Aula 03 - Componentes RC

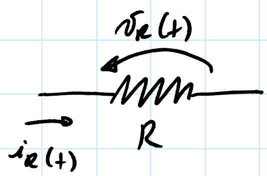
quarta-feira, 29 de julho de 2020 14:32

Há 3 componentes básicos em circuitos passivos e lineares, listados a seguir:

- Resistores: são componentes que oferecem uma resistência à passagem da corrente elétrica, e dissipam potência na forma de calor. A resistência deste componente é medida em Ω (Ohms) e é dada por

$$R = \frac{v_R(t)}{i_R(t)} \; [\Omega]$$

onde $v_R(t)$ é a tensão em seus terminais e $i_R(t)$ é a corrente que circula pelo mesmo.

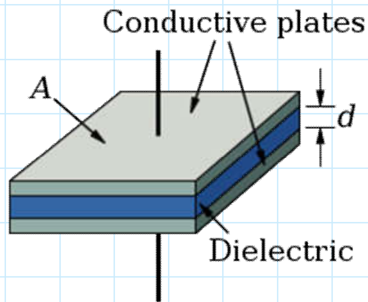


O inverso da resistência é a condutância, definida como:

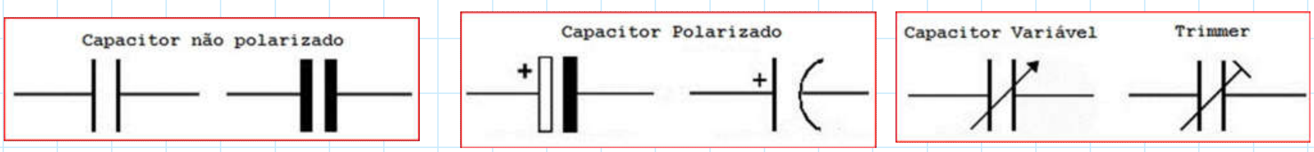
$$G = \frac{i_R(t)}{v_R(t)} = \frac{1}{R} \; [S]$$

A condutância é dada em Siemens.

- Capacitores: são componentes que armazenam energia na forma de campo elétrico. Eles são formados por duas placas condutoras em paralelo, separadas por um material isolante (dielétrico) com espessura "d".



Os símbolos tipicamente usados para representar os capacitores são:



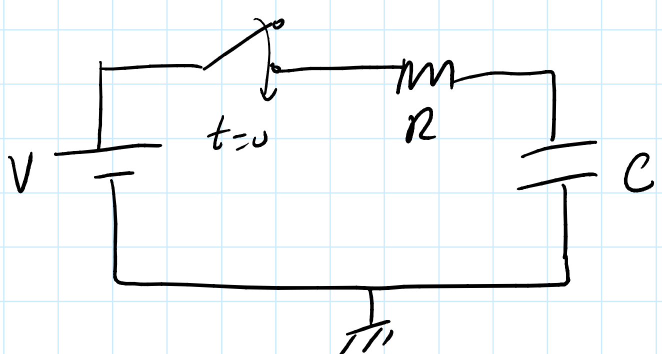
Inicialmente, a tensão entre as placas é nula. e uma tensão irá provocar uma corrente inicial. Neste caso, o capacitor se comporta como um curto-circuito.

Quando submetidos a uma corrente inicial $i_c(t)$, os elétrons fluem de uma placa para a outra, resultando no aparecimento de uma tensão $v_c(t)$. Cargas positivas e negativas acumulam nos terminais do capacitor e o acumulam nos terminais do capacitor e o isolante impede que elas se unam.

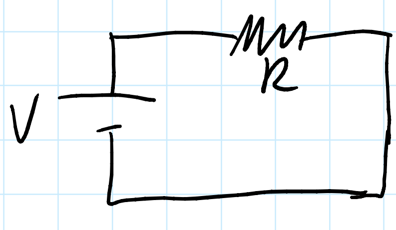
A medida que as cargas se acumulam, a tensão aumenta até igualar à máxima tensão.

