

三轮全向机器人运动特性分析*

Analysis on Motion Characteristics of Three-wheel Omni-directional Mobile Robot

阎世梁 (西南科技大学工程技术中心, 四川 绵阳 621010)

摘要

在建立三轮全向机器人运动学模型的基础上, 对机器人直线运动和圆弧运动的基本运动形式及特性进行了分析和仿真, 研究了机器人在平动直线运动时的最大速度分布与加速度分布空间, 在机器人圆弧运动的分析中, 首先对其平动和自转两种形式进行了讨论, 进一步通过仿真分析验证并表明机器人在圆弧运动叠加自转的情况下, 当经过两点间的距离大于某一范围时, 其时间最优路径是弧线路径而非直线路径的结论, 这有利于在机器人足球比赛中提升机器人的机动性以及实现局部最优路径规划。

关键词: 全向机器人, 运动学模型, 运动特性, 路径规划

Abstract

On the establishment of kinematics model of three-wheel omni-directional mobile robot, the basic forms and characteristics of linear and circular motion are analyzed and simulated, and distribution spaces of velocity and acceleration of translational linear motion of the robot are achieved. On the analysis of circular motion, the two forms of translation and rotation are discussed, furthermore, under the circumstance of circular motion with rotation, the conclusion is obtained and verified by simulation that the time optimal path between two points is a curved path but not a straight-line, which would be benefit on the improvement of robot's maneuverability and the realization of local optimal path planning in the competition of robot soccer.

Keywords: omni-directional mobile robot, kinematics model, motion characteristics, path planning

近年来, 具有全向轮系结构的移动机器人在服务领域和机器人赛事中被广泛采用。在实际应用中, 当使用不少于三个全向轮时, 便可实现这种灵活的运动控制形式, 因此在 RoboCup 比赛中得以广泛应用, 本文对三轮全向移动机器人的运动学进行了详细的分析, 并通过仿真方式对其具有的典型运动特性进行了剖析, 有利于对全向移动机器人在实际中更加有效的发挥作用。

1 机器人理想运动学模型

为了便于分析, 建立机器人的运动学模型之前, 做如下假设:

- 1) 机器人、全向轮均为刚体, 机器人运动局限在平面上;
- 2) 全向轮的厚度暂忽略不计;
- 3) 机器人运动过程中, 轮子与接触面不产生相对滑动, 从动轮、主动轮只发生纯滚动;

- 4) 机器人底盘重心在电机轴线中心上, 各个全向轮的中心在同一分布圆上。

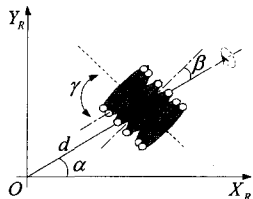


图1 全向轮参数描述

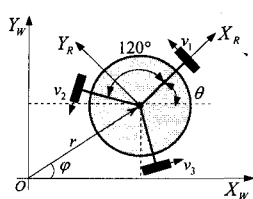


图2 机器人位姿参数

如图1所示, 在机器人参考坐标系 XOY_R 中, 一个全向轮的瞬时约束是由小滚轮的特定方向形成的, 轮子的行为特征随 γ 值变化而改变, 其主轴转动接触点上的纯滚动约束为^[1]:

$$[\sin(\alpha+\beta+\gamma)-\cos(\alpha+\beta+\gamma)-d\cos(\beta+\gamma)] \cdot R(\theta) \dot{\xi}_w - r\dot{\omega} \cos\gamma = 0 \quad (1)$$

其中, d 为全向轮中心到机器人质心的距离, r 为轮半径, $\dot{\omega}$

为轮子的角速度, 全向移动机器人的三个轮子按等间隔 120° 分布, v_1, v_2, v_3 分别为各轮线速度, $\dot{\phi}$ 是机器人自转的角速度, θ 为机器人坐标系 XOY_R 与全局坐标系 XOY_W 在水平方向的夹角 (如图2所示)。这里, 我们采用 90° 瑞典轮, 即全向轮为图1中参数 $\gamma=0, \beta=0$ 的情况。

首先, 定义机器人坐标系中机器人的速度为 $[V_x, V_y, \dot{\phi}]^T$, V_x 和 V_y 分别表示机器人速度 V 在 x 和 y 方向上的速度分量, $\dot{\phi}$ 是自转的角速度。在机器人全局坐标系中, 假设当前机器人位姿状态为 $[x, y, \theta]^T$, 将机器人在 x 和 y 方向上的速度在各轮的速度方向上进行分解, 并以向量的形式表示^[2], 可得:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & d \\ -\sin\frac{\pi}{3} & -\cos\frac{\pi}{3} & d \\ \sin\frac{\pi}{3} & -\cos\frac{\pi}{3} & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

