aula 18-08 circuitos III

definições:

> corrente: taxa de variação de carga q por unidade de tempo. $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

- carga do e^-: $1,602 \times 10^{-19}$ C
- 1C é carga de $6,242 \times 10^{+18}$ e^-

> carga a partir da corrente: $\int_0^t i(t).dt + q(t_0)$
para $t_0 = 0$

> tensão: trabalho necessário para deslocar uma un. de carga $v(t) = \frac{dw(t)}{dq}$

- 1V = 1J/C
- 1C = 1J de energia: ddp de 1V.

> potência: taxa com a qual a energia é fornecida por un. de tempo $p(t) = \frac{dw(t)}{dt}$

- 1W = 1J/s
- 1V x 1A = 1J/s = 1W $p(t) = v(t).i(t)$

a energia é a capacidade de realizar trabalho. energia absorvida por um comp. $w(t) = \int_0^t p(t).dt$

- circuitos e componentes

> passivos: absorve energia do circuito, de maneira a dissipá-la (resistor) ou armazená-la (indutor, capacitor)
$w(t) \geq 0$ → recebe energia

> ativos: fornecem energia ao circuito (baterias, geradores, transistores)
$w(t) < 0$ → fornece energia

linearidade: descreve relação linear entre causa e efeito.
→ possui componentes lineares (resp. diretamente proporcion
> é linear se: a relação entre excitação e resposta satisfazer:
∘ princípio da superposição: a soma das entradas deve ser igual a soma das respostas de cada entrada.

∘ princípio da homogeneidade: quando multiplicada por uma constante a entrada, a saída é mult. pela mesma K.

ex.: superposição:

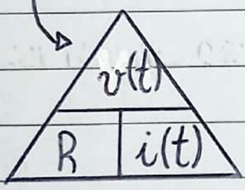
$v1 = r \cdot i1$
$v2 = r \cdot i2$
$v = r(i1 + i2) = r \cdot i1 + r \cdot i2 = v1 + v2$

homogeneidade:

$r(K \cdot i) = K \cdot (r \cdot i) = K \cdot v$
→ logo, relação linear.

> resistor: resistência R
oposição à passagem de corrente. $1\,\Omega = 1V/1A$

lei de ohm: $i(t) = \frac{A}{\rho L} \cdot v(t)$, logo: $R = \frac{\rho L}{A}$



potência do resistor: $p_R(t) = v_R(t) \cdot i_R(t)$

energia absorvida: $w_R(t) = \int v_R(t) \cdot i_R(t) \cdot dt$

> condutância: capacidade do componente de conduzir corrente elétrica $G = \frac{1}{R}$, em [S]

> capacitor: capacitância C
↳ duas placas condutoras separadas por um dielétrico.

$$C = \frac{q(t)}{v_c(t)} \text{, em } C/V \text{, ou } F$$

∘ corrente no capacitor
↳ pode variar instantaneamente

$$i_c(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$$

∘ tensão no capacitor
↳ ñ pode variar instantaneamente.

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0 i_c(t) \, dt + v_c(t_0)$$

* para uma tensão constante aplicada no capacitor: corrente nula → derivada de constante = 0. comporta-se como circuito aberto, não circula corrente, possui apenas tensão constante!

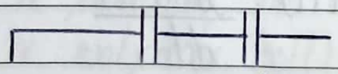
potência no capacitor: $p_c(t) = v_c(t) \cdot i_c(t) = C \cdot v_c(t) \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$

energia absorvida pelo capacitor: $w_c(t) = \frac{C \cdot v_c^2(t)}{2}$

* armazena energia na forma de tensão. idealmente, armazena sem dissipar. capacitor real dissipa

* capacitância : $\frac{\varepsilon . A}{d}$ ε = permissividade do dielétrico

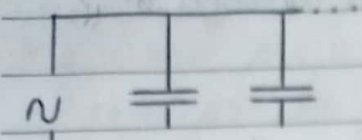
∘ associação em série : $C_{eq} = 1 / \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$



a corrente é a mesma em todo o circuito

a tensão é dada por: $v(t) = \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{C_n} \int_{t_0}^{t} i(t) \, dt + v(t_0)$.