Neste caso, a corrente irá cessar e o capacitor irá se comportar como um circuito aberto.

Considere o circuito a seguir, onde o capacitor está inicialmente descarregado.



No momento em que a chave é fechada, o capacitor se comporta como um curto e o circuito equivalente é



Logo, a corrente em 0^+ é

$$i_c(0^+) = \frac{V}{R} A \quad e \quad v_c(0^+) = 0\,V$$

A tensão no capacitor irá crescer até atingir um valor igual ao da fonte.

atingir um valor igual ao da fonte.
Neste caso,

$$v_c(\infty) = V_v \quad e \quad i_c(\infty) = \frac{V - V}{R} = 0\,A$$

A capacitância do capacitor é a sua capacidade de armazenar carga, sendo definida como:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

onde ε é a permissividade do dielétrico [F/m], A é a área das placas condutoras [m^2] e d é a distância entre as placas condutoras [m]. Assim, a unidade da capacitância é o Farad [F]. A quantidade de carga que o capacitor pode armazenar é

$$Q = CV \text{ [Coulomb]}$$

Exercício: um capacitor formado por placas paralelas de $12\,\mu m^2$, espaçadas entre si de $1\,\mu m$ por um dielétrico com permissividade de 2 nF/m, é submetido a uma diferença do potencial de 12 V. Qual será a carga armazenada neste componente?

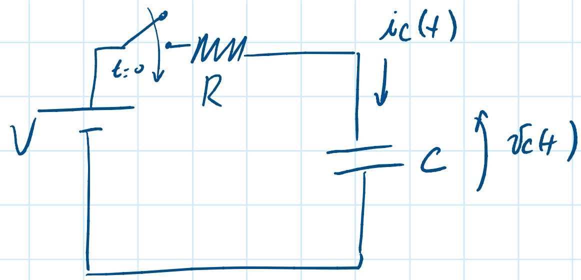
$$Q = C \cdot V = \frac{\varepsilon A}{d} V = 2\times10^{-9} \times \frac{12\times10^{-6}}{1\times10^{-6}} \times 12 = 288nC$$

As relações entre tensão e corrente no capacitor são dadas por

$$i_C(t) = C \frac{d\, v_C(t)}{dt} \qquad v_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\, dt.$$

A corrente elétrica no capacitor é a taxa da variação da tensão ponderada pela capacitância. Se a tensão nos terminais do capacitor não variar ao longo do tempo, a corrente que circula pelo componente será nula.

Para determinar o comportamento da tensão e corrente na carga do capacitor considere uma fonte com tensão V aplicada em um circuito composto por um resistor R e um capacitor C.

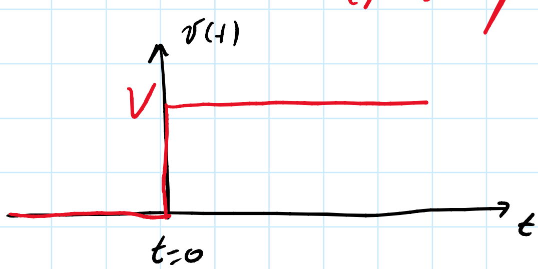


Pela Lei de Kirchhoff para a tensão, sabe-se que a soma das tensões em uma malha fechada é nula.

