_G(i), y_G(i)) (i = 1, \dots, N)$ ，机器人在全局坐标系中平移并不改变这 N 个点利用最小二乘法拟合的直线斜率。换句话说，如果不考虑激光测距仪的误差，机器人的方向估计误差是导致 $\hat{a} \neq a$ 的原因，并且机器人的方向估计误差可以利用下列公式计算：

$$\Delta\theta(k) = \arctg a - \arctg \hat{a} \quad \dots\dots\dots (6.5)$$

其中 $\arctg a \in [0, 2\pi)$ ， $\arctg \hat{a} \in [0, 2\pi)$ 。则机器人此时的方向应该为：

$$\hat{\theta}(k) = \theta(k) + \Delta\theta(k) \quad \dots\dots\dots (6.6)$$

如果有 N 个激光扫描数据 $(x_G(i), y_G(i)) (i = 1, \dots, N)$ 和地图中的一条线段匹配，且该线段和全局坐标系中的 X 轴垂直或者近似垂直，此时用公式(6.3)计算 \hat{a} 会有很大的误差，从而导致由公式(6.5)计算的机器人方向误差不正确。在这种情况下，本章提出另外一种算法计算由该线段求得的机器人方向误差。

- 1) 利用公式(6.3)计算这 N 个点的重心 (\bar{x}_G, \bar{y}_G) ；
- 2) 把这 N 个点进行平移变换，得新的坐标 $(x_G^1(i), y_G^1(i)) (i = 1, \dots, N)$

$$\begin{bmatrix} x_G^1(i) \\ y_G^1(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_G(i) \\ y_G(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{x}_G \\ -\bar{y}_G \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6.7)$$

- 3) 把 $(x_G^1(i), y_G^1(i)) (i = 1, \dots, N)$ 绕坐标原点顺时针旋转 90° ，得新的坐标 $(x_G^2(i), y_G^2(i)) (i = 1, \dots, N)$

$$\begin{bmatrix} x_G^2(i) \\ y_G^2(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) \\ \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G^1(i) \\ y_G^1(i) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6.8)$$

- 4) 对点 $(x_G^2(i), y_G^2(i)) (i = 1, \dots, N)$ 利用最小二乘法进行拟合，得到新的直线方程为：

$$y = a_1 x + b_1 \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

其中：

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\sum (x_G^2(i) - \overline{x_G^2})(y_G^2(i) - \overline{y_G^2})}{\sum (x_G^2(i) - \overline{x_G^2})^2} \\ b_1 = \overline{y_G^2} - a_1 \overline{x_G^2} \\ \overline{x_G^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_G^2(i) \\ \overline{y_G^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_G^2(i) \end{cases} \dots\dots\dots (6.10)$$

5) 利用该线段得到机器人方向误差为：

$$\Delta\theta(k) = \arctga - (\arctga_1 + 90^\circ) \dots\dots\dots (6.11)$$

6.2.2 方向误差对应权重的确定

假定激光扫描数据和地图匹配处理过程中发现 n 条匹配的线段，利用公式(6.5)或者(6.11)可以获得 n 个机器人的方向估计误差 $\Delta\theta_i(k)(i=1, \dots, n)$ ，并假定对应的权重为 $w_i(i=1, \dots, n)$ 。

如果取 $w_i = \frac{1}{n}$ ，则机器人方向估计误差 $\Delta\theta(k)$ 用下列方程求得：

$$\Delta\theta(k) = \sum_{i=1}^n w_i \Delta\theta_i(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta\theta_i(k) \dots\dots\dots (6.12)$$

公式(6.12)实际上对方向估计误差 $\Delta\theta_i(k)(i=1, \dots, n)$ 求均值，然而在实际应用中，由于激光测距仪离障碍物距离及激光束入射角等众多因素的影响，与不同线段匹配的激光扫描数据的质量是不同的，从而导致利用公式(6.5)或者(6.11)求得的 $\Delta\theta_i(k)$ 应该具有不同的可信度，并对应不同的权重。如果对方向估计误差 $\Delta\theta_i(k)(i=1, \dots, n)$ 不分优劣地求均值，会影响机器人方向误差的校核效果。

论文提出加权最小二乘法来计算机器人的方向误差。已知 n 个机器人的方向估计误差 $\Delta\theta_i(k)(i=1, \dots, n)$ ，为计算最终的方向估计误差 $\Delta\theta(k)$ ，定义量测方程：

$$Z = H\Delta\theta(k) + V \dots\dots\dots (6.13)$$

其中， $Z = [\Delta\theta_1(k), \Delta\theta_2(k), \dots, \Delta\theta_n(k)]^T$ ， H 为量测矩阵且 $H = [1, 1, \dots, 1]^T$ ， V 为随机量测噪声且 $E[VV^T] = RI$ 。

求使得方程

$$J(\Delta\hat{\theta}(k)) = (Z - H\Delta\hat{\theta}(k))^T W (Z - H\Delta\hat{\theta}(k)) \dots\dots\dots (6.14)$$

具有最小值的 $\Delta\hat{\theta}(k)$ 。方程(6.14)中 W 是正定的加权矩阵。

要使方程(6.14)具有最小值，则 $\Delta\hat{\theta}(k)$ 应满足

$$\left. \frac{\partial J(\Delta\theta(k))}{\partial \Delta\theta(k)} \right|_{\Delta\theta(k)=\Delta\hat{\theta}(k)} = -H^T(W+W^T)(Z-H\Delta\hat{\theta}(k)) = 0 \quad \text{.....(6.15)}$$

从而求得

$$\Delta\hat{\theta}(k) = [H^T(W+W^T)H]^{-1} H^T(W+W^T)Z \quad \text{.....(6.16)}$$

论文中加权矩阵 W 取对角阵，因此 $\Delta\theta(k)$ 的加权最小二乘估计为：

$$\Delta\hat{\theta}(k) = (H^TWH)^{-1} H^TWZ \quad \text{.....(6.17)}$$

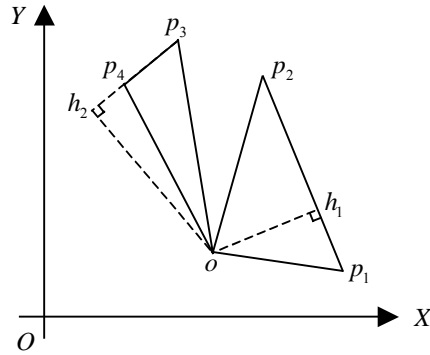


图 6.1 机器人方向误差权重的确定

接下来的问题是如何确定对角阵 W ，论文考虑激光测距仪离障碍物距离及激光束入射角等众多因素的影响，提出如下的算法。如图 6.1 所示，在全局坐标系中，点 p_1 、 p_2 和 p_3 、 p_4 分别是和地图中两条线段匹配的一系列激光扫描数据的起点和终点。 o 为机器人的中心， h_1 和 h_2 分别为 o 到线段 p_1p_2 和 p_3p_4 的垂足。假定利用 p_1 和 p_2 之间的激光扫描数据求得机器人方向估计误差为 $\Delta\theta_1(k)$ ，利用 p_3 和 p_4 之间的激光扫描数据求得机器人方向估计误差为 $\Delta\theta_2(k)$ 。Ye 等人通过大量的实验对激光测距仪的特性进行了分析；实验结果表明：激光测距仪离平面较近、激光束相对于平面的入射角较小的时候返回的数据具有更好的测量精度^[145]。在图 6.1 中，利用 p_1 和 p_2 之间的激光扫描数据求得的 $\Delta\theta_1(k)$ 要比利用 p_3 和 p_4 之间的激光扫描数据求得的 $\Delta\theta_2(k)$ 具有更好的可信度。基于 Ye 等人的研究成果，利用如下公式定义 $\Delta\theta_1(k)$ 的权重：

$$w_1 = \left| \frac{|p_1p_2|}{|oh_1|} \cos(\angle op_1p_2 - \angle op_2p_1) \right| \quad \text{.....(6.18)}$$

对于 $\Delta\theta_2(k)$ ，定义如下的权重：

$$w_2 = \left| \frac{|p_3 p_4|}{|oh_2|} \cos(\angle op_3 p_4 - \angle op_4 p_3) \right| \dots\dots\dots (6.19)$$

利用公式(6.18)或者(6.19)计算得到 n 个权重 $w_i (i = 1, \dots, n)$, 并归一化这 n 个权重 :

$$\begin{cases} w = \sum_{i=1}^n w_i \\ w_i = \frac{w_i}{w} \end{cases} \dots\dots\dots (6.20)$$

则对角阵 W 表示为

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_n \end{bmatrix}$$

6.3 基于匹配线段的位置误差估计

假定激光扫描数据和地图的匹配处理中, 在地图中找到 n 条匹配的线段不相互平行, 且这些线段的方程用法线式表示为 $x \cos \beta_i + y \sin \beta_i - \rho_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$; 对于第 i 条线段, 有 $N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 个激光扫描数据和这条线段匹配, 且每个激光扫描数据在机器人局部坐标系中的坐标为 $(x_L^j(i), y_L^j(i)) (j = 1, 2, \dots, N_i)$ 。利用公式(6.17)估计机器人的方向误差为 $\Delta \hat{\theta}(k)$, 因此通过下列公式 :

$$\begin{bmatrix} x_G^j(i) \\ y_G^j(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta(k) + \Delta \hat{\theta}(k)) & -\sin(\theta(k) + \Delta \hat{\theta}(k)) \\ \sin(\theta(k) + \Delta \hat{\theta}(k)) & \cos(\theta(k) + \Delta \hat{\theta}(k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L^j(i) \\ y_L^j(i) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6.21)$$

对这些激光扫描数据的位置进行修正, 获得这些数据在全局坐标系中的坐标 $(x_G^j(i), y_G^j(i))$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, N_i$ 。

由于这 n 条线段不相互平行, 理论上可以绝对确定机器人的位置。考虑到激光测距仪的测量误差及机器人的位置估计误差影响, 论文提出两种算法估计机器人的位置误差, 第一种算法为点——线最小二乘法, 第二种算法为点——点最小二乘法。

6.3.1 点——线最小二乘法

如图 6.2 所示, 以 p_1 为起点、 p_2 为终点的 N_i 个激光扫描数据和第 i 条线段匹配, 假定机器人此时的真实位置为 $(x(k) + \Delta x(k), y(k) + \Delta y(k))$, 定义函数 $g_1(\Delta x(k), \Delta y(k))$:

$$g_1(\Delta x(k), \Delta y(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \left[(x_G^j(i) + \Delta x(k)) \cos \beta_i + (y_G^j(i) + \Delta y(k)) \sin \beta_i - \rho_i \right]^2 \cdot (6.22)$$

