

# E202 – Circuitos Elétricos II

## Aula 2 – Sinais Senoidais

Prof. Luciano Leonel Mendes

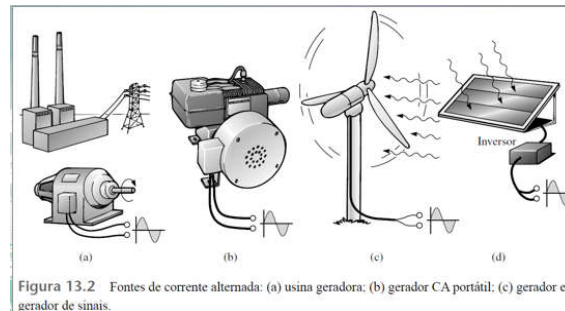
PED Pedro Henrique de Souza

# Sinais Senoidais

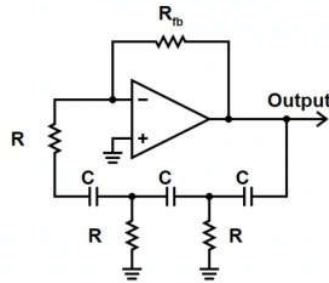
- Os sinais senoidais são amplamente utilizados em diversas aplicações do ramo de engenharia elétrica e suas ramificações.
- Energia elétrica: sinal utilizado para a transporte de energia.
- Telecomunicações: portadora empregada nos processos de modulação.
- Sistemas de Comunicações Digitais: sinais de referência.

# Sinais Senoidais – Geração

- Os sinais senoidais são tipicamente gerados por:
  - a) Geradores de energia – hidrelétricas, heólicas, termoeletricas, fissão nuclear, solar.

