

# 一种有效的移动机器人里程计误差建模方法

杨晶东<sup>1,2</sup> 杨敬辉<sup>3</sup> 洪炳熔<sup>2</sup>

**摘要** 移动机器人里程计误差建模是研究移动机器人定位问题的基础。现有的移动机器人里程计误差建模方法多数针对某一种驱动类型移动机器人设计,运动过程中缺乏对里程计累计误差的实时反馈补偿,经过长距离运动过程定位精度大幅度降低。因此本文针对同步驱动和差动驱动轮式移动机器人平台提出了一种通用的里程计误差建模方法。在假设机器人运动路径近似弧线基础上,依据里程计误差传播规律推导了非系统误差、系统误差与里程计过程输入之间的近似函数关系,进而提出一种具有闭环误差实时反馈补偿功能的移动机器人定位算法,对定位过程中产生的里程计累计误差给予实时反馈补偿。实验表明新算法有效地减少了里程计累计误差,提高了定位精度。

**关键词** 扩展卡尔曼滤波,里程计误差建模,移动机器人定位,位姿估计

**中图分类号** TP24.A

## An Efficient Approach to Odometric Error Modeling for Mobile Robots

YANG Jing-Dong<sup>1,2</sup> YANG Jing-Hui<sup>3</sup> HONG Bing-Rong<sup>2</sup>

**Abstract** Odometric error modeling for mobile robot is a basis of localization. Most of the approaches to odometric error modeling are designed for some special driving-type robot up to now. And the unbounded odometric long term error, which degrades localization precision after long-distance movement, is not often able to be compensated in real-time. Therefore, a general approach to odometric error modeling for mobile robot is proposed with respect to both synchronous-drive roller robot and differential-drive roller robot. The method assumes that the robot path to be approximately to circular arcs. The approximate functions relationships between the process input of odometry and non-systematic errors as well as systematic errors are derived based on the odometric error propagation law. Further, a new localization algorithm for mobile robot is proposed, which is used to online compensate the accumulative errors of odometry in the process of localization. The experiments show that the new localization algorithm reduces the accumulative errors of odometry efficiently, and improves the localization precision remarkably.

**Key words** Extended Kalman filter, odometric error modeling, mobile robot localization, pose estimation

轮式移动机器人定位过程中会产生两种误差,系统误差和非系统误差。这两种误差在移动机器人定位中都会导致很大的里程计累积误差,使定位精度降低<sup>[1-2]</sup>。如何有效地减小因长距离移动而产生的系统误差和非系统误差,提高定位精度逐渐成为移动机器人定位研究中的热点问题。

许多学者对这两种里程计误差进行了深入研究,Borenstein<sup>[3]</sup>提出了一种里程计系统误差测试标准。Chong等<sup>[4-5]</sup>针对差动驱动轮式移动机器人,提出了一种机器人弧线运动路径的假设。Martinelli<sup>[6-7]</sup>

针对同步驱动轮式移动机器人提出了一种里程计误差建模方法用来评估系统误差和非系统误差。Tur<sup>[8]</sup>在自主车(Ackerman)驱动系统平台上用一种“闭环形式”的协方差矩阵表示机器人位姿估计的不确定性。以上这些都仅针对某一驱动类型的机器人进行分析,对于轮式移动机器人不具有代表性。

本文针对同步驱动和差动驱动轮式移动机器人提出了一种通用的里程计误差建模方法。在假定机器人弧线运动路径基础上,推导了两种误差与里程计过程输入之间的函数关系。进而提出一种具有闭环误差实时反馈补偿功能的移动机器人定位算法。实验表明这种具有实时误差补偿功能的定位算法有效地减少了定位误差,提高了定位精度,可以适用于同步驱动和差动驱动轮式移动机器人平台。

## 1 里程计模型

针对同步驱动和差动驱动轮式移动机器人根据运动学原理对其运动过程中的位姿变化进行描述。假定机器人的任意运动路径被分割成无数段小弧线轨迹,由位姿 $s_k$ 到 $s_{k+1}$ 的运动路径就可看作半径为 $r_k$ 的一小段弧线轨迹,机器人弧线运动的弧度角 $\gamma$

收稿日期 2007-10-08 收修改稿日期 2008-02-20  
Received October 8, 2007; in revised form February 20, 2008  
国家高技术研究发展计划(863计划)(2006AA04Z259),国家自然科学基金(60573108)资助

Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2006AA04Z259) and National Natural Science Foundation of China (60573108)