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

$$v(t) = R\, i_c(t) + v_c(t)$$

A tensão $v(t)$ pode ser vista como uma função degrau, que vale 0[V] antes da chave fechar e vale V[V] depois que a chave é fechada



Assumindo $t>0$, tem-se

$$R\, i_c(t) + v_c(t) - V = 0$$

$$R\, i_c(t) + \frac{1}{C}\int i_c(t)\,dt - V = 0$$

$$R\frac{d}{dt} i_c(t) + \frac{1}{C} i_c(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} i_c(t) = -\frac{1}{RC} i_c(t)$$

$$\int \frac{1}{i_c(t)}\, d i_c(t) = \int -\frac{1}{RC}\, dt$$

como:

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(x) + C$$

$$\int dt = t + C'$$

Então

$$\ln(i_c(t)) + C = -\frac{t}{RC} + C'$$

$$\ln(i_c(t)) = -\frac{t}{RC} + \overbrace{C' - C}^{C''}$$

$$\ln(i_c(t)) = -\frac{t}{RC} + C''$$

$$i_c(t) = e^{-t/RC}\, e^{C''}$$

$$i_c(t) = K e^{-t/RC}$$

Sabemos que o capacitor se comporta como um curto circuito no momento em que a chave é fechada. Então, chave é fechada. Então,

$$i_c(0) = \frac{V}{R} = K\cancel{e^{-0/RC}}^{\,1} \;\therefore\; K = \frac{V}{R},$$

resultando em

$$\boxed{i_c(t) = \frac{V}{R} e^{-t/RC}}$$

A corrente decresce segundo uma função exponencial.

A tensão no capacitor é obtida a partir de

$$R i_c(t) + v_c(t) - V = 0$$

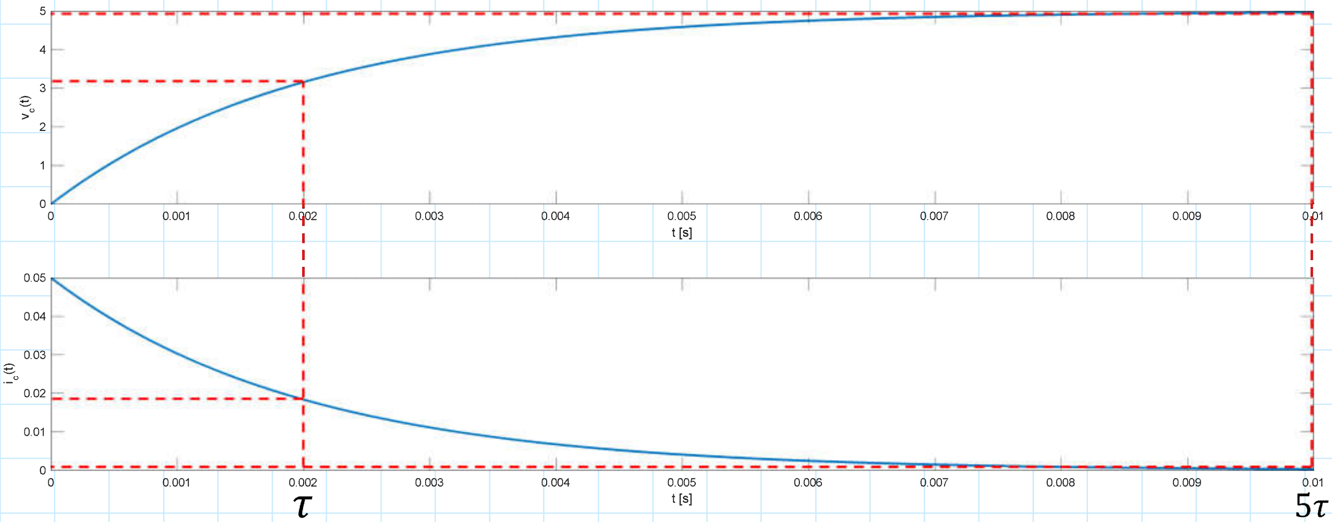
$$v_c(t) = V - \cancel{R}\left[\frac{V}{\cancel{R}} e^{-t/RC}\right]$$