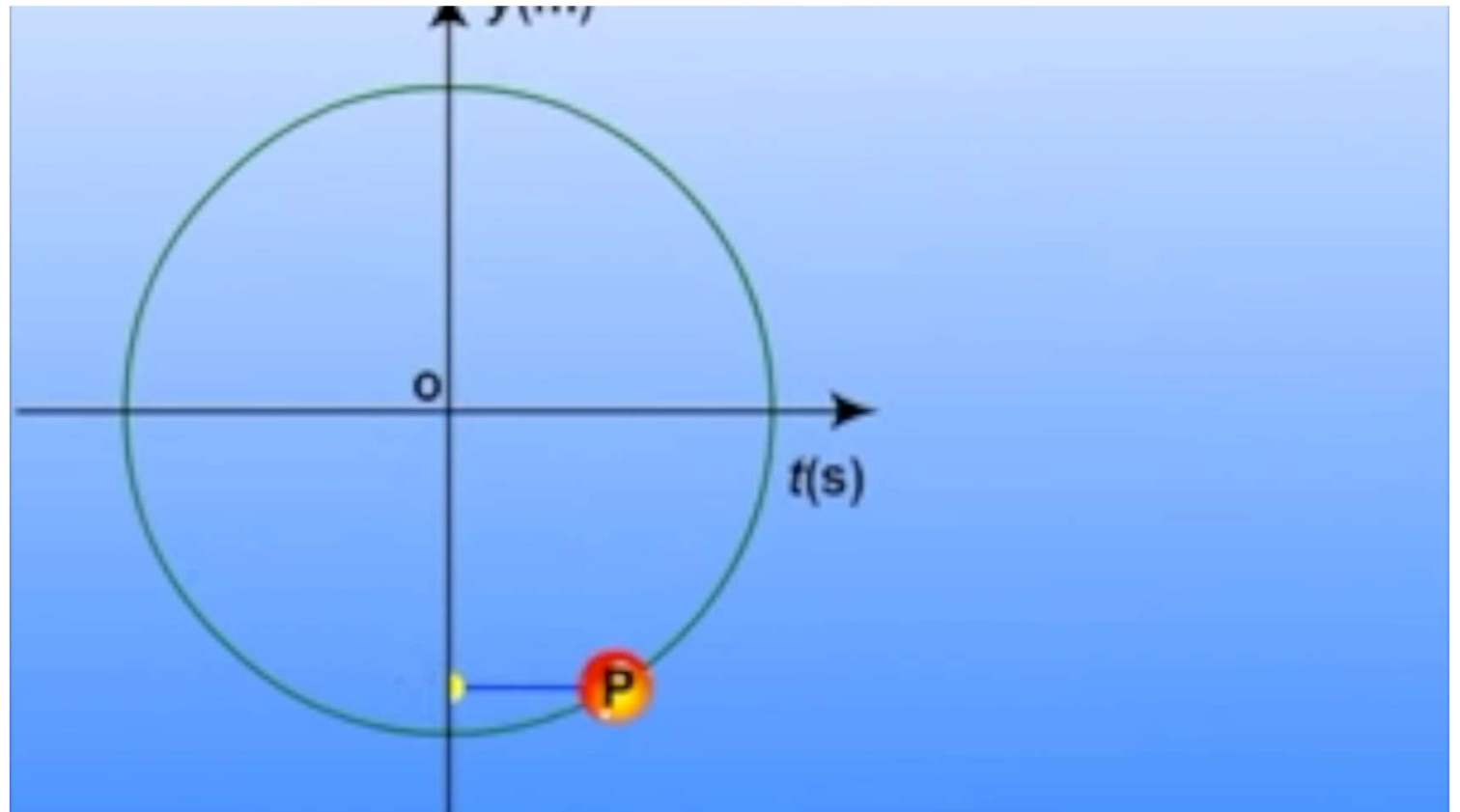


- b) Osciladores – geração de sinais para circuitos de telecomunicações e de controle através do princípio da ressonância.



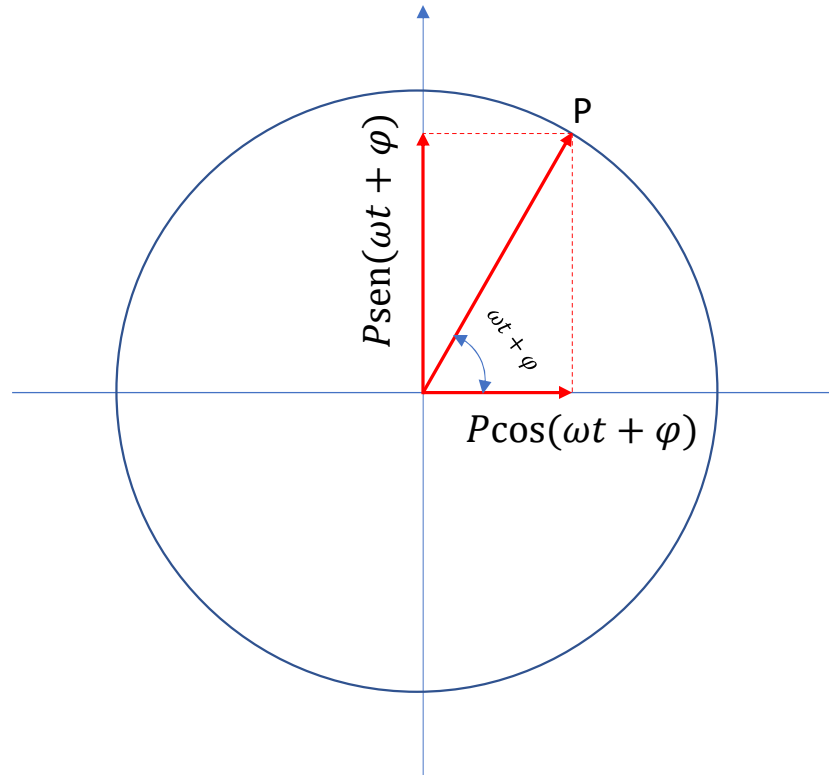
# Sinais Senoidais - Geração

- Os sinais senoidais são obtidos naturalmente através de movimentos circulares uniformes.



# Sinais Senoidais – Seno e Cosseno

- Sinais senoidais – projeção do ponto  $P$  no eixo das ordenadas.
- Sinais cossenoidais – projeção do ponto  $P$  no eixo das abscissas.



# Sinais Senoidais – Seno e Cosseno

$$Pe^{j\omega t + \theta} = P\cos(\omega t + \theta) + jP\sin(\omega t + \theta)$$

$P$  é a amplitude máxima do sinal [V ou A].

$\omega$  é a frequência angular [rad/s].