◦ associação em paralelo $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$



a tensão é a mesma em todo circuito

a corrente é dada por: $i(t) = \sum_{n=1}^{n} C_n \dfrac{d\,v(t)}{dt}$

> indutor: indutância L

↳ fio condutor enrolado na forma de uma bobina

ao circular corrente, é gerado um campo magnético

$N\phi(t) = L \cdot i_L(t)$

↳ nº espiras

↳ fluxo magnético

obs cada espira gera um campo mag, que formam o fluxo mag

◦ tensão no indutor

↳ pode variar instantâneam.

$v_L(t) = L \cdot \dfrac{di_L(t)}{dt}$

◦ corrente no indutor

↳ n pode variar instantaneam.

$i_L(t) = \dfrac{1}{L} \cdot \int_{t_0}^{t} v_L(t)\,dt + i_L(t_0)$

* armazena energia na forma de corrente

* para uma corrente constante, o indutor age como curto-circuito: sua tensão será nula

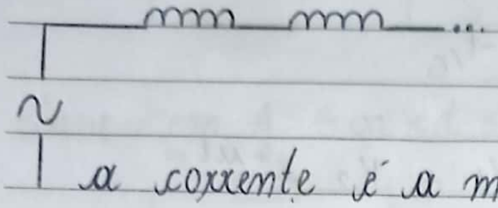
potência no indutor: $p_L(t) = v_L(t) \cdot i_L(t) = L \cdot i_L(t) \cdot \dfrac{di_L(t)}{dt}$

energia no indutor: $w_L(t) = \dfrac{L \cdot i_L^2(t)}{2}$

idealmente, armazena energia sem dissipar

* indutância: $L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{l + 0{,}45 \cdot d}$ μ_0 = permeabilidade mag

° associação série:



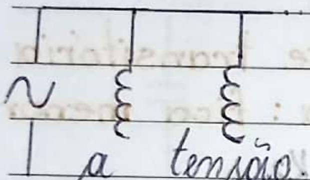
$L_{eq} = L_1 + L_2 + \ldots + L_n$

a corrente é a mesma em todo o circuito

a tensão é dada por: $v_L(t) = \sum_{n=1}^{n} L_n \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$

° associação paralelo:

$L_{eq} = 1/ \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n}$



a tensão é a mesma em todo o circuito

a corrente é dada por: $i_L(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n} \cdot \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt + i(t_0)$

aula 24-08: circuitos RC e RL no domínio do tempo

> circuito de n° ordem: possui n componentes que armazenam energia
o resistor não armazena energia, apenas cap e ind.

a solução de circuitos RC e RL de 1ª ordem, considerando a entrada $x(t)$ e a saída $y(t)$

formato:

$\frac{dy(t)}{dt} + a \cdot y(t) = x(t) \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} + a \cdot y(t) = A$

solução:

$y(t) = K_1 + K_2 \cdot e^{-at}$ $K_1 = \frac{A}{a}$ $K_2 = e^{B}$

para $t \to \infty$
$y(\infty) = K_1$

para $t \to 0$
$y(0) = K_1 + K_2$
$\hookrightarrow K_2 = y(0) - K_1 = y(0) - y(\infty)$

$\tau = \frac{1}{a}$, logo:
$y(t) = A.\tau + K_2 . e^{-t/\tau}$

obs: $y(t) = y_p(t) + y_h(t) = K_1 + K_2 . e^{-at}$
completa = particular + homogenea

particular: resposta do circuito ao ter em sua entrada a fonte A
homogênea: resposta do circuito sem fontes em sua entrada

a partir de 5 constantes de tempo: 5τ, a parte transitória (homogênea) da equação é desconsiderada: fica menor que 1% (não influência).
p/ $t = 0s > y_h(0) = K_2$
p/ $t = \infty s > y_h(\infty) = 0$