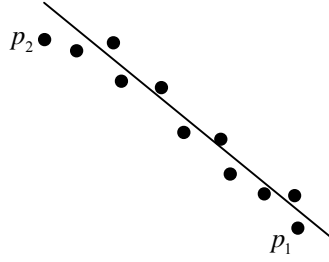


图 6.2 点——线最小二乘法

求使 $g_1(\Delta x(k), \Delta y(k))$ 有最小值的 $\Delta x(k)$ 和 $\Delta y(k)$ 。

对函数 $g_1(\Delta x(k), \Delta y(k))$ 关于 $\Delta x(k)$ 、 $\Delta y(k)$ 求偏导：

$$\begin{cases} \frac{\partial g_1}{\partial \Delta x(k)} = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i [(x_G^j(i) + \Delta x(k)) \cos \beta_i + (y_G^j(i) + \Delta y(k)) \sin \beta_i - \rho_i] \\ \frac{\partial g_1}{\partial \Delta y(k)} = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \sin \beta_i [(x_G^j(i) + \Delta x(k)) \cos \beta_i + (y_G^j(i) + \Delta y(k)) \sin \beta_i - \rho_i] \end{cases} \quad (6.23)$$

得：

$$\begin{cases} \frac{\partial g_1}{\partial \Delta x(k)} = 2 \Delta x(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^2 \beta_i + 2 \Delta y(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i \sin \beta_i \\ \quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i) \\ \frac{\partial g_1}{\partial \Delta y(k)} = 2 \Delta x(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i \sin \beta_i + 2 \Delta y(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \sin^2 \beta_i \\ \quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \sin \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i) \end{cases} \quad (6.24)$$

定义：

$$k_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i)$$

$$k_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \sin \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i)$$

$$k_3 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^2 \beta_i$$

$$k_4 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos \beta_i \sin \beta_i$$

$$k_5 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \sin^2 \beta_i$$

则方程组(6.24)变成：

$$\begin{cases} \frac{\partial g_1}{\partial \Delta x(k)} = 2(\Delta x(k)k_3 + \Delta y(k)k_4 + k_1) \\ \frac{\partial g_1}{\partial \Delta y(k)} = 2(\Delta x(k)k_4 + \Delta y(k)k_5 + k_2) \end{cases} \quad (6.25)$$

令 $\frac{\partial g_1}{\partial \Delta x(k)} = 0$, $\frac{\partial g_1}{\partial \Delta y(k)} = 0$, 则方程(6.25)变成

$$\begin{cases} \Delta x(k)k_3 + \Delta y(k)k_4 + k_1 = 0 \\ \Delta x(k)k_4 + \Delta y(k)k_5 + k_2 = 0 \end{cases} \quad (6.26)$$

解方程(6.26)得：

$$\begin{cases} \Delta x(k) = \frac{k_1k_5 - k_2k_4}{k_4^2 - k_3k_5} \\ \Delta y(k) = \frac{-k_1 - k_3\Delta x(k)}{k_4} \end{cases} \quad (6.27)$$

6.3.2 点——点最小二乘法

假定机器人的局部坐标系和激光测距仪的局部坐标系重叠。图 6.3 中的坐标系 xoy 为机器人在全局坐标系中的估计位姿，用矢量 $[x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 表示，坐标系 $x'o'y'$ 为机器人在全局坐标系的真实位姿，用矢量 $[x(k) + \Delta x(k), y(k) + \Delta y(k), \theta(k) + \Delta \theta(k)]^T$ 表

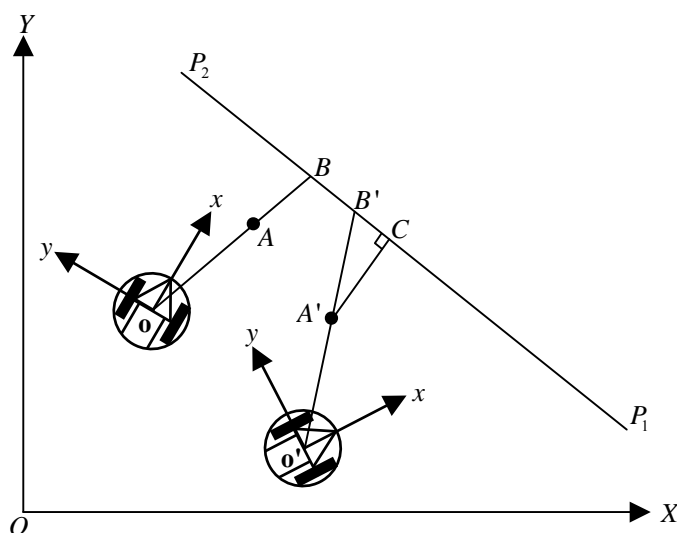


图 6.3 点——点最小二乘法

示。线段 P_1P_2 为激光扫描数据和环境地图的匹配过程中找到的第 i 条匹配线段，共有 N_i 个激光扫描数据和线段 P_1P_2 匹配，点 A 为其中任一激光扫描数据，在坐标系 xoy 中的坐标为 $(x_L^j(i), y_L^j(i)) (i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,N_i)$ 。

在 $xo'y$ 坐标系中，激光测距仪以向量 $\overrightarrow{o'A'}$ 方向发出激光束测量该方向机器人离障碍物的距离，与线段 P_1P_2 交于 B' 点。如果不考虑激光测距仪的测量误差，则返回的测量距离为 $|o'B'|$ ；由于激光测距仪的测量误差，实际上返回的距离为 $|o'A'|$ ，因此点 A' 代表一激光扫描数据，定义 B' 是对应于 A' 的“虚拟激光扫描数据”。在激光定位的实际应用中，利用激光测距仪获得离散的激光扫描数据后，在全局坐标系中平移或者旋转机器人的局部坐标系并不改变激光扫描数据相对于机器人局部坐标系的位置，因此激光测距仪在坐标系 $xo'y$ 中以 $\overrightarrow{o'A'}$ 方向发出的激光束实际上就是 xoy 坐标系中以 \overrightarrow{oA} 方向发出的激光束，因此点 A 与 A' 对应， $|oA| = |o'A'|$ ，且：

$$\overrightarrow{o'A'} = R_1 \overrightarrow{oA} \dots\dots\dots(6.28)$$

其中 $R_1 = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta(k) & -\sin \Delta\theta(k) \\ \sin \Delta\theta(k) & \cos \Delta\theta(k) \end{bmatrix}$ 为旋转矩阵。由于 $\overrightarrow{o'A'} = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{Oo'}$ ，因此有：

$$\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{Oo'} = R_1 \overrightarrow{oA} \dots\dots\dots(6.29)$$

由于 $\overrightarrow{oA} = R_2 \begin{bmatrix} X_L^j(i) \\ Y_L^j(i) \end{bmatrix}$ ，所以

$$\overrightarrow{OA'} = R_1 R_2 \begin{bmatrix} X_L^j(i) \\ Y_L^j(i) \end{bmatrix} + \overrightarrow{Oo'} \dots\dots\dots(6.30)$$

上式中 $R_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta(k) & -\sin \theta(k) \\ \sin \theta(k) & \cos \theta(k) \end{bmatrix}$ ，则

$$\overrightarrow{OA'} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta(k) & -\sin \Delta\theta(k) \\ \sin \Delta\theta(k) & \cos \Delta\theta(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta(k) & -\sin \theta(k) \\ \sin \theta(k) & \cos \theta(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_L^j(i) \\ Y_L^j(i) \end{bmatrix} + \overrightarrow{Oo'} \dots\dots\dots(6.31)$$

由于 $\overrightarrow{Oo'} = \begin{bmatrix} x(k) + \Delta x(k) \\ y(k) + \Delta y(k) \end{bmatrix}$ ，因此

$$\overrightarrow{OA'} = \begin{bmatrix} x(k) + \Delta x(k) \\ y(k) + \Delta y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta(k) + \Delta\theta(k)) & -\sin(\theta(k) + \Delta\theta(k)) \\ \sin(\theta(k) + \Delta\theta(k)) & \cos(\theta(k) + \Delta\theta(k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_L^j(i) \\ Y_L^j(i) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(6.32)$$

假定(6.17)得到机器人的方向误差为 $\Delta\hat{\theta}(k)$ ，利用(6.21)得 A 点在全局坐标系中的坐标为 $(x_G^j(i), y_G^j(i))$ ， $i=1,2,\dots,n$ ， $j=1,2,\dots,N_i$ 。通过 6.6.1 节的实验发现：6.2 节提

出的算法对机器人方向误差具有显著的校核效果，因此 $|\Delta\theta(k) - \Delta\hat{\theta}(k)|$ 很小，所以：

$$\overline{OA'} \approx \begin{bmatrix} x(k) + \Delta x(k) \\ y(k) + \Delta y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta(k) + \Delta\hat{\theta}(k)) & -\sin(\theta(k) + \Delta\hat{\theta}(k)) \\ \sin(\theta(k) + \Delta\hat{\theta}(k)) & \cos(\theta(k) + \Delta\hat{\theta}(k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_L^j(i) \\ Y_L^j(i) \end{bmatrix} \dots (6.33)$$

比较 (6.21) 和 (6.33)，点 A' 在全局坐标系中的坐标可以表示为 $(x_G^j(i) + \Delta x(k), y_G^j(i) + \Delta y(k))$ 。以 A' 向线段 P_1P_2 做垂线，垂足为 C 点。假定 $\angle CA'B' = \theta_i^j (i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, N_i)$ ，则线段 $A'B'$ 的长度为

$$|A'B'| = [(x_G^j(i) + \Delta x(k)) \cos \beta_i + (y_G^j(i) + \Delta y(k)) \sin \beta_i - \rho_i] \cos^{-1} \theta_i^j \dots (6.34)$$

定义函数 $g_2(\Delta x(k), \Delta y(k))$ ：

$$g_2(\Delta x(k), \Delta y(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j [(x_G^j(i) + \Delta x(k)) \cos \beta_i + (y_G^j(i) + \Delta y(k)) \sin \beta_i - \rho_i]^2 \quad (6.35)$$

