

卡尔曼滤波在捷联惯导系统初始对准中的应用

周 亢, 闫建国

(西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘要:针对卡尔曼滤波在捷联惯性导航系统初始对准中的应用,分析了卡尔曼状态方程和量测方程的构建方式。根据捷联惯性导航系统中初始对准的原理和方法,在经典方法的基础上,研究了一种新的方式。可直接利用加速度计的输出作为观测量,减少了方程中变量的数量,不仅简化了硬件设施,减小了卡尔曼滤波方程的维数,从而减小了计算量,提高了系统分析的实时性;而且大大提高了初始对准的对准精度。通过与原有方式的实验仿真结果对比,优势明确,可以很好地应用于小型捷联惯性导航系统中。

关键词:卡尔曼滤波;捷联惯导系统;初始对准;加速度计

中图分类号:V249.32 **文献标识码:**A

Application of Kalman Filter in Initial Alignment of Strapdown INS

ZHOU Kang, YAN Jian-guo

(Automation College of Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shanxi 710072, China)

ABSTRACT: Based on the application of kalman filter in initial alignment of strapdown INS, the method of kalman state equation and observation equation's construction was analyzed. According to the principle and method in the initial alignment of strapdown INS, based on the classic method, a new method was researched. This way utilizes the accelerometers' outputs as observing values directly, decreases the number of the variables in the equations, thus not only simplifying the hardware instruments, decreasing the dimension of the equations of kalman filter, so decreasing the calculation, but also improving the aligning precision of initial alignment. The comparison to test value of the former method shows that this way has more merits, can be used in the small strapdown INS.

KEYWORDS: Kalman filter; Strapdown INS; Initial alignment; Accelerometer

1 引言

惯性导航系统是一种自主式导航系统,它依靠自身测量的载体运动加速度来连续推算载体的速度和位置。近年来,捷联惯性导航系统因为体积小,隐蔽性好,军事应用价值高,而发展速度非常快。因为惯性导航系统的计算是建立在迭代计算基础之上的,所以初始条件的计算,即初始对准就显得尤为重要。惯性导航系统的初始对准按对准的阶段可分为粗对准和精对准。其中粗对准可以根据姿态矩阵的形式快速的得出,初始对准的速度和精度主要取决于精对准过程。由于加速度计误差和陀螺漂移均为随机误差,故惯导系统为随机系统。在惯导系统初始对准过程中若采用状态反馈控制就必须对状态进行估计。常用的观测器就是卡尔曼滤波器。Baziw 和 Leon 建立了惯性测量单元空中对准和标定用的符合最小方差估计的误差模型。Schneiderl 提出了用于捷联惯导系统传递对准用的卡尔曼滤波器公式。Hecht 实

现了用神经网络来实现初始对准。实践证明,利用卡尔曼滤波技术进行精对准技术因为在硬件设施的配置上和在软件计算上的便捷上具有较强的优势而被广泛采用^{[1][2]}。

本文经过细致的研究,在常用平台式惯性导航系统精对准的基础上,研究了另外一种新的更加实用的精对准,该方法可以更好地应用于小型捷联惯性导航系统。最后的仿真实验表明,该方法完全符合精对准的要求。

2 平台惯性导航系统精对准方程的建立

因为初始对准是在静基座条件下进行的,且此时载体所在的地理位置已精确知道,可以略去载体所处位置的地理因素误差,又因为涉及平台误差的几个量中,地球自转角速度非常小,而且在静态条件下,影响平台稳定性的几个量,如速度变化量,方位失调角等,也都非常小,所以在系统误差方程中,可以略去它们的交叉耦合项。在这种条件下,系统误差方程可以简化为^[3]:

$$\begin{aligned}\delta\dot{v}_x &= -\phi_x g + \Delta_x \\ \delta\dot{v}_y &= \phi_x g + \Delta_y \\ \dot{\phi}_x &= \frac{1}{R}\delta v_y + \phi_y \omega_{ie} \sin L - \phi_z \omega_{ie} \cos L + \varepsilon_x \\ \dot{\phi}_y &= \frac{1}{R}\delta v_x - \phi_x \omega_{ie} \sin L + \varepsilon_y \\ \dot{\phi}_z &= \frac{tgL}{R}\delta v_x + \phi_x \omega_{ie} \cos L + \varepsilon_z\end{aligned}\quad (1)$$