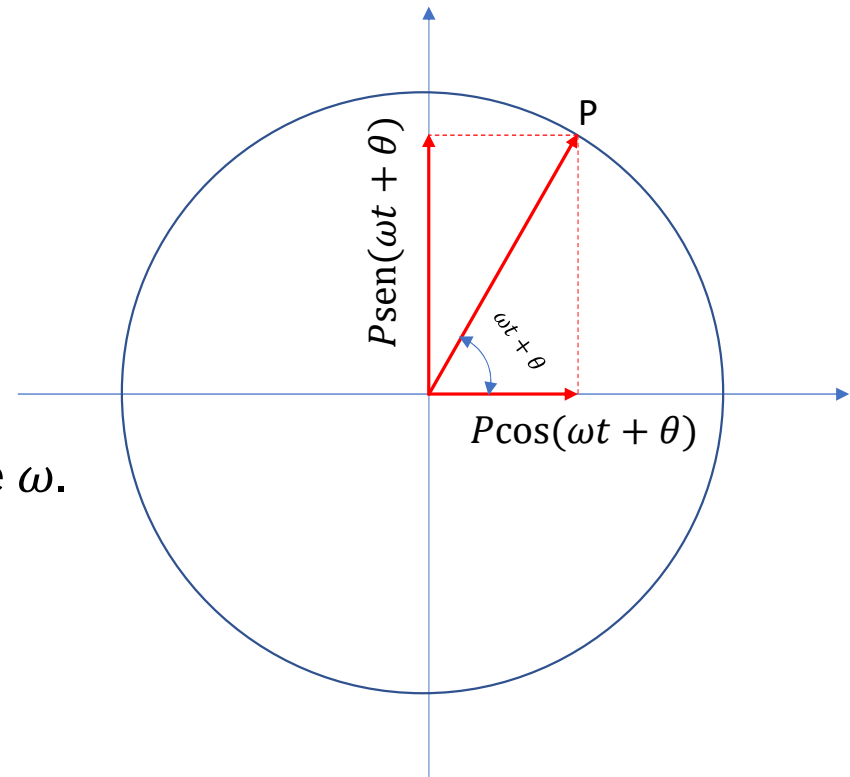
$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$$

$\varphi$  é a fase inicial do sinal [rad].

A frequência angular é a velocidade com que o ângulo varia ao longo do tempo.

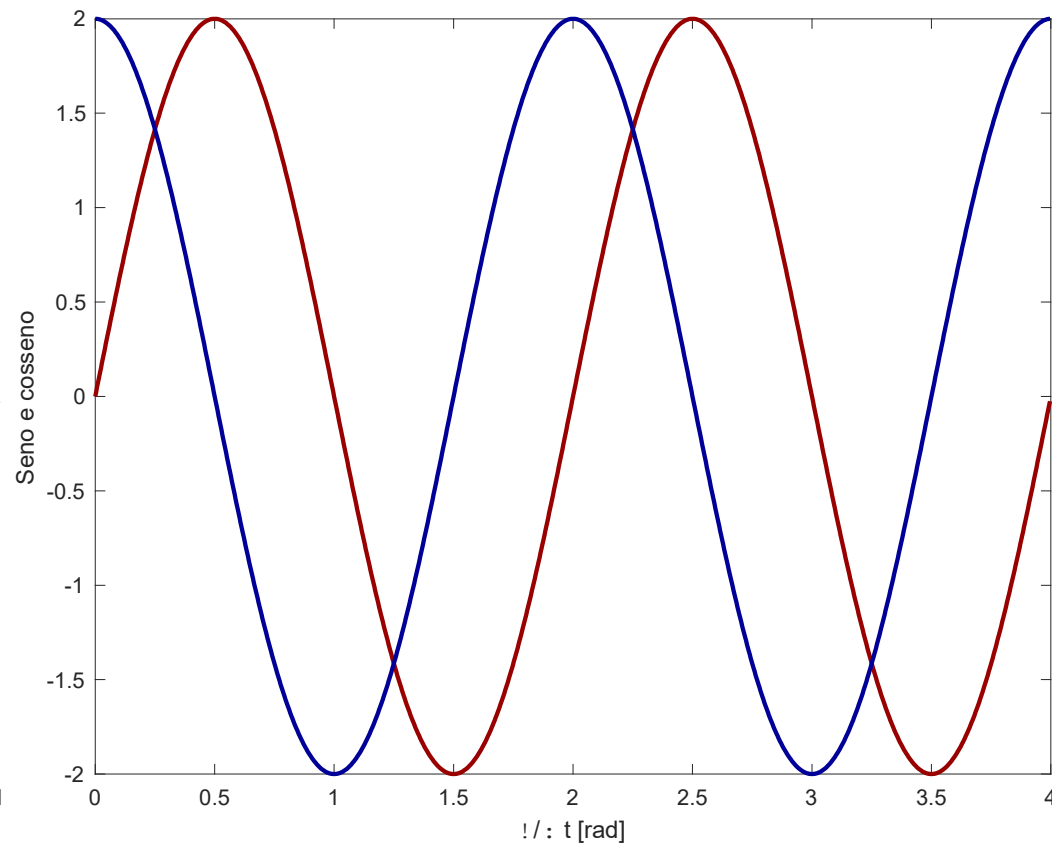
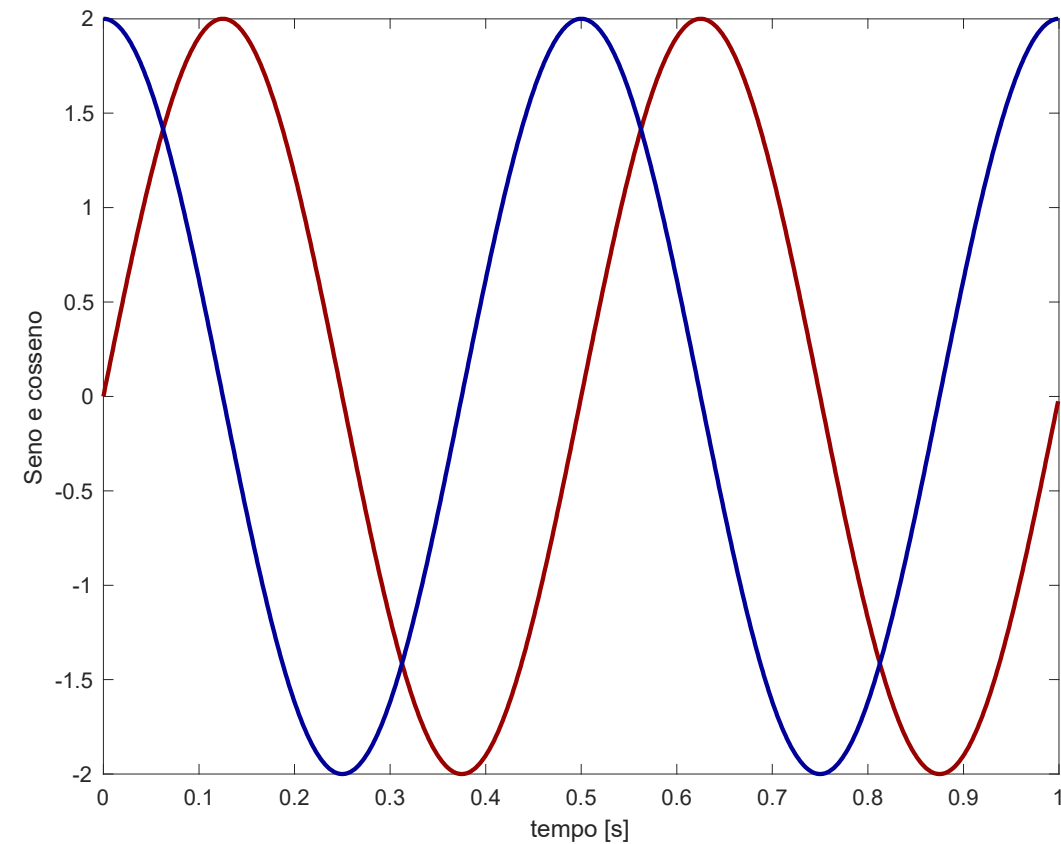
Como uma volta tem  $2\pi$  rad, essa é a relação entre  $f$  e  $\omega$ .