$$\boxed{v_c(t) = V\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$$

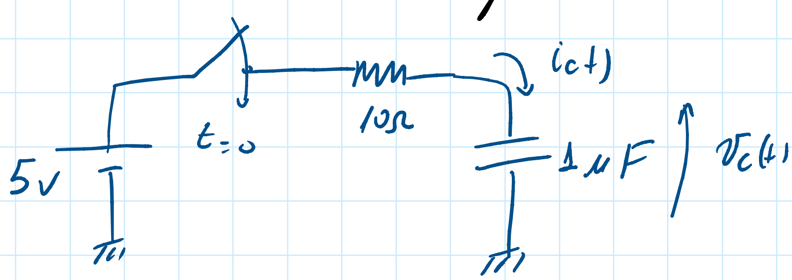
O termo $\frac{1}{RC}$ define o tempo de carga do capacitor. A constante de tempo de um circuito RC é dada por

$$\boxed{\tau = RC\ [s]}$$

Depois de τ s, o capacitor terá atingido 63,21% da tensão da fonte. Assume-se que o capacitor da tensão da fonte. Assume-se que o capacitor estará 100% carregado quando $t = 5\tau$.



Exemplo: Encontre a tensão e a corrente no circuito abaixo depois que a chave é fechada.



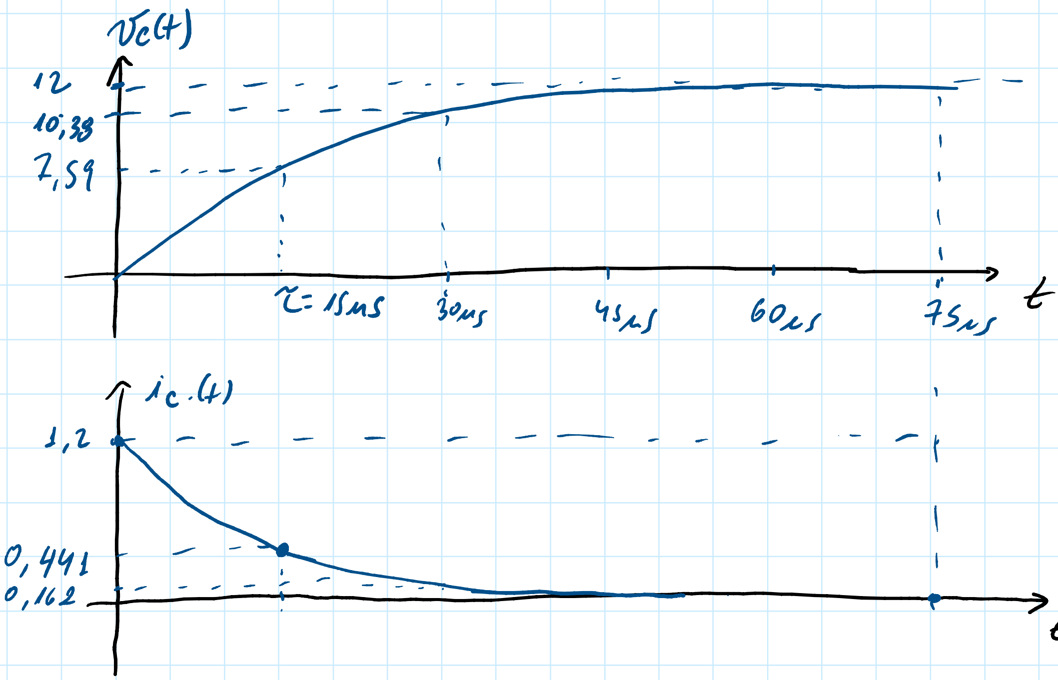
$$i_c(t) = \frac{V}{R} e^{-t/RC} \quad \therefore \quad i_c(t) = 0{,}5\, e^{-t/10\cdot 10^{-6}}$$

$$i_c(t) = 0{,}5\, e^{-10^5 t}$$

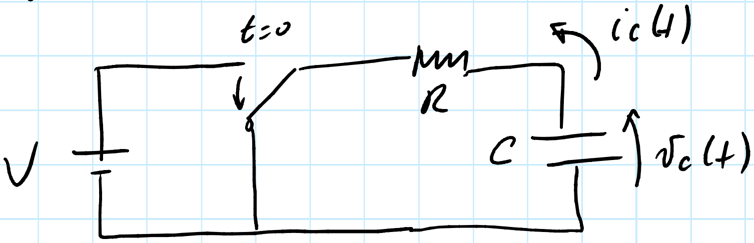
$$v_c(t) = V\left[1 - e^{-t/RC}\right] = 5\left(1 - e^{-10^5 t}\right)$$