其中 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z 为三轴方位失调角, $\delta v_x, \delta v_y$ 为速度变化量, g 为重力加速度, L 为当地纬度, ω_{ie} 为地球自转角速度, R 为地球半径, Δ_x, Δ_y 为加速度计零偏, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 为陀螺漂移。

系统经过粗对准后, 水平失调角 ϕ_x, ϕ_y 的耦合项可以略去不计。而方位误差角 ϕ_z 比较大, 所以其交叉项不能忽略。

在(1)式, 根据卡尔曼滤波原理, 考虑将陀螺漂移和加速度零偏都为随机常数并扩充到状态变量中, 构建状态变量为:

$$X = [\phi_x, \phi_y, \phi_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \Delta_x, \Delta_y, \delta v_x, \delta v_y] \quad (2)$$

根据(1)式可以列出状态方程:

$$\dot{X} = FX \quad (3)$$

一般在平台系统中的调节过程中, 因为要根据调节过程对惯性平台施矩, 使之最终达到尽可能小的误差, 因此要使用到尽可能多的传感器变量, 因此, 取 $\delta v_x, \delta v_y$ 作为观测量, 即

$Z = \begin{pmatrix} \delta v_x \\ \delta v_y \end{pmatrix}$, 根据(1)中速度变化量与其它量值之间的关系, 可写出观测方程为:

$$Z = HX + \eta \quad (4)$$

其中 η 为观测量误差。由(3)(4)就组成了常用的平台惯性导航系统的精对准方程。

3 捷联惯性导航系统精对准方程的建立

从上述平台惯性导航系统精对准方程中可以看出, 其选择的状态变量为速度的误差量 $\delta v_x, \delta v_y$, 而在小型的捷联惯性导航系统中, 因为不存在实体的平台, 而是用一个状态矩阵来代替。并且, 实际应用的过程中, 多数情况下仅仅用于求出载体运动的实时姿态, 并不需要得出速度值以及其它地理信息值(经度, 纬度, 高度等)。虽然在这种情况下, 也可以应用平台惯性导航系统中的方法求解, 但无疑会大大的增加计算量, 而且, 为了求得观测量的值, 还须利用其他设备, 如 GPS 等等。总之, 在小型捷联惯性导航系统中, 利用上述方法是不太实际的。

平台惯性导航系统中需要将加速度计的输出值反馈回去, 以产生力矩纠正平台的偏差, 而在小型的捷联惯性导航系统中, 因为平台是用状态矩阵来表示的, 这样做的意义不大, 可将加速度计形成的跟踪回路断开, 仅利用陀螺的输出来精确求解误差角, 则此时的误差角方程可简化为:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_x &= \phi_y \omega_{ie} \sin L - \phi_z \omega_{ie} \cos L + \varepsilon_x \\ \dot{\phi}_y &= -\phi_x \omega_{ie} \sin L + \varepsilon_y \\ \dot{\phi}_z &= \phi_x \omega_{ie} \cos L + \varepsilon_z\end{aligned}\quad (5)$$

在这种情况下, 可选择状态变量为:

$$X = [\phi_x, \phi_y, \phi_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \Delta_x, \Delta_y] \quad (6)$$