A fase inicial é o ângulo do sinal para  $t = 0s$ .



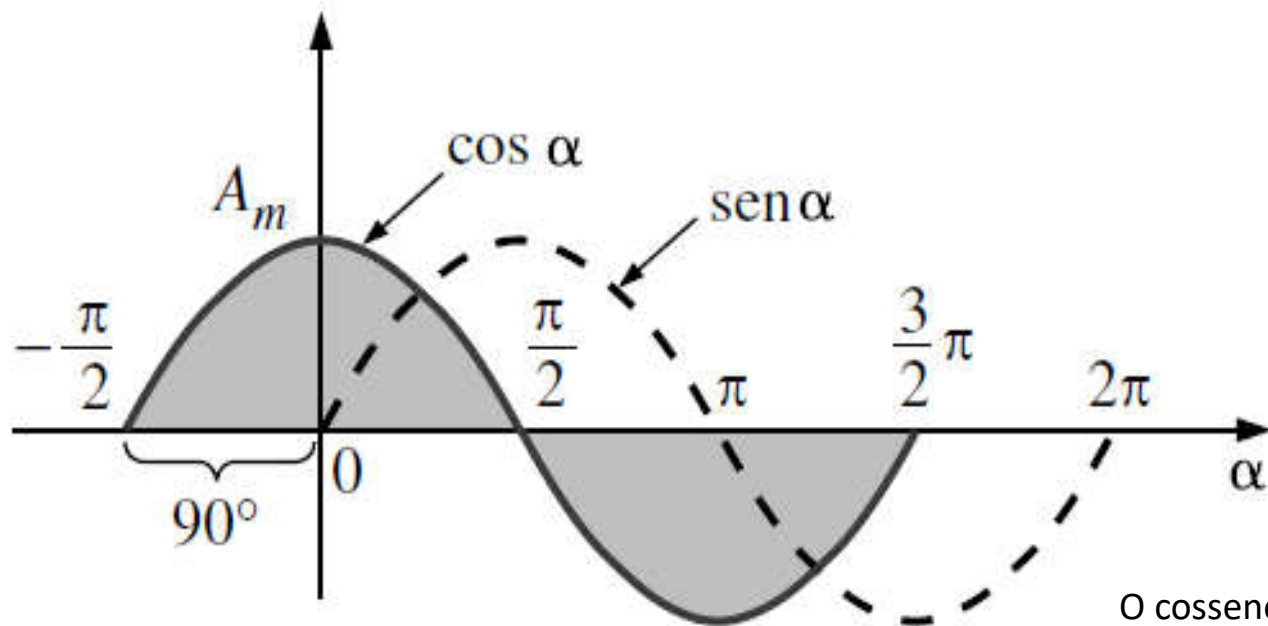
# Sinais Senoidais – Fase entre o seno e cosseno

- Relação entre seno e cosseno.



