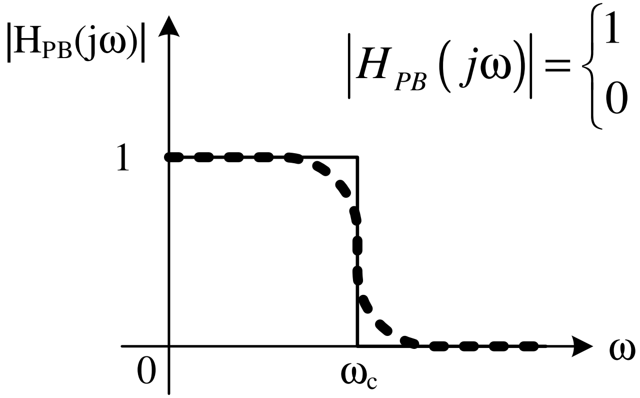
Filtros

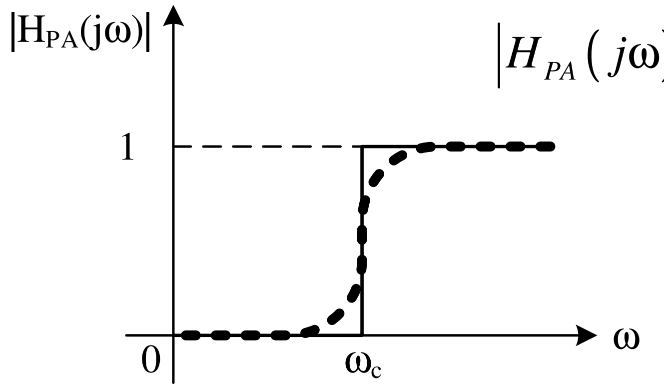
- Filtro passa-baixa (PB)

$$\left|H_{PB}\left(j\omega\right)\right| = \begin{cases} 1 & \omega \le \omega_c \\ 0 & \omega > \omega_c \end{cases}$$

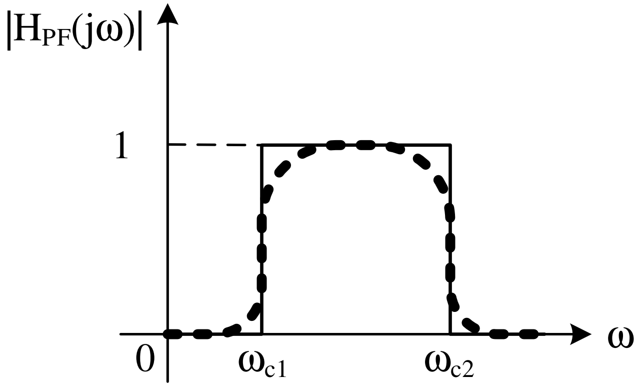


- Filtro passa-alta (PA)

$$\left|H_{PA}\left(j\omega\right)\right| = \begin{cases} 0 & \omega < \omega_c \\ 1 & \omega \ge \omega_c \end{cases}$$

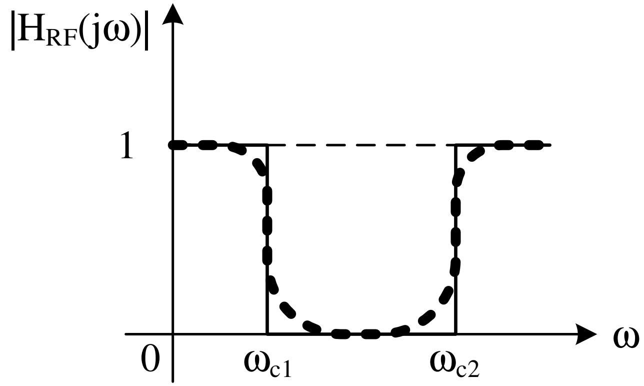


- Filtro passa-faixa (PF)



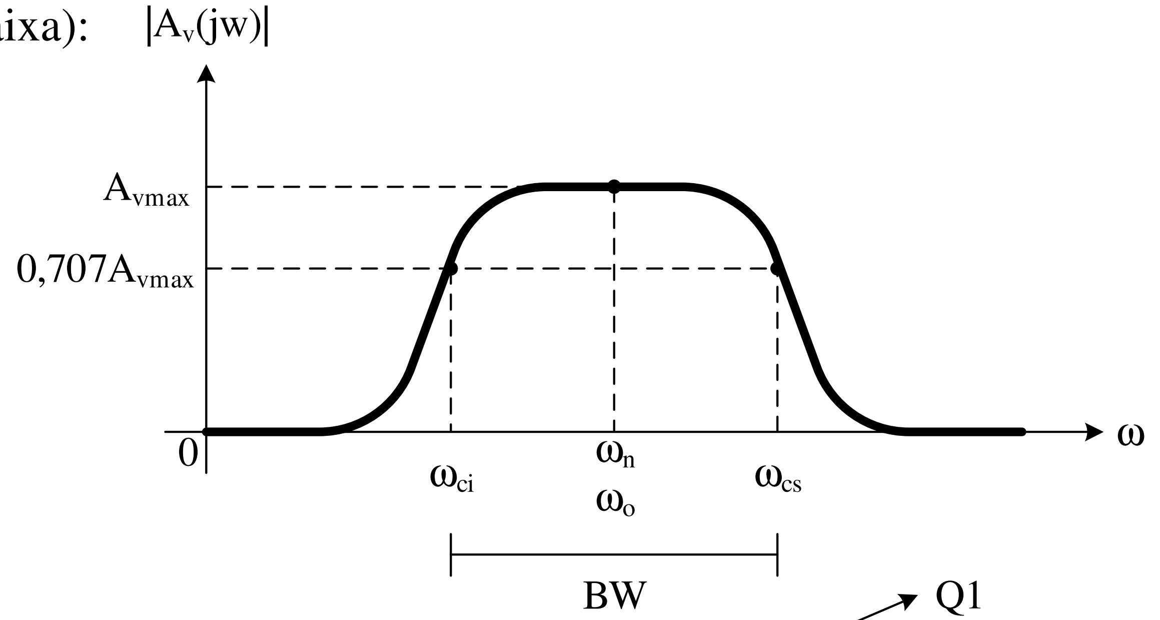
$$\left|H_{PF}\left(j\omega\right)\right| = \begin{cases} 1 & \omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2} \\ 0 & \omega < \omega_{c1} \quad \text{e} \quad \omega > \omega_{c2} \end{cases}$$

- Filtro rejeita-faixa (RF)



$$\left|H_{RF}\left(j\omega\right)\right| = \begin{cases} 0 & \omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2} \\ 1 & \omega < \omega_{c1} \quad \text{e} \quad \omega > \omega_{c2} \end{cases}$$

Alguns parâmetros (será considerada a curva do passa-faixa):



ω_c: frequência de corte [rad/s]
ω_{ci}: frequência de corte inferior [rad/s]
ω_{cs}: frequência de corte superior [rad/s]
ω_n , ω_o: frequência de ressonância[rad/s]
k: fator de escala
BW: largura de faixa [rad/s]
Q: fator de mérito

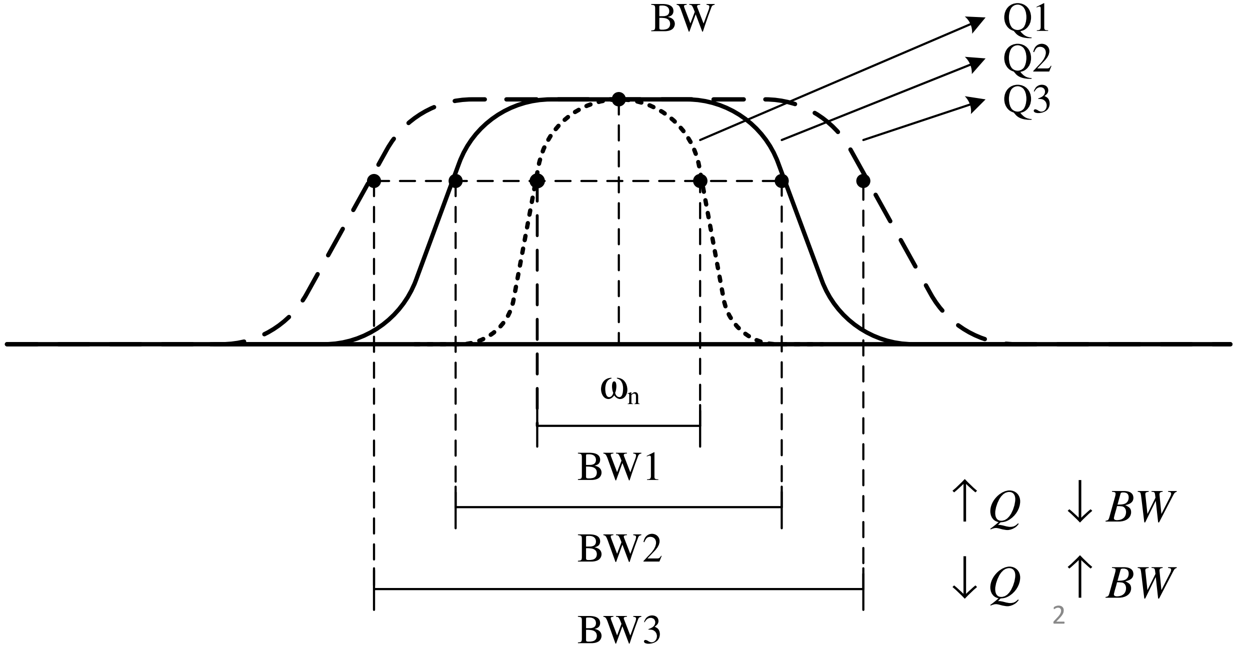
$$\omega_n = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$$

$$BW = \omega_{cs} - \omega_{ci}$$

$$Q = \frac{\omega_n}{BW}$$

$$H(s) = \frac{N(s)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$BW = 2\xi\omega_n \rightarrow \frac{\omega_n}{Q} = 2\xi\omega_n \rightarrow Q = \frac{1}{2\xi}$$

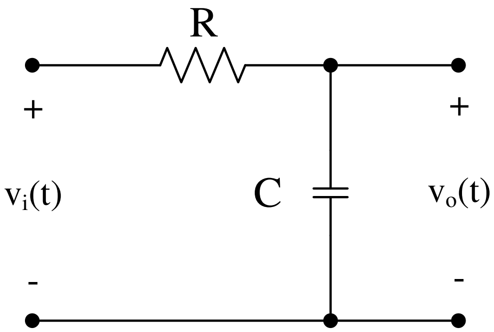


$\uparrow Q \quad \downarrow BW$

$\downarrow Q \quad \uparrow BW$

Filtros RC e RL de 1ª ordem

- Passa-baixa (PB)



$$H(s) = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = k\frac{1}{s+\omega_c}$$

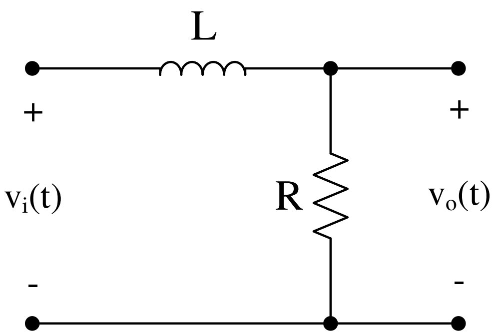
$$|H(j0)| = 1$$

$$|H(j\omega_c)| = 0,707$$

$$|H(j\infty)| = 0$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$k = \frac{1}{RC}$$