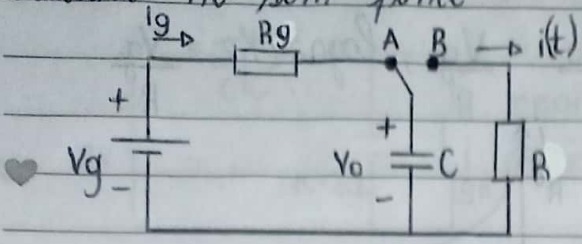
para $t \to \infty$: $f = \frac{1}{t} = 0\,Hz$ c.c.

capacitor: $i_C(t) = \frac{dv_C}{dt}(t) = 0$ — circuito aberto
indutor: $v_L(t) = \frac{di_L}{dt}(t) = 0$ — curto-circuito

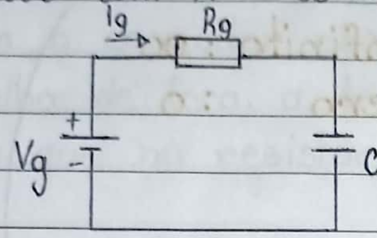
para $t \to 0$: $f = \frac{1}{t} = \infty\,Hz$ c.a.

capacitor: $i_C(t) = \frac{dv_C}{dt}(t) \neq 0$
indutor: $v_L(t) = \frac{di_L}{dt}(t) \neq 0$

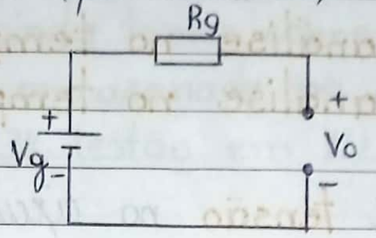
circuito RC sem fonte



chave em A: $-\infty < t < 0$ (permanente)

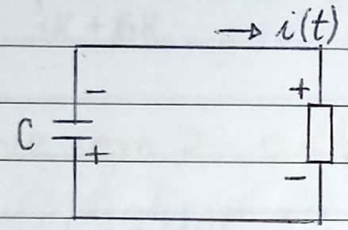


→



$V_0 = V_g$
condição inicial

chave em B: $0 < t < \infty$



usando a lei de Kirchof p/ tensão

$v_R(t) + v_C(t) = 0$

$R \cdot i_R(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt + v_0 = 0$

transformar equação integral em equação diferencial

serve só p/ achar a

obs: precisamos chegar em:

$\frac{dy(t)}{dt} + a\,y(t) = A$

derivar ambos os lados:

$R \cdot \frac{di_R(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i(t) + 0 = 0$

dividir ambos os lados por R, para eliminar a constante que multiplica a derivada

$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = 0 \qquad a = \frac{1}{RC} \qquad \tau = \frac{1}{a} = RC$

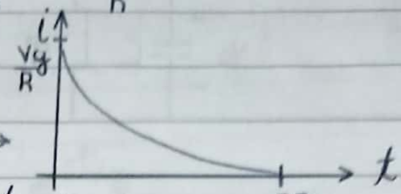
$y(t) = K_1 + K_2 \cdot e^{-at}$, para $t = \infty$: $y(t) = K_1$ (permanente)

logo, o cap. se comporta como circuito aberto, $K_1 = 0 \rightarrow i(t) = 0$

para $t = 0s$: $i(0) = \cancel{K_1} + K_2$

$i(0) = K_2$ $\quad i(0) = \frac{V_0}{R} = \frac{V_g}{R}$, logo: $K_2 = \frac{V_g}{R}$