# Sinais Senoidais – Fase entre o seno e cosseno.

- O seno e cosseno estão defasados entre si de 90 graus.



$$\cos(\alpha) = \sin(\alpha + 90^\circ)$$

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - 90^\circ)$$

O cosseno está adiantado de 90 graus em relação ao seno.

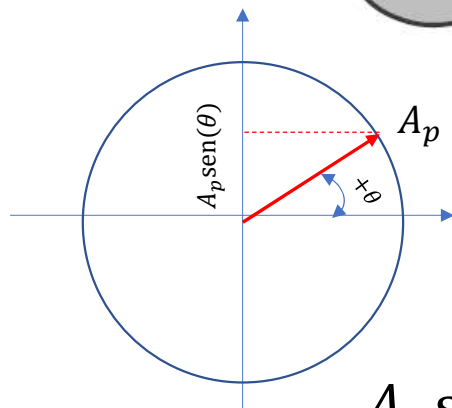
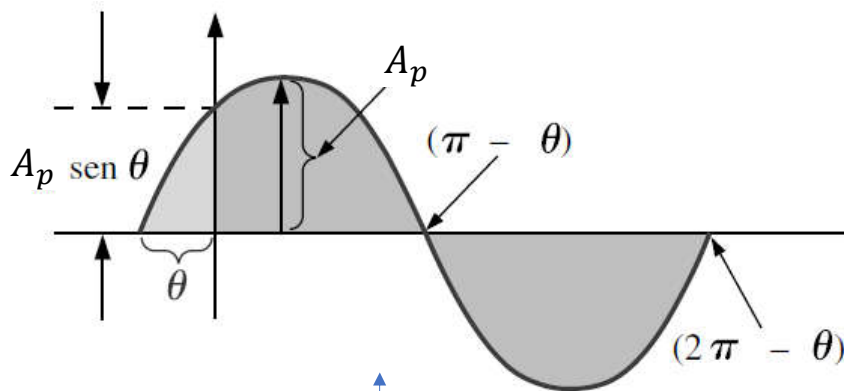
O seno está atrasado de 90 graus em relação ao cosseno.



# Sinais Senoidais – Fase Inicial.

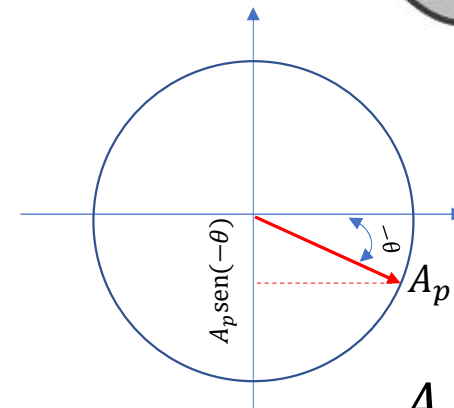
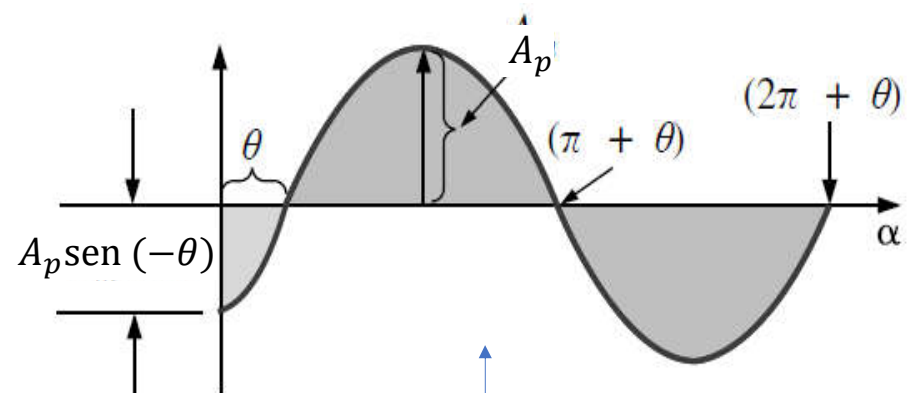
- Consiste em um deslocamento da fase do seno ou do cosseno quando  $t = 0s$ .