由坐标系变换关系 $\dot{\xi}_R = R(\theta) \dot{\xi}_W$, ξ_R 和 ξ_W 分别表示机器人坐标系和全局坐标系下机器人的姿态, 于是得到三轮全向机器人主动轮的逆运动学模型:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & d \\ -\sin\frac{\pi}{3} & -\cos\frac{\pi}{3} & d \\ \sin\frac{\pi}{3} & -\cos\frac{\pi}{3} & d \end{bmatrix} \cdot R(\theta) \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & d \\ -\sin(\frac{\pi}{3}-\theta) & -\cos(\frac{\pi}{3}-\theta) & d \\ \sin(\frac{\pi}{3}+\theta) & -\cos(\frac{\pi}{3}+\theta) & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,变换矩阵 $R(\theta)$ 为:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式(3),可得三轮全向机器人主动轮的正运动学模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\sin\theta & -\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta + \frac{1}{3}\sin\theta & \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta + \frac{1}{3}\sin\theta \\ \frac{2}{3}\cos\theta & -\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\theta - \frac{1}{3}\cos\theta & \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\theta - \frac{1}{3}\cos\theta \\ \frac{1}{3d} & \frac{1}{3d} & \frac{1}{3d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

同时,我们也可以将机器人的运动学模型建立极坐标系下,因为相比笛卡尔坐标系,一些复杂的轨迹在极坐标系下更容易被描述^[3]。

2 机器人基本运动方式

针对三轮全向移动机器人的运动特性,首先对其基本的运动形式进行分析,当机器人沿任意方向作直线平动时,相当于式(2)中 $\dot{\phi}=0$;机器人绕车体中心自转时,相当于式(2)中 $V_x=V_y=0, \dot{\phi} \neq 0$;对于机器人的基本圆弧运动形式,可分为平动圆弧和自转圆弧,其区别在于平动圆弧中机器人

自转的角速度 $\dot{\phi}=0$,而自转圆弧运动中机器人自转的角速度 $\dot{\phi} \neq 0$,下面分别对这分析这两种情况:

(1) 平动圆弧

如图3所示,经过时间 t 机器人从 A 点沿圆弧运动到 B 点,则 AB 对应的圆心角为 $\phi = Vt \cdot \rho$,于是 $\beta = \alpha - \phi = \alpha - Vt \cdot \rho$ 。于是可得机器人的速度分量为:

$$\begin{cases} V_x(t) = -V \sin(\alpha - Vt \cdot \rho) \\ V_y(t) = V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) \end{cases} \quad (6)$$

其中: V 为机器人沿弧线切线方向的线速度, ρ 为圆弧的曲率半径。于是,在 $\dot{\phi}=0$ 的情况下,由式(2)可得各轮的线速度分别为:

$$\begin{cases} v_1 = V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) \\ v_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} V \sin(\alpha - Vt \cdot \rho) - \frac{1}{2} V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) \\ v_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} V \sin(\alpha - Vt \cdot \rho) - \frac{1}{2} V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) \end{cases} \quad (7)$$

(2) 自转圆弧

此时,机器人沿圆弧的切线方向运动,机器人经过时间 t 由 A 点到达 B 点所旋转的角度为 ϕ ,其自转的角速度 $\dot{\phi} = V\rho$,于是由式(2)可得机器人各轮的线速度分别为:

$$\begin{cases} v_1 = V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) + d \cdot V\rho \\ v_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} V \sin(\alpha - Vt \cdot \rho) - \frac{1}{2} V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) + d \cdot V\rho \\ v_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} V \sin(\alpha - Vt \cdot \rho) - \frac{1}{2} V \cos(\alpha - Vt \cdot \rho) + d \cdot V\rho \end{cases} \quad (8)$$

