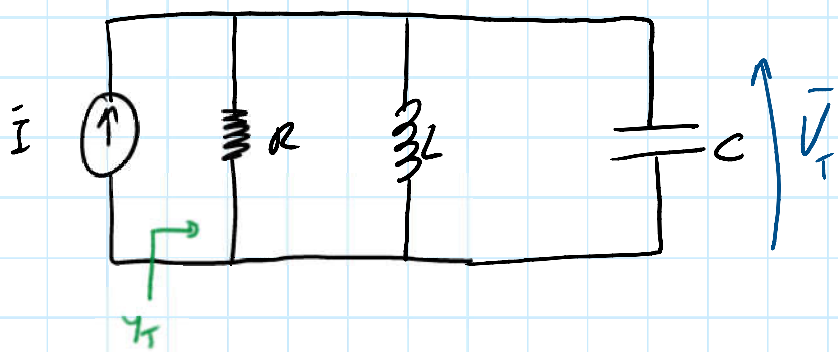
# Aula 12 Circuito Ressonante Paralelo

quinta-feira, 5 de novembro de 2020 14:01

A configuração típica de um circuito RLC paralelo é dada pelo seguinte esquemático




A admitância equivalente deste circuito é

$$Y_T = G - j\beta_L + j\beta_C,$$

e a tensão $\bar{V}_T$ é dada por

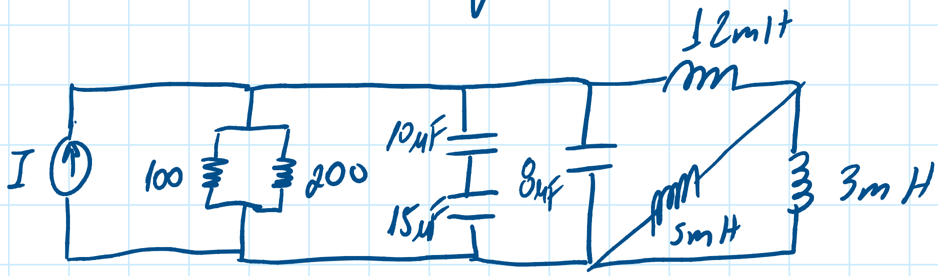
$$\bar{V}_T = \bar{Z}_T \cdot \bar{I} = \frac{\bar{I}}{\bar{Y}_T}$$

A ressonância desse circuito é definida como sendo a freqüência na qual a admitância apresenta parte imaginária nula, ou seja,

$$\beta_L = \beta_C \quad \therefore \quad \frac{1}{\omega_r L} = \omega_r C$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \therefore \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Exemplo 1) Encontre a frequência de ressonância do circuito a seguir




$R_{eq} = 100 \| 200 = 66{,}67\,\Omega$

$C_{eq} = 10\mu \| 15\mu + 8\mu = 14\mu F$

$L_{eq} = 5m \| 3m + 12m = 13{,}875\,mH.$

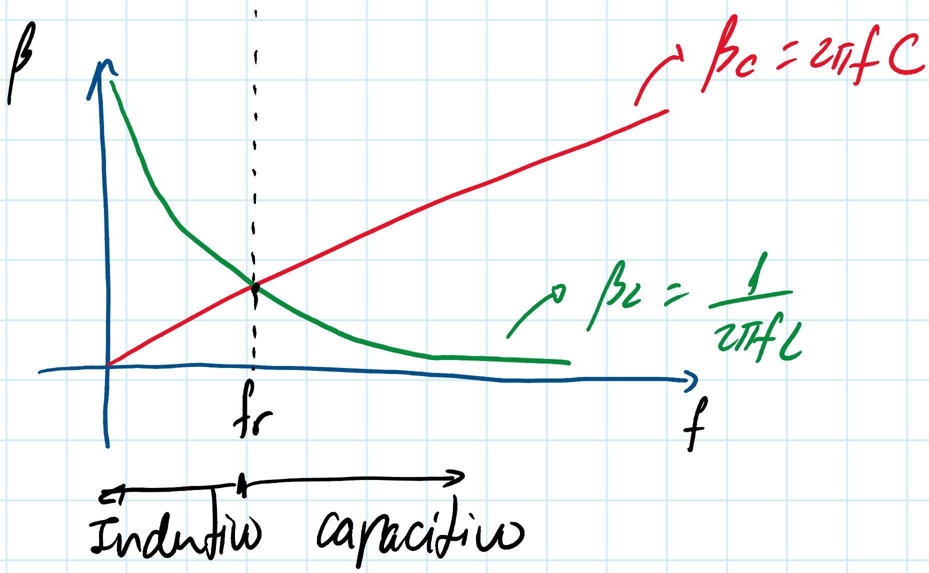
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_{eq}L_{eq}}} = \frac{1}{\sqrt{14\mu \times 13{,}875m}} = 2{,}27\,k\,\frac{rad}{s}$$

$f_r = 361\ Hz$

Esse resultado mostra que a frequência de ressonância de um circuito RLC paralelo é igual à frequência de ressonância de um circuito RLC série.