Exemplo: Trace os gráficos da tensão e da corrente para o circuito abaixo. Encontre os valores da tensão e da corrente para $t=\tau_s$ e $t=5\tau_s$

$$i_C(t) = 1{,}2\, e^{-\frac{10^6}{15}t} \qquad v_C(t) = 12\left[1 - e^{-\frac{10^6}{15}t}\right]$$



A descarga do capacitor ocorre quando a fonte de tensão passa a assumir um valor menor do que a tensão acumulada no capacitor. Quando a tensão da fonte passa capacitor. Quando a tensão da fonte passa a ser nula, isso é equivalente a ter o circuito abaxo



Como o capacitor está totalmente carregado, em-se que $v(0^+) = V$, ou seja, a tensão os terminais do capacitor será igual a ensão da fonte.

A corrente que irá circular pelo resistor neste instante será

$$i_c(0^+) = -\frac{v_c(0^+)}{R} = -\frac{V}{R}$$

O sinal negativo indica que a corrente circula no sentido contrário ao da corrente durante a carga.

Da lei de Kirchhof para tensão, tem-se

$$v_c(t) + i_c(t)R = 0$$

$$\frac{1}{C}\int i_c(t)\,dt + i_c(t)R = 0$$

$$\frac{1}{C} i_c(t) + R\frac{di_c(t)}{dt} = 0 \;\therefore\; R\frac{di_c(t)}{dt} = -\frac{1}{C} i_c(t)$$

$$\int \frac{di_c(t)}{i_c(t)} = \int -\frac{1}{RC}\,dt$$

$$\ln[i_c(t)] = -\frac{t}{RC} + C \quad \therefore \quad i_c(t) = e^{-t/RC}\, e^{C}$$

$$i_c(t) = K\, e^{-t/RC}$$

Como $i_c(0) = -\frac{V}{R}$, então $\Rightarrow$ $i_c(0) = K e^{-0} \rightarrow K = -\frac{V}{R}$

$$\boxed{i_c(t) = -\frac{V}{R}\, e^{-t/RC}}$$

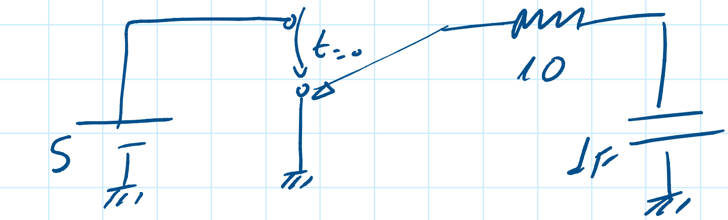
A corrente de descarga também decai exponencialmente com o tempo, mas no sentido contrário à da corrente de carga.

A tensão no capacitor é dada por

$$v_c(t) = -i_c(t)\,R \quad \therefore \quad \boxed{v_c(t) = V e^{-t/RC}}$$

Depois de τ s, o capacitor possui 36,79% da tensão inicial e estará totalmente descarregado depois de 5τ s

Exemplo: encontre a tensão e a corrente de descarga no capacitor, assumindo que o mesmo estava totalmente carregado quando a chave mudou de posição.



$$v_c(t) = 5\,e^{-\frac{1}{10}t} \qquad i_c(t) = -\frac{1}{2}\,e^{\frac{-1}{10}t}$$