

E202 – Circuitos Elétricos II

Aula 11 – Resposta em Frequência e Ressonância Série.

Prof. Luciano Leonel Mendes

PED Pedro Henrique de Souza

Resposta em Frequência

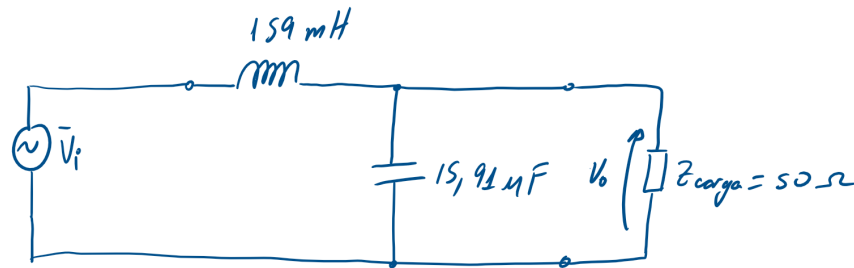
- A resposta em frequência de um circuito é uma curva que mostra como duas grandezas se relacionam no mesmo em função da frequência.
- A resposta em frequência pode ser dada pela razão da tensão na saída pela tensão de entrada, corrente no circuito pela tensão de entrada, tensão de saída pela corrente aplicada, etc.

$$H(f) = \frac{V_o}{V_i} \quad H(f) = \frac{I}{V_i} \quad H(f) = \frac{V_o}{I}$$

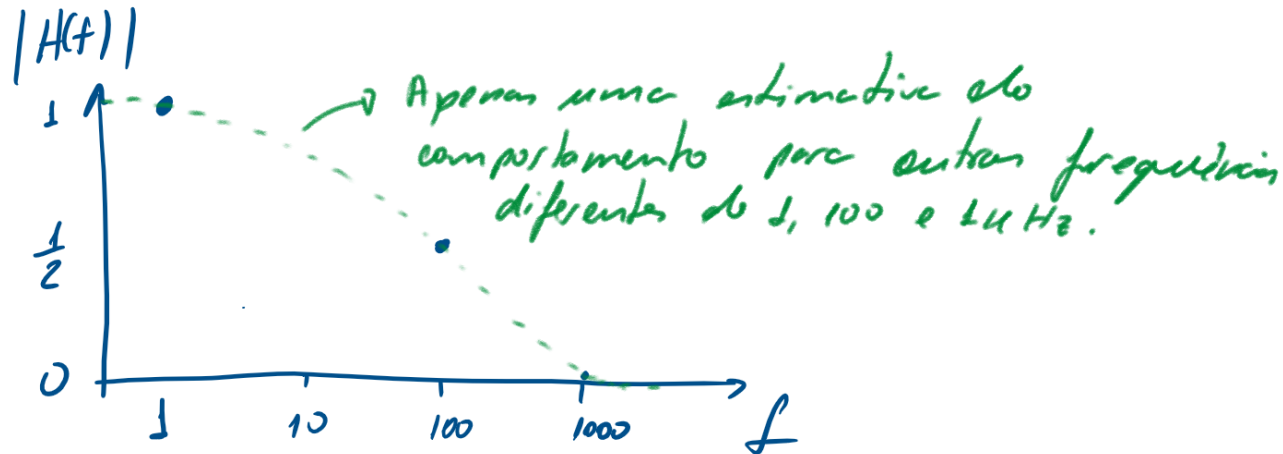
- Como a impedância dos capacitores e indutores mudam com a frequência, um circuito RLC vai responder de forma diferente para diferentes frequências de excitação.

Resposta em Frequência

- Exemplo 1: Encontre a resposta em frequência do circuito abaixo, denominada $H=V_o/V_i$, para as frequências de 1 Hz, 100 Hz e 1000 Hz.



- Pode-se gerar um gráfico que mostra a resposta em frequência do circuito encontrando-se o valor de H para todas as frequências.