求使 $g_2(\Delta x(k), \Delta y(k))$ 有最小值的 $\Delta x(k)$ 和 $\Delta y(k)$ 。

对函数 $g_2(\Delta x(k), \Delta y(k))$ 关于 $\Delta x(k)$ 、 $\Delta y(k)$ 求偏导，得：

$$\begin{cases} \frac{\partial g_2}{\partial \Delta x(k)} = 2\Delta x(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos^2 \beta_i + 2\Delta y(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos \beta_i \sin \beta_i \\ \quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i) \\ \frac{\partial g_2}{\partial \Delta y(k)} = 2\Delta x(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos \beta_i \sin \beta_i + 2\Delta y(k) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \sin^2 \beta_i \\ \quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \sin \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i) \end{cases} \quad (6.36)$$

定义：

$$l_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i)$$

$$l_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \sin \beta_i (x_G^j(i) \cos \beta_i + y_G^j(i) \sin \beta_i - \rho_i)$$

$$l_3 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos^2 \beta_i$$

$$l_4 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \cos \beta_i \sin \beta_i$$

$$l_5 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{N_i} \cos^{-2} \theta_i^j \sin^2 \beta_i$$

令 $\frac{\partial g_2}{\partial \Delta x(k)} = 0$, $\frac{\partial g_2}{\partial \Delta y(k)} = 0$, 则

$$\begin{cases} \Delta x(k)l_3 + \Delta y(k)l_4 + l_1 = 0 \\ \Delta x(k)l_4 + \Delta y(k)l_5 + l_2 = 0 \end{cases} \quad (6.37)$$

解方程(6.37)得：

$$\begin{cases} \Delta x(k) = \frac{l_1 l_5 - l_2 l_4}{l_4^2 - l_3 l_5} \\ \Delta y(k) = \frac{-l_1 - l_3 \Delta x(k)}{l_4} \end{cases} \quad (6.38)$$

6.3.3 两种位置误差估计算法比较

为了便于比较点——线最小二乘法和点——点最小二乘法对机器人位置误差的校核效果，定义参数 E_o^1 和 E_o^2 ， E_o^1 表示校核前机器人真实方向与估计方向之间的误差， E_o^2 表示校核后机器人真实方向与估计方向之间的误差，并取逆时针方向为正方向；定义参数 E_p^1 和 E_p^2 ， E_p^1 表示校核前机器人真实位置与估计位置之间的距离， E_p^2 表示校核后机器人真实位置与估计位置之间的距离。

机器人的仿真环境如图 5.8 所示，机器人真实位置矢量为 $[2000, 1000, 46]^T$ 。假定此时估算的机器人位置为 $(2100mm, 1100mm)$ ，则 $E_p^1 = 141.41 mm$ 。当机器人的估计方向在 $[41^\circ, 51^\circ]$ 范围内变化时(即 E_o^1 取值在 $[-5^\circ, 5^\circ]$ 范围内)，激光测距仪扫描四周的环境，利用第 5 章提出的“激光扫描数据和环境地图的匹配”算法提取线段信息，分别应用点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算机器人的位置误差。实验结果显示在表 6.1 和图 6.4 中。图 6.4 中的虚线表示点——线最小二乘法计算的位置误差，实线表示点——点最小二乘法计算的位置误差。

由图 6.4 可以看出，当方向误差在 $[-5^\circ, 5^\circ]$ 范围内变化时，论文提出的点——线最小二乘法和点——点最小二乘法对机器人的位置误差都具有良好的校核效果。比较图 6.4 中的虚线和实线，可以发现点——点最小二乘法的校核效果更好一些，因此在随

后的激光定位研究中，论文采用点——点最小二乘法计算机器人的位置误差。

表 6.1 点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算的位置误差比较

实验	校核前方向误差 E_o^1 [°]	点——线最小二乘法计算的位置误差 E_p^2 [mm]	点——点最小二乘法计算的位置误差 E_p^2 [mm]
1	-5	56.12	56.17
2	-4	68.41	60.72
3	-3	60.18	63.74
4	-2	39.18	27.35
5	-1	23.25	9.02
6	0	32.47	20.97
7	1	27.29	4.65
8	2	35.94	16.82
9	3	55.10	41.15
10	4	38.45	12.80
11	5	49.21	29.08

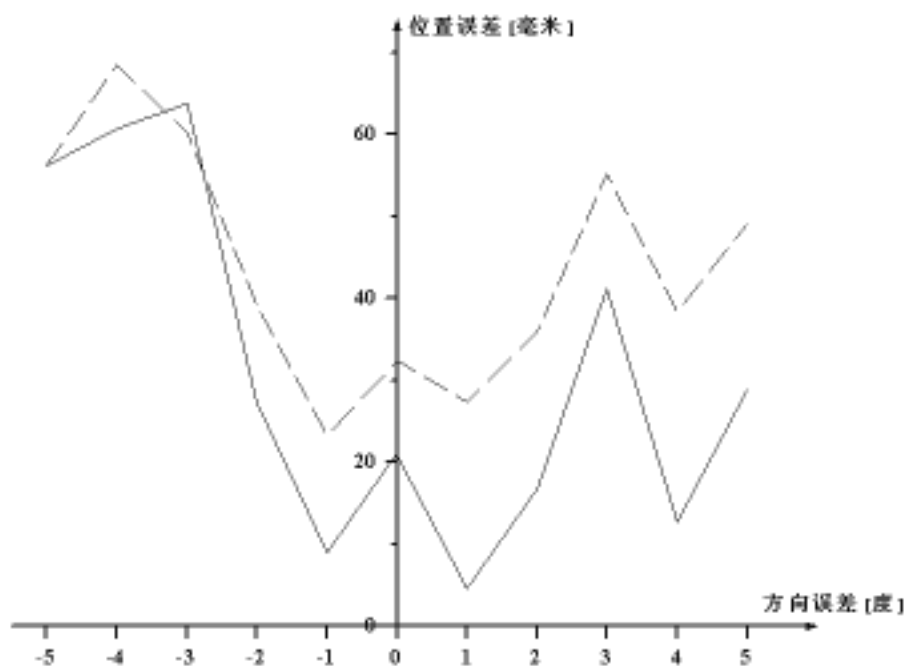


图 6.4 点——线最小二乘法和点——点最小二乘法计算的位置误差比较

6.4 阈值 d_{limit} 的选择准则

6.4.1 问题的提出

目前基于激光的移动机器人定位研究，不论是具有重要影响的 Cox 算法^[110]、CSM 算法^[111]，还是应用广泛的分层聚类算法^[101]、LineMatch 算法^[108]，当激光扫描数据和

环境地图进行匹配以提取线段特征时，判断激光扫描数据是否是激光束打在一个平面上返回的数据，都会选择一个阈值：如果激光扫描数据与平面在地图中对应线段的距离在阈值范围内，则激光扫描数据是激光束打在该平面上返回的数据，否则激光扫描数据就不是激光束打在该平面上返回的数据。一般的处理中，该阈值根据经验值确定，在本论文中，该阈值定义为 d_{limit} 。

选择 d_{limit} 有何依据？不同 d_{limit} 对机器人定位有何影响？目前能够查到的文献中，并没有人讨论这些问题，仅仅根据经验确定 d_{limit} ，因此具有盲目性和随意性。作者在基于激光的定位研究中发现 d_{limit} 的选择对于机器人的位姿误差校核具有重要影响，下面通过仿真实例加以说明。

机器人所在的仿真环境如图 5.8 所示，此时机器人真实位置矢量为 $[2000, 1000, 46]^T$ 。为了清楚地显示不同 d_{limit} 对线段特征提取、机器人方向误差和位置误差校核效果的影响，实验采用 6.3.3 节定义四个参数 E_o^1 、 E_o^2 、 E_p^1 、 E_p^2 。假定机器人的位置估计矢量为 $[2100, 1100, 43]^T$ ，则 $E_o^1 = -3^\circ$ ， $E_p^1 = 141.42mm$ 。当阈值 d_{limit} 在 $(50mm, 400mm)$ 范围内取不同值时，利用激光测距仪扫描机器人周围的环境，提取环境中的线段信息，应用 6.2 节的加权最小二乘法计算机器人的方向误差，利用 6.3 节的点——点最小二乘法计算机器人的位置误差，表 6.2 显示了仿真结果。

从表 6.2 可以看出：当 d_{limit} 在 $(50mm, 125mm)$ 范围内取值时，机器人的方向误差具有良好的校核效果；然而，激光扫描数据和环境地图匹配过程中匹配的线段数目太少，匹配线段相互平行，从而不能利用点——点最小二乘法校核机器人的位置误差，因此表 6.2 第 6 列的数据项“校核后位置误差 E_p^2 ”用 \times 表示，表明此时不能校核机器人位置误差。当 d_{limit} 在 $(150mm, 200mm)$ 范围内取值时，不仅能够从激光扫描数据中提取充分的线段信息，而且机器人的方向误差和位置误差都具有良好的校核效果。当 d_{limit} 在 $(225mm, 350mm)$ 范围内取值时，能够从激光扫描数据中提取较多的线段信息，位置误差得到很好地校核；然而由于 d_{limit} 取值较大，激光扫描数据和地图匹配的过程中，一些误差较大、甚至错误数据的负面影响被掩盖，导致方向误差校核效果不佳。当 d_{limit} 在 $(375mm, 400mm)$ 范围内取值时，尽管能够发现很多的匹配线段，然而机器人方向误差和位置误差的校核效果很差。

表 6.2 不同 d_{limit} 对线段特征提取及位姿误差校核效果的影响

d_{limit} [mm]	匹配线 段数目	校核前方向误 差 E_o^1 [°]	校核前位置误 差 E_p^1 [mm]	校核后方向误 差 E_o^2 [°]	校核后位置误 差 E_p^2 [mm]
50	2	-3	141.42	-0.13	×
75	3	-3	141.42	0.09	×
100	3	-3	141.42	0.01	×
125	3	-3	141.42	-0.19	×
150	5	-3	141.42	0.07	54.34
175	5	-3	141.42	-0.01	56.61
200	6	-3	141.42	0.20	70.13
225	7	-3	141.42	-1.20	33.70
250	8	-3	141.42	-1.26	39.46
275	8	-3	141.42	-1.54	62.75
300	10	-3	141.42	-2.32	62.30
325	10	-3	141.42	-2.18	50.37
350	10	-3	141.42	-2.16	40.26
375	11	-3	141.42	-4.22	208.66
400	12	-3	141.42	-4.68	212.80

6.4.2 选择 d_{limit} 的三个准则

通过 6.4.1 节的分析发现，选择合适的 d_{limit} 对定位具有重要影响。如果 d_{limit} 取值较小，则不能从激光扫描数据中提取足够的线段信息，影响位置误差的校核效果；如果 d_{limit} 取值较大，虽然能够从激光扫描数据中提取充分的线段信息，然而方向误差的校核效果较差。