A variação das susceptâncias em função da

A variação das susceptâncias em função da frequência mostram que o circuito RLC paralelo pode ser predominantemente indutivo ou capacitivo, de acordo com a frequência




Seja a resposta em frequência do circuito RLC paralelo definida como

$$H(\omega) = \frac{\bar{V}_0}{\bar{I}}$$

Neste caso,

$$\bar{V} = \bar{Z}_{eq} \cdot \bar{I} \quad \therefore \quad H(\omega) = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \bar{Z}_{eq} = \frac{1}{\bar{Y}_{eq}}$$

A resposta em frequência deste circuito é uma

A resposta em frequência deste circuito é a sua própria impedância

$$H(\omega) = \frac{1}{\sigma + j(\beta_c - \beta_L)} = \frac{\sigma - j(\beta_c - \beta_L)}{\sigma^2 + (\beta_c - \beta_L)^2}$$

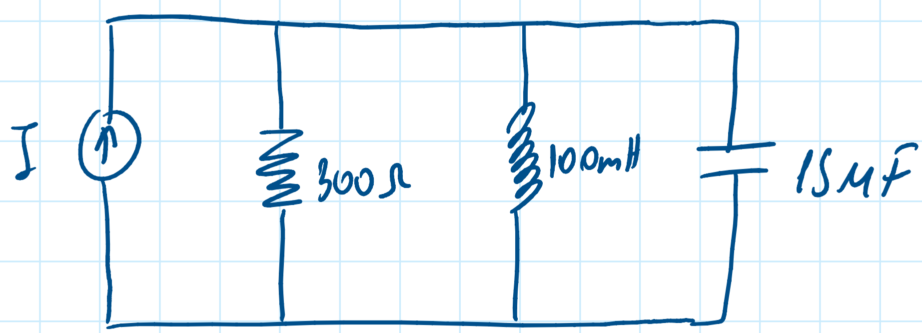
Observe que, na frequência de ressonância,

$Y_{T_R} = \sigma = \frac{1}{R}$ $\therefore$ $Z_{T_R} = R$. e

$-j\beta_L + j\beta_c = 0$ $\therefore$ $\frac{1}{-j\beta + j\beta_c} = \infty$.

Como o paralelo entre duas grandezas sempre é menor do que a menor das grandezas, podemos concluir que $Z_T$ é máximo na ressonância ou, em outras palavras, $Y_T$ é mínimo na ressonância.

Exemplo 2 - Encontre a resposta em frequência do circuito abaixo, assumindo $\omega_r$, $0{,}01\omega_r$ e $100\omega_r$



$$V_o = I \times Z_{eq} \therefore \frac{V_o}{I} = H = \frac{1}{\frac{1}{300} + j\omega 15\mu - \frac{j}{\omega 100m}}$$

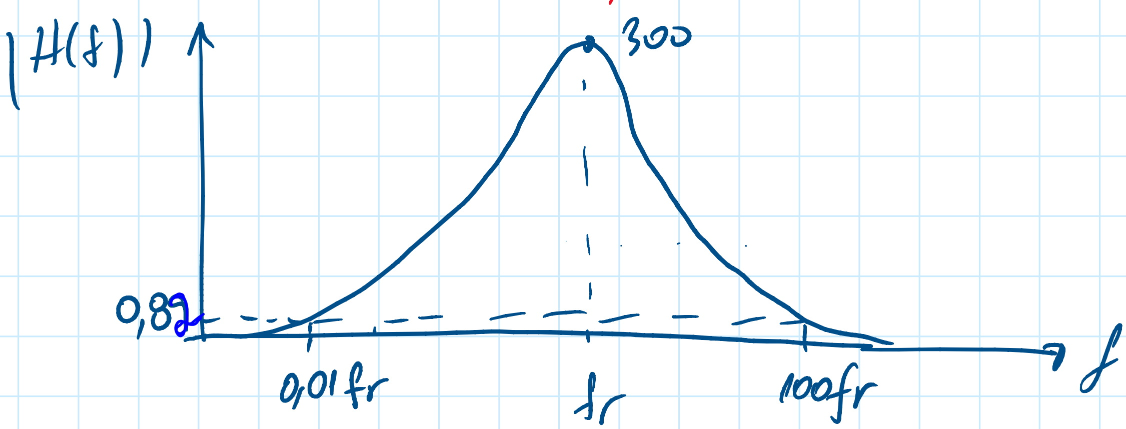
$$H = \frac{30\omega}{0{,}1\omega + j\,450\mu\,\omega^2 - j\,300} \therefore H = \frac{30\omega}{0{,}1\omega + j(450\mu\,\omega^2 - 300)}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 816{,}5 \text{ rad/s}$$