可以看出, 加速度计的输出不在状态变量矩阵中, 此时, 可将加速度计的输出作为观测量, 即 $Z = \begin{pmatrix} Z_x \\ Z_y \end{pmatrix}$, 则可写出新的量测方程:

$$Z = HX + \Delta A \quad (7)$$

其中 ΔA 为加速度计的观测误差。

从上面的分析可以看出, 捷联惯性导航系统的卡尔曼滤波的状态方程要比平台惯性导航系统简单, 仅从形式上看, 矩阵的维数降低了两维, 这在反复迭代的矩阵运算中减小了很大的工作量。而且还可以看出, 新的卡尔曼滤波中直接采用加速度计的输出作为观测变量, 使得计算的过程更加方便, 实用。

4 数字仿真实例

4.1 离散化滤波模型的建立

根据建立好的状态方程和观测方程, 就可以进行卡尔曼滤波的计算。首先应注意到卡尔曼滤波是建立在离散方程基础之上的, 因此应首先对上述方程进行离散化, 通常采用幂级数展开取有限项的方式进行离散化, 即 F 的离散化矩阵可写为:

$$\Phi = e^{FT} \approx I + FT + \frac{F^2 T^2}{2!} + \frac{F^3 T^3}{3!} + \dots + \frac{F^n T^n}{n!} \quad (8)$$

n 的取值因精度要求而定, 一般要求取 6-10, 则此时可得出离散化的滤波模型:

$$\begin{cases} \hat{X}_k = \Phi X_{k-1} \\ Z_k = HX_k + A_k \end{cases} \quad (9)$$

4.2 滤波初值的选取

根据卡尔曼滤波的数学原理, 可以写出卡尔曼滤波的数学表达式^{[4][5][6]}:

$$\begin{cases} \hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \\ P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \\ P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \\ K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \end{cases} \quad (8)$$

其中, 则 \hat{X}_k 为 X_k 的估计值, Q_k 为系统噪声序列的方差阵, 假设为非负定阵; R_k 为量测噪声序列的方差阵, 假设为正定阵。 Γ_k 为系统噪声驱动阵(一维条件下可以忽略), P_k 为一歩预测均方误差, K_k 为滤波增益。

在仿真实验中, 取三轴失调角初值为 $\phi_x = \phi_y = 10'$, $\phi_z = 60'$, 三轴陀螺漂移初值为 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0.01$, $\varepsilon_z = 0.03$ 。加速度漂移为 $\Delta_x = \Delta_y = 0.0001g$, 由(2)式可以完成对卡尔曼滤波方程中状态变量的建立卡尔曼滤波参数。取滤波参数 P 初值为 100000 倍单位矩阵, Q 初值为零矩阵(在两种方法模式下, 矩阵的维数是不一样的), 观测量方差为 0.001。取纬度为 45 度, 滤波周期为 0.02 秒。则该方程在给定初值的条件下可

以不停的一直循环下去。一旦平台误差角达到稳定的状态,则可以停止运算。在此处的计算机仿真计算中,采用 1000 次的循环计算作为经典方式和改进方式的比较标准。

4.3 仿真结果及分析

图 4、5、6 为第一种方式下三轴失调角的滤波观测结果。

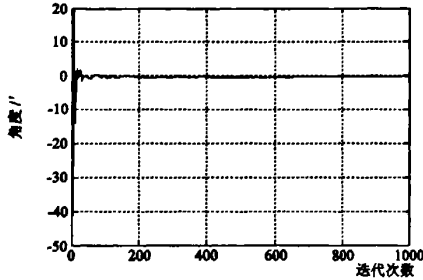


图 1 第一种方式下 ϕ_x 卡尔曼滤波结果

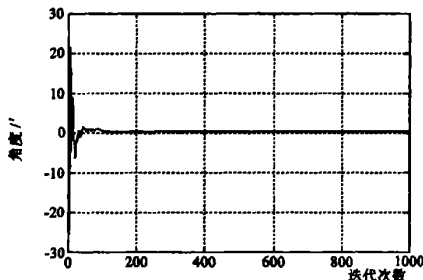


图 2 第一种方式下 ϕ_y 卡尔曼滤波结果

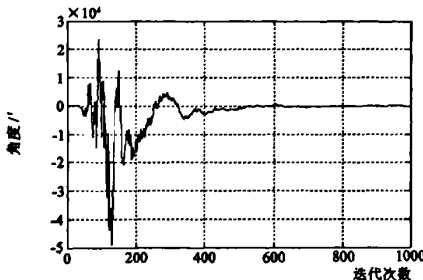


图 3 第一种方式下 ϕ_z 卡尔曼滤波结果

下面为第二种方式下三轴失调角的滤波观测结果:

初始对准精对准的目的在于确定平台的三轴失调角,在捷联惯性导航系统中,平台是通过姿态矩阵来进行数学模拟的。只要三轴失调角都达到了相对稳定的状态,就可以认为初始对准精对准的目的达到。上述六幅图分别是两种方式下三轴失调角的滤波观测结果。可以看出,两种方式均达到了目的,因为,经过长达 1000 次迭代计算,三轴失调角均从初始时刻的大幅振动状态,达到了稳定状态,并且它们的值都接近于 0,符合初始对准精对准的实验要求,从而实现了初始对准精对准的运算目的,也足以说明本实验仿真的可行性与可靠性。

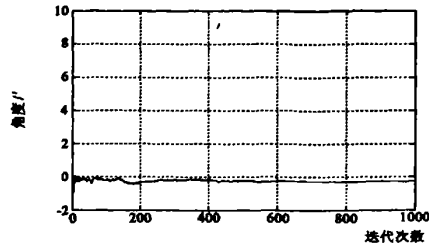


图 4 第二种方式下 ϕ_x 卡尔曼滤波结果

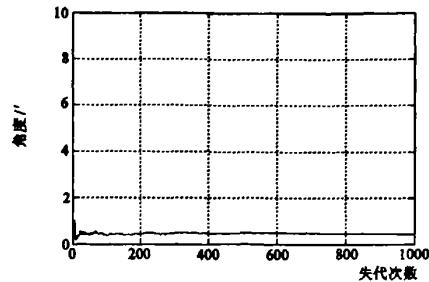


图 5 第二种方式下 ϕ_y 卡尔曼滤波结果

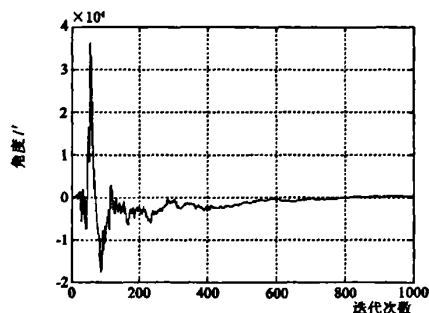


图 6 第二种方式下 ϕ_z 卡尔曼滤波结果

进一步分析,在两种方式下,为了追求系统的实时性与准确性,可对两种方式进行比较。由上图可以看出,第二种方式下的滤波波形稳定的速度显然优于第一种,其没有第一种方式下波形变化的幅值大。而且,在达到稳定状态的精度上也有相当大的优势。这在工程实现中是相当重要的。实验结果表明,这种方式可以很好的应用于实际工程中。

5 结论

由上面的分析及实验结果可以看出,第二种方式的卡尔曼滤波方法无论在计算量上(状态矩阵为八阶矩阵,比第二种方式低了两阶,因为卡尔曼滤波计算均为矩阵的迭代计算,这样可以大大减小计算量)还是在滤波稳定的速度还是精度上,都比第一种方式要好。而且,由于采用加速度计的输出作为观测量,无需通过其他设施和算法进行速度及其他量的计算,因此,这种方式应该有更为广泛的应用空间。

参考文献:

- [1] 杨亚非, 谭久彬, 邓正隆. 惯性系统初始对准技术综述[J]. 中国惯性技术学报, 2002-4. 68-72.
- [2] 程向红, 郑梅. 捷联惯导系统初始对准中 Kalman 参数优化方法[J]. 中国惯性技术学报, 2006-8. 12-17.
- [3] 陈哲. 捷联惯导系统原理[M]. 北京: 宇航出版社, 1986. 109-139.
- [4] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003-10.
- [5] 刘瑞华. 一种微捷联惯导系统姿态角最优估计算法研究[J]. 系统仿真学报, 2004-1. 142-145.