选择合适 d_{limit} 的最终目的是为了能够更好地估计机器人的位置，考虑到机器人定位过程中方向误差是主要的误差来源，论文确定如下的三个准则来选择 d_{limit} ：

- 1) 确保良好的方向误差校核效果；
- 2) 确保良好的位置误差校核效果；
- 3) 能够从激光扫描数据中提取充分的线段信息。

上述三个准则的重要性依次递减。

基于上述准则，论文选择 $d_{limit} = 200\text{ mm}$ 。

6.5 移动机器人位置跟踪

机器人移动过程中，激光测距仪扫描周围环境获得一系列离散的激光扫描数据，并和环境地图进行匹配以提取线段信息，通过加权最小二乘法估计机器人的方向误差，应用点——点最小二乘法计算机器人的位置误差。本节利用 EKF 融合编码器和

激光测距仪的信息定位机器人。

假定机器人在第 K 个采样周期内的状态矢量为 $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$ 。利用机器人在第 K 个采样周期内获得的编码器信息，建立 EKF 的状态方程：

$$\begin{aligned} X(k) &= \begin{bmatrix} x(k-1) + \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ y(k-1) + \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \Delta \theta(k)/2) \\ \theta(k-1) + \Delta \theta(k) \end{bmatrix} + W(k-1) \dots\dots\dots(6.39) \\ &= F(X(k-1), k-1) + W(k-1) \end{aligned}$$

其中， $W(k)$ 是 3 维的噪声矢量， F 是 3 维的向量函数。把方程(6.39)在 $\hat{X}(k-1)$ 附近展开成泰勒级数，并取一次近似，得：

$$X(k) \approx \nabla F X(k-1) + [F(\hat{X}(k-1), k-1) - \nabla F \hat{X}(k-1)] + W(k-1) \dots\dots\dots(6.40)$$

其中 $\nabla F = \frac{\partial F(X(k-1), k-1)}{\partial \hat{X}(k-1)}$ 。

EKF 量测方程的建立要考虑两种情况。如果激光扫描数据和环境地图的匹配处理中得到的匹配线段不互相平行，则量测方程定义如下：

$$Z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + V(k) = H(k)X(k) + V(k) \dots\dots\dots(6.41)$$

其中 $Z(K)$ 表示 3×1 维量测矢量， $H(k) = I_{3 \times 3}$ 。假定由公式(6.38)得到的位置误差为 $(\Delta x(k), \Delta y(k))$ ，由公式(6.17)计算得到的方向误差为 $\Delta \theta(k)$ ，则

$$Z(K) = \begin{bmatrix} \hat{x}(k/k-1) + \Delta x(k) \\ \hat{y}(k/k-1) + \Delta y(k) \\ \hat{\theta}(k/k-1) + \Delta \theta(k) \end{bmatrix}$$

如果激光扫描数据和环境地图的匹配处理中得到的匹配线段互相平行，则量测方程定义如下：

$$Z(k) = \theta(k) = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + V(k) = H(k)X(k) + V(k) \dots\dots\dots(6.42)$$

其中 $Z(K)$ 表示 1 维量测矢量， $H(k) = [0 \ 0 \ 1]$ ，为 1×3 的量测矩阵。如果由公式(6.17)计算得到的方向误差为 $\Delta \theta(k)$ ，则

$$Z(K) = \hat{\theta}(k/k-1) + \Delta \theta(k)$$

因此，EKF 的递推方程如下：

一步预测： $\hat{X}(k/k-1) = F(k/k-1)\hat{X}(k-1)$ ；

状态估计： $\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1))$ ；

滤波增益： $K(k) = P(k/k-1)H(k)^T[H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1}$ ；

一步预测均方误差： $P(k/k-1) = F(k/k-1)P(k-1)F(k/k-1)^T + Q(k-1)$ ；

估计均方误差： $P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$ 。

6.6 仿真与实验研究

6.6.1 实验一：机器人方向误差和位置误差校核

为了清楚表明本章提出的算法对机器人方向误差和位置误差的校核效果，实验采用 6.3.3 节定义四个参数 E_o^1 、 E_o^2 、 E_p^1 、 E_p^2 。机器人的仿真环境如图 5.8 所示，假定此刻估算的机器人位置矢量为 $[2100, 1100, 41]^T$ ，而机器人真实位置矢量为 $[2000, 1000, 46]^T$ ，则 $E_o^1 = -5^\circ$ ， $E_p^1 = 141.42mm$ ，此时的激光扫描数据如图 6.5 所示。

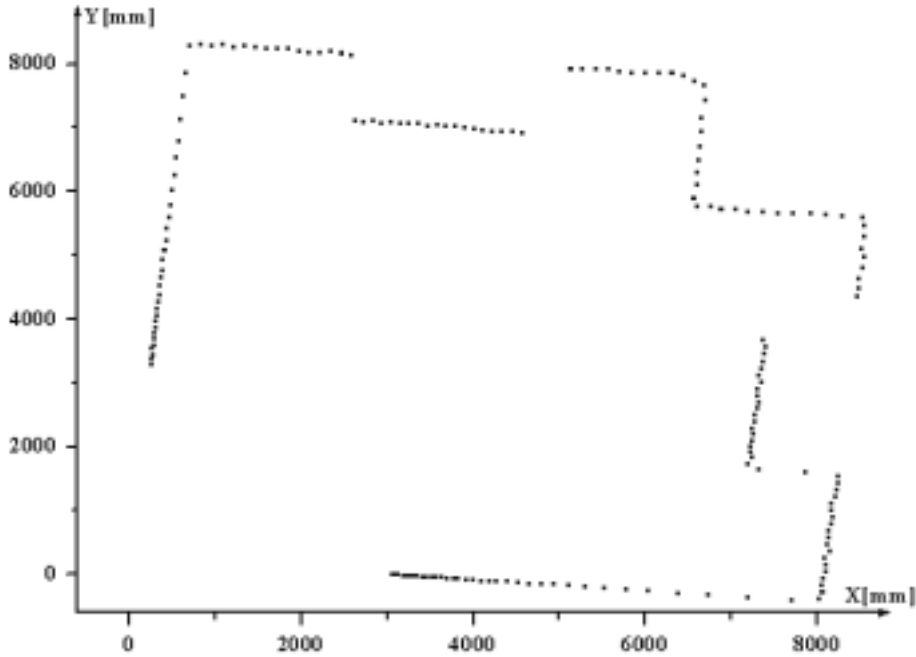


图 6.5 存在方向误差和位置误差时的激光扫描数据

由图 6.5 和图 5.9 的比较可以看出：由于机器人存在 -5° 的方向误差，图 6.5 相对于图 5.9 有方向的旋转（位置误差从图 6.5 不容易看出）。利用加权最小二乘法获得 $\Delta\theta(k) = 4.77^\circ$ ，利用点——点最小二乘法获得 $\Delta x(k) = -155.39mm$ ， $\Delta y(k) = -85.22mm$ ，因此 $E_o^2 = -0.23^\circ$ ， $E_p^2 = 57.33mm$ 。比较 E_o^1 、 E_o^2 及 E_p^1 、 E_p^2 可以看出，论文提出的算

法对机器人的方向误差和位置误差具有良好的校核效果。

利用 $\Delta\theta(k)$ 、 $\Delta x(k)$ 、 $\Delta y(k)$ 的值，对图 6.5 所示的激光扫描数据重新进行方向和位置的补偿，从而得到图 6.6 所示的激光扫描数据。从图 6.6 和图 5.9 的比较可以看出：本章提出的算法对机器人方向误差和位置误差的修正效果是显著的。

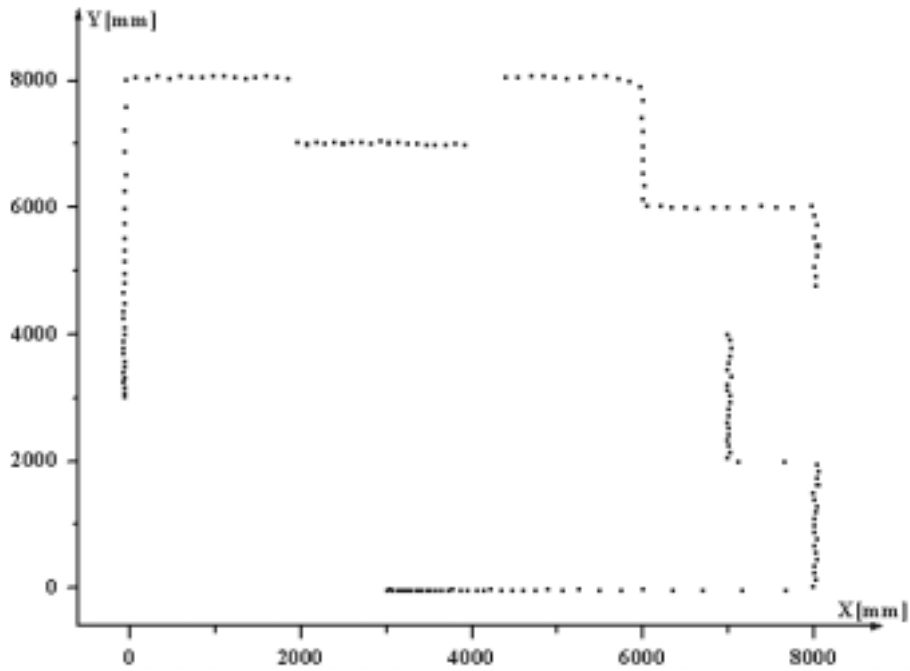


图 6.6 修正方向误差和位置误差后的激光扫描数据

表 6.3 机器人方向误差和位置误差的校核

实验	校核前 机器人位置矢量	校核前方向 误差 E_o^1 [°]	校核前位置 误差 E_p^1 [mm]	校核后方向 误差 E_o^2 [°]	校核后位置 误差 E_p^2 [mm]
1	$[2080, 1080, 42]^T$	-4	113.14	-0.18	54.96
2	$[2060, 1085, 43]^T$	-3	104.04	-0.07	11.18
3	$[2075, 1092, 40]^T$	-6	118.70	0.02	60.99
4	$[2050, 1050, 42]^T$	-4	70.71	-0.09	17.26
5	$[2085, 1062, 43]^T$	-3	105.21	-0.04	7.68
6	$[2071, 1082, 48]^T$	2	108.47	-0.04	5.68
7	$[1915, 941, 48]^T$	2	103.47	0.10	53.16
8	$[1923, 932, 42]^T$	-4	102.73	0.17	16.36
9	$[1908, 917, 43]^T$	-3	123.91	0.21	20.52
10	$[1960, 958, 48]^T$	2	58.00	-0.08	15.99