seno adiantado de  $\theta$  graus



$$A_p \sin(\omega t + \theta)$$

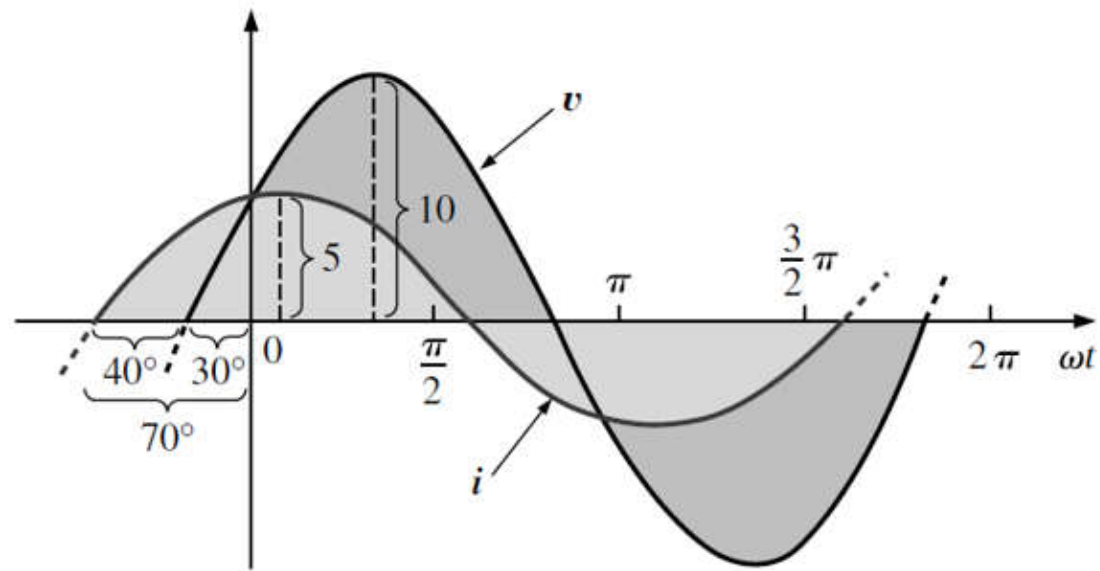
seno atrasado de  $\theta$  graus



$$A_p \sin(\omega t - \theta)$$

# Sinais Senoidais

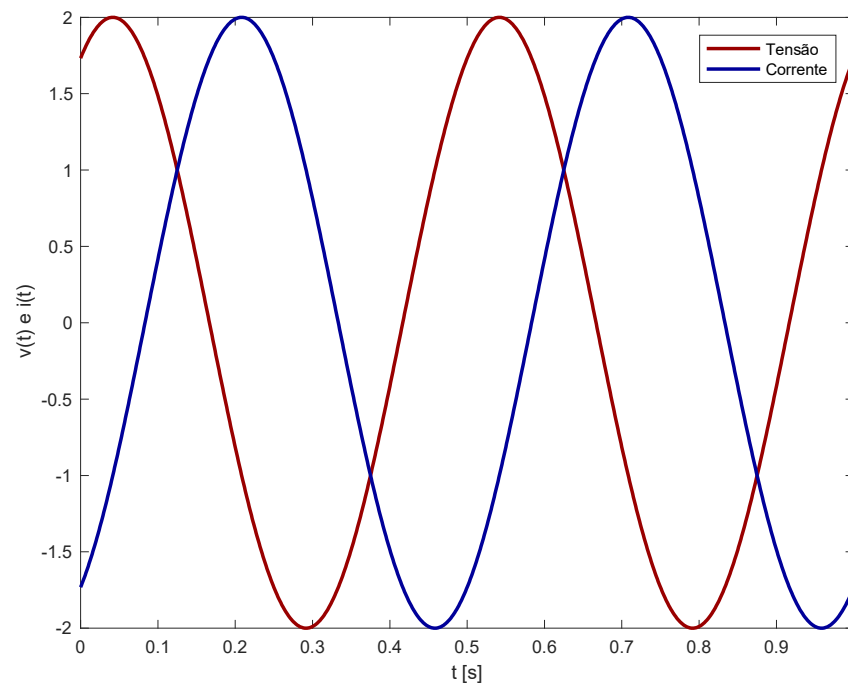
- Exercício: encontre as expressões da tensão e corrente dos sinais a seguir.



- Exercício: qual é a relação de fase entre a tensão e a corrente?

# Sinais Senoidais

- Exercício: encontre as expressões dos sinais de tensão e corrente a partir do gráfico a seguir.