1. 上海理工大学计算机与电气工程学院 上海 200093 2. 哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150001 3. 上海第二工业大学经济管理学院 上海 201209

1. School of Computer and Electrical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093 2. School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001 3. School of Business Management, Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00168

与方向偏移量  $\theta$  以及航向角  $\phi$  的关系为  $\gamma = \theta + \phi$ . 引进  $\Delta\gamma$  作为世界坐标系下机器人由一个时间段到另一个时间段运动方向的变化.

$$\gamma_{k+1} = \gamma_k + \Delta\gamma_k \quad (1)$$

机器人在世界坐标系下的任意时刻两个位置  $s_k$  和  $s_{k+1}$  具有近似函数关系, 由此  $s_{k+1}$  可表示为

$$s_{k+1} = \begin{bmatrix} x_k + \left(\frac{D_k}{\gamma_k}\right) [\sin(\gamma_k + \Delta\gamma_k) - \sin \gamma_k] \\ y_k - \left(\frac{D_k}{\gamma_k}\right) [\cos(\gamma_k + \Delta\gamma_k) - \cos \gamma_k] \\ \gamma_k + \Delta\gamma_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $D_k$  为弧线运动弧长.

## 2 非系统误差分析

定义 1. 函数  $f(s_k, u_k, w_k)$  和  $h(s_k, u_k, w_k)$  的偏微分以及任意  $k+1$  和  $k$  时刻角度正余弦函数偏差分别定义如下

$$\begin{aligned} \nabla_{s_k} f &= \nabla s_k, \nabla_{u_k} f = \nabla u_k, \nabla_{w_k} f = \nabla w_k \\ \nabla_{s_k} h &= \nabla_h s_k, \nabla_{u_k} h = \nabla_h u_k, \nabla_{w_k} h = \nabla_h w_k \\ s\gamma_{k+1} - s\gamma_k &= \Delta s\gamma, c\gamma_{k+1} - c\gamma_k = \Delta c\gamma \end{aligned}$$

式中及下文中  $s, c$  分别表示弧度角  $\gamma$  的  $\sin, \cos$  函数值.

移动机器人在  $k+1$  时刻位姿预测过程是一个只与  $k$  时刻有关, 而与以前时刻无关的马尔可夫过程. 假定以雅可比矩阵形式一阶泰勒展开不会引入高阶误差, 根据非线性误差传播规律,  $k+1$  时刻的位姿协方差矩阵  $p_{k+1}$  可表示为以下形式<sup>[9-10]</sup>

$$p_{k+1} = \nabla s_k p_k \nabla s_k^T + \nabla u_k \sum_k \nabla u_k^T + \nabla s_k p_k \nabla s_k^T + Q_k \quad (3)$$

其中,  $Q_k$  表示过程噪声 (非系统误差) 协方差. 式 (2) 的两个雅可比矩阵为

$$\nabla s_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & r_k(c\gamma_{k+1} - c\gamma_k) \\ 0 & 1 & r_k(s\gamma_{k+1} - s\gamma_k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\nabla u_k = \begin{bmatrix} \frac{\Delta s\gamma}{\Delta\gamma_k} & -\frac{r_k}{\Delta\gamma_k}(\Delta s\gamma) + r_k c\gamma_{k+1} \\ -\frac{\Delta c\gamma}{\Delta\gamma_k} & \frac{r_k}{\Delta\gamma_k}(\Delta c\gamma) + r_k s\gamma_{k+1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

定义 2. 非系统误差协方差  $Q_k$  可定义为: 当  $N \rightarrow \infty, Q_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{N-1} Q_{k,11}^i$ .

定义 3. 里程计过程输入  $u_k$  的协方差  $\Sigma_k$  可表示为对角矩阵形式:  $\Sigma_k = \begin{bmatrix} \delta_{D_k^2} & 0 \\ 0 & \delta_{\Delta\gamma_k^2} \end{bmatrix}$ .

机器人运动过程中的距离和角度方差  $\delta_{D_k^2}, \delta_{\Delta\gamma_k^2}$  可表示为

$$\delta_{D_k^2} = k_D |D_k| = k_D |r_k \Delta\gamma_k| \quad (6)$$

$$\delta_{\Delta\gamma_k^2} = k_\gamma^\gamma |\Delta\gamma_k| + k_\gamma^D |D_k| = (k_\gamma^\gamma + k_\gamma^D |r_k|) |\Delta\gamma_k| = k_\gamma(r_k) |\Delta\gamma_k| \quad (7)$$

其中  $k_D, k_\gamma, k_\gamma^\gamma, k_\gamma^D$  均为误差常数, 表示马达驱动和轮子-地面交互的非确定性参数.