在机器人的真实位置矢量为 $[2000, 1000, 46]^T$ 的条件下，为了进一步表明本章提出的算法对机器人方向误差和位置误差的校核效果，作者让机器人存在不同的方向估计误差和位置估计误差，利用激光测距仪扫描机器人周围的环境，通过提取的线段信息对机器人的方向误差和位置误差进行修正，表 6.3 显示了 10 组实验数据，表 6.4 显示了方向误差和位置误差校核效果的比较。从表 6.4 的 10 组实验数据可以看出，校核后机器人的方向误差不到校核前机器人方向误差的 10%，其中实验 3 的校核效果最好(0.33%)，校核效果较差的实验 9 中 E_o^2 与 E_o^1 的比值也只有 7.00%，因此论文提出的加权最小二乘法对机器人方向误差的校核效果非常显著；校核后机器人位置误差与校核前机器人位置误差的比值最多只有 51.38%(实验 3、7)，最少能够达到 5.24% (实验 6)，因此论文提出的点——点最小二乘法对机器人位置误差的校核效果良好。

表 6.4 机器人方向误差和位置误差的校核效果比较

实验	校核前方向 误差 E_o^1 [°]	校核前位置 误差 E_p^1 [mm]	校核后方向 误差 E_o^2 [°]	校核后位置 误差 E_p^2 [mm]	$ E_o^2 / E_o^1 $	E_p^2 / E_p^1
1	-4	113.14	-0.18	54.96	4.50%	48.58%
2	-3	104.04	-0.07	11.18	2.33%	10.75%
3	-6	118.70	0.02	60.99	0.33%	51.38%
4	-4	70.71	-0.09	17.26	2.25%	24.41%
5	-3	105.21	-0.04	7.68	1.33%	7.30%
6	2	108.47	-0.04	5.68	2.00%	5.24%
7	2	103.47	0.10	53.16	5.00%	51.38%
8	-4	102.73	0.17	16.36	4.25%	15.93%
9	-3	123.91	0.21	20.52	7.00%	16.56%
10	2	58.00	-0.08	15.99	4.00%	27.57%

6.6.2 实验二：移动机器人位置跟踪

Pioneer 2-Dxe 在走廊环境中移动，假定机器人全局坐标系的 X 轴和走廊的中心线重合，Y 轴和走廊中心线垂直。Pioneer 2-Dxe 移动过程中利用激光测距仪扫描四周的环境，应用 6.5 节提出的 EKF 在线估算机器人的位置，并根据估计的位置控制机器人的运动，确保机器人的运动轨迹在靠近走廊中心线 200mm 范围内。机器人的移动速度为 200mm/s，编码器和激光测距仪的采样频率为 5Hz。

为了直观地显示实验效果，定义：

$$E_{error} = \sqrt{(X_{actual} - X_{EKF})^2 + (Y_{actual} - Y_{EKF})^2} \dots\dots\dots(6.43)$$

其中， E_{error} 表示位置误差， X_{actual} 和 Y_{actual} 是机器人停止时的位置， X_{EKF} 和 Y_{EKF} 是用

EKF 估计的机器人终点位置。实验开始前记录机器人起点位置，当 EKF 估计的机器人在 X 轴方向的位移超过 10m 后，停止机器人，并记录机器人此时的位置，然后利用公式(6.43)计算位置误差。

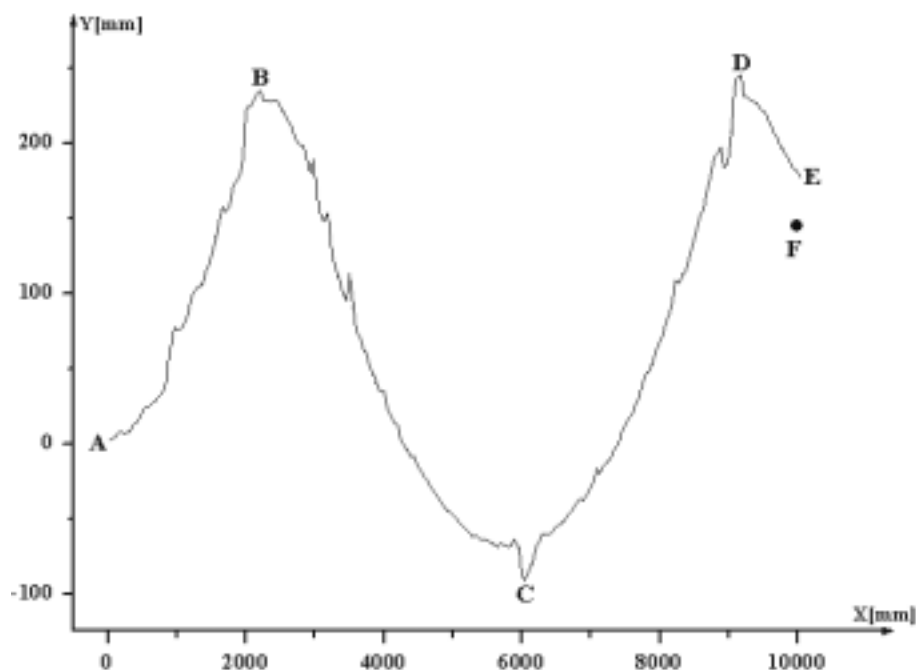


图 6.7 EKF 推算的机器人轨迹

图 6.7 中曲线 ABCDE 是一次实验中利用 EKF 计算的机器人运动轨迹。EKF 估计的机器人终点位置为 $E(10042.11\text{ mm}, 177.13\text{ mm})$ ，机器人实际的终点位置为 $F(9989\text{ mm}, 145\text{ mm})$ ，则利用公式(6.43)计算的机器人位置误差为 $E_{error} = 62.07\text{ mm}$ ，实验结果表明 EKF 对机器人具有良好的位置跟踪能力。作者又做了 9 组实验，总共 10 组实验数据显示在表 6.5 中。从表 6.5 可以看出，当机器人在走廊环境中移动时，位置误差最小为 48.69mm(实验 5)，最大为 81.46mm(实验 6)，因此 6.5 节提出的 EKF 能够精确地跟踪机器人的位置。

表 6.5 EKF 计算的 E_{error}

实验	E_{error} [mm]	实验	E_{error} [mm]
1	62.07	6	81.46
2	55.48	7	70.28
3	71.42	8	53.48
4	66.24	9	67.69
5	48.69	10	53.43

6.7 本章小结

论文利用激光扫描数据中提取的多个线段信息计算得到机器人的多个方向误差，

同时考虑激光测距仪离障碍物的距离及激光束入射角的影响,对这些方向误差分别配置不同的权重,进一步提出加权最小二乘法计算机器人最终的方向误差。基于激光扫描数据中提取的线段信息,论文提出两种算法估计机器人的位置误差。第一种算法为点——线最小二乘法,在满足激光扫描数据和匹配线段间距离最小的条件下计算机器人的位置误差;第二种算法为点——点最小二乘法。在点——点最小二乘法中,提出“虚拟激光扫描数据”的概念,在满足激光扫描数据和“虚拟激光扫描数据”距离最小的情况下估计机器人的位置误差。论文通过实验发现这两种位置误差估计算法都能够较好地校核机器人的位置误差,不过点——点最小二乘法的校核效果更好一些。此外,论文还分析了阈值 d_{limit} 对线段特征提取、机器人方向误差和位置误差校核效果的影响,提出了 d_{limit} 选择的三个准则,从而避免了 d_{limit} 选择的盲目性和随意性,并应用推广的卡尔曼滤波器融合编码器和激光测距仪的信息定位机器人。

实验在 Pioneer 2-Dxe 差分移动机器人上完成,实验结果表明:本章提出的算法不仅能够很好地补偿机器人的方向误差和位置误差,而且 EKF 能够准确地跟踪机器人的位置。

7 结论和展望

7.1 全文总结

定位是提高移动机器人自主能力的关键技术,本文在系统分析与总结国内外现有文献资料和最新理论成果的基础上,对机器人系统参数校核、轮子打滑辨识与校核、测程法噪声建模和噪声统计特性的自适应估计、激光扫描数据和环境地图的匹配及基于激光扫描数据的机器人位姿误差补偿等技术进行了深入分析和系统研究,本文的研究成果主要包括以下几个方面:

1) 校核机器人系统参数是实现精确定位的前提。UMBmark 校核算法是最广泛使用的机器人系统参数校核算法,然而在实验机器人具有较低控制精度的情况下,机器人定点旋转过程中由于驱动轮实际直径的均值和名义直径不相等导致的误差 E_s 不能被 UMBmark 实验完全补偿并仍然在实验中发挥重要作用,从而影响校核效果。针对 UMBmark 校核算法存在的问题,论文提出了改进算法,建立新的测程法系统误差模型;该模型以不相等的轮直径导致的误差 E_d 、轮距不确定导致的误差 E_b 及驱动轮实际直径均值和名义直径不相等导致的误差 E_s 为测程法系统误差的主要来源,提出详细算法计算机器人的系统参数及对应的校核系数。改进算法不必在 UMBmark 实验前利用尺量法测量 E_s ,从而避免由于 E_s 测量值不精确影响校核效果的风险。实验结果表明改进算法能够更为精确地计算机器人的左右轮直径和轮距。

2) 方向误差是定位的主要误差来源。机器人移动过程中频繁发生的轮子滑动导致严重的方向误差,因此轮子打滑的辨识与校核是机器人定位研究的关键问题。论文在电磁罗盘不受磁场干扰的条件下,基于编码器和电磁罗盘提供的机器人方向增量信息,从统计学角度建立机器人直线移动时的轮子打滑模型。该模型能够判断机器人是否发生轮子打滑;当轮子打滑时,给出算法判断哪个轮子发生滑动并校核对应的位置误差和方向误差。基于轮子打滑模型,提出一种间接卡尔曼滤波算法进一步校核机器人的左右驱动轮直径和轮距。实验结果表明论文提出的移动机器人轮子打滑辨识与校核算法能够有效提高机器人的定位精度,且间接卡尔曼滤波器对机器人左右驱动轮直径具有良好的校核效果。