$$H(s) = \frac{\frac{R}{L}}{s + \frac{R}{L}} = k\frac{1}{s+\omega_c}$$

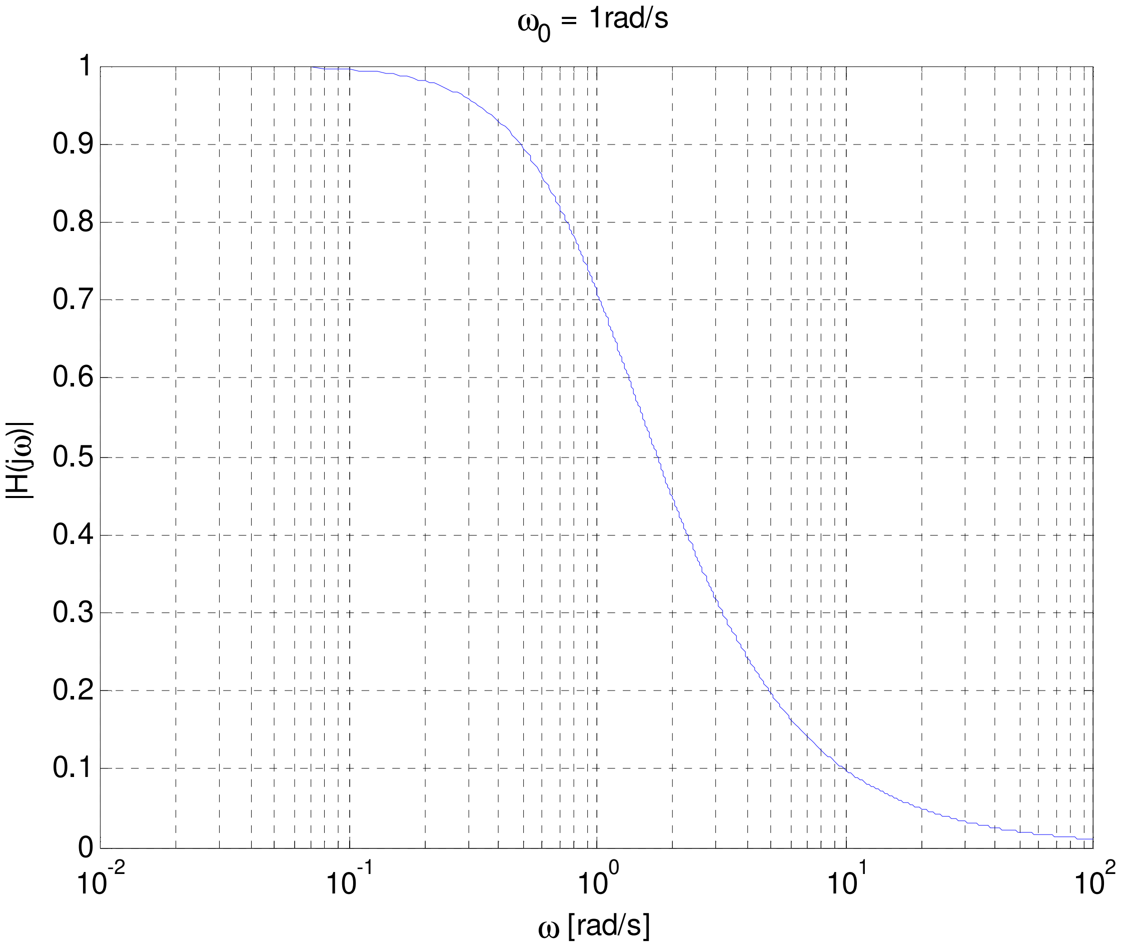
$$|H(j0)| = 1$$

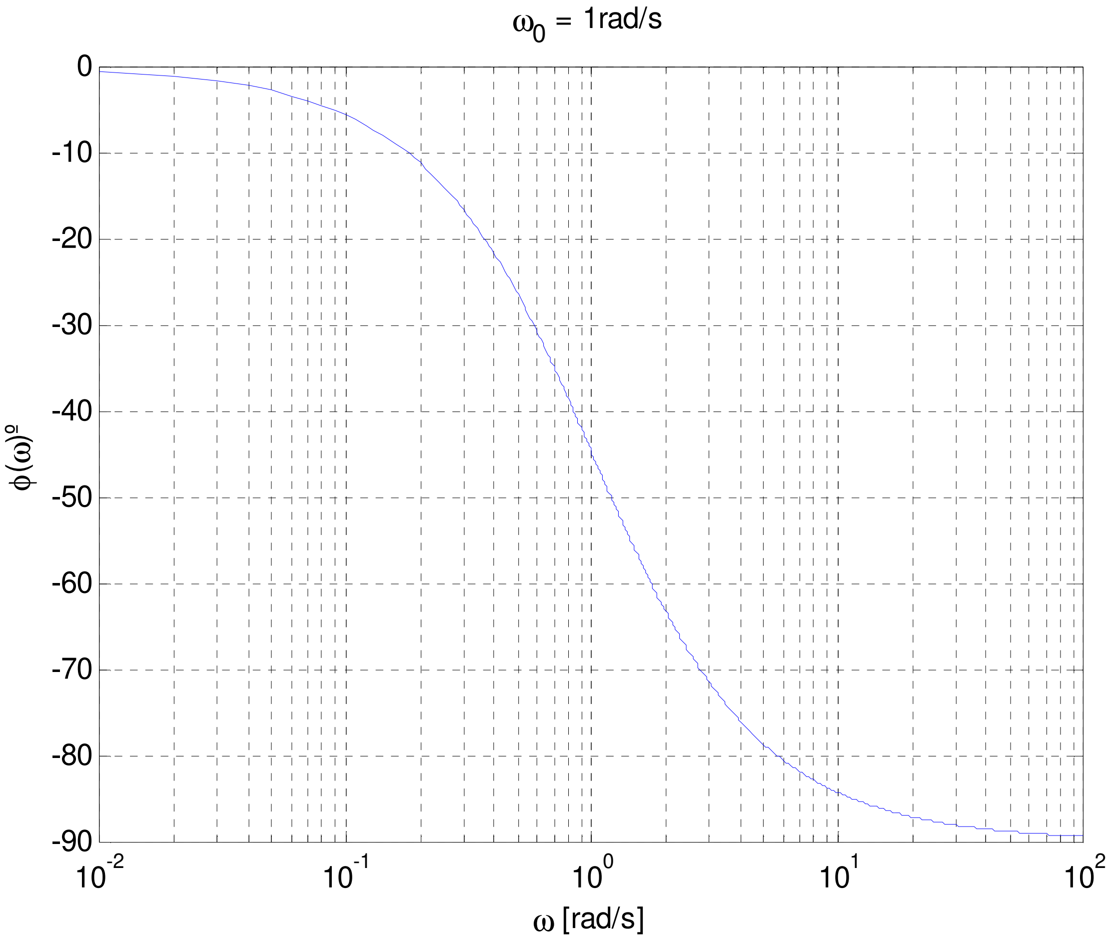
$$|H(j\omega_c)| = 0,707$$

$$|H(j\infty)| = 0$$

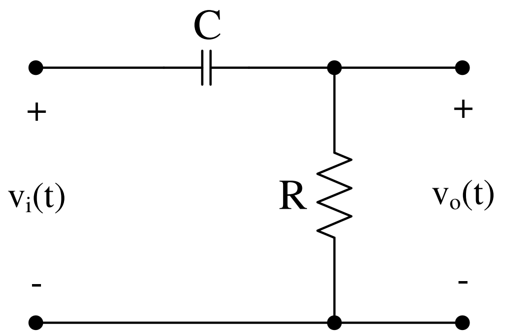
$$\omega_c = \frac{R}{L}$$

$$k = \frac{R}{L}$$


ω_0 = 1rad/s
|H(jω)|
ω [rad/s]


ω_0 = 1rad/s
φ(ω)º
ω [rad/s]

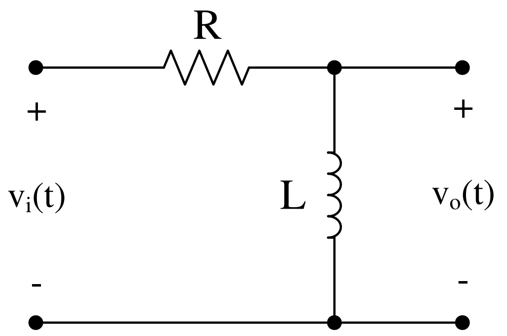
- Passa-alta (PA)



$$H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}} = k\frac{s}{s + \omega_c}$$

$$|H(j0)| = 0$$
$$|H(j\omega_c)| = 0,707$$
$$|H(j\infty)| = 1$$

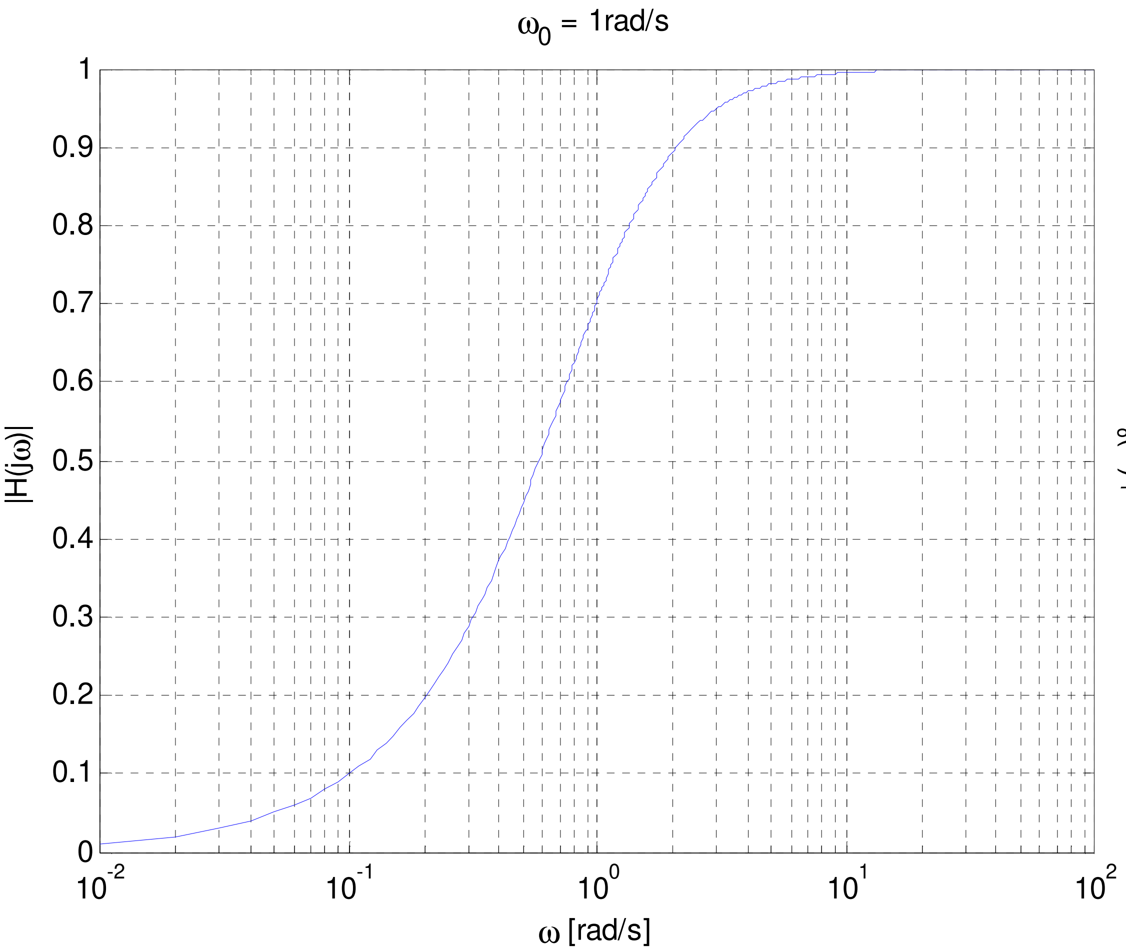
$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$
$$k = 1$$