定理 1. 假设移动机器人运动过程中的第  $k$  时刻位姿误差与里程计输入误差无关, 那么运动过程中产生的非系统误差协方差  $Q_k$  可表示为里程计过程输入  $u_k$  的近似函数形式

$$Q_k = g(r_k, \Delta\gamma_k, \Delta\gamma_{k+1}, D_k)$$

证明.

1) 弧线运动

假设把  $k$  个时间步细分成  $N$  个子步,  $i = 1, 2, \dots, N$  那么

$$s_k^0 = s_k, \dots, s_k^N = s_{k+1}, p_k^0 = p_k, \dots, p_k^N = p_{k+1}$$

由式 (3) 根据递推关系推导出以下关系式

$$p_{k+1} = \left[ \prod_{i=0}^{N-1} \nabla s_k^i \right] p_k \left[ \prod_{i=0}^{N-1} \nabla s_k^i \right]^T + \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \nabla u_k^i \prod_{j=i+1}^{N-1} \nabla s_k^j \right] \sum_{k=1}^n \left[ \nabla u_k^i \prod_{j=i+1}^{N-1} \nabla s_k^j \right]^T \quad (8)$$

依据式 (4) 可以得到下面关系式

$$\prod_{j=i+1}^{N-1} \nabla s_k^j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & r_k(c\gamma_k^{N-1} - c\gamma_k^{i+1}) \\ 0 & 1 & r_k(s\gamma_k^{N-1} - s\gamma_k^{i+1}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

机器人从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻经过的路径被分成无数段小的弧线. 每段小弧线当  $N \rightarrow \infty, \Delta r_k^i \rightarrow 0$ , 进而  $r_k^{N-1} \rightarrow r_{k+1}$ , 因此从  $N-1$  到  $N$  的扩展误差也趋近零, 利用式 (5) 和 (9) 再根据三角函数和差化积极限关系式可得

$$[\nabla u_k^i]^T \left[ \prod_{j=i+1}^{N-1} \nabla s_k^j \right] = \begin{bmatrix} c\gamma_k^i & r_k(c\gamma_{k+1} - c\gamma_k^i) \\ s\gamma_k^i & r_k(s\gamma_{k+1} - s\gamma_k^i) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

利用式 (10) 和定义 3, 矩阵  $Q_k^i$  可改成如下形式

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \prod_{j=i+1}^N \nabla s_k^j \right]^T [\nabla u_k^i] \sum_k [\nabla u_k^i]^T \left[ \prod_{j=i+1}^N \nabla s_k^j \right]$$

由此可以计算矩阵  $Q_k^i$  各元素如下

$$Q_{k,11}^i = \delta_{D_k}^2 c^2 \gamma_k^i + \delta_{\Delta \gamma_k}^2 r_k^2 (c\gamma_{k+1} - c\gamma_k^i)^2 \quad (11)$$

$$Q_{k,12}^i = Q_{k,21}^i = \delta_{D_k}^2 c\gamma_k^i s\gamma_k^i + \delta_{\Delta \gamma_k}^2 r_k^2 (c\gamma_{k+1} - c\gamma_k^i) \cdot (s\gamma_{k+1} - s\gamma_k^i) \quad (12)$$

$$Q_{k,13}^i = Q_{k,31}^i = \delta_{D_k}^2 r_k (c\gamma_{k+1} - c\gamma_k^i) \quad (13)$$

$$Q_{k,22}^i = \delta_{D_k}^2 s^2 \gamma_k^i + \delta_{\Delta \gamma_k}^2 r_k^2 (s\gamma_{k+1} - s\gamma_k^i)^2 \quad (14)$$

$$Q_{k,23}^i = Q_{k,32}^i = \delta_{D_k}^2 r_k (s\gamma_{k+1} - s\gamma_k^i) \quad (15)$$

$$Q_{k,33}^i = \delta_{\Delta \gamma_k}^2 \quad (16)$$

利用式 (6) 和 (7) 以及定义 2 得到  $Q_k^i$  各元素累加的表达式, 定义成关于  $\gamma_k^i$  黎曼积分的形式并根据半角三角函数关系推得

$$Q_{k,11} = \text{sgn}(\Delta \gamma_k) 0.5 (k_D |r_k| + r_k^2 k_\gamma) [\Delta \gamma_k + 0.5 \Delta s 2\gamma + r_k^2 k_\gamma (\Delta \gamma_k c^2 \gamma_{k+1} - 2c\gamma_{k+1} \Delta s\gamma)] \quad (17)$$

