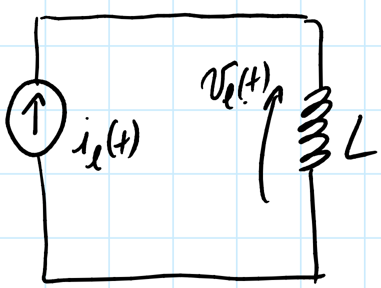
Aula 08 - Indutores em Regime Senoidal

segunda-feira, 14 de setembro de 2020 09:46

Assim como o capacitor, o indutor também apresenta uma impedância quando submetido a uma fonte senoidal de tensão ou corrente.

Considere o circuito a seguir.



A fonte de corrente senoidal irá resultar em uma tensão induzida no indutor

Sabemos que

$$v_\ell(t) = L \frac{d i_\ell(t)}{dt}$$

Como a fonte de corrente é senoidal, então:

$i_\ell(t) = I_p \,\text{sen}(\omega t + \theta_i)$, de modo que

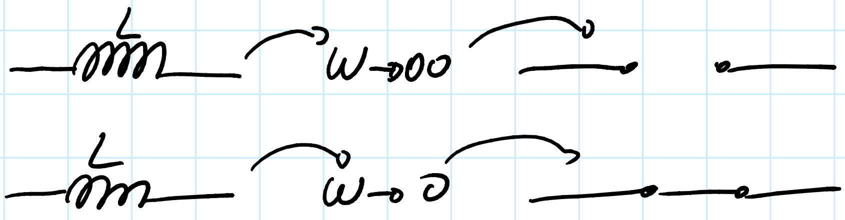
$$v_\ell(t) = L \frac{d}{dt} I_p \,\text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

$$= I_p L \cos(\omega t + \theta_i) \cdot \omega$$

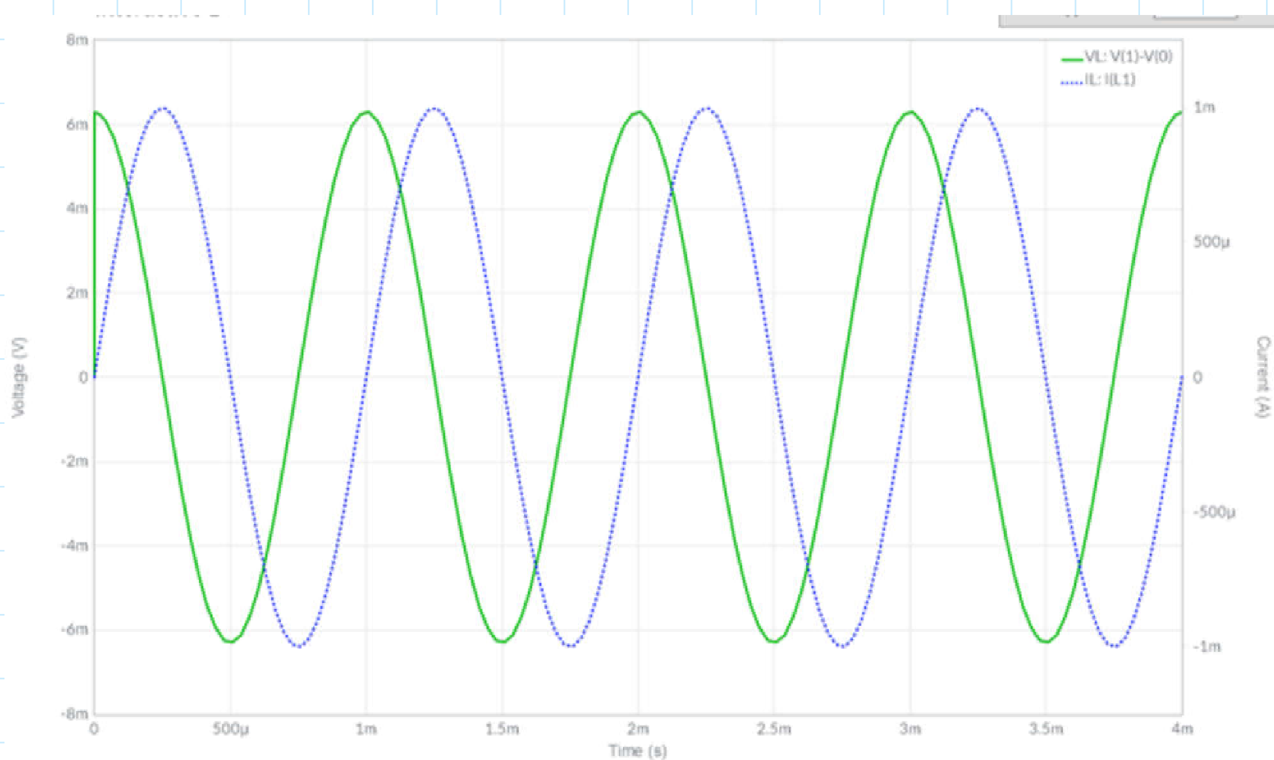
$= I_p \, \omega L \, sen(\omega t + \theta_i + \pi/2)$

Esse resultado nos mostra que a corrente senoidal aplicada no indutor induz uma tensão cuja amplitude de pico depende do valor de pico da corrente, a indutância e da frequência do sinal.