3 机器人运动特性分析

3.1 基本直线运动特性

如图4所示,在机器人坐标系下,假设机器人以偏角 α 做直线运动,机器人运动速度为 V ,自转角速度为 $\dot{\phi}$ 。

由式(2)可得三个轮子的轮速为:

$$v_1 = V \cos \alpha + d \dot{\phi}$$

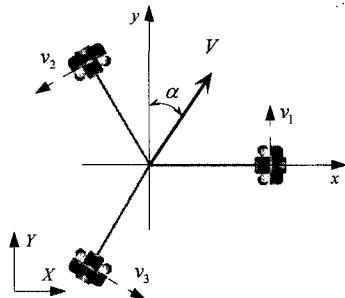


图4 机器人轮系分布与坐标关系

$$v_2 = -V \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha \right) + d \dot{\phi} \quad (9)$$

$$v_3 = V \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) + d \dot{\phi}$$

其中 $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\{v_1, v_2, v_3\} \in [-V_{\max}, V_{\max}]$, 显然,若机器人进行平动的运动方式($=0$),则各轮速度应满足 $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ 的约束条件^[4]。

同时,在图4所示的情况下,机器人坐标系与世界坐标系的夹角 $\theta=0$,由式(4)可知:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{\sqrt{3}}{3} v_2 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_3 \\ \dot{y} = \frac{2}{3} v_1 - \frac{1}{3} v_2 - \frac{1}{3} v_3 \end{cases} \quad (10)$$

进一步,我们可以得到机器人的运动速度:

$$\dot{V}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \frac{4}{9} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - v_1 v_2 - v_1 v_3 - v_2 v_3) \quad (11)$$

于是,机器人平动的最大速度相当于求解由式(11)表示的一个简单非线性规划问题,即:

$$\begin{cases} f_{\max}(v_1, v_2, v_3) = \frac{4}{9} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - v_1 v_2 - v_1 v_3 - v_2 v_3) \\ v_1 + v_2 + v_3 = 0 \\ -V_{\max} \leq v_i \leq V_{\max} \quad i=1, 2, 3 \end{cases} \quad (12)$$

求解上式,我们得到机器人的最大速度 $v = 2V_{\max}/\sqrt{3}$,且从图5可以看出,当机器人具有最大速度时必有一个轮子的速度为0,且另外两个轮子速度的绝对值相同但方向相反,因为它们必须满足 $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ 的约束条件,于是可得在机器人坐标系上的速度分布空间,如图6所示。

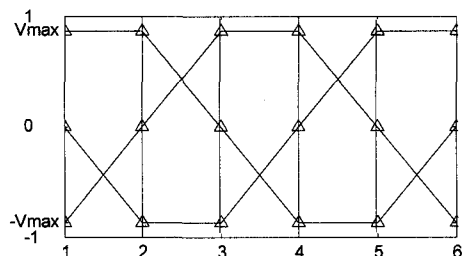


图5 具有最大平动速度时各轮速度取值

由图6a可知,在图4所建立的坐标参考系下,机器人在 $0, \pi/3, 2\pi/3, \dots, 5\pi/3$ 六个方向上具有平动直线运动的最大速度 $2V_{\max}/\sqrt{3}$ 。同样,我们可以得到如图6b所示的机器人加速度分布。

3.2 圆弧运动特性

设 $\{v_1, v_2, v_3\} \in [-V_{\max}, V_{\max}]$, 当 $\{v_1, v_2, v_3\}$ 的取值情况为表1所示时,可得上式中机器人的最大速度值 $v = 4V_{\max}/3$,此时可以看出由于 $v_1 + v_2 + v_3 \neq 0$,因此,在这些速度取值情况下,机器人在以最大速度 $4V_{\max}/3$ 运动的同时,其自身也在进行自转,自转的角速度大小为 $V_{\max}/3d$ 。

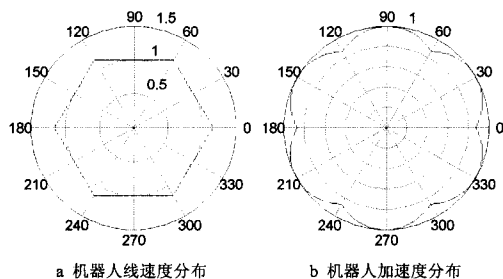


图6 机器人速度与加速度分布空间仿真

表1 具有自转时各轮最大速度取值方式

速度	情况1	情况2	情况3	情况4	情况5	情况6
V_1	$-V_{\max}$	$+V_{\max}$	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$
V_2	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$	$-V_{\max}$	$+V_{\max}$	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$
V_3	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$	$+V_{\max}$	$-V_{\max}$	$-V_{\max}$	$+V_{\max}$
V	$4V_{\max}/3$	$4V_{\max}/3$	$4V_{\max}/3$	$4V_{\max}/3$	$4V_{\max}/3$	$4V_{\max}/3$