$$Q_{k,12} = Q_{k,21} = \text{sgn}(\Delta \gamma_k) 0.25 (k_D |r_k| + r_k^2 k_\gamma) \Delta c 2\gamma + r_k^2 k_\gamma [0.5 \Delta \gamma_k s 2\gamma_{k+1} + c 2\gamma_{k+1} - c(\gamma_{k+1} + \gamma_k)] \quad (18)$$

$$Q_{k,13} = Q_{k,31} = |r_k| k_\gamma (\Delta \gamma_k c\gamma_{k+1} - c\gamma_{k+1} + s\gamma_k) \quad (19)$$

$$Q_{k,22} = \text{sgn}(\Delta \gamma_k) 0.5 (k_D |r_k| + r_k^2 k_\gamma) (\Delta \gamma_k + 0.5 \Delta s 2\gamma) + r_k^2 k_\gamma [\Delta \gamma_k s^2 \gamma_{k+1} + 2c\gamma_{k+1} \Delta c\gamma] \quad (20)$$

$$Q_{k,23} = Q_{k,32} = |r_k| k_\gamma (\Delta \gamma_k s\gamma_{k+1} + \Delta c\gamma) \quad (21)$$

$$Q_{k,33} = k_\gamma |\Delta \gamma_k| \quad (22)$$

其中,  $\text{sgn}(\Delta \gamma_k) = \text{sgn}(r_k) = |r_k|/r_k \neq 0$

## 2) 原地转动

当  $r_k \rightarrow 0$ , 为弧线运动的一种特例, 即机器人绕某一固定点原地转动。由此  $Q_k$  各元素为

$$Q_{k,11} = Q_{k,12} = Q_{k,13} = Q_{k,21} = Q_{k,31} = Q_{k,22} = 0 \\ Q_{k,33} = k_\gamma |\Delta \gamma_k| \quad (23)$$

## 3) 直线运动

直线运动可看作机器人弧线运动轨迹的一种特例, 当  $r_k \rightarrow \infty$ ,  $\Delta \gamma_k \rightarrow 0$ ,  $D_k = r_k \Delta \gamma_k$ ,  $\gamma_{k+1} = \gamma_k + \Delta \gamma_k (N - i)/N_k$ ,  $D_k \rightarrow D_k/N_k$ ,  $\Delta \gamma_k \rightarrow \Delta \gamma_k (N - i)/N$ 。根据无穷级数和公式, 当

$N \rightarrow \infty$  时, 非系统误差协方差矩阵  $Q_k^i$  各元素 (11) ~ (16) 可以改写成以下形式

$$Q_{k,11} = |D_k| (k_D c^2 \gamma_k + 0.3 k_\gamma^D D_k^2 s^2 \gamma_k) \quad (24)$$

$$Q_{k,12} = Q_{k,21} = 0.5 |D_k| (k_D - 0.3 k_\gamma^D D_k^2 s 2\gamma_k) \quad (25)$$

$$Q_{k,13} = Q_{k,31} = -0.5 k_\gamma^D |D_k| D_k c\gamma_k \quad (26)$$

$$Q_{k,23} = Q_{k,32} = 0.5 k_\gamma^D |D_k| D_k c\gamma_k \quad (27)$$

$$Q_{k,22} = |D_k| (k_D s^2 \gamma_k + 0.3 k_\gamma^D D_k^2 c^2 \gamma_k) \quad (28)$$

$$Q_{k,33} = k_\gamma^D |D_k| \quad (29)$$

至此可以看出移动机器人运动过程中产生的非系统误差协方差  $Q_k$  可以表示成里程计过程输入量  $u_k$  的近似函数形式。□

## 3 系统误差分析

系统误差是由于轮式移动机器人设计结构不合理或里程计精度不高导致的内部误差, 是一个与时间无关的近似零均值物理量。这里主要考虑由于移动机器人驱动轮半径存在微小的差异, 在运动过程中发生侧滑而引起的系统误差。

侧滑发生时机器人会产生旋转和平移运动, 地面对轮子产生的滑动摩擦力和滑动摩擦力矩分别为  $F_{fric}$  和  $M_{fric}$ 。假设产生的合力作用在机器人质心上, 根据力学原理得到如下关系

$$M_{fric} = k_{rigid} \Delta \theta = -L \sin \phi F_{fric} = -\mu mg L \sin \phi$$