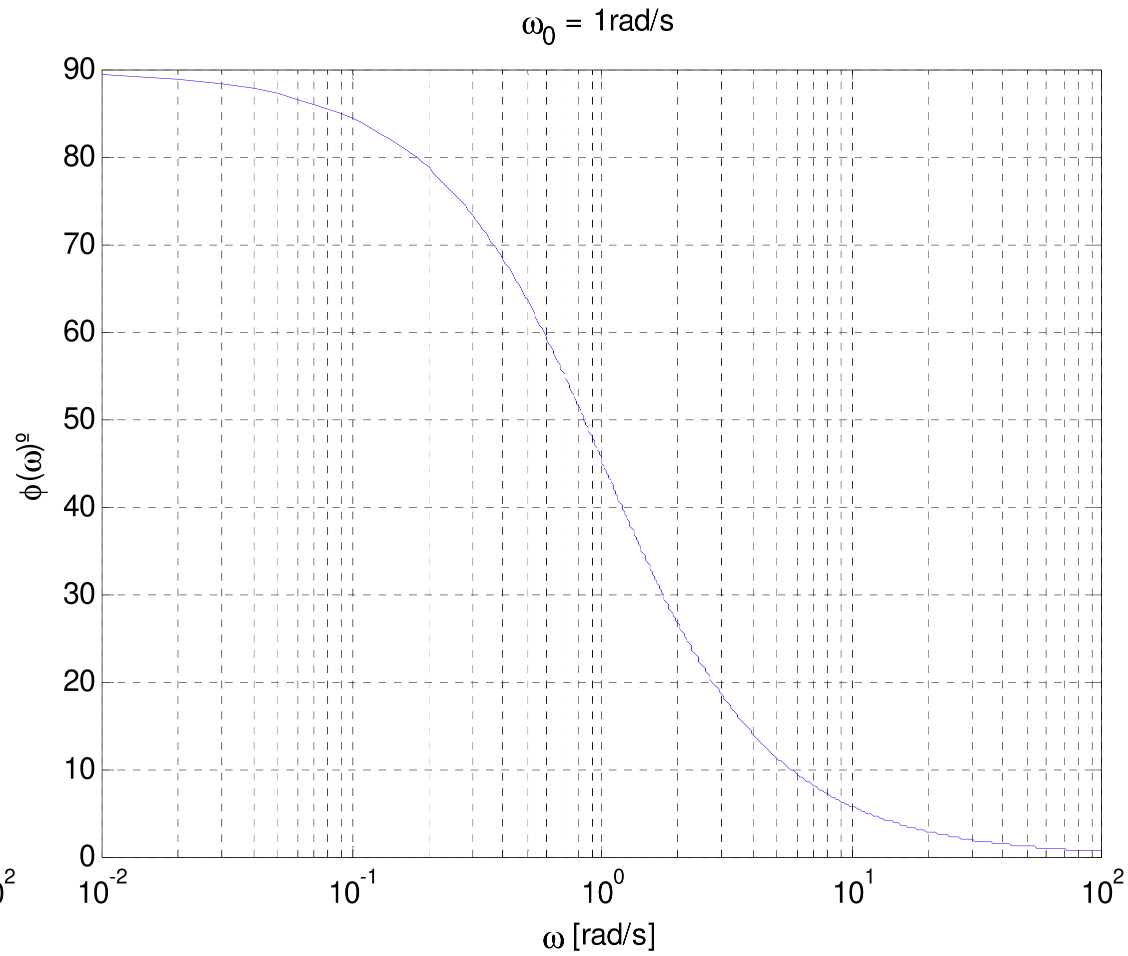


$$H(s) = \frac{s}{s + \frac{R}{L}} = k\frac{s}{s + \omega_c}$$

$$|H(j0)| = 0$$
$$|H(j\omega_c)| = 0,707$$
$$|H(j\infty)| = 1$$

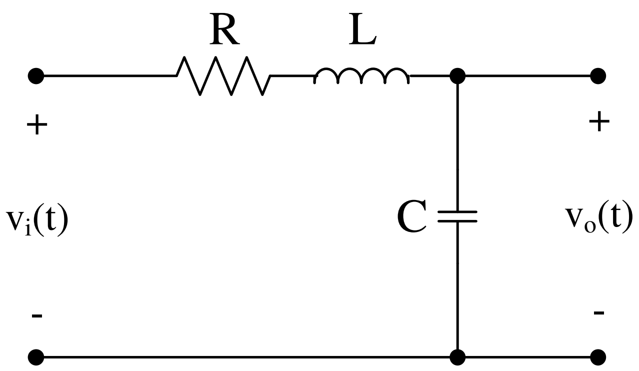
$$\omega_c = \frac{R}{L}$$
$$k = 1$$


ω_0 = 1rad/s
|H(jω)|
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
ω [rad/s]


ω_0 = 1rad/s
φ(ω)º
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
ω [rad/s]

Filtros RLC de 2ª ordem

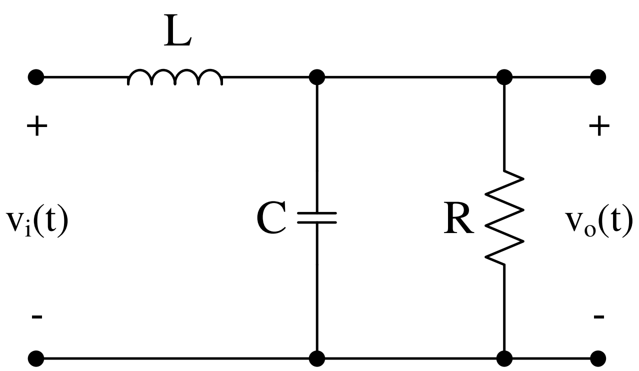
- Passa-baixa (PB)



$$H(s)=\frac{\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{1}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=1 \qquad \left|H(j\omega_n)\right|=Q \qquad \left|H(j\infty)\right|=0$$

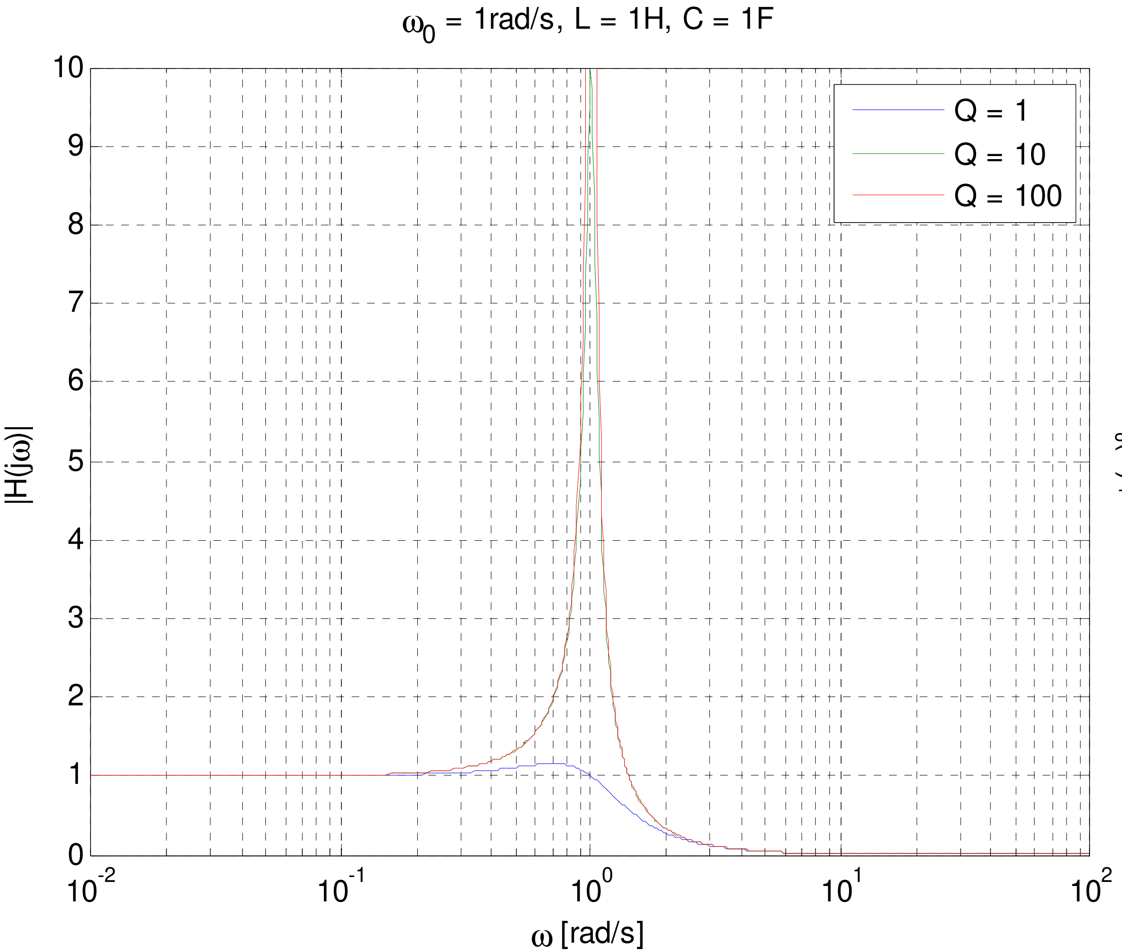
$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad k=\frac{1}{LC} \qquad BW=\frac{R}{L} \qquad Q=\frac{\omega_n L}{R}$$



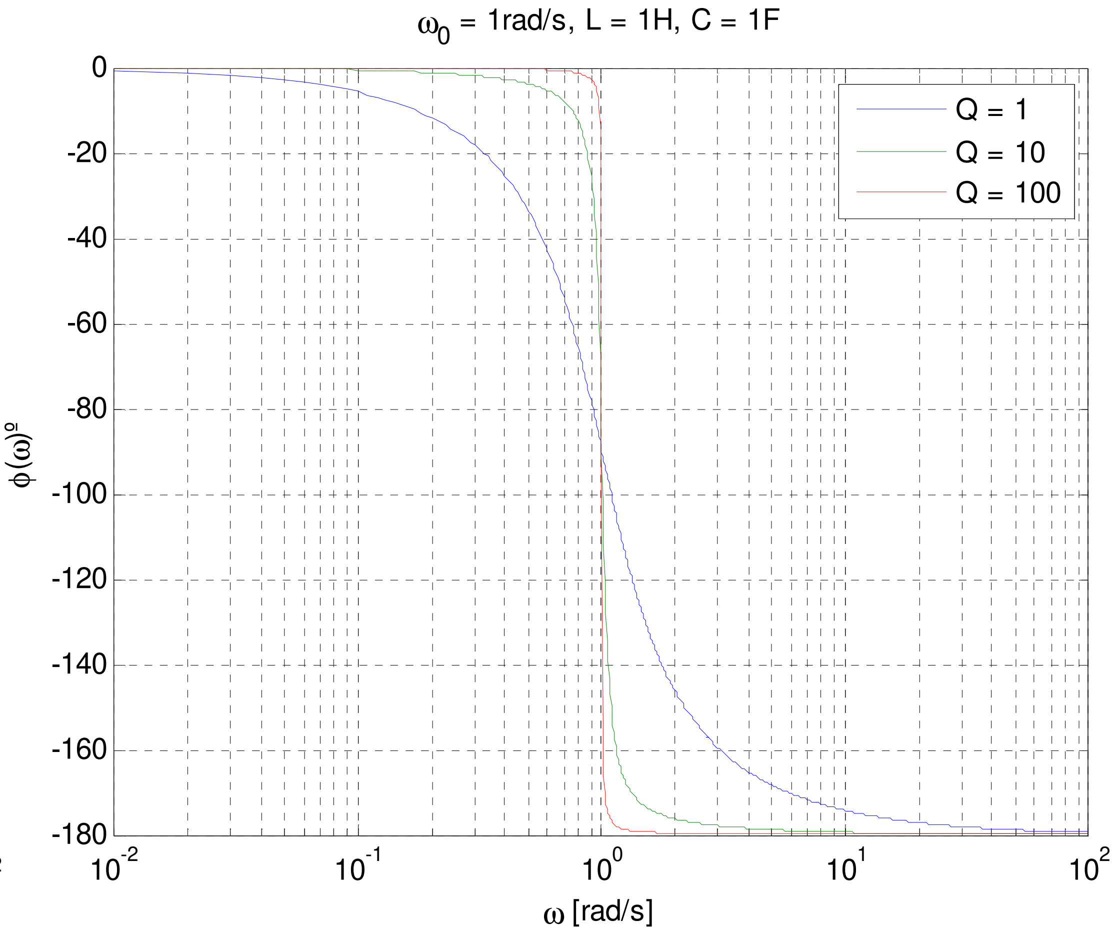
$$H(s)=\frac{\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{1}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=1 \qquad \left|H(j\omega_n)\right|=Q \qquad \left|H(j\infty)\right|=0$$

$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad k=\frac{1}{LC} \qquad BW=\frac{1}{RC} \qquad Q=\omega_n RC$$

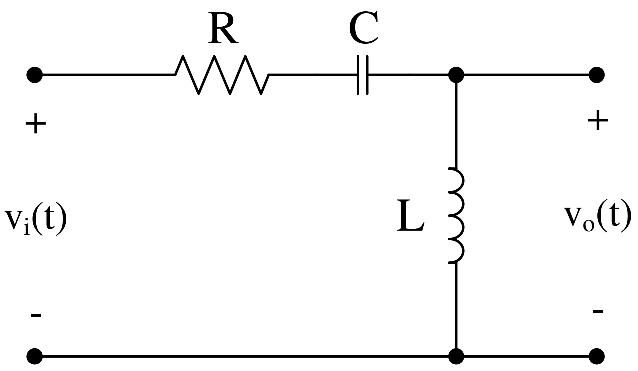


ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
|H(jω)|
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100



ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
φ(ω)º
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100

- Passa-alta (PA)



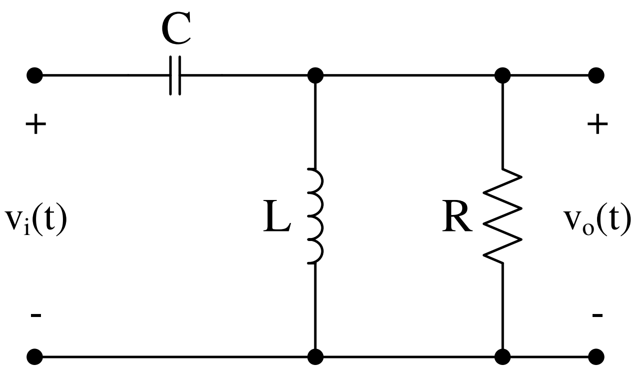
$$H(s)=\frac{s^2}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=0$$

$$\left|H(j\omega_n)\right|=Q$$

$$\left|H(j\infty)\right|=1$$

$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\to\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\qquad k=1\qquad BW=\frac{R}{L}\qquad Q=\frac{\omega_n L}{R}$$