$i(t) = \frac{V_g}{R} \cdot e^{-t/RC}$ (A) , para $t \geq 0$



por não se ter fonte de alimentação, $K_1 = 0$

para achar K1, análise no tempo infinito : ∞

para achar K2, analise no tempo zero : 0

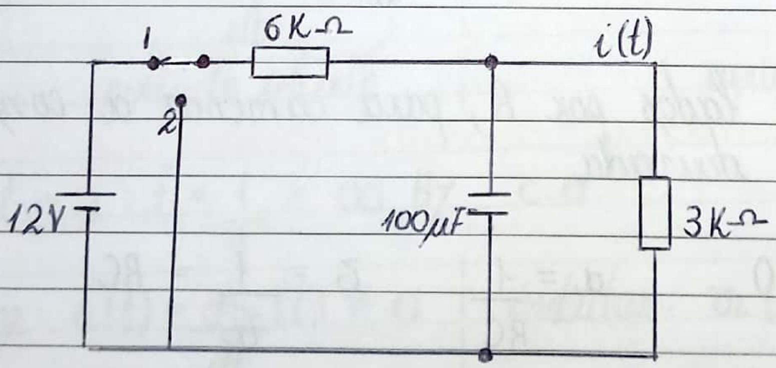
para acharmos a tensão no circuito

$$v_R(t) = R \cdot i(t) = \cancel{R} \cdot \frac{V_g}{\cancel{R}} \cdot e^{-t/RC} = V_g \cdot e^{-t/RC} \text{ (V) p/ } t \geq 0$$

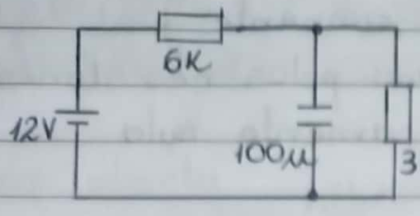
circuito RL sem fonte: análise na apostila

aula 25-08 : exemplo com valores numéricos

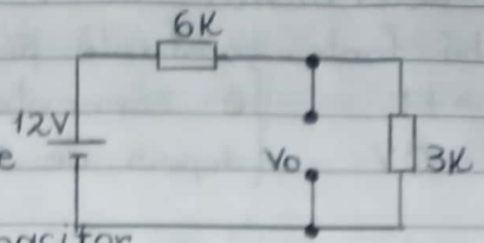
1- assumir que a chave ficou na posição 1 por muito tempo e no instante $t = 0s$ a chave é alterada para a posiç. 2. calcular $i(t)$ para $t \geq 0$.



chave em 1 : $-\infty < t < 0$



regime permanente



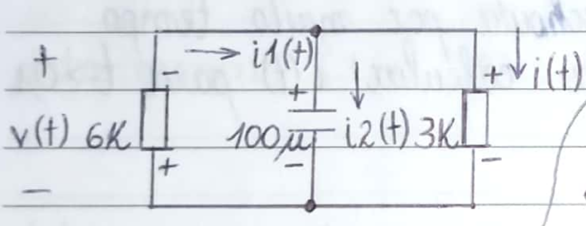
↳ capacitor como circuito aberto

com o capacitor aberto, ainda temos corrente circulando na malha de fora. a tensão armazenada no capacitor é a mesma que no resistor de 3K (estão em //)

divisor de tensão:

$$V_o = \frac{3K}{3K+6K} \cdot 12 = 4V$$: condição inicial

chave em 2 : $0 < t < \infty$



lei de Kirchof para corrente:
$i_1(t) = i_2(t) + i(t)$

adotar uma tensão v(t) : a mesma para todos os componentes

resolvendo a equação:

$$\frac{-v(t)}{6K} = 100\mu \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{3K} \rightarrow 100\mu \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{3K} + \frac{v(t)}{6K} = 0$$

$$100\mu \cdot \frac{dv(t)}{dt} + 0{,}0005 \cdot v(t) = 0$$

* eliminar a constante que multiplica a derivada:

dividir toda a equação por 100μ : $\frac{dv(t)}{dt} + 5v(t) = 0$

$v(t) = K_1 + K_2 \cdot e^{-at}$ $\quad a = 5$ $\quad$ ↳ eq. diferencial

$\tau = \frac{1}{5} = 0{,}2\,s.$ $\quad 5\tau = 5 \cdot 0{,}2 = 1\,s.$

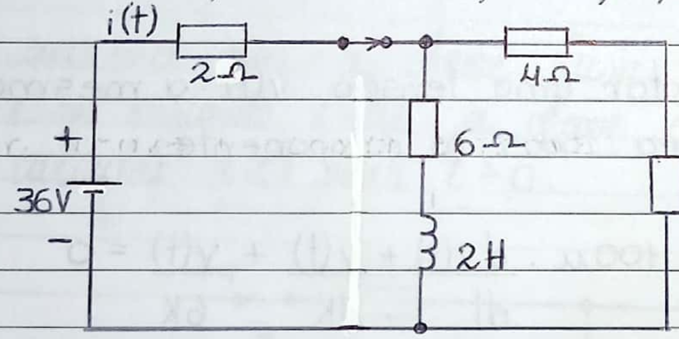
para determinar K1: t = ∞ s. regime permanente.
não há fonte constante p/ manter a corrente ,
$v(\infty) = K1$ { a corrente é dissipada pelos resistores
$v(\infty) = 0V$ { depois de 5τ é praticamente nula