其中  $k_{rigid}$  表示机体与地面发生相对转动的倔强系数,  $\mu$  表示滑动摩擦系数。侧滑发生时移动机器人的航向角  $\phi$  与方向偏移量  $\Delta \theta$  之间具有近似正弦函数关系, 它反映了机器人在转弯行进过程中沿航向角每米距离的方向偏移量。假定驱动移动机器人沿直线方向前进到达某点, 由于轮径差异的影响, 会使机器人沿弧线轨迹到达终点, 显然实际距离  $D$  大于理论值  $D^{(R)}$ 。由于角度偏差很小, 机器人实际轨迹可以近似看作由出发点出发的一条斜线, 实际距离与理论值具有如下近似正比例关系式:  $D \approx \beta D^{(R)}$ 。

因此这部分由于轮径间微小差异引起的系统误差会在移动机器人运动过程中长期存在, 必须给予实时补偿。

## 4 具有实时误差反馈补偿功能的移动机器人定位算法

本文利用扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 原理<sup>[11]</sup> 并根据环境地图库的信息对移动机器人进行位姿跟踪。其位姿估计的非线性运动模型以及传感器量测模型如下式

$$s_{k+1} = f(s_k, u_k, \Delta \gamma_k, w_k) \quad (30)$$

$$z_k = h(s_k, M, v_k) \quad (31)$$

其中,  $h$  表示根据地图库信息产生的传感器量测值,  $M$  表示特征地图库,  $w_k$  和  $v_k$  表示过程噪声和量测噪声, 满足零均值白噪声的正态分布.  $E[w_k] = E[v_k] = 0$ ,  $E[w_k, w_k^T] = Q_k$ ,  $E[v_k, v_k^T] = R_k$ ,  $Q_k, R_k$  为输入噪声和量测噪声协方差, 并且互不相关.

利用 EKF 原理进行移动机器人位姿跟踪过程大致分成以下几个步骤:

**步骤 1. 预测:** 根据机器人先行位姿估计及其协方差预测先验位姿估计及其协方差.

$$\hat{s}_{k+1} = f(\hat{s}_k, u_k, \Delta \gamma_k, w_k) \quad (32)$$

$$P_{k+1/k} = F_{k+1} P_{k/k} F_{k+1}^T + W_{k+1} Q_k W_{k+1}^T \quad (33)$$

函数  $f$  的雅可比矩阵如下

$$F_{k+1/k} = \nabla s_{k+1} |_{\hat{s}_k/k, u_k, 0} \quad (34)$$

$$W_{k+1/k} = \nabla w_{k+1} |_{\hat{s}_k/k, u_k, 0} \quad (35)$$

**步骤 2. 量测:** 根据地图库  $M$  得到量测预测值与传感器实际量测值获得量测修正误差.

$$\hat{z}_{k+1/k} = h(\hat{s}_{k+1/k}, M, v_k) \quad (36)$$

$$v_{k+1} = z_{k+1} - \hat{z}_{k+1/k} \quad (37)$$

$$E[v_{k+1}, v_{k+1}^T] = R_{k+1} \quad (38)$$

$$C_{k+1} = H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + V_{k+1} R_{k+1/k} V_{k+1}^T \quad (39)$$

函数  $h$  的雅可比矩阵

$$H_{k+1/k} = \nabla_h s_{k+1} |_{\hat{s}_k/k, u_k, 0} \quad (40)$$

$$V_{k+1/k} = \nabla_h w_{k+1} |_{\hat{s}_k/k, u_k, 0} \quad (41)$$

**步骤 3. 匹配:** 比较每一次实际量测值与量测预测值是否匹配.

$$G_k \geq v_{k+1} C_{k+1} v_{k+1}^T \quad (42)$$

$G_k$  为实际量测与量测预测之间的马氏距离.

**步骤 4. 更新:** 计算里程计误差反馈增益以及获得机器人后验位姿估计及其协方差.

$$K_{k1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T C_{k+1}^{-1} \quad (43)$$

$$K_{k2} = s_{k/k} \lambda_k(\Delta D_k^{(R)}, \Delta \phi_k) \quad (44)$$

其中  $\lambda_k(\Delta D_k^{(R)}, \Delta \phi_k)$  为系统误差补偿函数

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k1} H_{k+1}) P_{k+1/k} \quad (45)$$

$$\hat{s}_{k+1/k+1} = \hat{s}_{k+1/k} + K_{k1} v_{k+1} + K_{k2} \quad (46)$$

对移动机器人位姿跟踪过程中里程计误差进行实时补偿的移动机器人定位算法如下:

输入: 机器人先行位姿估计以及里程计过程输入量

输出: 机器人后验位姿估计

For 对于每个运动时刻  $k = 1, 2, \dots$ , do

Step 1. 初始化初始位姿  $E[s_0] = \hat{s}_0$ ,  $E[(s_0 - \hat{s}_0)^2] = p_0$

Step 2. 计算系统误差反馈增益  $K_{k2}$

Step 3. 预测先验位姿  $\hat{s}_{k+1/k}$

Step 4. 计算函数  $f$  的雅可比矩阵:  $F_{k+1}, W_{k+1}$

Step 5. 计算非系统误差协方差  $Q_k$ . ((17)~(29))/\* 弧线运动、直线运动或原地转动 \*/

Step 6. 预测先验位姿协方差  $P_{k+1/k}$

Step 7. 获得量测预测值  $\hat{z}_{k+1/k}$

Step 8. 计算传感器实际量测值  $z_{k+1}$

Step 9. 计算函数  $h$  雅可比矩阵  $H_{k+1}, V_{k+1}$

Step 10. 计算量测修正误差  $v_{k+1}$

Step 11. 计算量测噪声协方差  $R_{k+1}$

Step 12. 计算复合修正位姿协方差  $C_{k+1}$

Step 13. 计算马氏距离  $G_k$

If 满足式 (42) 条件, 转 Step 14, 否则转 Step 2; End If

Step 14. 计算非系统误差反馈控制增益  $K_{k1}$

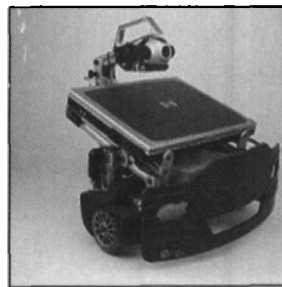
Step 15. 更新后验位姿协方差  $P_{k+1/k+1}$

Step 16. 更新后验位姿估计  $s_{k+1/k+1}$

End For

## 5 实验结果与分析

为了验证具有实时误差补偿功能的移动机器人定位算法的有效性和通用性, 本文针对多台轮式移动机器人, 在室内环境下完成了非系统误差和系统误差在线补偿的定位实验. 其中较为典型的机器人是差动驱动机器人 ERSP, 如图 1(a) 所示.



(a) ERSP 机器人

(a) ERSP robot



(b) 导航环境

(b) Navigation environment

图 1 ERSP 机器人定位导航过程

Fig. 1 The localization and navigation for ERSP robot

**实验 1. 非系统误差实时补偿对定位精度的影响**

室内环境下的移动机器人自主导航实验: 首先利用遥控器驱动机器人 ERSP 从一个房间穿越两边堆有错落叠放木板的走廊, 进入走廊另外一侧的一个房间内, 然后再沿原路返回 (如图 1(b)). 经过几次针对起止点往返导航过程后, 机器人会自动创建环境栅格地图, 进入自主导航过程, 可以任意地从环

境中指定的一点无碰撞地到达另外一指定点。

图 2 和图 3 给出了图 1(b) 环境下非系统误差补偿前后的位置误差和角度误差的对比图。从图中可以看出误差补偿后的位姿偏差大幅度减少, 其中角度和位置均值误差分别减少 81.31% 和 80.49%, 并且波动幅度较为平稳。

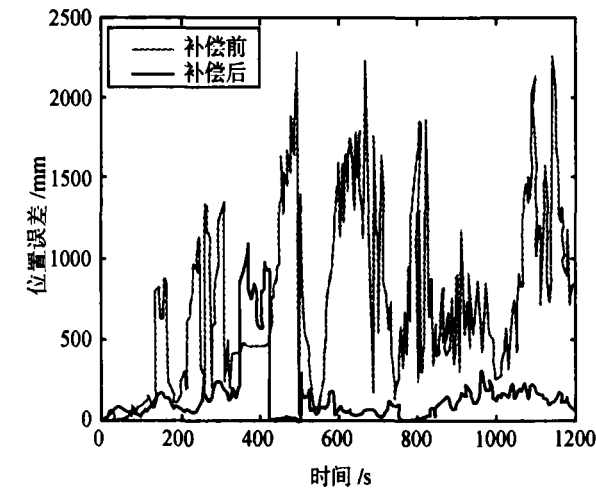


图 2 非系统误差补偿前后位置误差变化

Fig. 2 The changes of position errors before and after non-system errors compensation