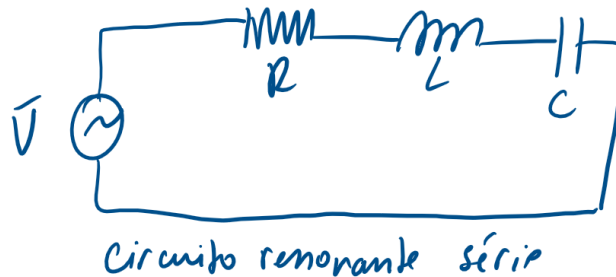


Princípios de Ressonância

- Todo circuito RLC possui uma frequência natural, na qual o capacitor e o indutor trocam energia de forma mais eficiente.
- Em um circuito LC ideal operando na frequência de ressonância, a energia é transferida de um componente para o outro indefinidamente.
- Neste caso, o circuito continuará oscilando mesmo quando não há aplicação de energia externa.
- [Clique aqui](#) para acessar o exemplo no Multisim.

Ressonância Série: Definição

- Um circuito RLC ressonante série é composto por uma resistência, uma indutância e um capacitor em série.



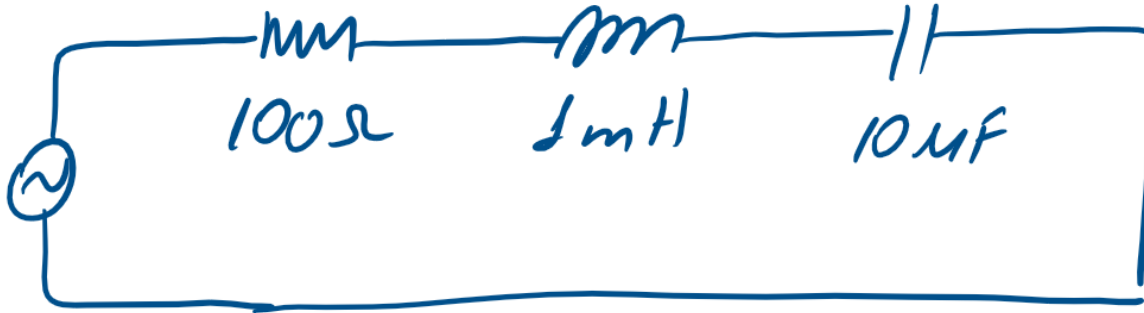
- Caso o circuito possua mais componentes em série, os mesmos podem ser combinados para se obter o circuito equivalente simplificado.
- A impedância total vista pela fonte é

$$Z_T = R + Z_L + Z_C$$

$$Z_T = R + jX_L - jX_C$$

Ressonância Série

- Exemplo 2: Encontre a impedância do circuito RLC série a seguir em função da frequência angular.



- Exemplo 3: O que acontece quando a frequência angular é 10 krad/s ?

Ressonância Série: Frequência de Ressonância

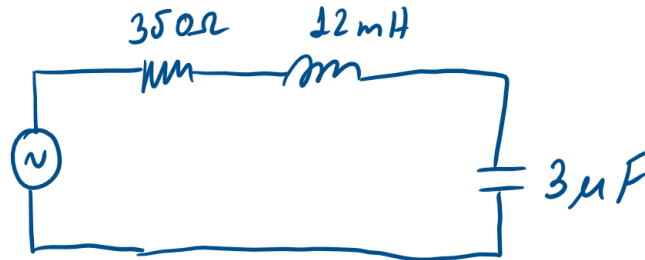
- Frequência de ressonância: é a frequência que faz com que a impedância do circuito seja puramente real.
- Nesta frequência, a reatância indutiva é igual à reatância capacitiva

$$X_L = X_C$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Exemplo 4: encontre a frequência de ressonância do circuito abaixo a impedância nesta frequência.