于是,通过上面的分析可知,当各轮速度取最大值 V_{\max} 时,机器人直线平动运动的最大速度 $2V_{\max}/\sqrt{3}$,而以圆弧+自转的方式运动时,其最大速度为 $4V_{\max}/3$,显然 $4V_{\max}/3 > 2V_{\max}/\sqrt{3}$,于是我们可以预测,当机器人在两点之间运动时,在某一条件下,其圆弧+自转的运动方式会比直线+平动的运动方式所花费的时间更少。

如图7所示,机器人分别从直线和圆弧两种方式从A点运动到B点, \bar{D} 和 \hat{D} 分别对应A、B两点间直线和圆弧的长度, t 和 T 分别为所花费的时间, R 为圆弧的半径, θ 为圆心角。

根据图7所示的几何关系,

可知 $\bar{D} = 2R \cdot \sin(\theta/2)$, $\hat{D} = R\theta$, 设各轮线速度的最大值 $V_{\max} = 1$, 则机器人进行直线和圆弧运动的最大速度分别为 $2/\sqrt{3}$ 和 $4/3$, 于是可得 $t = \sqrt{3}R \cdot \sin(\theta/2)$, $T = 3R\theta/4$, 分别作 t 和 T 关于 θ 的曲线图, 如图8所示。

图7 机器人由A点到B点两种运动方式

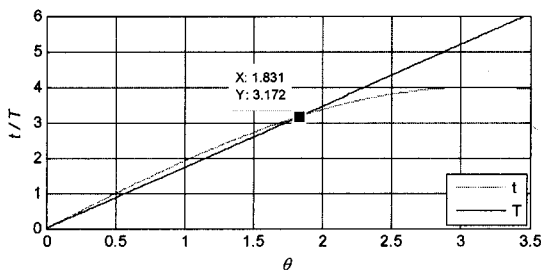


图8 运动时间和关于的曲线图

从图中可以看出当 $\theta \in (0, 1.831)$ 时, 则 $T < t$, 由机器人自转的角速度可知 $4/3R = 1/3d$, 于是 $\bar{D} = 6.695d$, 即, 机器人从A点运动到B点, 当A、B两点间的直线距离小于机器人本体半径约6.695倍时, 则机器人以表1中的速度分布方式通过圆弧+自转的运动形式经过A、B两点所需时间更短。

接下来, 我们通过比较机器人从A点运动到B点经过的不同弧线和直线所花费的时间, 以此来对机器人局部轨迹规划做一定程度的优化。如图7所示, 机器人从A点运动到B点, 所旋转的角度为 θ , 由此得到机器人的角速度为:

$$\dot{\theta} = \angle AB / T_{\text{弧}} = \theta / T_{\text{弧}} \quad (13)$$

由于机器人在A点沿圆弧的切线方向与水平方向的夹角为 $\theta/2$, 则由三角函数关系可以得到机器人在A点沿圆弧切线方向的最大速度 V_A :

$$V_A = \frac{V_{\max} - d\dot{\theta}}{\cos(\theta/2)} \quad (14)$$

其中 $\theta \in [0, \pi/2]$, 由式(12)、(13)可得:

$$V_A = \frac{(V_{\max} - d\dot{\theta})}{\cos(\theta/2)} = R\dot{\theta} = \frac{R\theta}{T_{\text{弧}}} \quad (15)$$

于是可得机器人沿弧线AB运行所花费的时间为:

$$T_{\text{弧}} = \frac{\theta(R\cos(\theta/2) + d)}{V_{\max}} \quad (16)$$

由于 \hat{AB} 的长度 $L_{AB} = 2R \cdot \sin(\theta/2)$, 于是, 式(15)可写为:

$$T_{\text{弧}} = \frac{\theta(L_{AB}\cos(\theta/2) + 2\sin(\theta/2)d)}{2V_{\max}\sin(\theta/2)} \quad (17)$$

由于 V_{\max} 和 d 是已知的, 这里取 $V_{\max} = 1\text{m/s}$, $d = 0.22\text{m}$, 并分别取 L_{AB} 为 1.2m, 1.6m, 2.0m, 2.4m, 2.8m, 3.2m, 3.6m。于是可仿真得到在不同 L_{AB} 取值情况下, $T_{\text{弧}}$ 与 $T_{\text{直}}$ 的对比情况, 如图9所示:

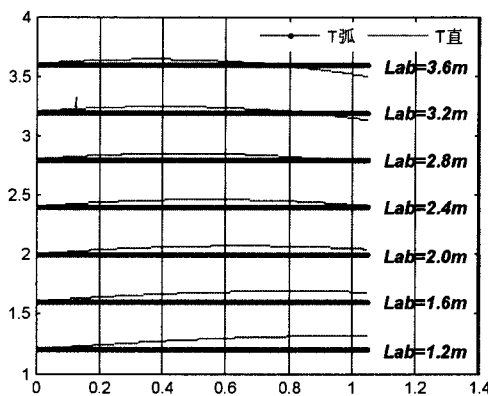


图9 时间最优的轨迹优化仿真

这里, 横坐标为 $\theta \in [0, \pi/3]$, 纵坐标为机器人从A点运动到B点所用的时间, 从图中可以看出当 $\theta > 1\text{rad}$ 且 $L_{AB} < 2.4\text{m}$ 时, 机器人走弧线所用的时间大于机器人走直线所用的时间, 而当 $L_{AB} > 2.4\text{m}$ 时, 则出现机器人走弧线所用的时间少于机器人走直线所用时间的情况。由此我们得出对于全向移动机器人而言, 在一定情况下其两点间的时间最优路径并非是直线距离。

4 结束语

实际中机器人的运动误差通常存在静态误差、动态误差和随机误差^[5], 因此对于机器人本体参数而言, 轮子的半径, 轮子装配的非对称性(包括电机轴线间的夹角、轮子中心距离车体中心的距离)以及运动过程中由于车体震动造成的轮子与地面间的接触面积不同所带来的不同滚动摩擦力等原因都将导致运动误差的出现, 另一方面, 建立良好的机器人动力学模型将更有助于对机器人运动特性及其误差做进一步分析, 这是下一步工作的重点。

参考文献

- [1] Roland Siegwart, Illah R. Nourbakhsh. Introduction to Autonomous Mobile Robots [M]. Massachusetts: The MIT Press, 2004
- [2] P. Oliveira, Armando J. Sousa, A. Paulo Moreira and Paulo J. Costa. Modeling and Assessing of Omni-Directional Robots

(下转第85页)

2.2 数据存取与查询

2.2.1 数据库结构设计

电能质量参数的指标繁多,包括:线电压有效值、相电压有效值、线电流有效值、真功率因素、位移功率因素、电压波动与闪变、有功功率、无功功率、视在功率、三相不平衡度、谐波、间谐波等。

本设计将一些查询频繁的指标单独建立表存储,将各次谐波、间谐波参数以 BLOB 大对象的形式分别存入谐波表和间谐波表。另外,单独创建一个故障表,为避免信息的冗余,故障表中并不包含发生故障时的电能质量参数值,而是记录下故障发生处的时间及与对应的基表名,并在“备注”字段中简单记录故障信息,查询故障信息时,采用多表连接查询的方式将故障点处的参数值与故障表中的信息一并查出。

查询数据时往往会用到多表连接查询,而多表查询的 SQL 语句比较繁琐,且如果对基表的某字段进行修改,多表连接查询的 SQL 语句也要进行相应的修改,如果多表连接查询使用频繁,修改工作量大,且容易出现错改、漏改的情况。为了避免因基表变动带来的上述问题,本设计利用了 Oracle 的视图功能,视图是由 SELECT 子查询语句定义的虚表,可以使应用程序与数据库基表在一定程度上独立,将多表连接查询定义成相应的视图,可以优化数据库结构^[3]。

2.2.2 数据库操作

对数据库的操作主要有两个方面:存储、查询。进行操作时,可以利用 DCT 工具包的相关操作函数,也可以编写文本 SQL 语句利用“DB Tools Execute Query”函数执行操作,应用时根据情况选择合适的方式。

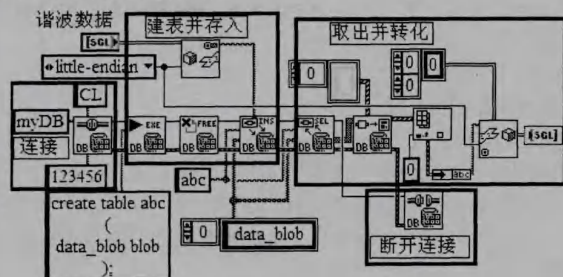


图3 BLOB对象存取程序框图

对于普通字符型数据与数值型数据,存储时直接将要存入的值连接至相关函数的输入端即可。对于以 BLOB 大对象形式存储的谐波及间谐波数据,存储前要做一些转化处理,下图是一个测试程序。