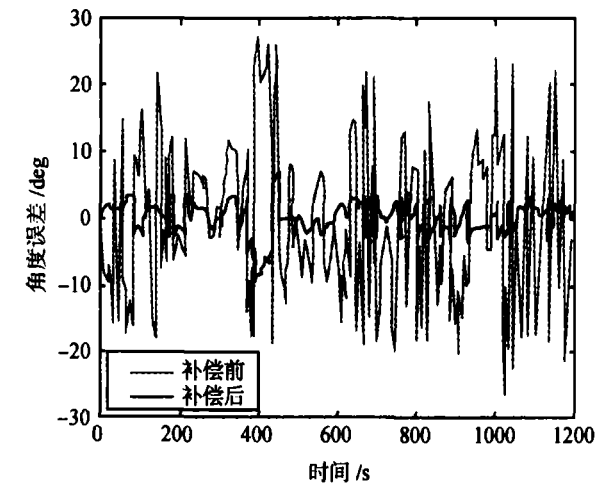


图 3 非系统误差补偿前后角度误差变化

Fig. 3 The changes of angle errors before and after non-system errors compensation

在上述同样环境下, 针对同步驱动移动机器人进行的定位实验得出角度和位置误差分别减少 76.43% 和 75.64%。因此该定位算法对于同步驱动和差动驱动移动机器人具有通用性, 当机器人位姿偏差增大时能够把运动过程中的不确定性误差  $Q_k$  实时量化到里程计过程输入量  $u_k$  中, 并通过及时更新非系统误差反馈增益参数  $K_{k_1}$  得到补偿, 有效地减小运动过程中的定位误差。

实验 2. 系统误差实时补偿对定位精度的影响

在一个半径 12 m 左右的室内在具有不同初始方向角条件下沿同一个方向行进 10 m 左右的距离, 测得实际距离  $D$  和理论值  $D^{(R)}$  及其之间的比例函数关系。表 1 数据显示 ERSP 经过 11 次上述实验过程的结果。测得比例关系  $\beta \approx 1.0013$ , 而对同步驱动机器人 HIT-3SDR 在同样条件下的实验则满足  $\beta \approx 1.0027$ 。表 1 还给出了上述同样环境下针对机器人 HIT-3SDR 和 ERSP 进行的航向角与方向偏移量关系数据。测得 ERSP 平台满足  $\Delta\theta \approx -3.78 \sin \phi(\text{deg/s})$ , HIT-3SDR 则满足  $\Delta\theta \approx -2.2 \sin \phi(\text{deg/s})$ 。

表 1 沿具有不同初始角同一方向运动中的距离和角度偏差  
Table 1 The errors of distance and angle with different starting angles along the same direction

变量	$D$	$D^{(R)}$	$D/D^{(R)}$	$\theta_{start}$	$\phi$	$\Delta\theta$
单位	mm	mm	1	deg	deg	deg
1	9825.4	9815.6	1.000998	7.9	82.1	-2.450
2	9830.1	9815.7	1.001467	340.5	-250.5	-1.865
3	9887.6	9874.3	1.001347	40.5	49.5	-1.456
4	9858.4	9836.2	1.002257	78.8	21.2	-0.157
5	9734.6	9726.9	1.000792	103.4	-13.4	0.813
6	9785.5	9773.7	1.001207	133.0	-43.0	1.356
7	9778.9	9767.8	1.001136	163.3	-73.3	1.874
8	9956.5	9946.8	1.000975	192.3	-102.3	1.974
9	9946.9	9931.5	1.001551	212.6	-122.6	2.156
10	9978.9	9968.3	1.001063	249.7	-159.7	0.601
11	9875.4	9856.7	1.001897	305.5	-215.5	-0.634

针对差动驱动和同步驱动机器人在运动控制端对这部分系统误差进行了反馈补偿。实验测得 ERSP 的位置误差和角度误差分别减少 63.53% 和 73.66%, 而同步驱动 HIT-3SDR 分别减少 53.24% 和 70.51%。因此该定位算法可以同时适用于同步驱动和差动驱动轮式移动机器人, 能够把移动机器人在运动过程中由轮径差异引起的距离偏差  $\Delta D$  和角度偏差  $\Delta\phi$  实时映射到里程计过程输入量  $D^{(R)}$  和  $\phi$  中, 并通过调节系统误差反馈增益  $K_{k_2}$  进行在线补偿, 及时减小了这种固有系统误差导致的里程计累计误差, 保证了运动中定位的准确性。