- [6] 卞鸿巍, 金志华, 王俊璞, 田蔚风. 组合导航系统新息自适应卡尔曼滤波算法[J]. 上海交通大学学报, 2006-6. 1000-1003, 1009.

[作者简介]



周 亢(1983-), 男(汉族), 河南南阳人, 西北工业大学自动化学院硕士研究生, 研究领域: 控制理论与控制工程, 导航制导与控制等;
闫建国(1956-), 男(汉族), 上海人, 西北工业大学自动化学院教授, 研究领域: 智能控制, 导航制导与控制等。

(上接第8页)

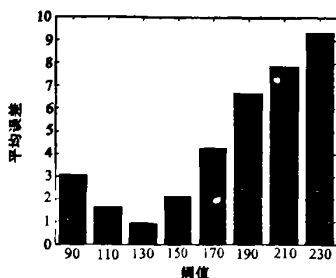


图7 平均误差分析

传输的源图像。选用 Antonini 的双正交小波基 9-7 进行小波分析, 编码时控制初始阈值为 130, 小波分解层数为 4。编码后输出文件的大小共为 126540 字节。在向客户端分别传送 1915, 3830, 7659, 15317, 31635, 63270, 126540 字节后所恢复出的图像如图 8 所示。可以看出产生的图像是一个由粗到精的过程, 传输的数据越多, 恢复出的图像的质量也越高。

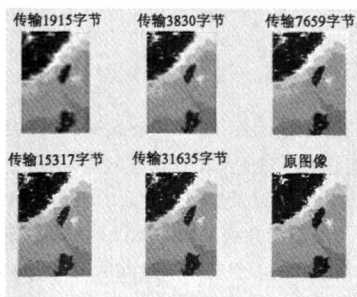


图8 传输不同字节数的图像质量比较

3 结论

嵌入式小波零树编码算法在数据压缩编码系统中取得

了优异的压缩性能, 且能实现分层传输, 是目前研究的各种压缩方法中最具代表性的方法。另外, 经该算法编码后输出端得到的是按重要性排序的比特流, 可以实现在保证图像轮廓的基础上逐步加入图像的细节信息, 因此经嵌入式小波零树编码算法编码后的图像数据能够在传输和浏览过程中实现分层渐进传输。这些优点使其适合于对高精度、低冗余度、海量战术水声环境应用产品进行存储和传输, 从而提高对我潜艇的作战保障能力, 有着广泛的应用前景, 因此该方法必将在未来的实际应用中得到更进一步的发展。

参考文献:

- [1] J Shapiro. Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelet Coefficients[J]. IEEE Transaction on Signal Processing. 1993. 160-176.
- [2] S Mallat. A Theory for Multi-resolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation[J]. IEEE. Trans. Pattern Anal. Mech. Intell, 1989, 11(7): 674-693.
- [3] A S Lewis and G K nowles. Image Compression Using the 2-D Wavelet Transform[J]. IEEE. Trans. Image Processing, 1992, 1(2): 244-250.
- [4] 宋长安, 等. Internet 上图像渐进传输的研究[J]. 计算机应用研究, 2001. 43-45.
- [5] 靳济芳. Visual C++ 小波变换技术与工程实践[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2004.
- [6] 闫敬文. 数字图像处理技术与图像图形学基本教程[M]. 北京: 科学出版社, 2002.

[作者简介]



竺良龙(1967-), 男(汉族), 安徽桐城人, 博士, 教授, 研究方向为作战环境等;
刘晓妍(1982-), 女(汉族), 山东青岛人, 硕士研究生, 研究方向为潜艇水声环境信息保障与决策技术。