$$H(\omega_r) = \frac{30 \times 816{,}5}{81{,}65 + j(450\mu \times 816{,}5^2 - 300)} = 300$$

$$H(100\omega_r) = \frac{30 \times 81650}{8165 + j(450\mu\ 81650^2 - 300)} = 0{,}82\angle{-89{,}8^\circ}$$

$$H(0{,}01\omega_r) = \frac{30 \times 8{,}165}{0{,}8165 + j(450\mu\ 8{,}165^2 - 300)} = 0{,}82\angle{89{,}8^\circ}$$



Podemos definir o conceito de frequência de corte para circuitos RLC paralelo como sendo a frequência na qual a potência dissipada na resistência R será a metade da potência máxima.

A potência máxima é dada por

$$P_{MAX} = Z_T(\omega_r)\, I^2$$

pois $\bar{Z}_T$ é máximo na frequência de ressonância. Então

$$P_{MAX} = R\, I^2 = \frac{V_0^2(\omega_r)}{R}$$

Na frequência de corte, a potência dissipada em R é

$$P_{corte} = \frac{|V_0(\omega_c)|^2}{\cancel{R}} = \frac{P_{MAX}}{2} = \frac{V_0^2(\omega_r)}{2\cancel{R}}$$

$$|V_0(\omega_c)|^2 = \frac{V_0^2(\omega_r)}{2} \Rightarrow \frac{V_0(\omega_r)}{\sqrt{2}}$$

A frequência de corte é obtida quando a tensão no circuito RLC é $\sqrt{2}$ vezes menor que a máxima tensão.

Como $|H| = \left|\frac{V_0}{I}\right| = |Z_T|$, na frequência de corte, tem-se que

$$|H(w_c)| = \left|\frac{V_0(w_c)}{I}\right| = \left|\frac{V_0(w_r)}{\sqrt{2}\, I}\right| = \left|\frac{R\, I}{\sqrt{2}\, I}\right| = |Z_T|$$

$$|Z_T| = \left|\frac{R}{\sqrt{2}}\right|$$

Na frequência de corte, o módulo da impedância do circuito RLC é $\sqrt{2}$ vezes menor que $R$.

$$|Z_T| = \frac{1}{|Y_T|} = \frac{1}{\left[\frac{1}{R^2} + \left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{R^2}{2} = \frac{1}{R^2 + \left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{R^2} + \left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2 = \frac{2}{R^2}$$

$$\left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2 = \frac{1}{R^2}$$

$$\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = \frac{1}{R^2}$$

$$\omega_{c_I} = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_{c_S} = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

Em Hz, tem-se

$$f_{c_I} = \frac{1}{4\pi C}\left[-\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$

$$f_{c_S} = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$

A largura de faixa do circuito é dada por

$$BW = \frac{\omega_{cs} - \omega_{cI}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Exemplo 3) Encontre as frequências de corte e a BW do circuito abaixo (mesmo circuito do exemplo 2)

$R = 300\,\Omega \quad L = 0{,}1\,H \quad C = 15\mu F$

$$f_{c_I} = \frac{1}{4\pi C}\left[-\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$

$$f_{c_I} = \frac{1}{4\pi \times 15\mu}\left[-\frac{1}{300} + \sqrt{\frac{1}{300^2} + 4 \times \frac{15\mu}{0{,}1}}\right]$$

$$= 5{,}3 \times 10^3 \left[-3{,}33 \cdot 10^{-3} + 24{,}72 \times 10^{-3}\right]$$

$$= \underline{113{,}37\ Hz}$$

$$f_{c_S} = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$

$$= 5{,}3 \times 10^3 \left[3{,}33 \times 10^{-3} + 24{,}72 \times 10^{-3}\right]$$

$$= \underline{148{,}83\ Hz}$$

$BW = f_{c_S} - f_{c_I} = 148{,}83 - 113{,}37$

$BW = \underline{35{,}46\ Hz}$