Dica:

$$v(0) = 1,7321$$

$$i(0) = -1,7321$$

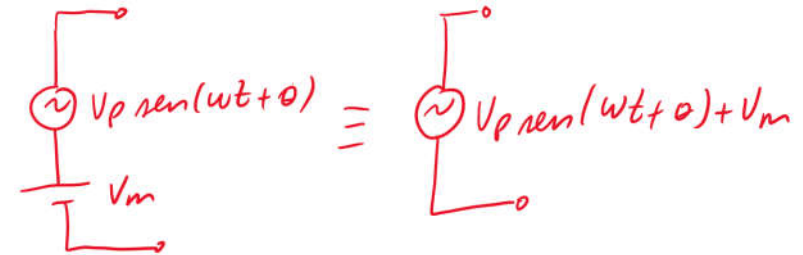
- Exercício: é possível que o componente que relaciona essa tensão e essa corrente seja um resistor? Justifique a sua resposta.

# Sinais Senoidais - Valor Médio e Valor RMS

- Uma forma de onda senoidal do tipo  $v(t) = V_p \sin(2\pi t + \theta)$  possui  $V_M = 0$  e  $V_{RMS} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$ .

- Uma forma de onda que tenha um nível DC diferente de zero é dada por:

$$v(t) = V_p \sin(2\pi t + \theta) + A$$



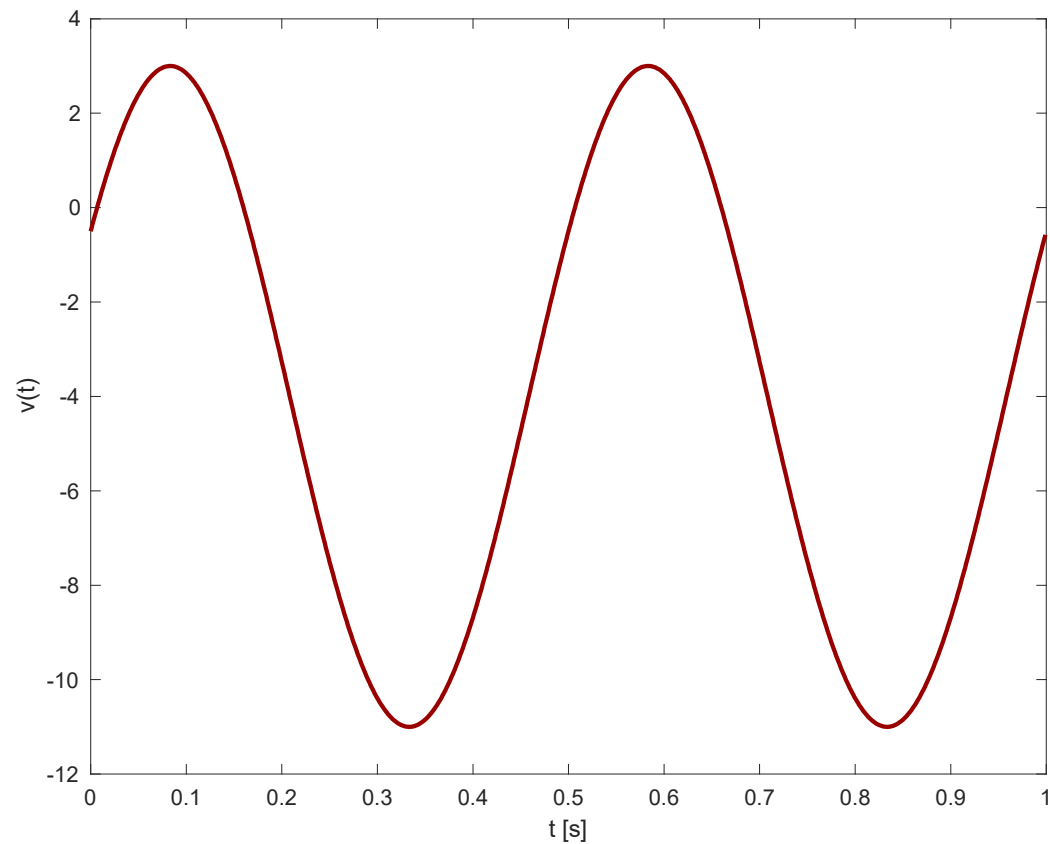
De modo que

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T (V_p \sin(2\pi t + \theta) + A) dt = A$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_p \sin(2\pi t + \theta) + A)^2 dt} = \sqrt{\frac{V_p^2}{2} + A^2} = \sqrt{\frac{(V_{max} - V_m)^2}{2} + V_m^2}$$