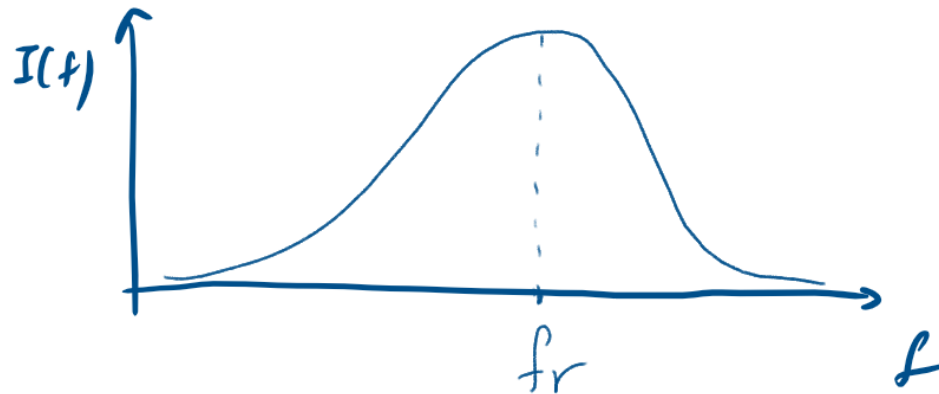


Ressonância Série: Frequência de Ressonância

- Na condição de ressonância, a corrente no circuito é

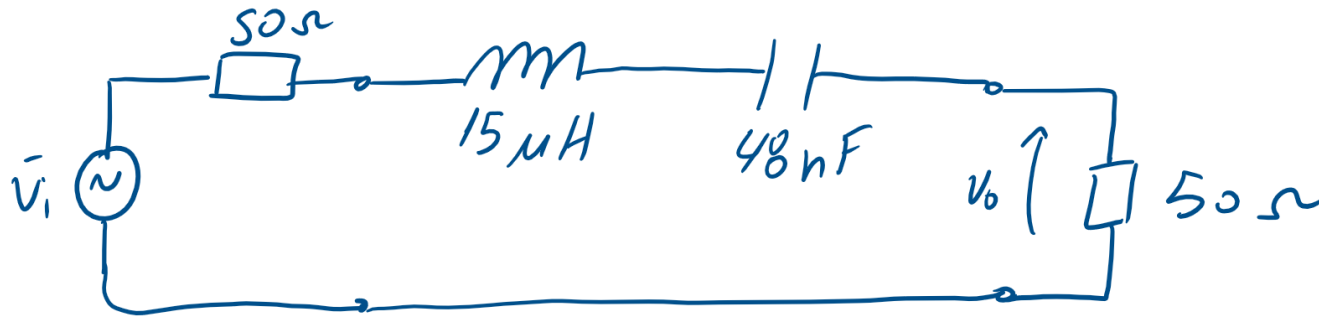
$$I_r = \frac{V}{R}$$

- A tensão e a corrente estão em fase. Este é o maior valor que a corrente pode assumir.

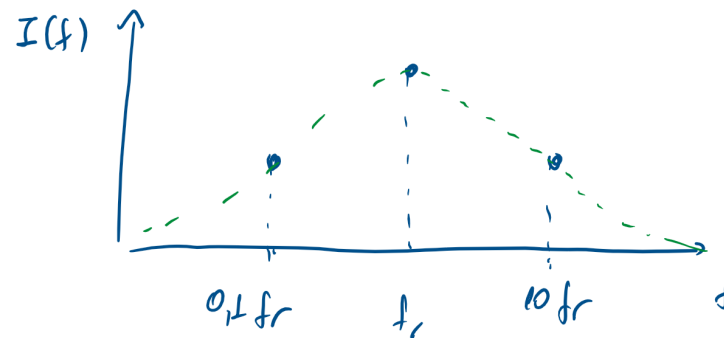


Ressonância Série

- Exemplo 5: Encontre a resposta em frequência do circuito abaixo em termos de V_o/V_i , para as frequências $0,1f_r$, f_r e $10f_r$.