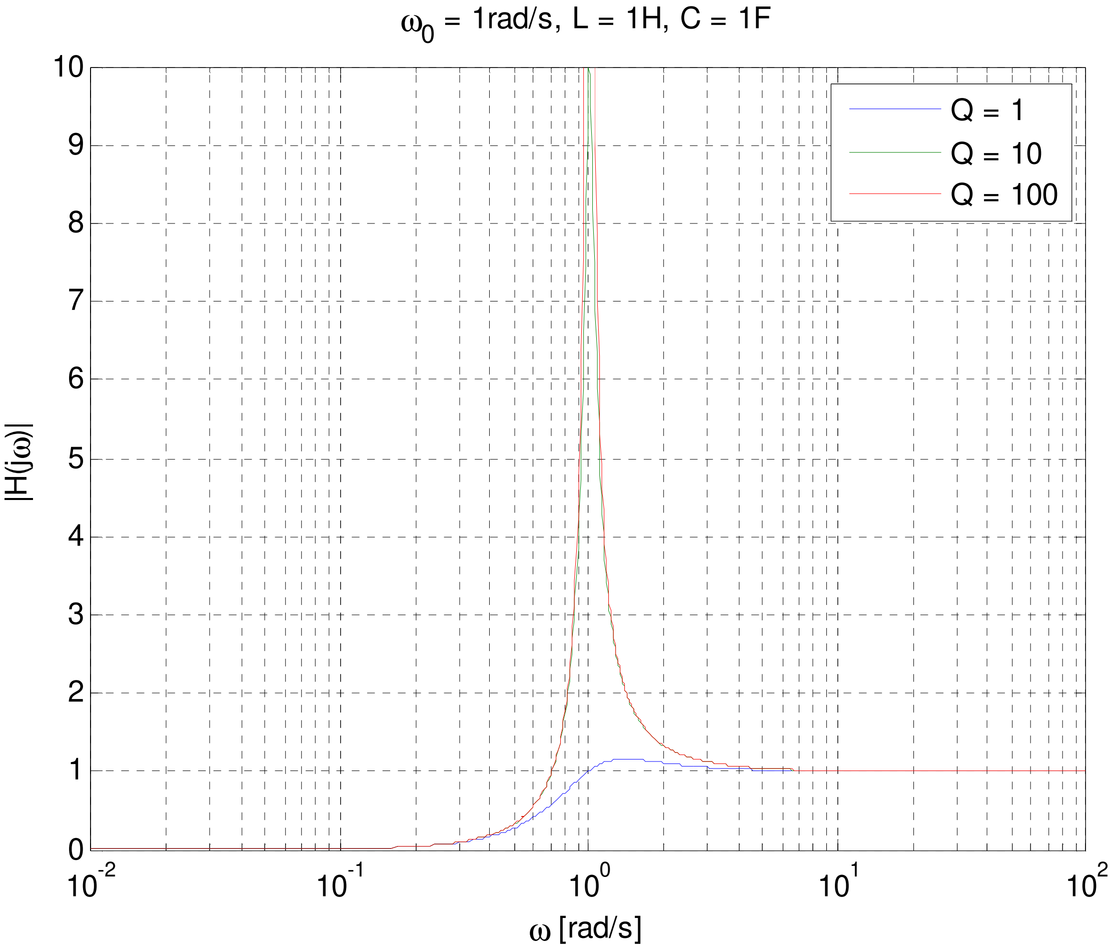
$$H(s)=\frac{s^2}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=0$$

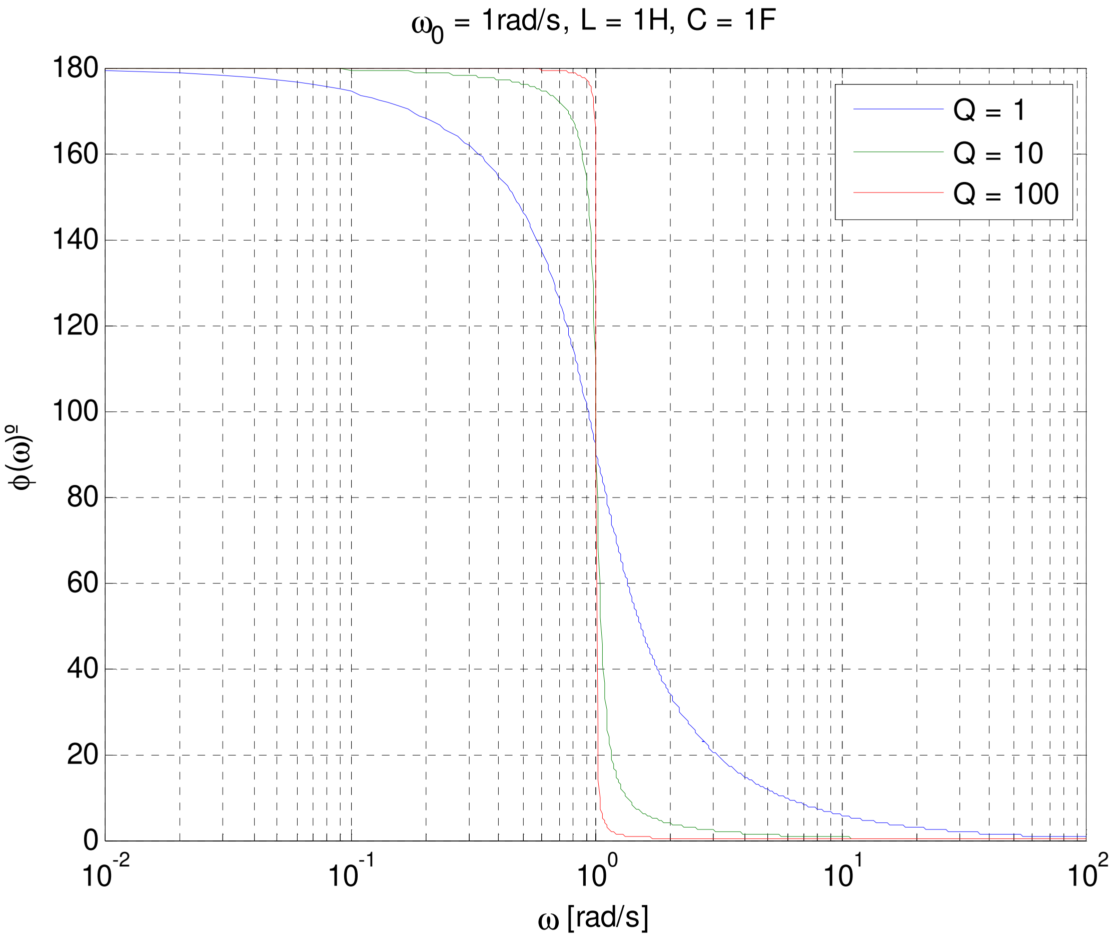
$$\left|H(j\omega_n)\right|=Q$$

$$\left|H(j\infty)\right|=1$$

$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\to\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\qquad k=1\qquad BW=\frac{1}{RC}\qquad Q=\omega_n RC$$

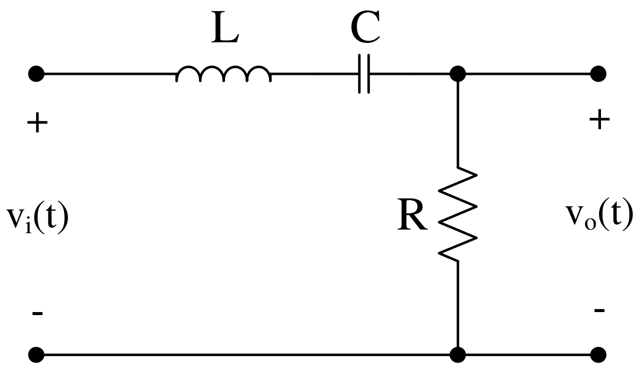


ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
|H(jω)|
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100



ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
φ(ω)º
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100

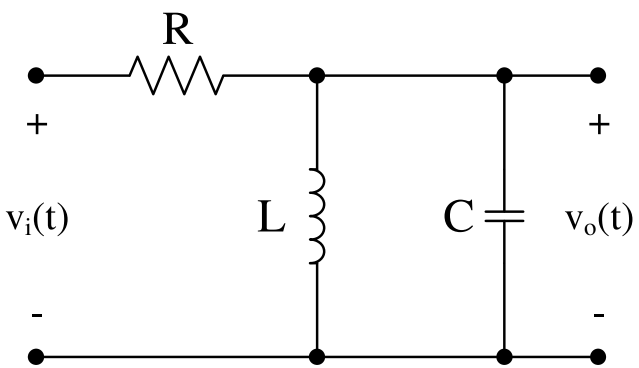
- Passa-faixa (PF)



$$H(s)=\frac{\frac{R}{L}s}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=0$$
$$\left|H(j\omega_n)\right|=1$$
$$\left|H(j\infty)\right|=0$$

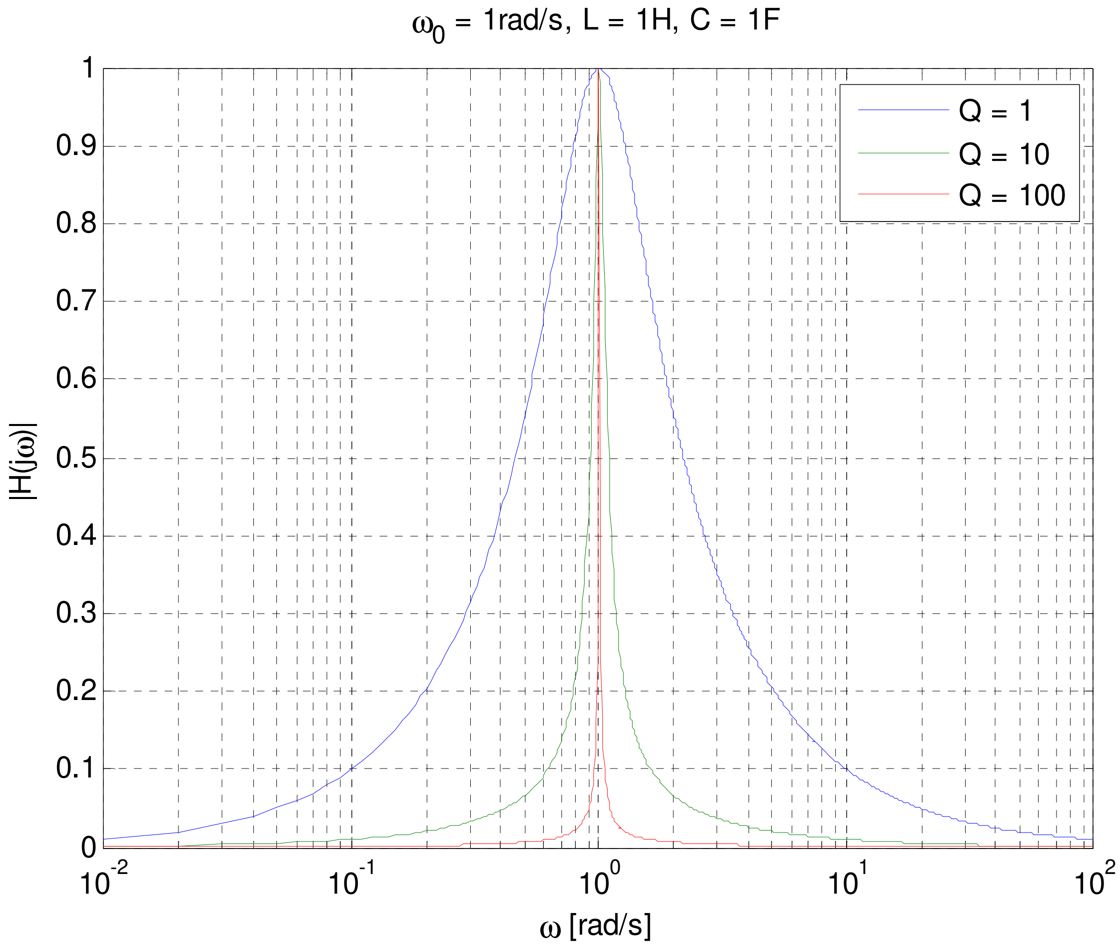
$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\qquad k=\frac{R}{L}\qquad BW=\frac{R}{L}\qquad Q=\frac{\omega_n L}{R}$$