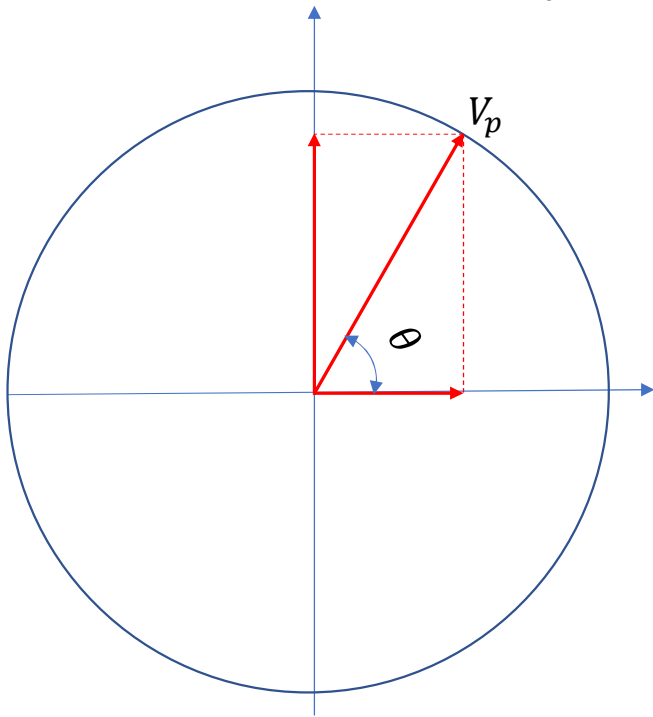
# Sinais Senoidais - Valor Médio e Valor RMS

- Exercício: encontre o valor médio e o valor RMS para o sinal do gráfico a seguir.



# Sinais Senoidais – Notação Fasorial

- As tensões e correntes senoidais são grandezas vetoriais.
- Assumindo uma frequência única, então essas grandezas podem ser expressas através de um vetor que indique sua posição inicial no plano complexo.



O sinal  $v(t) = V_p \sin(\omega t + \theta)$  pode ser representado por  $V = V_p \angle \theta$

A notação fasorial simplifica o processo de obter as relações entre as diferentes grandezas em um circuito.

Para encontrar quantos graus (ou radianos) a tensão está defasada da corrente, basta fazer  $\frac{V}{I}$  e observar a fase resultante.

Este artifício só é válido para sinais na mesma frequência!

Note que o sinal senoidal possui média nula!

A notação fasorial funciona tanto para a função seno quanto para a função cosseno, mas deve-se usar a mesma função para todas as representações.

# Sinais Senoidais – Notação Fasorial

- Exercício: Encontre as notações fasoriais para os seguintes sinais.

$$v(t) = 170,6 \sin(120\pi t + \pi/12)$$

$$i(t) = 13,5 \sin(120\pi t - \pi/4)$$

- Exercício: Qual é a defasagem entre a tensão e a corrente?
- Exercício: Sabendo que os sinais a seguir possuem frequência de 60 Hz, encontre a representação temporal (ou trigonométrica) dos mesmos.

$$\mathbf{V} = 311,13 \angle \pi/4 \quad \text{e} \quad \mathbf{I} = 0,72 \angle -\pi/6$$

# Sinais Senoidais – Notação Fasorial

- A notação fasorial indica que as grandezas de um circuito podem ser representadas por números complexo, numa representação retangular.

$$\mathbf{V} = V_p \angle \theta = V_p \cos(\theta) + jV_p \sin(\theta) = V_r + jV_i$$

- Essas representações são úteis para realizar operações com os sinais.
- A adição e a subtração são realizadas com a notação retangular.
- A multiplicação e divisão são realizadas com a notação fasorial

$$\mathbf{V}_1 = V_1 \angle \theta_1$$

$$\mathbf{V}_2 = V_2 \angle \theta_2$$

$$\mathbf{V}_1 \pm \mathbf{V}_2 = V_1 \cos(\theta_1) \pm V_2 \cos(\theta_2) + j[V_1 \sin(\theta_1) \pm V_2 \sin(\theta_2)]$$



# Sinais Senoidais – Notação Fasorial

- Exercício: Sejam os dois sinais a seguir.

$$x(t) = 10 \sin(10\pi t + \pi/2)$$

$$y(t) = 2 \sin(10\pi t - \pi)$$

Encontre os seguintes sinais na notação fasorial:

a)  $z(t) = x(t) + y(t)$

c)  $g(t) = x(t) - y(t)$

# Sinais Senoidais – Notação Fasorial

- Em algumas situações, é interessante usar a notação fasorial para representar exponenciais complexas

$$x(t) = V_p e^{j\omega t + \theta} \equiv V_p \angle \theta$$

- Essa representação será útil para analisar a resposta em frequência de circuitos, ou seja, a resposta do circuito quando uma forma de onda senoidal ou cossenoidal for aplicada.
- É importante ficar atento ao contexto do uso da notação fasorial para saber se a mesma representa a função cosseno, seno ou exponencial complexa.