Eletrônica Digital I

Capítulo III
Álgebra de Boole e Simplificação de Circuitos

Aula E – Postulados, propriedades, teoremas e identidades da álgebra de Boole.

Prof. MSc. Bruno de Oliveira Monteiro
Engenheiro de Telecomunicações

Inatel

Assista essa aula no Youtube.
Acesse:

Bruno de Oliveira Monteiro - Youtube

Obs: Utilize os vídeos para complementar os seus estudos. A participação em sala de aula é fundamental para o seu aprendizado.

Álgebra de Boole

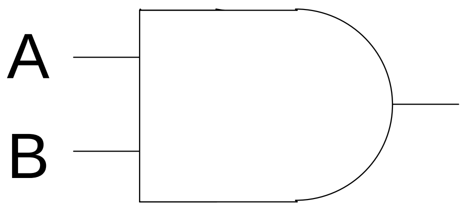
- **George Boole** (1815 – 1864): Matemático inglês que desenvolveu um sistema matemático de análise lógica conhecido como **álgebra de Boole.**

- Utilizaremos o conceito da Álgebra de Boole com seus postulados, propriedades, teoremas fundamentais e identidades para efetuarmos as simplificações dos circuitos lógicos.

Álgebra de Boole - Postulados

Postulado da Multiplicação

Função Lógica E



$S = A.B$

Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$0 . 0 = 0$

$0 . 1 = 0$

$1 . 0 = 0$

$1 . 1 = 1$

$\mathbf{A.0 = 0}$

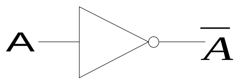
$\mathbf{A.1 = A}$

$\mathbf{A.A = A}$

$\mathbf{A.\overline{A} = 0}$

Álgebra de Boole - Postulados

Postulado da Complementação



Bloco Lógico

$S = \overline{A}$

Lê-se: S = **A barra** ou **Não A**
ou **$\overline{A}$ é o complemento de A**

A	S
0	1
1	0

Tabela da Verdade

Se **$A=0 \rightarrow \overline{A} = 1$**

Se **$A=1 \rightarrow \overline{A} = 0$**

$\overline{\overline{A}} = A$

Álgebra de Boole - Postulados

Postulado da Adição

Função Lógica OU

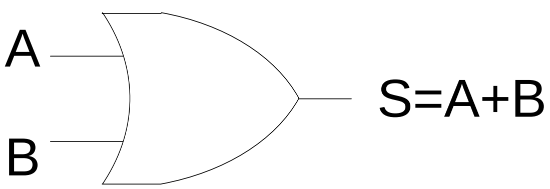


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$0 + 0 = 0$ **$A+0 = A$**

$0 + 1 = 1$ **$A+1 = 1$**

$1 + 0 = 1$ **$A+A = A$**

$1 + 1 = 1$ **$A+\overline{A} = 1$**

Álgebra de Boole - Propriedades

Propriedade Comutativa

A+ B = B + A
A . B = B . A

Propriedade Distributiva

A. (B+C) = A.B + A.C

Propriedade Associativa

A+ (B+C) = (A+B) + C = A + B + C
A. (B.C) = (A.B) . C = A . B. C

Álgebra de Boole - Teoremas

Podemos identificar os teoremas avaliando a tabela da verdade abaixo:

A	B	$\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A.B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

1º Teorema de De Morgan

(O complemento do produto é igual a soma dos complementos)

$$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A.B.C...N} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + ... + \overline{N}$$

2º Teorema de De Morgan

(O complemento da soma é igual ao produto dos complementos)

$$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

$$\overline{A+B+C+...+N} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}...\overline{N}$$

A	B	$\overline{A}.\overline{B}$	$\overline{A+B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Álgebra de Boole – Identidade Auxiliares