Quanto maior for a frequência de operação, maior é a tensão induzida nos terminais do indutor. Se $\omega \to \infty$, então a tensão do indutor tende também para o infinito. Isso mostra que o indutor se comporta como um circuito aberto quando a frequência é muito elevada. Já para $\omega \to 0$ rad/s, o valor da tensão nos terminais do indutor tende à zero. Isso mostra que, para frequências muito baixas, o indutor se comporta como um curto-circuito.



Outra observação importante que esse resultado nos traz é que a tensão induzida no indutor está adiantada em $90°$ ou $\pi/2$ radianos em relação à corrente.



Essa análise também pode ser realizada

Essa análise também pode ser realizada utilizando a notação fasorial. Neste caso, podemos definir a impedância do indutor como sendo a relação entre a tensão e a corrente no mesmo, expressas na forma de fasor, ou seja,

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L}, \quad \text{onde}$$

$$\bar{I}_L = I_p \angle \theta_i \quad \text{e} \quad \bar{V}_L = \omega L I_p \angle \theta_i + \pi/2$$

Com isso, a impedância do indutor é

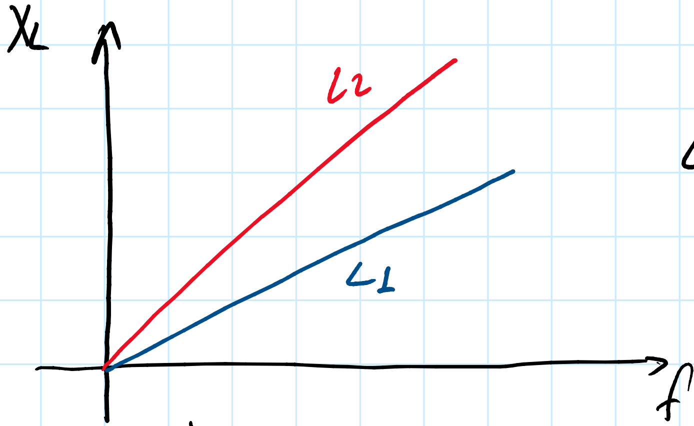
$$\bar{Z}_L = \frac{\omega L I_p \angle \theta_i + \pi/2}{I_p \angle \theta_i} \therefore \bar{Z}_L = \omega L \angle \pi/2$$

A impedância do indutor também pode ser expressa na forma retangular. Neste caso

$$\bar{Z}_L = j\omega L.$$

Assim como no caso do capacitor, o indutor apresenta uma impedância puramente imaginária, que pode ser chamada de reatância indutiva.

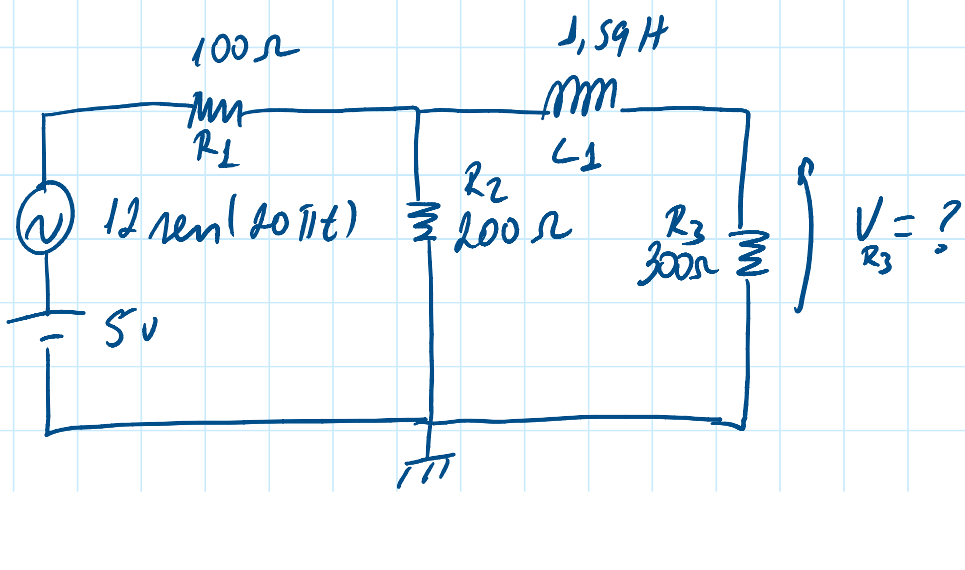
$X_L = \omega L$. logo $\bar{Z}_L = j X_L \ \Omega$