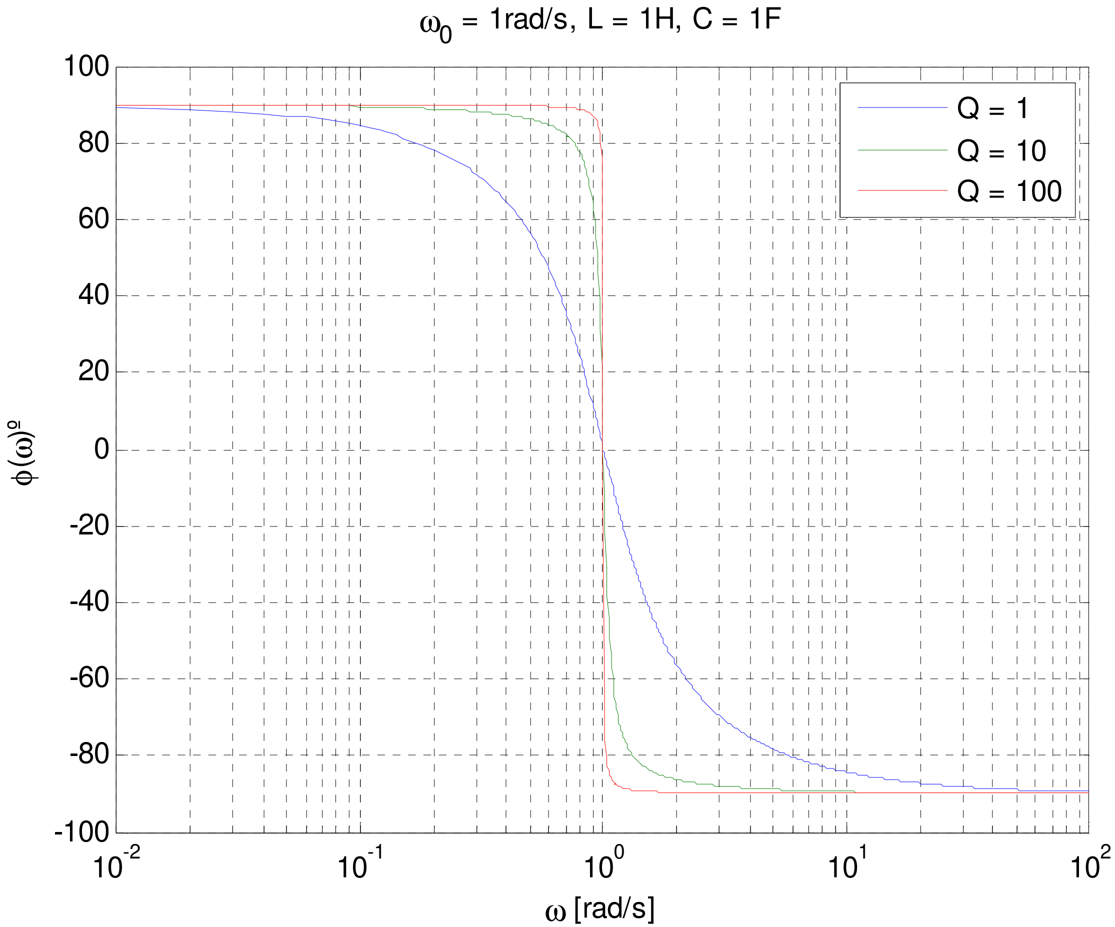


$$H(s)=\frac{\frac{1}{RC}s}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

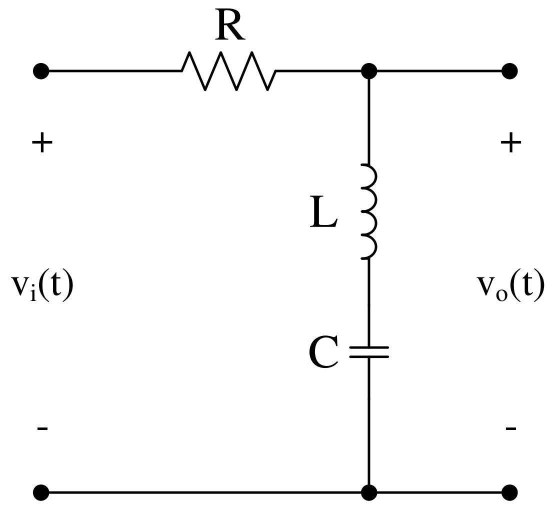
$$\left|H(j0)\right|=0$$
$$\left|H(j\omega_n)\right|=1$$
$$\left|H(j\infty)\right|=0$$

$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\qquad k=\frac{1}{RC}\qquad BW=\frac{1}{RC}\qquad Q=\omega_n RC$$


ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
|H(jω)|
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100


ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
φ(ω)º
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100

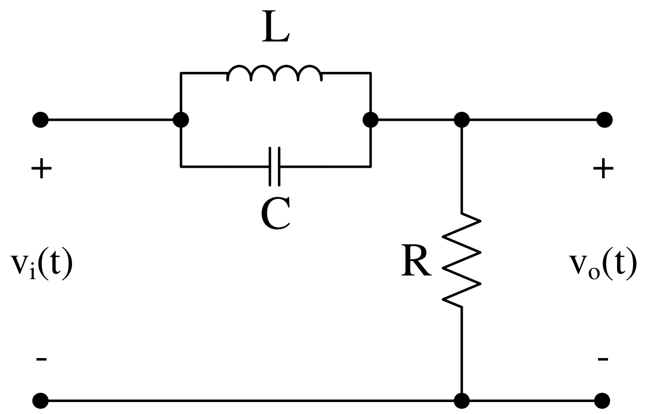
- Rejeita-faixa (RF)



$$H(s)=\frac{s^2+\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s^2+\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s^2+\omega_n^2}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=1 \qquad \left|H(j\omega_n)\right|=0 \qquad \left|H(j\infty)\right|=1$$

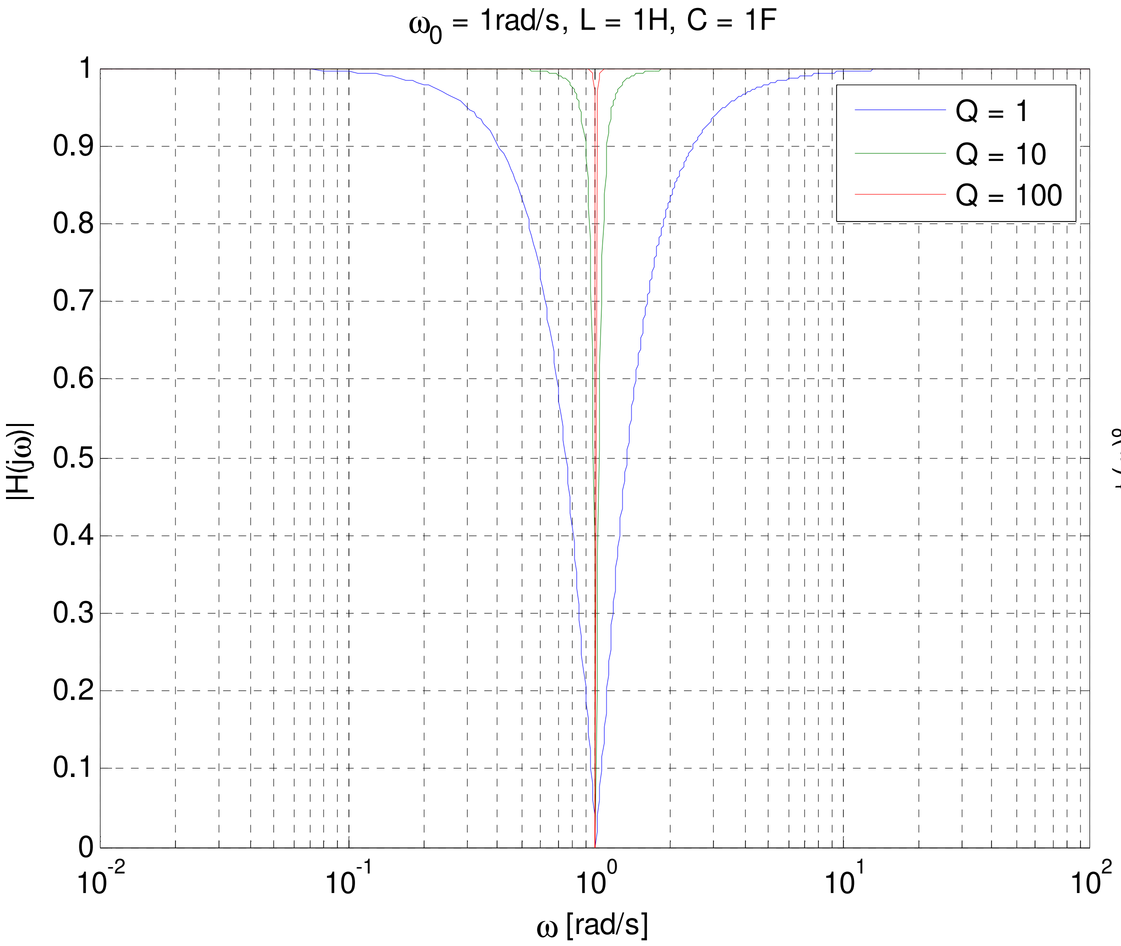
$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad k=1 \qquad BW=\frac{R}{L} \qquad Q=\frac{\omega_n L}{R}$$



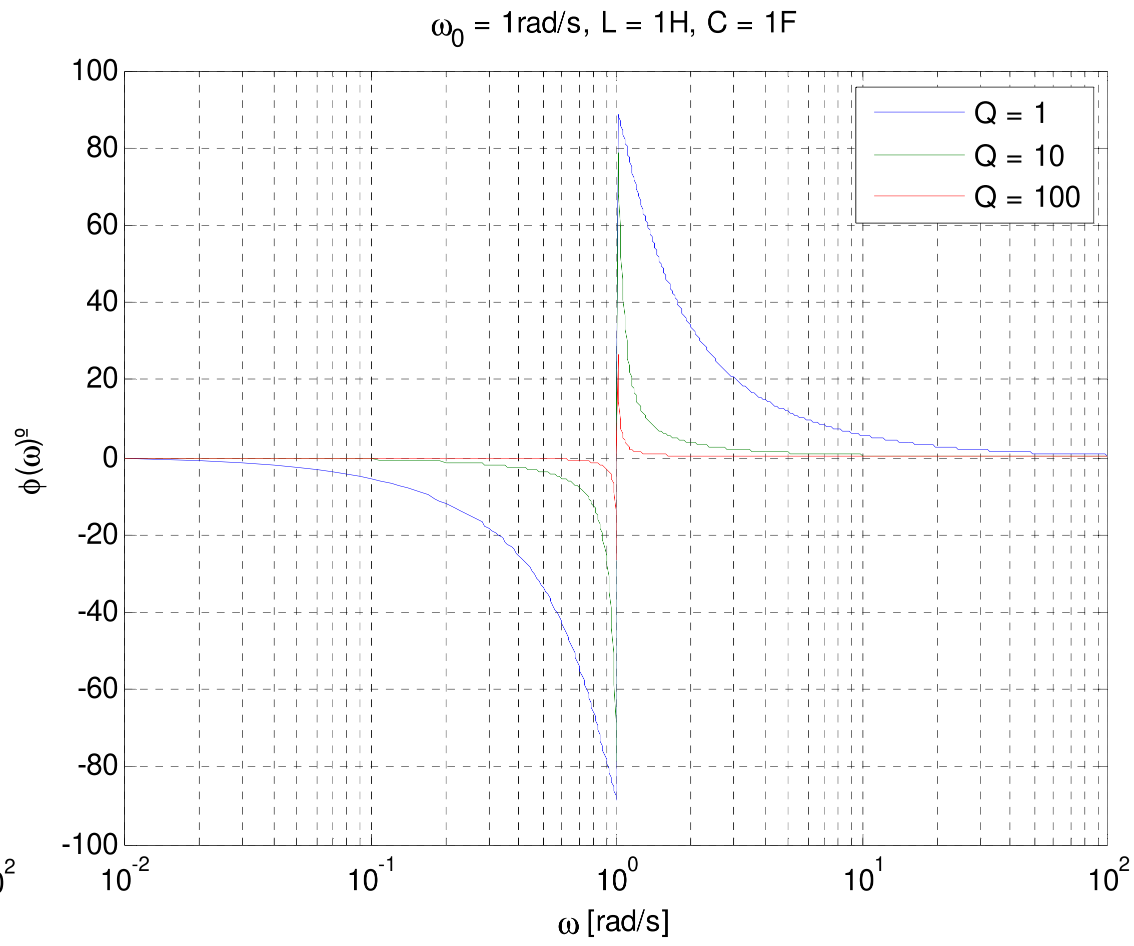
$$H(s)=\frac{s^2+\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}=k\frac{s^2+\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=k\frac{s^2+\omega_n^2}{s^2+\frac{\omega_n}{Q}s+\omega_n^2}$$

$$\left|H(j0)\right|=1 \qquad \left|H(j\omega_n)\right|=0 \qquad \left|H(j\infty)\right|=1$$

$$\omega_n^2=\frac{1}{LC}\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad k=1 \qquad BW=\frac{1}{RC} \qquad Q=\omega_n RC$$



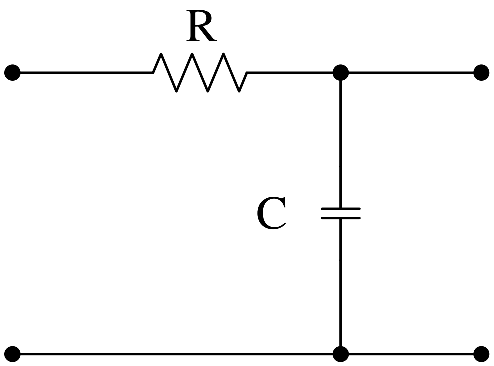
ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
|H(jω)|
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100



ω_0 = 1rad/s, L = 1H, C = 1F
φ(ω)º
ω [rad/s]
Q = 1
Q = 10
Q = 100

Exercícios

1) Projetar o filtro PB do tipo RC na frequência de corte de 10^3rad/s com R = 1kΩ. Resp: C = 1μF



2) Para um filtro do tipo PB de 1ª ordem com componente transversal capacitivo, frequência angular de corte igual a 100krad/s e R = 1kΩ, pede-se:

a) o valor de C.

b) os valores do módulo do ganho nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico do módulo do ganho.

c) os valores das fases nas frequências angulares de 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito. Esboçar o gráfico da fase.