para determinar K2: t = 0 s
no instante próximo de 0s, $V(t) = V_0 = 4V$
$V(0) = K2$
$V(0) = 4V \rightarrow K2 = 4V$

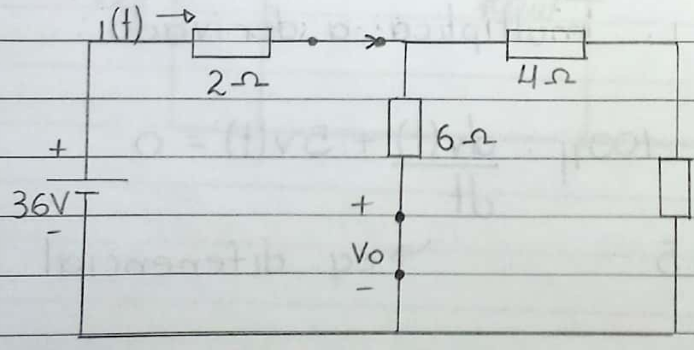
montar a equação final: $v(t) = 0 + 4 \cdot e^{-5t}$
para achar a equação da corrente: i (t)

$$i(t) = \frac{v(t)}{3K} = \frac{4 \cdot e^{-5t}}{3K} = 1,33\,m \cdot e^{-5t}\ [A],\ p/\ t > 0s.$$

2- assumir que a chave ficou fechada por muito tempo e no instante t = 0 s é aberta calcular i(t) para t > 0 s



chave fechada



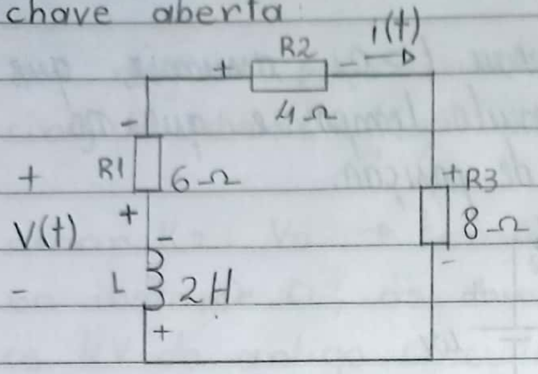
regime permanente: indutor como curto circuito: tensão Vo será nula
> passará pelo ind a tensão do resistor

divisor de tensão:

$Req = (4+8) // 6$ $\qquad V_0 = \frac{4}{2+4} \cdot 36 \to V_0 = 24\,V$

$Req = 12 // 6 = 4$ $\qquad$ ↳ condição inicial

chave aberta



lei de Kirchof para tensão

$VR1 + VR2 + VR3 + VL = 0$

$6 \cdot i(t) + 4 \cdot i(t) + 8 \cdot i(t) + 2 \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = 0$

$> 18\,i(t) + 2 \cdot \frac{di(t)}{d(t)} = 0 \quad (:2)$

$9\,i(t) + \frac{di(t)}{dt} = 0$ $\qquad$ temos : $a = 9$ $\qquad A = 0$

$\tau = 1/9 = 0{,}111 \to 5\tau = 0{,}555\,s$

$i(t) = K_1 + K_2 \cdot e^{-9t}$

determinar K_1 : $K_1 = \frac{A}{a} = \frac{0}{9} = 0$

determinar K_2 : $K_2 = I_0$ (corrente no inst próximo de 0)