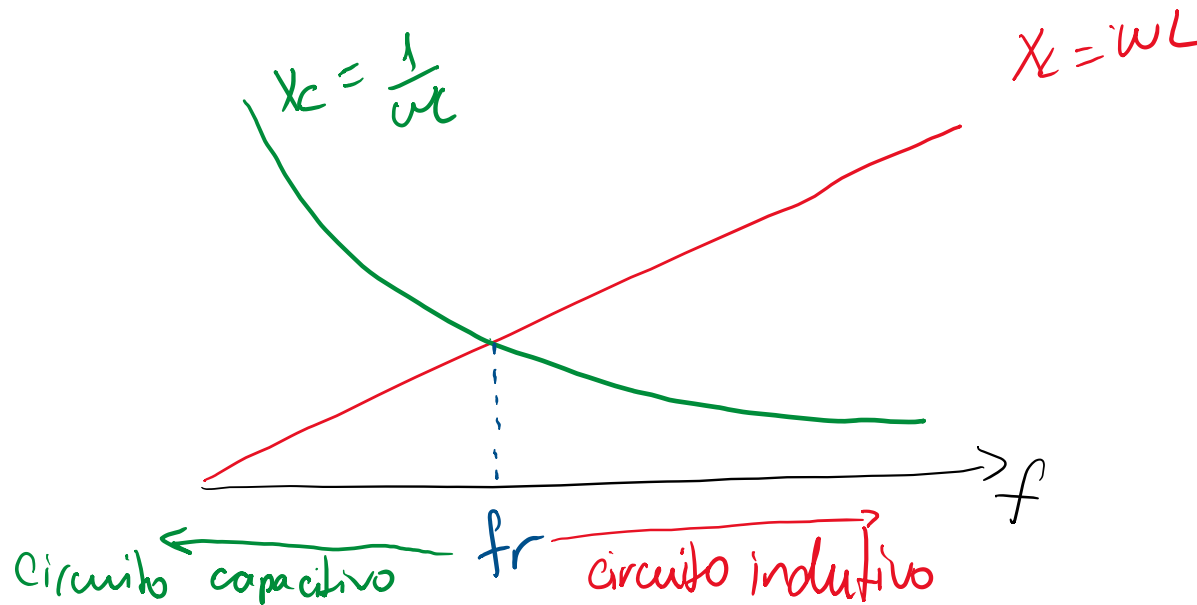


- O módulo da resposta em frequência sempre decai a partir da frequência de ressonância.



Ressonância Série: Caracterização do Circuito

- Na frequência de ressonância, a impedância do circuito é puramente resistiva.
- Nas frequências abaixo da ressonância, o circuito tem comportamento capacitivo.
- Nas frequências acima da ressonância, o circuito tem comportamento indutivo.



Ressonância Série: Frequência de corte

- Frequência de corte: é a frequência na qual a potência dissipada é a metade da potência máxima.
- A potência máxima é dissipada na frequência de ressonância.

Sabemos que $I(\omega) = \frac{V_i}{Z_T(\omega)}$ e $I_{max} = \frac{V_i}{R}$.

Então ω_c será obtido fazendo

$$|I(\omega_c)| = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \left| \frac{V_i}{R\sqrt{2}} \right| = \left| \frac{V_i}{R + j(X_L(\omega_c) - X_C(\omega_c))} \right|$$

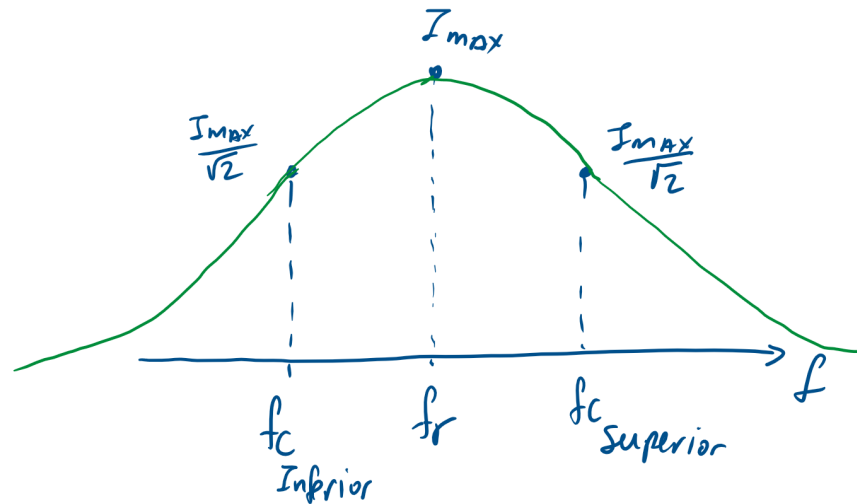
$$R\sqrt{2} = |R + j(X_L - X_C)|$$

$$R\sqrt{2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$2R^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \therefore (X_L - X_C)^2 = R^2$$

Ressonância Série: Frequência de corte

- Existem duas frequências de corte, sendo uma acima de f_r e outra abaixo de f_r .



- Para $f > f_r \rightarrow f_{c_{Superior}} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}} \right]$

$$f_{c_{I}} = \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}} \right]$$

Largura de faixa: diferença entre f_{cs} e f_{ci}

$$BW = \Delta f = f_{cs} - f_{ci}$$

$$BW = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}} \right] - \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}} \right]$$

$$BW = \frac{1}{4\pi} \frac{R}{L} + \frac{1}{4\pi} \frac{R}{L} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$$

Ressonância Série: Frequência de corte

- Exemplo 6: Encontre as frequências e corte para o circuito abaixo.