图 4 给出了上述环境下导航过程中路标点附近 88 次不同位置的定位时间对比数据, 可以看出移动机器人里程计误差补偿前后的定位时间非常接近, 误差补偿前后平均定位时间为: 579.21 ms 和 659.25 ms, 这是因为在误差补偿过程中反复计算误差增益和雅可比矩阵将会占用一定的时间。但是整个过程是以定位时间增加 12.14% 为代价获得位置和角度误差减小 80.49% 和 81.31% 较高的定位精

度, 实验表明这种误差实时补偿能够满足移动机器人的实时导航过程。

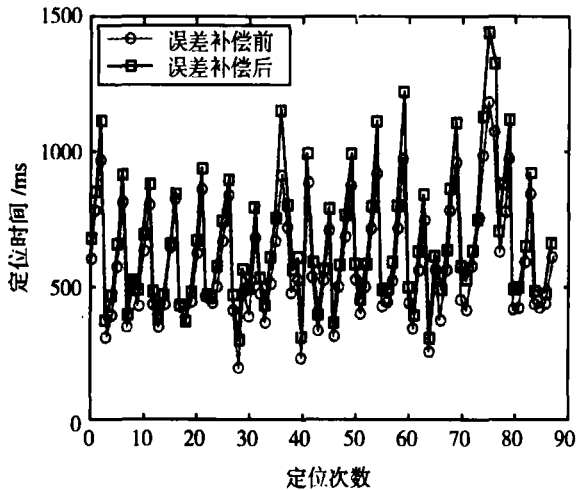


图4 里程计误差补偿前后定位时间变化

Fig. 4 The changes of localization times before and after odometric errors compensation

## 6 结论

本文针对同步驱动和差动驱动轮式移动机器人平台提出了一种通用的里程计误差建模方法, 并根据里程计误差与过程输入之间的函数关系, 在导航定位过程中对里程计误差进行实时补偿, 提高定位精度。今后的研究工作重点放在继续完善这种建模方法, 并建立起移动机器人物理约束系统和反馈补偿系统, 使其具有更普遍的推广意义。

## References

- 1 Ionel B, Ioan L, Franti E, Dascalu M, Moldovan C, Goschin S. Systematic odometry errors compensation for mobile robot positioning. In: Proceedings of the 7th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics. Washington D. C., USA: IEEE, 2003. 574-576
- 2 Chung H, Ojeda L, Borenstein J. Accurate mobile robot dead-reckoning with a precision-calibrated fiber optic gyroscope. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(1): 80-84
- 3 Borenstein J, Feng L Q. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996, 12(6): 869-880
- 4 Chong K S, Kleeman L. Feature-based mapping in real, large scale environments using an ultrasonic array. *The International Journal of Robotics Research*, 1999, 18(1): 3-19
- 5 Kleeman L. Advanced sonar and odometry error modeling for simultaneous localisation and map building. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, USA: IEEE, 2003. 699-704
- 6 Martinelli A. The odometry error of a mobile robot with a synchronous drive system. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 18(3): 399-405
- 7 Martinelli A. Modeling and estimating the odometry error of a mobile robot. In: Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems. St. Petersburg, Russia: IFAC, 2001. 420-425
- 8 Tur J M M, Gordillo J L, Borja C A. A closed-form expression for the uncertainty in odometry position estimate of an autonomous vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 2005, 21(5): 1017-1022
- 9 Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477-482
- 10 Julier S J. The stability of covariance inflation methods for SLAM. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, USA: IEEE, 2003. 2749-2754
- 11 Li Y, Wang J L, Rizos C, Mumford P, Ding W D. Low-cost tightly coupled GPS/INS integration based on a nonlinear Kalman filtering design. In: Proceedings of ION National Technical Meeting. Monterey, California, USA: 2006. 958-966



杨晶东 哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院博士研究生。主要研究方向为移动机器人导航和两足机器人。本文通信作者。E-mail: eefriend@163.com  
(YANG Jing-Dong Ph.D. candidate at Harbin Institute of Technology. His research interest covers mobile robots navigation and biped robots.

Corresponding author of this paper.)

杨敬辉 上海第二工业大学教授。主要研究方向为数据挖掘和管理信息系统。E-mail: yangjinghui99@yahoo.com  
(YANG Jing-Hui Professor at Shanghai Second Polytechnic University. Her research interest covers data mining and management information system.)

洪炳镕 哈尔滨工业大学教授。主要研究方向为智能机器人和机器人足球。E-mail: nianming@gmail.com  
(HONG Bing-Rong Professor at Harbin Institute of Technology. His research interest covers intelligent robots and soccer robots.)