$K_2 = V_0 : R1 = 24 : 6$

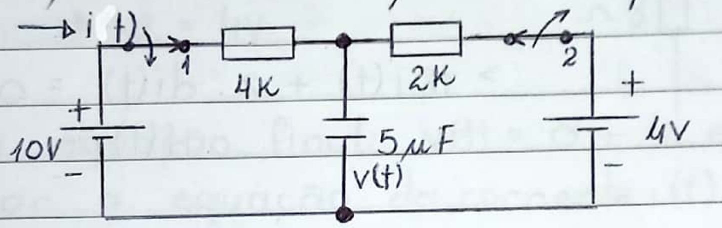
$K_2 = 4\,A$

logo : $i(t) = -4 \cdot e^{-9t}$ [A], para $t > 0s$ $\qquad$ → adotada

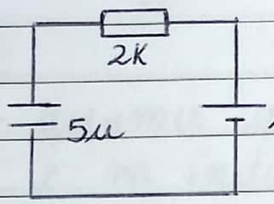
↳ sinal de menos: observar fonte e sentido da corrente pedido no exercício.

> circuitos RC e RL com fontes constantes: são aqueles em que após o instante zero, $t > 0s$, ainda existe pelo menos uma fonte constante que continua alimentando-o.

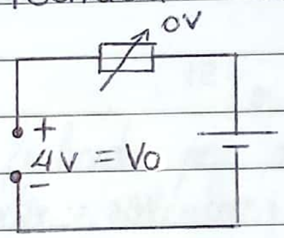
exemplo: calcular $i(t)$, $v(t)$ e $v_R(t)$ para $t > 0s$. assumir que a chave ficou em posição inicial muito tempo e que no instante $t = 0s$ a chave é alterada de posição.



para chave 1 aberta e chave 2 fechada: $-\infty < t < 0$

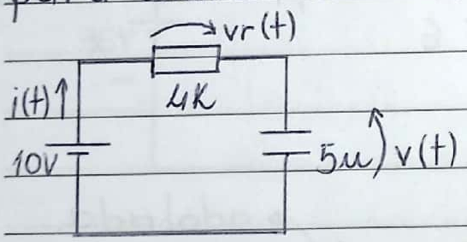


regime permanente



se há circuito aberto, ñ há corrente, é anulada a tensão em R.

para chave 1 fechada e chave 2 aberta: $0 < t < \infty$



lei de Kirchof (p/ o circuito série)

$$v_R(t) + v(t) = 10$$

$$4^K i(t) + \frac{1}{5\mu} \cdot \int_0^t i(t)\, dt + 4 = 10$$

$$4^K \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{5\mu} \cdot i(t) + 0 = 0$$

$(:4K) \rightarrow$ eliminar constante

$$\frac{di(t)}{dt} + 50\, i(t) = 0$$

temos: $a = 50$

$A = 0$

$\tau = 1/50 = 0{,}02$

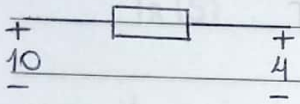
$5\tau = 0{,}1\,s$

$i(t) = K_1 + K_2 \cdot e^{-at}$

achar K_1: $K_1 = \frac{A}{a} = \frac{0}{50} = 0$ ou então:

em regime permanente, o capacitor se comporta como circuito aberto, logo: $i(\infty) = 0$ → ñ circula corrente.

achar K_2: V_0 → tensão do capacitor no instante 0.
no instante 0, as chaves mudam de posição. teremos os 4V do antigo circuito, somado aos 10V do novo circuito.



$i(0) = \frac{v_R(0)}{R} = \frac{10-4}{4K} = 1{,}5\,mA = K_2$

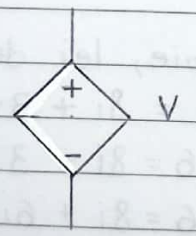
logo, temos $i(t) = 1{,}5m \cdot e^{-50t}$ A, p/ $t \geq 0$

$v_R(t) = 4K \cdot i(t) \rightarrow v_R(t) = 4K \cdot 1{,}5m \cdot e^{-50t}$ V, p/ $t \geq 0$
$v_R(t) = 6 \cdot e^{-50t}$ V