3) Para um filtro do tipo PA de 1ª ordem com componente transversal resistivo, frequência angular de corte igual a 100krad/s e R = 1kΩ, pede-se:

a) o valor de C.

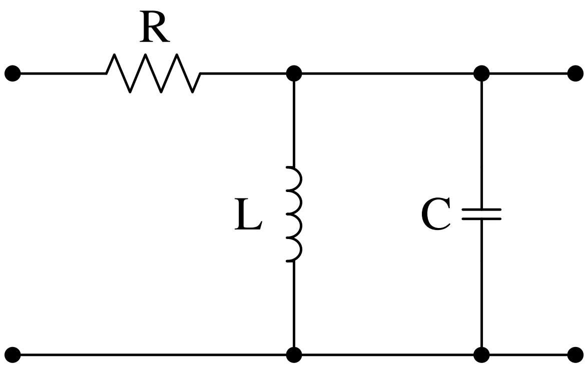
b) os valores do módulo do ganho nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico do módulo do ganho.

c) os valores das fases nas frequências angulares de 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito. Esboçar o gráfico da fase.

4) Para um filtro do tipo PB de 2ª ordem com componente transversal apenas capacitivo, ω_n igual a 100krad/s, R = 1kΩ e L = 5mH, pede-se:
a) o valor de C.
b) o valor do fator de mérito.
c) o valor do fator de amortecimento.
d) os valores do módulo do ganho nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico do módulo do ganho.
e) os valores das fases nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico da fase.

5) Para um filtro do tipo PA de 2ª ordem com componente transversal apenas indutivo, ω_n igual a 100krad/s, R = 50Ω e L = 5mH, pede-se:
a) o valor de C.
b) o valor do fator de mérito.
c) o valor do fator de amortecimento.
d) os valores do módulo do ganho nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico do módulo do ganho.
e) os valores das fases nas frequências angulares iguais a 0rad/s, 100krad/s e tendendo a infinito e esboçar o gráfico da fase.

6) Projetar o filtro PF de 2ª ordem do tipo RLC ilustrado na figura a seguir, com ω_0 = 62,83Mrad/s, Q = 100 e R = 2kΩ. Determinar os valores de L, C, BW e ξ. Resp: C = 795pF, L = 318nH, BW = 628,31krad/s, ξ = 0,005.



7) Projetar o filtro PF de 2ª ordem do tipo RLC ilustrado no exercício anterior, com ω_0 = 100Mrad/s, BW = 5Mrad/s e R = 100Ω. Determinar os valores de Q, C, L e ξ. Resp: Q = 20, C = 2nF, L = 50nH, ξ = 0,025.

8) Para um filtro do tipo PF com componentes longitudinais indutivo e capacitivo, ω = 1000rad/s, L = 1mH e Q = 5, pede-se:

a) o valor de C.

b) o valor de R.

c) o valor de BW.

d) os valores do módulo do ganho em 0rad/s, 905rad/s, 1000rad/s, 1105rad/s e tendendo a infinito, e esboçar o gráfico do módulo do ganho.

e) os valores das fases nas mesmas frequências do item anterior, e esboçar o gráfico da fase.

9) Para um filtro do tipo RF com componentes transversais indutivo e capacitivo, $\omega = 1000$rad/s, $L = 1$mH e $Q = 5$, pede-se:

a) o valor de C.

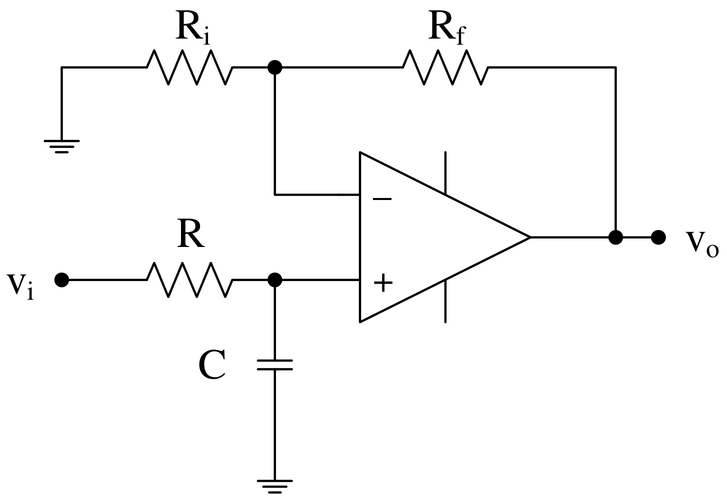
b) o valor de R.

c) o valor de BW.

d) os valores do módulo do ganho em 0rad/s, 905rad/s, 1000rad/s, 1105rad/s e tendendo a infinito, e esboçar o gráfico do módulo do ganho.

e) os valores das fases nas mesmas frequências do item anterior, e esboçar o gráfico da fase.

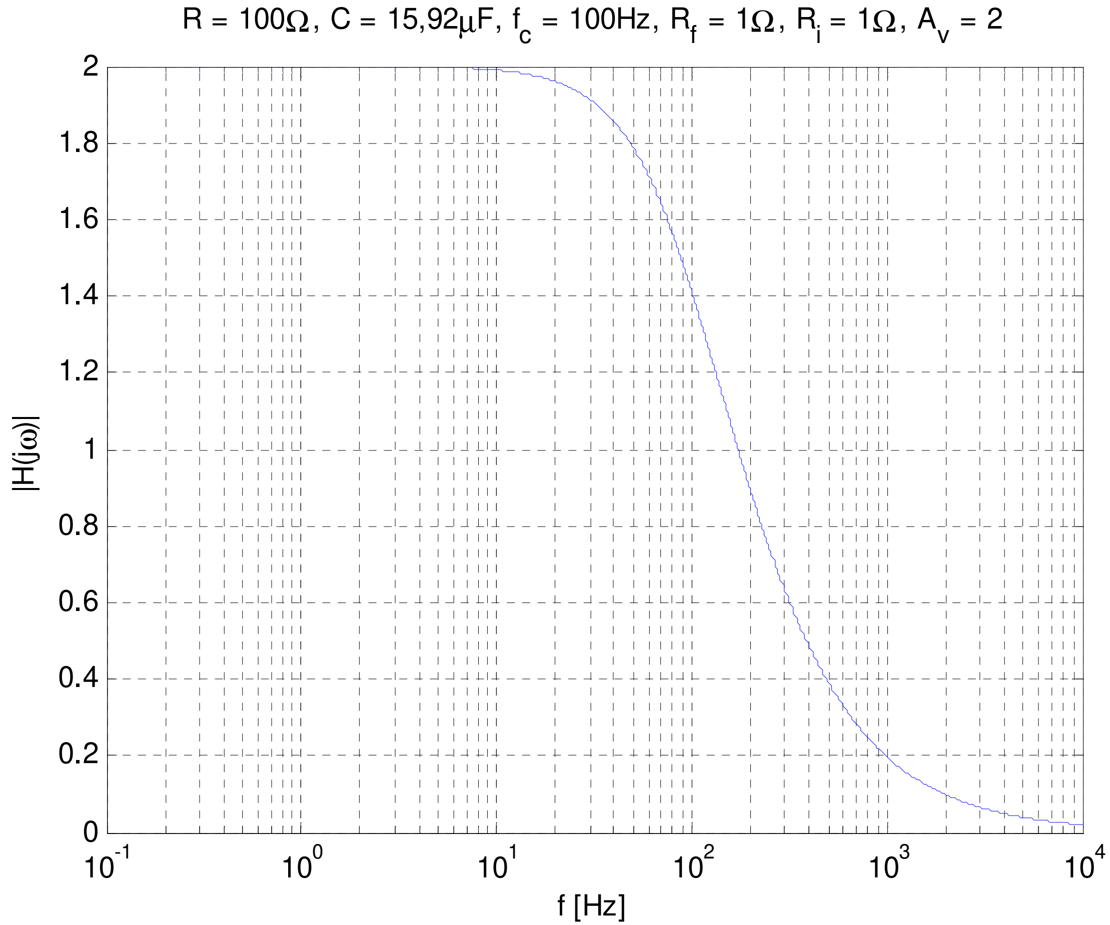
Filtro PB ativo de 1ª ordem



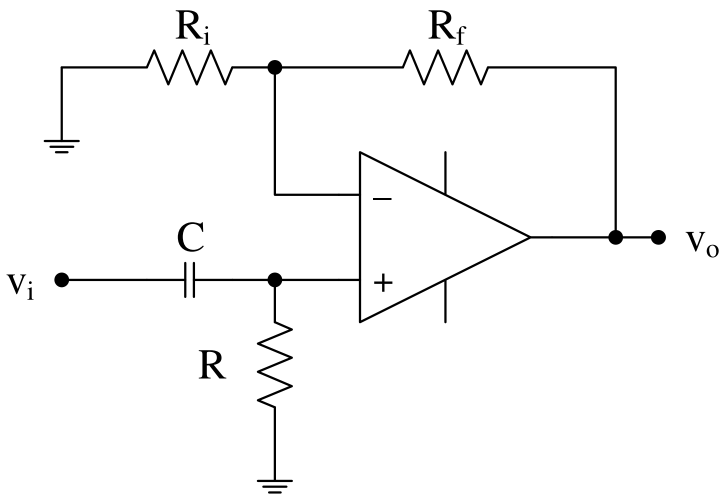
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = A_v \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \right)$$

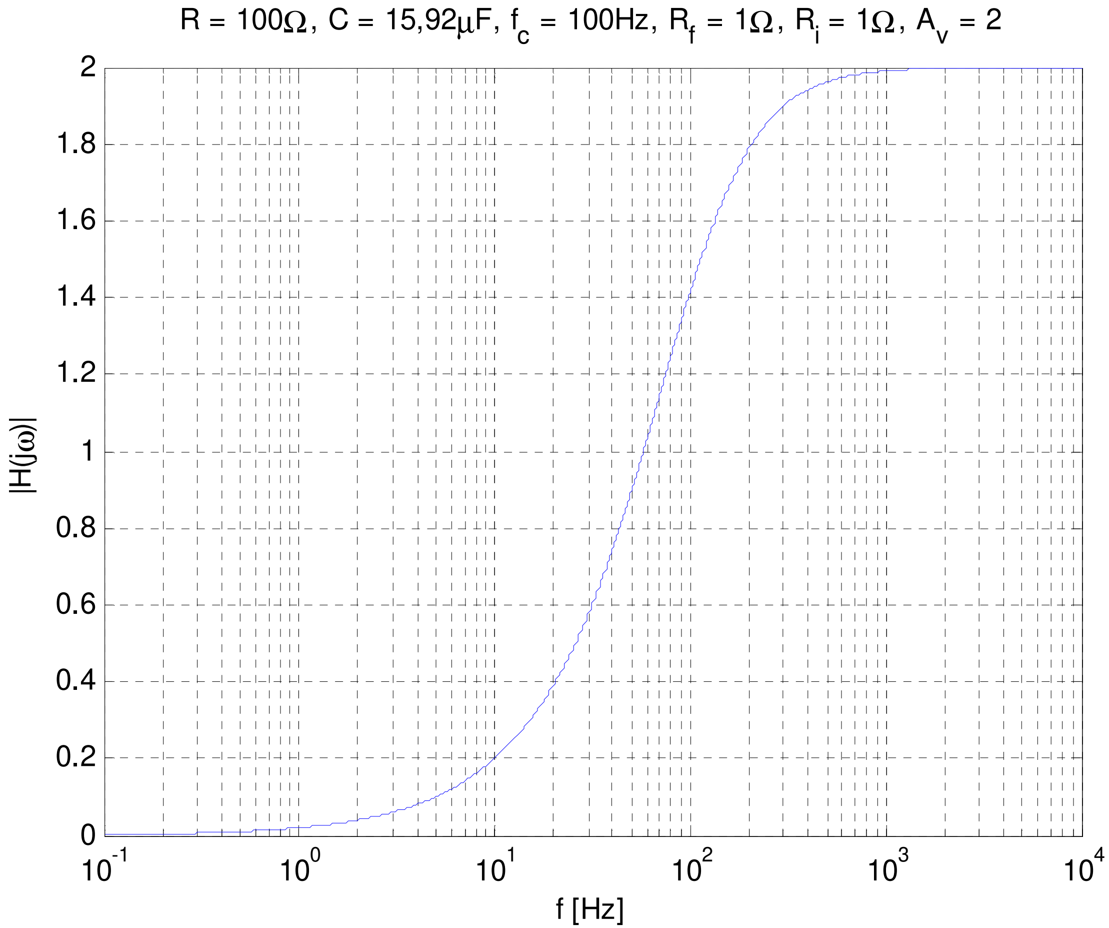
$$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_i} \qquad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$H(j\omega) = A_v \frac{1}{\left(1 + j\frac{f}{f_c}\right)} \rightarrow \left|H(j\omega)\right| = A_v \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$