首先利用 LabVIEW 的“平化至字符串”函数,将数组形式的谐波、间谐波数据转化为对应用的数据字符串,使用 DCT 工具包中的“DB Tools Insert Data”函数,将数据字符串写入表中对应的 BLOB 类型字段,查询时用“DB Tools Select Data”函数获取需要的记录,利用“DB Tools Fetch All”函数与“DB Tools Variant To Data”函数将数据读出,再通过“从字符串还原”函数,将数据还原到数组形式。这里要注意的是用“DB Tools Variant To Data”函数进行数据转化主要有两种方式:一是利用 FOR 循环逐个转化,这种方式效率低,二是在函数的

“type”端连接一个二维数组,或一维簇数组将数据一次性转化。本设计采用后者。

2.3 Excel 报表生成

为了更好地管理电能质量参数,本设计利用 RGT 报表生成工具包将查询出的数据与曲线以 Excel 报表的形式导出。用户可以通过 RGT 中的相关函数方便地实现一些 Office 基本操作,如设置页面大小、更改字体及背景颜色、插入表格、绘制曲线等。图 4 是一个导出曲线图的子 VI 程序框图,在调用之前需要用“报表生成”函数,创建一个 Excel 报表。

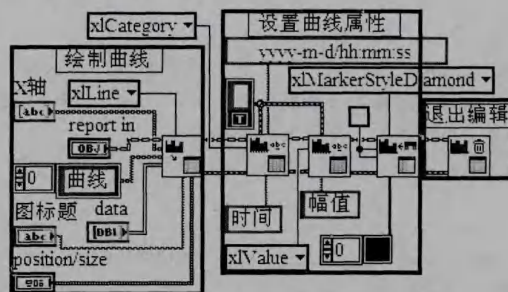


图4 导出 Excel 曲线子 VI 程序框图

表格的生成方式及格式设置与上述程序类似,这里不再赘述。

3 性能优化

通过前面板“工具”中的“性能与内存”分析器,可以对 VI 的综合性能进行分析,根据分析结果本设计对软件进行了如下优化^[4]。

- 1) 把复杂 VI 分解为数个子 VI;
- 2) 使用多面板控件,如“选项卡”;
- 3) 合理使用属性结点;
- 4) 采用多线程;
- 5) 合理设置子 VI 优先级;
- 6) 优化程序结构。

4 结束语

本设计结合了 LabVIEW 与 Oracle 的优势,成功实现了电能质量参数的各项显示与查询功能,提高了数据管理与分析能力,具有较高的实用价值,且系统运行稳定,操作简单。文中论述的 LabVIEW 对 Oracle 数据库的访问方法、对 BLOB 大对象的存方法、Excel 表的导出方法、矢量图的改进图法对其他研究也有一定参考价值。本设计后期还可以对 Oracle 的性能优化做进一步研究,再次提高系统综合性能。

参考文献

- [1] 邹正华,刘永强,王强.基于 DSP 和 LabVIEW 的分布式电能质量监测装置设计[J].电力自动化设备,2010,30(1):122-126
- [2] 乔和,冯泽中.基于 DSP 和 ARM9 的电能质量在线监测仪的设计[J].仪表技术与传感器,2011(2):29-31
- [3] 钱慎一,张素智.Oracle 11g 从入门到精通[M].北京:中国水利水电出版社,2009:181-188
- [4] 文芳,方方,徐宏坤.基本 LabVIEW 的批量伽马数据处理及优化[J].铀矿冶,2011,30(4):212-215

[收稿日期:2013.1.4]

(上接第 83 页)

with Three and Four Wheels. Contemporary Robotics—Challenges and Solutions, B'ttcherIT Verlag, Bremen, 2009

[3] 阎世梁,张华,王银玲,等.极坐标下基于迭代学习的移动机器人轨迹跟踪控制[J].计算机应用,2010,30(8):2017-2020

[4] Mark Ashmore, Nick Barnes. Omni-drive Robot Motion on

Curved Paths: The Fastest Path between Two Points Is Not a Straight-Line [C]. Proceedings of the 15th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence: Advances in Artificial Intelligence. Australia, 2002: 225-236

[5] 聂晓璐.全方位小型足球机器人运动性能研究[D].天津:天津大学,2006:34-35

[收稿日期:2013.1.8]