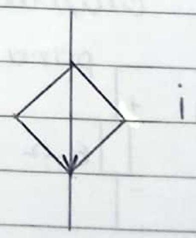
$v(t) = 10 - v_R(t) = 10 - 6 \cdot e^{-50t}$ V, p/ $t \geq 0$

fontes dependentes de corrente e tensão
↳ dependem de outras grandezas presentes no circuito

tensão:

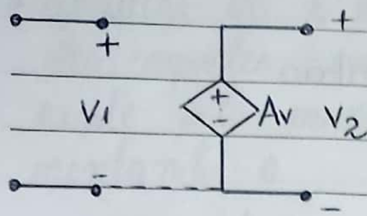


corrente:



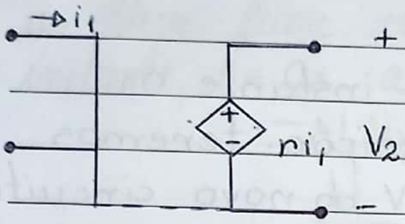
há quatro tipos de fontes controladas

> fonte de tensão contr. por tensão FTCT



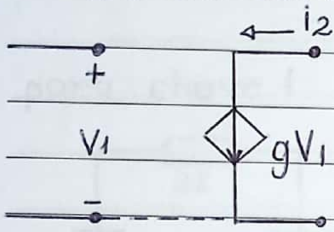
$$A_V = \frac{V_2}{V_1}$$ ganho de tensão

> fonte de tensão controlada por corrente FTCC



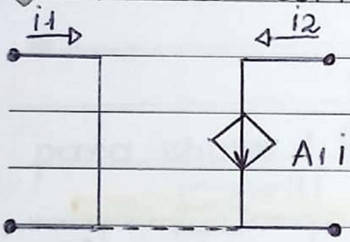
$$r = \frac{V_2}{i_1}$$ resistência de transferência

> fonte de corrente contr. por tensão FCCT



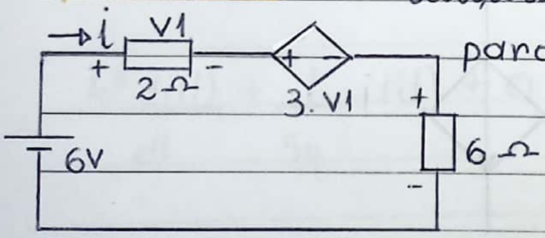
$$g = \frac{i_2}{V_1}$$ condutância de transferência

> fonte de corrente contr. por corrente FCCC



$$A_1 = \frac{i_2}{i_1}$$ ganho de corrente

exemplo:
calcular i e v_1



para o circuito em série, lei de Kirchof

$6 = 2i + 3v_1 + 6i = 8i + 3v_1$

para $v_1 = 2i$: $6 = 8i + 3 \cdot 2 \cdot i$

$6 = 8i + 6i = 14i$

$v_1 = 2 \cdot 0,428 = 0,856\,V$ $\quad i = \frac{6}{14} = 0,428\,A$

FTCT : $3v_1 = 3 \cdot 0,856$

FTCT = 2,568 V

solução de circuitos no domínio da frequência

no domínio da frequência, podemos associar diversas impedâncias

$$s = \sigma + j\omega$$

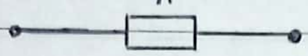
↳ imaginária: regime permamente

↳ real: regime transitório

resistor: impedância resistiva

↳ puramente real

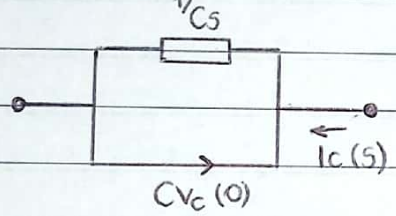
$$R = \frac{V_R(s)}{I_R(s)}$$

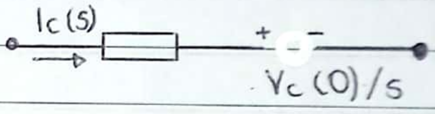


capacitor: impedância capacitiva

↳ há parte imaginária

$$Z_C = \frac{1}{sC}$$





indutor: impedância indutiva:

$$Z_L = Ls$$