Filtro PA ativo de 1ª ordem



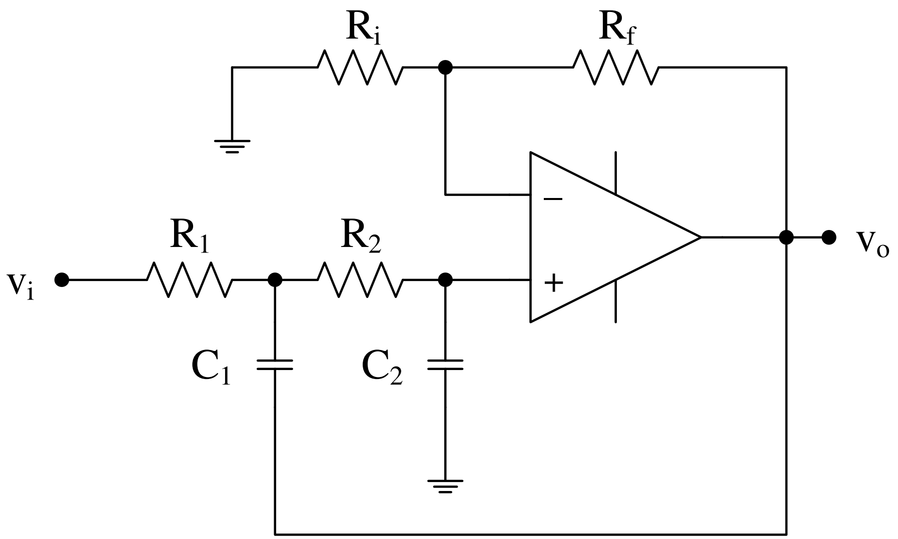


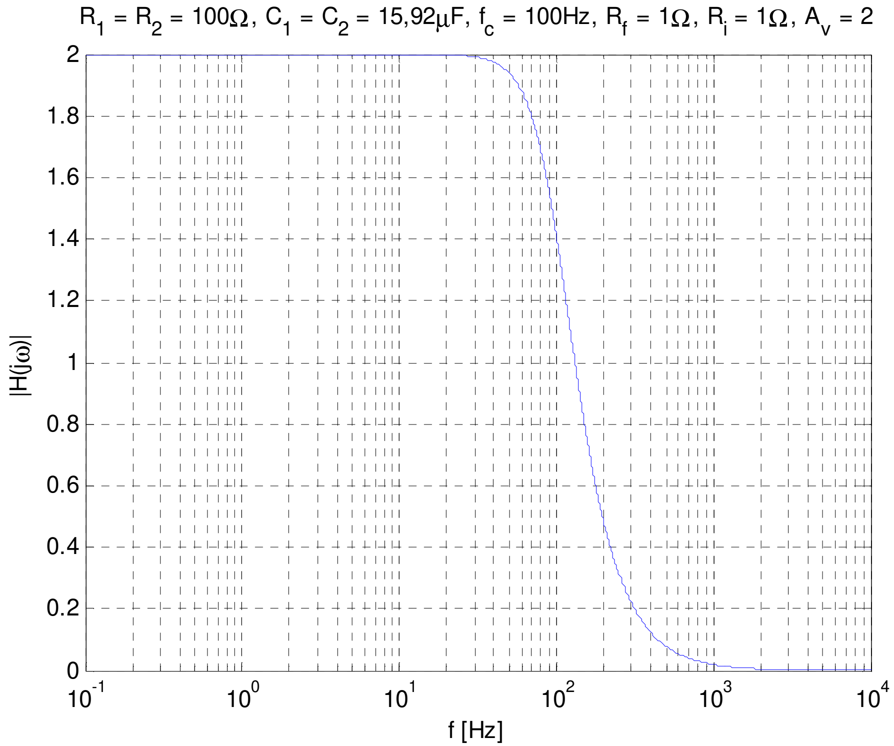
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = A_v \frac{s}{\left(s + \frac{1}{RC}\right)}$$

$$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_i} \qquad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$H(j\omega) = A_v \left(\frac{j\frac{f}{f_c}}{1 + j\frac{f}{f_c}} \right) \rightarrow \left|H(j\omega)\right| = A_v \left(\frac{\frac{f}{f_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \right)$$

Filtro PB ativo de 2ª ordem



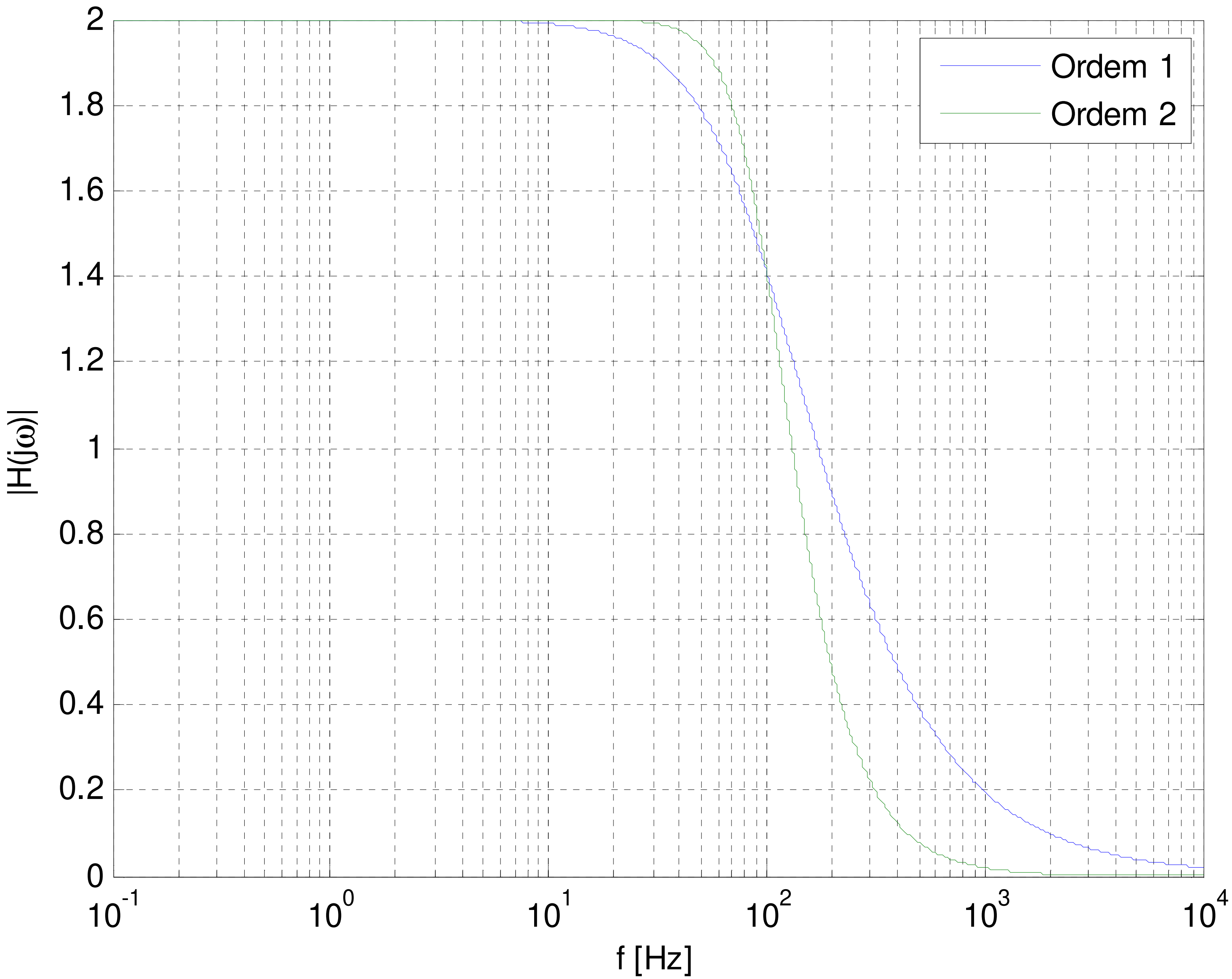


$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = A_v \left[\frac{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + \left(\frac{R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 - R_1C_1A_v}{R_1R_2C_1C_2} \right) s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \right]$$

$$\left| H(j\omega) \right| = A_v \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c} \right)^4}}$$

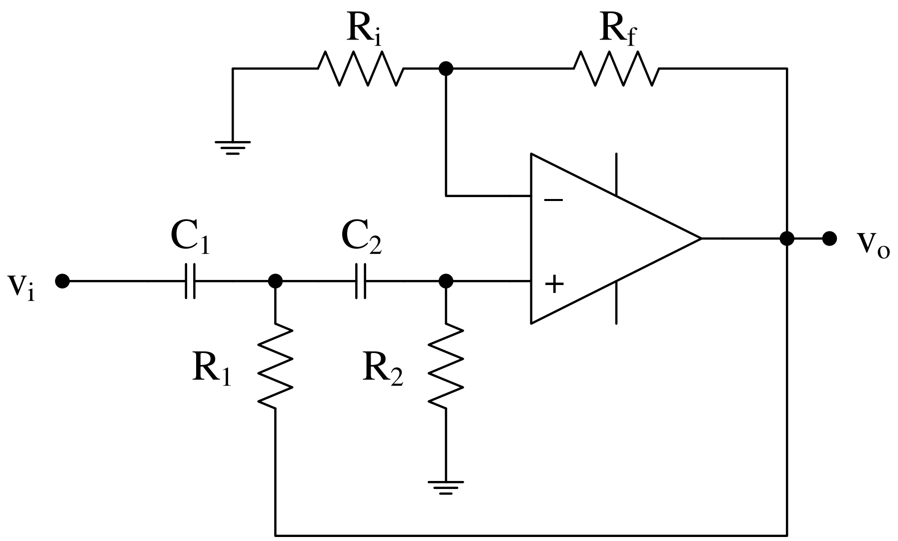
$$A_v = \left(1 + \frac{R_f}{R_i} \right) \qquad \omega_c^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}$$

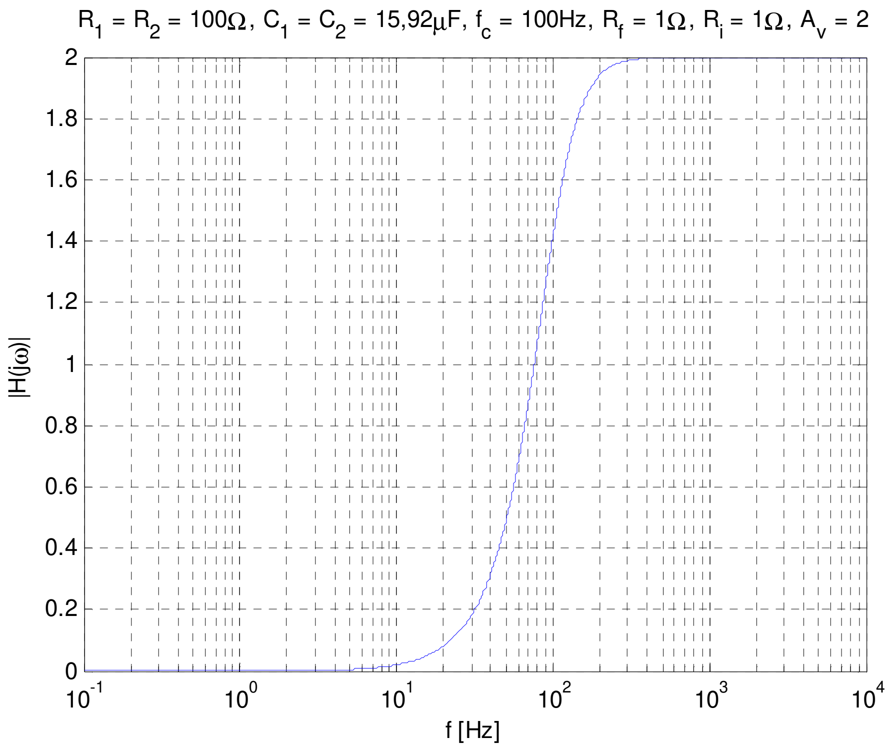
$R_f = 0{,}586 R_i$ ou $A_v = 1{,}586$
(comportamento Butterworth)



2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
|H(jω)|
Ordem 1
Ordem 2
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
f [Hz]