- 1ª) $A + A.B = A$

  $A + A.B = A.(1 + B) = A.1 = A$

- 2ª) $(A + B).(A + C) = A + B.C$

  $(A + B).(A + C) = A.A + A.C + B.A + B.C =$

  $= A.(1 + C + B) + B.C = A + B.C$

- 3ª) $A + \overline{A}.B = A + B$

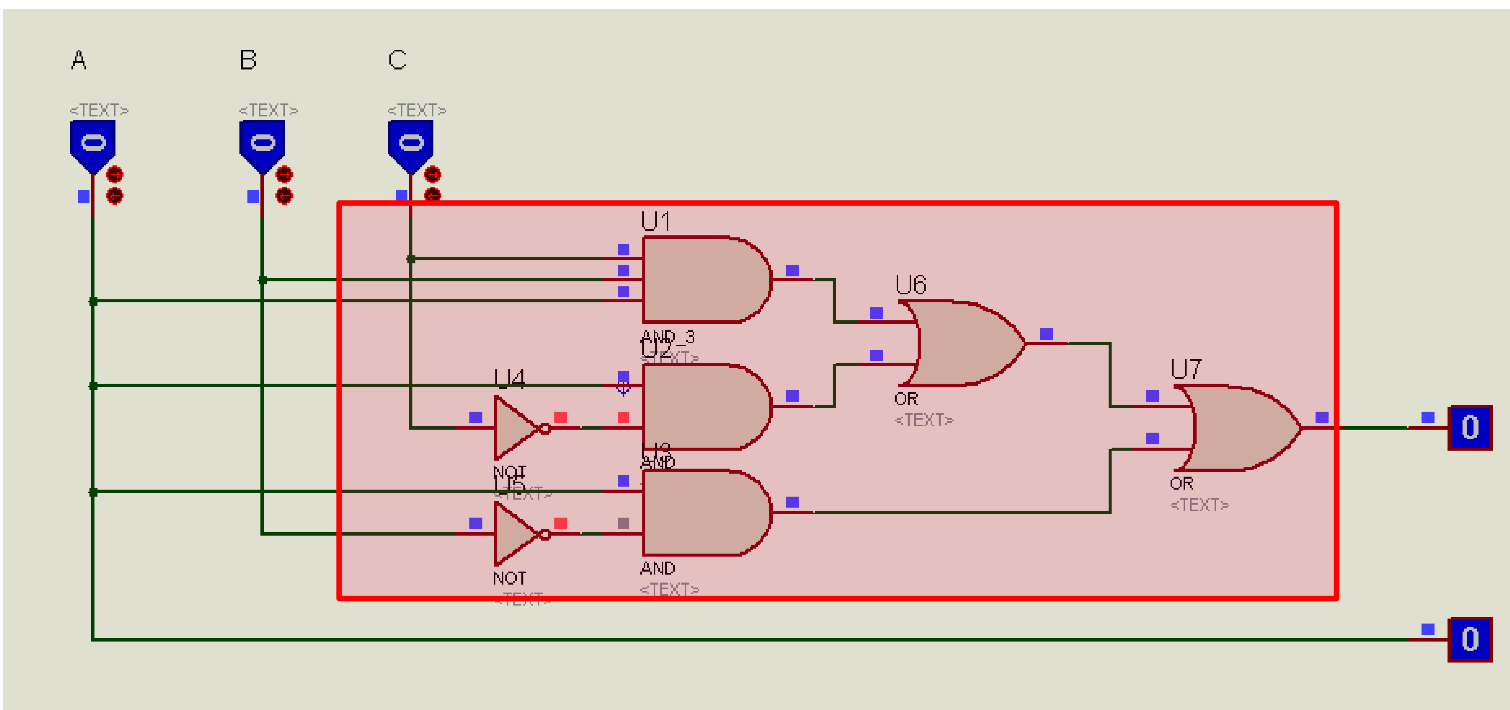
  $A + \overline{A}.B = \overline{\overline{A + \overline{A}.B}} = \overline{\overline{A}.\overline{\overline{A}.B}} = \overline{\overline{A}.(A + \overline{B})} =$

  $= \overline{\overline{A}.A + \overline{A}.\overline{B}} = \overline{0 + \overline{A}.\overline{B}} = \overline{\overline{A}.\overline{B}} = A + B$

Álgebra de Boole – Simplificação

- 1º) Exemplo: Simplificar, utilizando a álgebra de Boole, a seguinte expressão: $ABC + A\overline{C} + A\overline{B}$

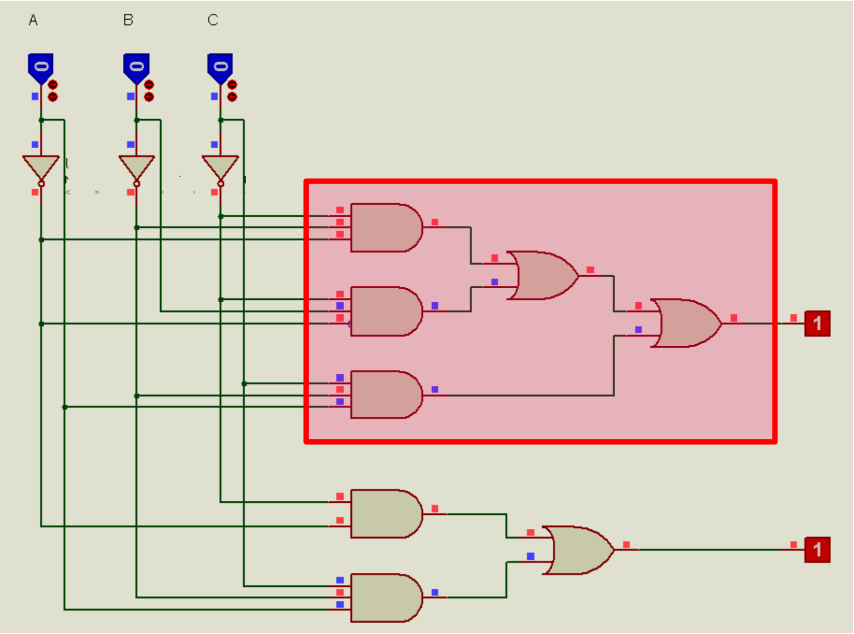
$$ABC + A\overline{C} + A\overline{B} = A(BC + \overline{C} + \overline{B}) = A(BC + \overline{BC}) = A$$



Álgebra de Boole – Simplificação

- 2º) Exemplo: Repita para a expressão: $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C = \bar{A}\bar{C}(\bar{B} + B) + A\bar{B}C = \bar{A}\bar{C} + A\bar{B}C$$



Bons Estudos

Prof. MSc. Bruno de Oliveira Monteiro
Engenheiro de Telecomunicações

Inatel