3) 测程法噪声模型的建立及统计特性的自适应估计问题一直是机器人定位研究的难点。论文探讨了测程法的噪声来源,系统分析了编码器测量精度导致误差的影响,讨论了该误差的统计特性,并利用正态分布逼近该误差的概率密度曲线。建立测程法噪声模型,推导出测程法噪声统计特性的自适应估计算法,使机器人在移动过程中能够根据导航环境的变化实时地、自适应地估计测程法的噪声统计特性。

4) 近年来,激光测距仪在机器人研究领域获得了广泛应用,激光定位成为机器人定位研究的热点。快速、有效地从激光扫描数据中提取线段信息是激光定位的重要步骤。论文通过定义 g -权重 Hough 转换,提出“平面有效区域”的概念,在实现激光扫描数据和环境地图匹配的同时实现了线段特征的提取。仿真结果表明该算法不仅能够有效地提取线段信息,而且计算量小,具有良好的实时性。

5) 基于激光扫描数据中提取的线段信息,论文利用加权最小二乘法计算机器人的方向误差,提出点——线最小二乘法和点——点最小二乘法校核机器人的位置误差,给出 d_{limit} 选择的三个准则,并通过 EKF 融合编码器和激光测距仪的信息定位机器人。实验结果表明论文提出的算法对机器人的位置误差校核效果良好,方向误差校核效果显著,且 EKF 能够精确地跟踪机器人的位置。

7.2 未来展望

移动机器人定位一直是机器人学的研究热点,涉及的知识面广且难度较大,还有大量的问题需要解决。本文只是系统地研究了相对定位中关于测程法定位的若干关键技术,而且受时间和精力限制,还有许多工作需要进一步研究和完善。未来的研究工作可以从以下几个方面入手:

1) 多传感器信息融合。由于导航环境的复杂性及机器人位置估计的不确定性,单一传感器难以保证感知信息的准确性和可靠性,不足以反映外界环境信息,从而无法保证机器人实现稳定可靠的定位,因此多传感器信息融合是机器人定位发展的必然。目前广泛用于机器人定位研究的传感器有编码器、陀螺仪、电磁罗盘、红外线、超声波传感器、声纳、激光测距仪、视觉系统等。这些传感器由于各自的工作原理不同,各有优缺点及适用范围。无论单独使用哪一种传感器都难以独立完成机器人的定位任务。多传感器信息融合的目的是利用多个传感器感知数据的冗余性和互补性,获得机器人导航环境动态变化的、完整的信息,通过信息融合算法实现可靠、准确的定位。常用的方法有:加权平均法、贝叶斯估计、多贝叶斯方法、卡尔曼滤波、D-S 证据推理、模糊逻辑、产生式规则、人工神经网络等。多传感器信息融合能够提高系统的可靠性和鲁棒性,扩展时间上和空间上的观测范围,增强数据的可信任度和系统的分辨能力。

2) 传感器数据与环境地图的匹配。地图匹配是机器人定位研究的一个重点,也是难点。地图匹配中的数据关联计算问题依然困扰着人们;此外,地图匹配处理过程中精度和实时性的提高也是研究的重点。

3) 同时定位与地图创建 (Simultaneous Localization and Map Building , SLAM)

目前绝大多数的定位研究假定已知环境地图；SLAM 要求机器人在未知环境中根据自身携带的传感器提供的信息并发地进行环境建模和定位处理，是机器人定位研究领域更具有挑战性的方向。此时定位与地图创建融为一体，而不是独立的两个阶段。SLAM 研究的难点为环境描述、环境特征提取、不确定信息的描述与处理、数据关联等。此外，SLAM 还需要在实时性、鲁棒性、准确性等方面取得突破。

4) 概率定位。近年来，蒙特卡罗定位方法在机器人全局定位研究领域获得了极大成功。相对于马尔可夫定位而言，蒙特卡罗定位在很大程度上降低了计算机的资源消耗，提高了定位精度和定位处理的实时性；然而和 EKF 相比，蒙特卡罗定位处理的实时性较差。因此研究蒙特卡罗定位时，主要的焦点集中在如何提高定位处理的实时性及定位精度。

致 谢

在此论文完成之际，首先要将最诚挚的感谢献给导师熊有伦教授。导师高深渊博的学识、深邃的见解、一丝不苟的治学态度和诲人不倦的育人精神，使学生深受鼓舞和启迪。导师对科学的热爱、对事业的执着以及谦逊宽厚的为人，将是学生终生效仿的楷模。在近六年的求学期间，学生所取得的点点滴滴进步和成绩都离不开导师在学习科研上的精心指导和严格要求。

特别感谢孙容磊老师。孙老师敏锐的洞察力、严谨的治学态度、诲人不倦的工作作风和高度的敬业精神，深深感染和鞭策了我，对今后的工作、学习和生活大有裨益。在整个课题的研究过程中，处处凝聚着孙老师的心血。在此谨向他致以衷心的感谢！

在攻读博士学位期间，作者得到了丁汉教授、尹周平老师、杨文玉老师、熊蔡华老师的大力支持和帮助。感谢他们在课题研究方面所给予的指导！

在课题研究期间，作者得到华中科技大学控制科学与工程系王永骥教授、向欣老师、博士生程磊及硕士生刘磊、陈宁、张文军等人的大力帮助和支持，在此对他们表示真诚的感谢！

论文在盲审的过程中，三位老师提出了宝贵的修改意见，作者在此对他们表示衷心的感谢！

感谢实验室的博士后张涛，博士黄小平、赵翼翔、胡雯蔷，博士生朱文凯、郭振华、汪汶、张俊、陶波、刘宇、邓泽峰、洪刚、王正家、韩东桂、杨平海、王立成，硕士张凯、李学荣、胡坚强、张建刚、刘志刚、崔宪莉、沈正湘及硕士生胡紫阳、蒋良杰、刘辉、陈建魁、杨栓柱、田风雷、金望明等人的帮助。

最后要深深感谢父母多年来在生活上、学业上所给予作者的关怀和支持，他们以最深切的爱给了作者战胜一切困难的勇气。同时特别感谢女友梁婵数年来在生活上无微不至的关心和照顾，在学业上对作者的理解和支持！

谨以此文献给所有关心、支持和帮助过我的亲人、师长和朋友们！

王 卫 华

二零零五年五月于华工园

参考文献

- [1] Groen F, Spaan M, Vlassis N. Robot soccer: game or science. <http://www.robocup.org>
- [2] FIRA. FIRA RobotSot game rules. <http://www.fira.net/soccer/robosot/Robosot.pdf>
- [3] 李磊, 叶涛, 谭民等. 移动机器人技术研究现状与未来. 机器人, 2002, 24(5): 475~480
- [4] Alan, et al. Mobile robotics: The next revolution. ActivMedia, 2001
- [5] 王志文, 郭戈. 移动机器人导航技术现状与展望. 机器人, 2003, 25(5): 470~474
- [6] Chatila R. Deliberation and reactivity in autonomous mobile robots. Robot and Autonomous System, 1995, 16: 197~211
- [7] Durrant-White H F. Where am I ? Industrial Robot, 1994, 21(2): 11~15
- [8] Salichs M A, Moreno L. Navigation of mobile robots: open questions. Robotica, 2000, 18: 227~234
- [9] Leonard J, Durrant-Whyte H F. Mobile robot localization by tracking geometric beacons. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 7(3): 376~382
- [10] Borenstein J, Feng L. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(6): 869~880
- [11] Borenstein J, Koren Y. Motion Control Analysis of a Mobile Robot. Transactions of ASME, Journal of Dynamics, Measurement and Control, 1987, 109(2): 73~79
- [12] Hollingum J. Caterpillar make the earth move: automatically. The Industrial Robot, 1991, 18(2): 15~18
- [13] Byrne R H, Kiarer P R, Pletta J B. Techniques for Autonomous Navigation. in: Sandia Report SAND92-0457. Sandia National Laboratories, Albuquerque. March 1992
- [14] Chenavier F, Crowley J. Position estimation for a mobile robot using vision and odometry. in: Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nice, France. May 1992. 2588~2593
- [15] Evans J M. HelpMate: an autonomous mobile robot courier for hospitals. in: 1994 International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '94). München, Germany. September 1994. 1695~1700
- [16] Fox D, Burgard W, Dellaert F, et al. Monte Carlo Localization: efficient position estimation for mobile robots. in: Proceedings of the National Conference on Artificial

Intelligence. 1999. 343~349

- [17] Thrun S, Fox D, Burgard W, et al. Robust Monte Carlo localization for mobile robots. *Artificial Intelligence*, 2002, 128: 99~141
- [18] Engelson S, McDermott D. Error correction in mobile robot map learning. in: *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. France. 1992. 2555~2560
- [19] Fox D, Burgard W, Thrun S. Markov Localization for Mobile Robots in Dynamic Environments. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1999, 11(0): 391~427
- [20] <http://www.engin.umich.edu/research/mrl/index.html>
- [21] Barshan B, Durrant-White H F. Orientation estimate for mobile robots using gyroscopic Information. in: *1994 International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '94)*. München, Germany. September 1994. 1867~1874
- [22] Barshan B, Durrant-Whyte H F. An inertial navigation system for a mobile robot. in: *Proceedings of the 1st IAV*. Southampton, England. April 1993. 54~59
- [23] Borenstein J, Feng L. UMBmark-a method for measuring, comparing, and correcting dead-reckoning errors in mobile robots. Technical Report UM-MEAM-94-22, University of Michigan, 1994
- [24] Salichs M A, Moreno L. Navigation of mobile robots: open questions. *Robotica*, 2000, 18: 227~234
- [25] Borenstein J. Experimental results from internal odometry error correction with the OmniMate mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6): 963~969
- [26] Louchene A, Bouguechal N E. Positioning errors consideration for indoor mobile robot design, *Industrial Robot*, 2003, 30(2): 170~176
- [27] Borenstein, J. Internal correction of dead-reckoning errors with the Smart Encoder Trailer. in: *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '94)-Advanced Robotic Systems and the Real World*. Munich, Germany. September 1994. 127~134
- [28] Goel P, Roumeliotis S I, Sukhatme G S. Robust localization using relative and absolute position estimates. in: *Proceedings of the 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 1999. 1134~1140
- [29] Chung H, Ojeda L, Borenstein J. Accurate mobile robot dead-reckoning with a