Filtro PA ativo de 2ª ordem



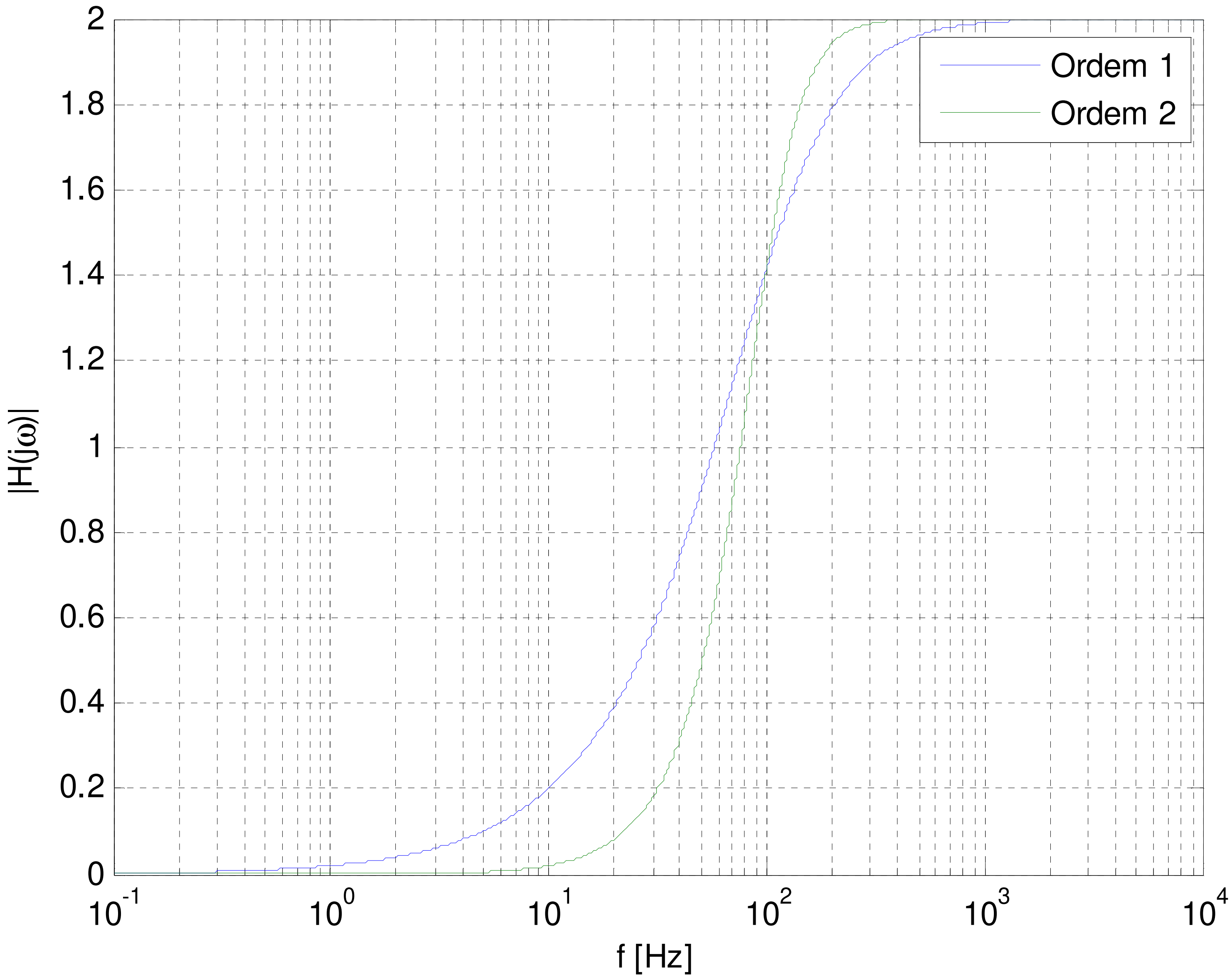


$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=A_v\left[\frac{s^2}{s^2+\left(\frac{R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2-R_2C_2A_v}{R_1R_2C_1C_2}\right)s+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}\right]$$

$$\left|H(j\omega)\right|=A_v\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f}\right)^4}}$$

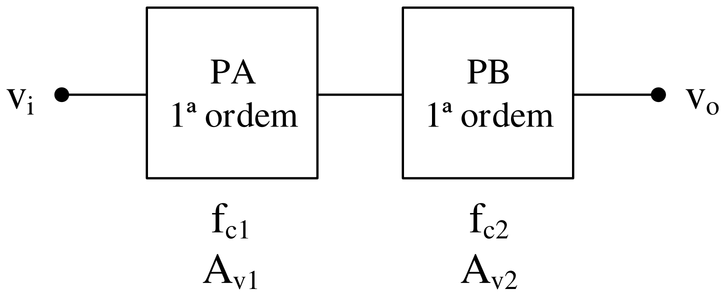
$$A_v=\left(1+\frac{R_f}{R_i}\right) \qquad \omega_c^2=\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}$$

$R_f = 0{,}586R_i$ ou $A_v = 1{,}586$
(comportamento Butterworth)



Ordem 1
Ordem 2
|H(jω)|
f [Hz]
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4

<u>Filtro PF</u>

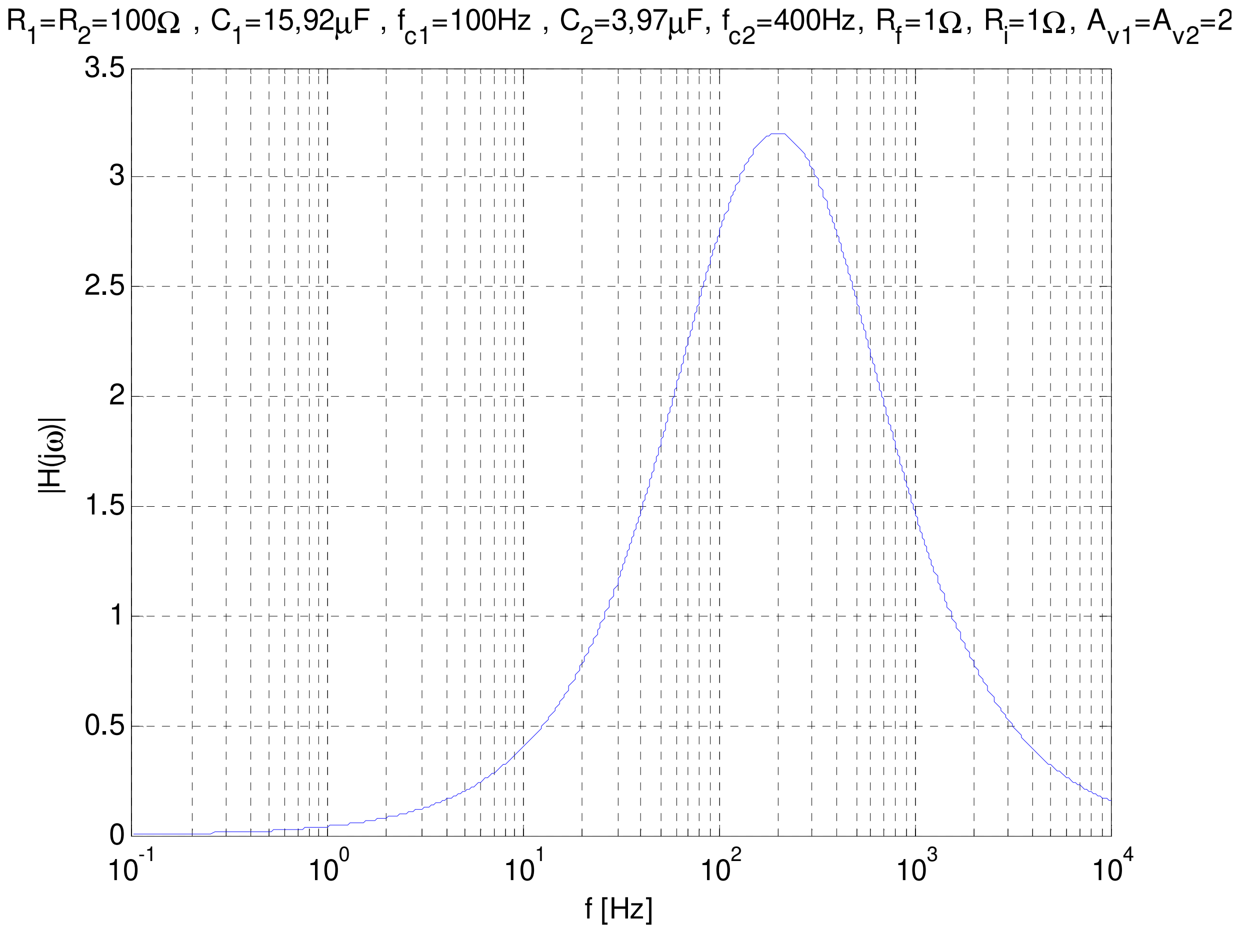


$$\left|H\left(j\omega\right)\right| = \frac{A_{v1}A_{v2}\left(\dfrac{f}{f_{c1}}\right)}{\sqrt{\left[1+\left(\dfrac{f}{f_{c1}}\right)^2\right]\left[1+\left(\dfrac{f}{f_{c2}}\right)^2\right]}}$$

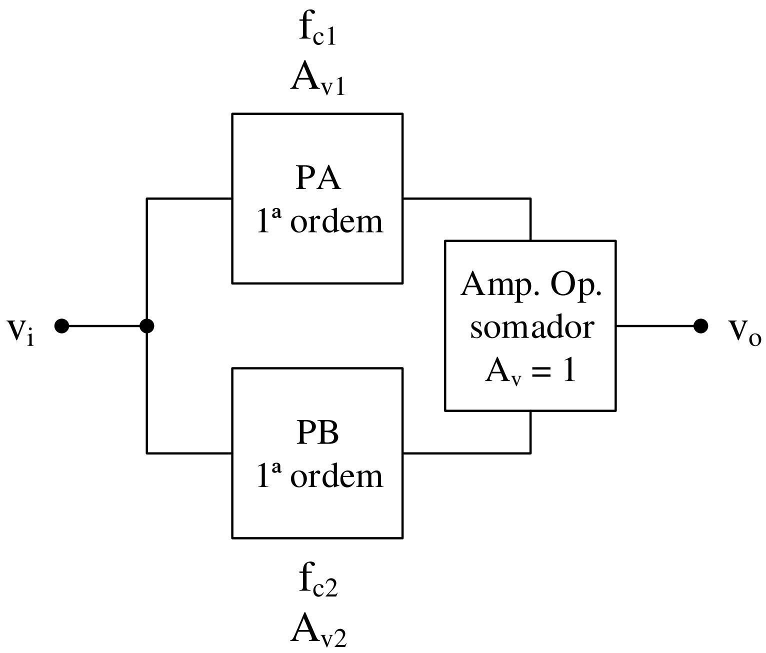
$f_{c1} < f_{c2}$ $\qquad$ $f_{central} = \sqrt{f_{c1}f_{c2}}$

$A_{v1} = A_{v2}$

$A_{v1} = 1 + \dfrac{R_{f1}}{R_{i2}}$ $\qquad$ $A_{v2} = 1 + \dfrac{R_{f2}}{R_{i2}}$



Filtro RF



$$f_{c1} > f_{c2}$$

$$f_{central} = \sqrt{f_{c1} f_{c2}}$$

$$A_{v1} = A_{v2}$$

$$A_{v1} = 1 + \frac{R_{f1}}{R_{i2}} \qquad A_{v2} = 1 + \frac{R_{f2}}{R_{i2}}$$

Exercícios

1) Projetar um filtro PB ativo de 1ª ordem com frequência de corte em 1kHz e ganho igual a 2. Considerar C = 10nF e R_i = 10kΩ. Desenhar o esquema elétrico final e esboçar a curva da resposta em frequência para o módulo do ganho de tensão. Resp: R = 15,9kΩ, R_f = 10kΩ.

2) Projetar um filtro PB ativo de 2ª ordem com frequência de corte em 1kHz e ganho igual a 1,586. Considerar C_1 = C_2 = 4,7nF, R_i = 27kΩ e R_1 = R_2. Desenhar o esquema elétrico final e esboçar a curva da resposta em frequência para o módulo do ganho de tensão. Resp: R_f = 15,82kΩ, R_1 = R_2 = 33,86kΩ.

3) Projetar um filtro PA ativo de 1ª ordem com frequência de corte em 1kHz e ganho igual a 2. Considerar C = 10nF e R_f = 10kΩ. Desenhar o esquema elétrico final e esboçar a curva da resposta em frequência para o módulo do ganho de tensão. Resp: R = 15,9kΩ, R_i = 10kΩ.

4) Determinar a frequência de corte e o ganho para um filtro PA ativo de 2ª ordem com R_1 = R_2 = 33kΩ, R_i = 26,96kΩ, C_1 = C_2 = 4,7nF e R_f = 15,8kΩ. Resp: A_v = 1,58, f_c = 1,026kHz.