- precision-calibrated fiber-optic gyroscope. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(1): 80~84
- [30] Park K, Chung D, Chung H, et al. Dead reckoning navigation of a mobile robot using an indirect Kalman filter. in: *Proceedings of 1996 IEEE/SICE/RSJ International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent System*. Washington D.C USA. December 1996. 132~138
 - [31] Chong K S, Kleeman L. Accurate odometry and error modeling for a mobile robot. in: *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Albuquerque, New Mexico. April 1997. 2783~2788
 - [32] Kedrowski P R. Development and implementation of a self-building global map for autonomous navigation: [MSc thesis]. USA: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001
 - [33] Schmolke A, Mallot H A. Polarization compass for robot navigation. in: *Fifth German Workshop on Artificial Life*. Germany. March 2002. 163~167
 - [34] Chong K S, Kleeman L. Sonar based map building for a mobile robot. in: *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1997. 1700~1705
 - [35] Borenstein J, Feng L. Gyrodometry: a new method for combining data from gyros and odometry in mobile robots. in: *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, Minnesota. 1996. 423~428
 - [36] Crowley J L. Asynchronous control of orientation and displacement in a robot vehicle. in: *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1989. 1277~1282
 - [37] Feng L, Koren Y, Borenstein J. Cross-coupling motion controller for mobile robots. *IEEE Control Systems Magazine*, 1993, 13(6): 35~43
 - [38] Yang H, Park K, Lee J G. A rotating sonar and a differential encoder data fusion for map-based dynamic positioning. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 2000, 29(3): 211~232
 - [39] Ojeda L, Chung H, Borenstein J. Precision-calibration of fiber-optics gyroscopes for mobile robot navigation. in: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. San Francisco, CA. April 2000. 2064~2069
 - [40] Borenstein J. Experimental evaluation of a fiber optics gyroscope for improving

- dead-reckoning accuracy in mobile robots. in: Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium. May 1998. 3456~3461
- [41] Suksakulchai S, Thongchai S, Wilkes D M, et al. Mobile robot localization using an electronic compass for corridor environment. in: Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 2000. 3354~3359
- [42] von der Hardt H J, Wolf D, Husson R. The dead reckoning localization system of the wheeled mobile robot ROMANE. in: Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems. 1996. 603~610
- [43] Ojeda L, Borenstein J. Experimental results with the KVHC-100 fluxgate compass in mobile robots. in: Proceedings of the IASTED International Conference on Robotics and Applications. Hawaii. August 2000. 318-023: 1~7
- [44] Hamdy A, Badreddin E. Dynamic modeling of a wheeled mobile robot for identification, navigation and control. in: Proc. IMACS Conf. Modeling and Control of Technol. Syst. 1992. 119~128
- [45] Williams R L, Carter B E, Gallina P , Rosati G. Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots. IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2002, 18 (3): 285~293
- [46] Shekhar S. Wheel rolling constraints and slip in mobile robots. in: Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Albuquerque, New Mexico. 1997. 2601~2607
- [47] Scheduling S, Dissanayake G, Nebot E M, et al. An experiment in autonomous navigation of an underground mining vehicle. IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1999, 15(1): 85~95
- [48] Tsai C C. A localization system of a mobile robot by fusing dead-reckoning and ultrasonic measurements. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1998, 47(5): 1399~1404
- [49] Tarin Sauer C, Brugger H, Hofer E P, et al. Odometry error correction by sensor fusion for autonomous mobile robot navigation. in: Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Budapest, Hungary. 2001. 1654~1658

- [50] Maeyama S, Ishikawa N, Yuta S. Rule based filtering and fusion of odometry and gyroscope for a fail safe dead reckoning system of a mobile robot. in: Proceedings of the 1996 IEEE/SICE/RSJ International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent System. 1996. 541~548
- [51] Larsen T D, Hansen K L, Andersen N A, et al. Design of Kalman filters for mobile robots; evaluation of the kinematic and odometric approach. in: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications. USA. 1999. 1021~1026
- [52] Jetto L, Longhi S, Venturini G. Development and experimental validation of an adaptive extended Kalman filter for the localization of mobile robots. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(2): 219~229
- [53] Curran A, Kyriakopoulos K J. Sensor-based self-localization for wheeled mobile robots. in: Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation. May 1993.8~13
- [54] Meng Q H, Sun Y C, Cao Z L. Adaptive extended Kalman filter (AEKF)-based mobile robot localization using sonar. Robotica, 2000, 18: 459~473
- [55] Stella E, Cicirelli G, Lovergine F P, et al. Position estimation for a mobile robot using data fusion. in: Proceedings of the 1995 IEEE International Symposium on Intelligent Control. 1995, 27~29
- [56] Larsen T D, Anderson N A, Ravn O. A new approach for Kalman filtering on mobile robots in the presence of uncertainties. in: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications. USA. 1999. 22~27
- [57] Tabuchi T, Soeda T, Yoshimura T. On the estimation of noise covariances in linear discete-time systems. Int. J. Syst. Sci., 1978, 5
- [58] Yoshimura T, Soeda T. A technique for compensating the filter performance by a fictitious noise. Trans. ASME. Ser. G, J. of Dynamic Syst., Measurement and Control, 1978, 2
- [59] Sage A P, Husa G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics. in: 1969 Joint Automatic Control Conference. 1969. 760~769
- [60] 邓自立, 郭一新. 油田产油量、产水量动态预报. 自动化学报, 1983, 9(2): 121~125
- [61] 邓自立, 王建国. 非线性系统的自适应推广的Kalman滤波. 自动化学报, 1987, 13(5): 375~379
- [62] 高磊, 徐德民, 任章. 自适应推广卡尔曼Kalman滤波应用于水下被动目标定位.

- 系统工程与电子技术, 2001, 23(5): 8~11
- [63] 袁丽英. 自适应推广卡尔曼滤波算法研究: [哈尔滨理工大学硕士学位论文]. 2001
 - [64] 张友民, 张洪才, 戴冠中. 一种分解U - D分解自适应推广卡尔曼Kalman滤波及其应用. 西北工业大学学报, 1993, 11(3): 345~350
 - [65] Armingol J M, De La Escalera A, Moreno L, et al. Mobile robot localization using a non-linear evolutionary filter. *Advanced Robotics*, 2002, 16(7): 629~652
 - [66] Weekesser P, Dillmann R. Sensor-fusion of intensity- and laser range-images. in: *Proceedings of the 1996 IEEE/SICE/RSJ International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*. 1996. 501~508
 - [67] Madhavan, R, Durrant-Whyte H, Dissanayake G. Natural landmark-based autonomous navigation using curvature scale space. in: *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Washington DC. May 1996. 3936~3941
 - [68] Barshan B, Kuc R. Differentiating sonar reflections from corners and planes by employing intelligent sonars. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 2(6): 560~569
 - [69] Bozma O, Kuc R. Building a sonar map in a specular environment using a single mobile sensor. *EEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(12): 1260~1269
 - [70] Peremans H, Campenhout, J. Tri-aural perception on a mobile robot. in: *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1993. 265~270
 - [71] Zhao F J, Guo H J, Kenichi A. A mobile robot localization using ultrasonic sensors in indoor environment. in: *Proceedings of the 1997 IEEE International Workshop on Robot and Human Communication*. 1997. 52~57
 - [72] Tao B, Gu J, Gong C, et al. A new landmark framework for mobile robot localization and asynchronous sensor fusion. in: *Proceedings of the 2003 International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*. Japan. July 2003. 1451~1456
 - [73] Drumheller M. Mobile robot localization using sonar. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, 9(2): 325~332
 - [74] 张飞, 陈卫东. 具有声纳环的移动机器人及其自主行为研究. *测控技术*, 2003,

22(6) : 46~50

- [75] 王卫华,陈卫东,席裕庚.移动机器人地图创建中的不确定传感信息处理. 自动化学报, 2003, 29(2) : 267~274
- [76] Cheng L, Wang Y J. Localization of the autonomous mobile robot based on sensor fusion. in: Proceedings of the 2003 IEEE International Symposium on Intelligent Control. Houston. Texas. October 2003. 822~826
- [77] Elfes A. Dynamic control of robot perception using multi-property inference grids. in: Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nice. May 1992. 2561~2567
- [78] Moravec H P. Sensor fusion in certainty grids for mobile robots. AI magazine, 1988, 9: 61~74
- [79] Elfes A. Sonar-based real-world mapping and navigation. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(3): 249~265
- [80] Lim J H, Cho D. W. Physically based sensor modeling for a sonar map in a specular environment. in: Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. May 1992. 1714~1719
- [81] Kuc A, Siegel M W. Physically based simulation model for acoustic sensor robot navigation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1987, 9: 766~778
- [82] Lee D C. The map-building and exploration strategies of a simple, sonar-equipped mobile robot: An experimental, quantitative evaluation. Distinguished Dissertations in Computer Science Cambridge University Press, 1996
- [83] Lee D C, Recce M. Quantitative evaluation of the exploration strategies of a mobile robot. International Journal of Robotics Research, 1997, 16: 413~447
- [84] Harris K D, Recce M. Experimental modelling of time-of-flight sonar. Robotics and Autonomous Systems, 1998, 24: 33~42
- [85] Martinez J L, Pozo-Ruz A, Pedraza S, et al. Object following and obstacle avoidance using a laser scanner in the outdoor mobile robot Auriga- α . in: Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Canada. 1998. 204~209
- [86] Roumeliotis S I, Bekey G A. SEGMENTS: a layered, dual-Kalman filter algorithm for indoor feature extraction. in: Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International

- Conference on Intelligent Robots and Systems. 2000. 454~461
- [87] Kwon Y D, Lee J S. A stochastic map building method for mobile robot using 2-D laser range finder. *Autonomous Robots*, 1999, 7(2): 187~200
 - [88] Giesler B, Graf R, Dillmann R, et al. Fast mapping using the log-Hough transformation. in: *Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 1998. 1702~1707
 - [89] Scott A, Parker L E, Touzet C. Quantitative and qualitative comparison of three laser-range mapping algorithms using two types of laser scanner data. in: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. 2000. 1422~1427
 - [90] Guivant J, Nebot E, Baiker, et al. High accuracy navigation using laser range sensors in outdoor applications. in: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2000. 3817~3822
 - [91] Zhang L, Ghosh B K. Line segment based map building and localization using 2D laser rangefinder. in: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. San Francisco. April 2000. 2538~2543
 - [92] Walthelm A. New approach to global self-localization with laser range scans in unstructured environments. in: *Proceedings of the 2002 IEEE Intelligent Vehicle Symposium*. 2002. 17~21
 - [93] Vandorpe, J, Van Brussel H, Xu H. Exact dynamic map building for a mobile robot using geometrical primitives produced by a 2D range finder. in: *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, Minnesota. April 1996. 901~908
 - [94] Lionis G S, Kyriakopoulos K J. A laser scanner based mobile robust SLAM algorithm with improved convergence properties. in: *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Lausanne, Switzerland. October 2002. 582~587
 - [95] Lallement A, Siadat A, Dufaut M, et al. Laser-vision cooperation for map building and landmarks recognition. in: *Proceedings of the 1998 IEEE International ISIC/CIRA/ISAS Joint Conference*. 1998. 387~392
 - [96] Gonzalez J, Ollero A, Reina A. Map building for a mobile robot equipped with a 2D laser rangefinder. in: *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on*

Robotics and Automation. 1994. 1904~1909

- [97] Gonzalez J, Ollero A, Hurtado P. Local map building for mobile robot autonomous navigation by using a 2D laser range sensor. in: IFAC World Congress. Sydney, Australia. 1993
- [98] Forsberg J, Larsson U, Wernersson A. Mobile robot navigation using the range-weighted Hough transform. IEEE Robotics & Automation Magazine. 1995, 2(1): 18~26
- [99] Forsberg J, Larsson U, Ahman P, et al. The Hough transform inside the feedback loop of a mobile robot. in: Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1993. 791~798
- [100] Larsson U, Forsberg J, Wernersson A. Mobile robot localization: integrating measurements from a time-of-flight laser. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 1996, 43(3): 422~431
- [101] Arras K O, Siegwart R Y. Feature extraction and scene interpretation for map-based navigation and map building. in: Proceedings of SPIE, Mobile Robotics XII. 1997
- [102] Castellanos J A, Neira J, Strauss O, et al. Detecting high level features for mobile robot localization. in: Proceedings of the 1996 IEEE/SICE/RSJ International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems. 1996. 611~618
- [103] Newman P, Leonard J, Tardos J D, et al. Explore and return: experimental validation of real-time concurrent mapping and localization. in: Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington DC. May 2002. 1802~1809
- [104] Neira J, Tardos J D, Horn J, Schmidt G. Fusing range and intensity images for mobile robot localization. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(1): 76~84
- [105] Castellanos J A, Martinez J M, Neira J, et al. Simultaneous map building and localization for mobile robots: A multisensor fusion approach. in: Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Belgium. May 1998. 1244~1249
- [106] Castellanos J A, Montiel J M M, Neira J, Tardos J D. The SPmap: A probabilistic framework for simultaneous localization and map building. IEEE Transactions on

- Robotics and Automation, 1999, 15(5): 948~952
- [107] Weiss G, Wetzler C, Puttkamer E V. Keeping track of position and orientation of moving indoor systems by correlation of range-finder scans. in: Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 1994. 595~601
- [108] Gutmann J S, Weigel T, Nebel B. Fast, accurate, and robust self-localization in polygonal environments. in: Proceedings of the 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 1999. 1412~1419
- [109] Lu F, Milios E E. Robot pose estimation in unknown environments by matching 2D range scans. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory & Applications*, 1997, 18(3): 249~275
- [110] Cox I J. Blanche-an experiment in guidance and navigation of an autonomous robot vehicle. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(2): 193~204
- [111] Gutmann J S, Schlegel C. AMOS: Comparison of scan matching approaches for self-localization in indoor environments. in: Proceedings of the 1st Euromicro Workshop on Advanced Mobile Robots. 1996. 61~67
- [112] Figueroa J F, Lamancusa J S. A method for accurate detection of time of arrival: analysis and design of an ultrasonic ranging system. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1992, 91(1): 486~494
- [113] Figueroa J F, Mahajan A. A robust navigation system for autonomous vehicles using ultrasonics. *Control Engineering Practice*. 1994, 2(1): 49~59
- [114] Cohen C, Koss F. A comprehensive study of three object triangulation. in: Proceedings of the 1993 SPIE Conference on Mobile Robots. Boston, MA. 1992. 95~106
- [115] McGillem C, Rappaport T. Infra-red location system for navigation of autonomous vehicles. in: Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Philadelphia, PA. 1988. 1236~1238
- [116] Shoval S, Benchetrit U, Lenz E. Control and positioning of an AGV for material handling in an industrial environment. in: Proceedings of the 27th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems. Ann Arbor, MI. May 1995. 473~479
- [117] Jenkin M, Milios E, Jasiobedzki P, et al. Global navigation for ARK. in: Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and Systems.

- Yokohama, Japan. July 1993. 2165~2171
- [118]Atiya S, Hager G. Real-time vision-based robot localization. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1993, 9(6): 785~800
 - [119]Fukui I. TV image processing to determine the position of a robot vehicle. Pattern Recognition, 1981, 14: 101~109
 - [120]Fleury S, Baron T. Absolute external mobile robot localization using a single image. in: Proceedings of the 1992 SPIE Conference on Mobile Robots. Boston, MA. November 1992. 131~143
 - [121]Courtney J, Jain A. Mobile robot localization via classification of multisensor maps. in: Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Diego. May 1994. 1672~1678
 - [122]Hinkel R, Knieriemen T. Environment perception with a laser radar in a fast moving robot. in: Symposium on Robot Control 1988 (SYROCO '88). Karlsruhe, Germany. October 1988. 68.1~68.7
 - [123]孟庆杰, 董绪荣. GPS/DR组合导航系统故障探测与剔除(FDI)的容错设计. 装备指挥技术学院学报, 2002, 13(3): 40~43
 - [124]郭圣权, 李杰. 车辆兵器GPS/DR/DM组合导航系统的研究. 火力与指挥控制, 2002, 27(5): 13~16
 - [125]陈则王, 袁信. 面向ITS的车辆导航与定位技术. 交通与计算机, 2001, 19: 23~25.
 - [126]Congdon I et al. CARMEL versus FLAKEY-a comparison of two winners. in: AI Magazine Winter 1992. 1992. 49~56
 - [127]Byrne R H. Global positioning system receiver evaluation results. in: Sandia Report SAND93-0827. Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM. September 1993
 - [128]Fox D, Burgard W, Thrun S. Active Markov localization for mobile robots. Robotics and Autonomous Systems, 1998, 25: 195~207
 - [129]吴庆祥, David B. 可移动机器人的马尔可夫自定位算法研究. 自动化学报, 2003, 29(1): 154~160
 - [130]Thrun S. Finding landmarks for mobile robot navigation. in: Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Belgium. May 1998. 958~963
 - [131]Dellaert F, Fox D, Burgard W, et al. Monte Carlo localization for mobile robots. in: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation.

1999. 1322~1328
- [132] Lee D, Chung W, Kim M. A reliable position estimation method of the service robot by map matching. in: Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taiwan, China. September 2003. 2830~2835
- [133] Wu Q X, Bell D A, Chen Z R, et al. Rough computational methods on reducing costs of computation in Markov Localization for mobile robots. in: Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation. China. 2002. 1226~1230
- [134] Burgard W, Derr A, Fox D, et al. Integrating global position estimation and position tracking for mobile robots: The dynamic Markov localization approach. in: Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Canada. October 1998. 730-735
- [135] Gutmann J S. Markov-Kalman localization for mobile robots. in: Proceedings of the 16th International Conference on Pattern Recognition. 2002. 601~604
- [136] Gutmann J S, Burgard W, Fox D, et al. An experimental comparison of localization methods. in: Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Canada. October 1998. 736~743
- [137] Gutmann J S, Fox D. An experimental comparison of localization methods continued. in: Proceedings of the 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Switzerland. October 2002. 454~459
- [138] Ueda R, Fukase T, Kobayashi Y, et al. Uniform Monte Carlo localization - Fast and robust self-localization method for mobile robots. in: Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington DC. 2002. 1353~1358
- [139] Koller D, Fratkina R. Using learning for approximation in stochastic processes. in: Proceedings of 1998 ICML. 1998
- [140] Kwok C, Fox D, Meila M. Adaptive real-time particle filters for robot localization. in: Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington DC. 2003. 2836~2841
- [141] Thrun S, Fox D, Burgard W. Monte Carlo localization with mixture proposal distribution. in: Proceedings of AAAI-2000. Austin, 2000
- [142] 马逢时, 何良材, 余明书等. 应用概率统计上册. 武汉: 华中理工大学出版社. 109~113

- [143] Tang F, Adams M, Ibanez-Guzman J, et al. Pose invariant, robust feature extraction from range data with a modified scale space approach. in: Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, LA. April 2004. 3173~3179
- [144] Einsele T. Real-time self-localization in unknown indoor environments using a panorama laser range finder. in: Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 1997. 697~702
- [145] Ye C, Borenstein J. Characterization of a 2-D Laser Scanner for Mobile Robot Obstacle Negotiation. in: Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington DC. May 2002. 2512~2518

附录 攻读博士学位期间发表论文目录

- [1] Wang Weihua, Sun Ronglei, Xiong Youlun. Modeling and adaptive estimation of odometric noises for the localization of mobile robots. *Advances in Systems Science and Applications*, 2005, 5(1): 15~23
- [2] 王卫华, 熊有伦, 孙容磊. 测程法系统误差的测量与校核. *机器人*, 2004, 26(5): 454~460
- [3] 王卫华, 熊有伦, 孙容磊. 一种移动机器人轮子打滑的实验校核方法. *机器人*, 2005, 27(3): 197~202
- [4] 王卫华, 丁汉, 熊有伦. 基于 IEEE 1451.2 标准的网络传感器 TMI1451.2-KC. *自动化仪表*, 2001, 22(8): 8~11
- [5] 朱文凯, 王卫华, 丁汉, 熊有伦. 基于嵌入式 PC 的开放式软 PLC. *机械与电子*, 2002, 3: 3~7

移动机器人定位技术研究

作者: [王卫华](#)
学位授予单位: [华中科技大学](#)
被引用次数: 3次

本文读者也读过(1条)

1. [王亮](#) [智能移动机器人定位技术研究](#)[学位论文]2003

引证文献(3条)

1. [徐斌](#), [夏小虎](#), [于春丽](#) [基于麦克风阵列的室内声音定位导航系统设计](#)[期刊论文]-[机电产品开发与创新](#) 2013(5)
2. [商承超](#), [王伟](#), [谢广明](#), [罗文广](#) [水下机器人定位方法综述](#)[期刊论文]-[兵工自动化](#) 2013(12)
3. [马献德](#), [陈强](#), [孙振国](#), [张文增](#) [具有自主定位功能的水轮机叶片坑内修焊机器人](#)[期刊论文]-[焊接学报](#) 2012(8)

引用本文格式: [王卫华](#) [移动机器人定位技术研究](#)[学位论文]博士 2005