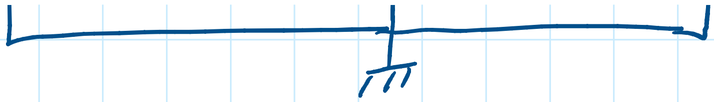


$L_2 > L_1$

Comportamento da reatância indutiva em relação a frequência. Quanto maior for a indutância, maior é a reatância para uma dada frequência

Exemplo 1) Encontre o valor do nível DC no circuito abaixo:

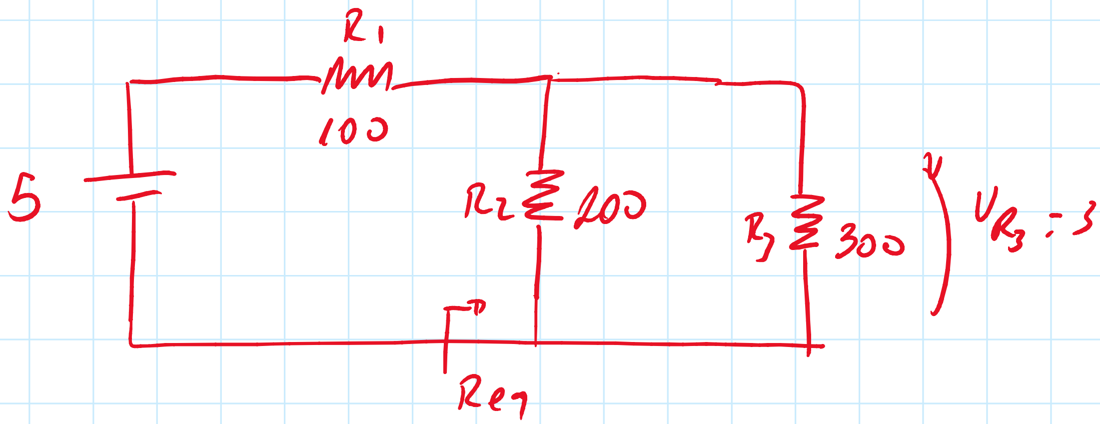




Podemos aplicar o princípio da superposição para encontrar o efeito individual das fontes no circuito.

Como queremos descobrir o efeito da fonte DC, podemos substituir a fonte senoidal de tensão para o seu equivalente com $v(t) = 0$. Neste caso, a fonte de tensão senoidal se comporta como um curto circuito.

A fonte DC possui uma frequência angular nula. Neste caso, como $\omega = 0$, a impedância do indutor é nula e esse componente pode ser substituído por um curto-circuito. O circuito equivalente para nível DC é:

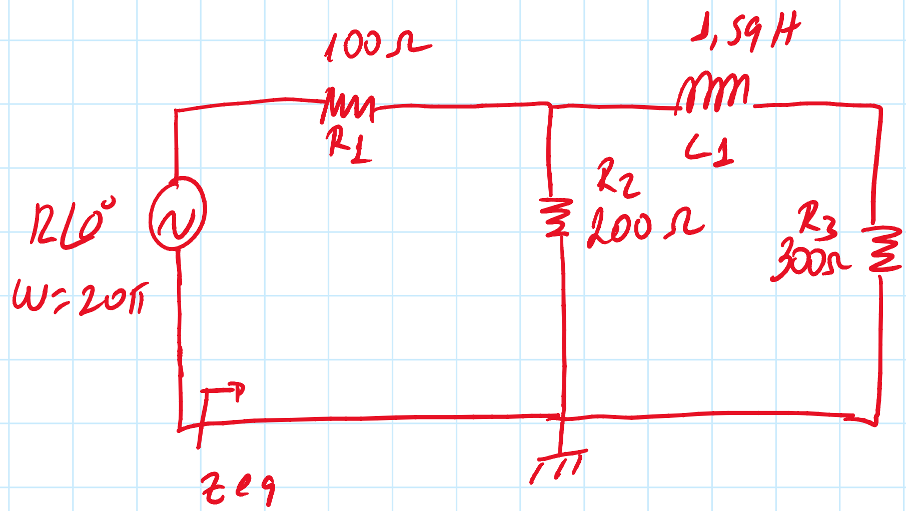


$$R_{eq} = R_2 // R_3 = 200 // 300 = 120\,\Omega$$

$$V_{R_3} = \frac{V_{DC} \times R_{eq}}{R_{eq} + R_1} = \frac{5 \times 120}{120 + 100} = \underline{2{,}73\,V}$$

Exemplo 2: Qual é a impedância vista pela fonte de tensão senoidal?

Novamente, o princípio da superposição nos permite avaliar o circuito apenas sob influência da fonte senoidal. Para isso, devemos fazer $V_{DC} = 0$, o que significa substituir a fonte DC por um curto circuito. O circuito equivalente é dado por



A impedância vista pela fonte é dada por:

$\bar{Z}_{eq} = (Z_L + R_3) // R_2 + R_1$, onde

$\bar{Z}_L = j\omega L = j\,20\pi \cdot 1{,}59 \approx j100\ \Omega$

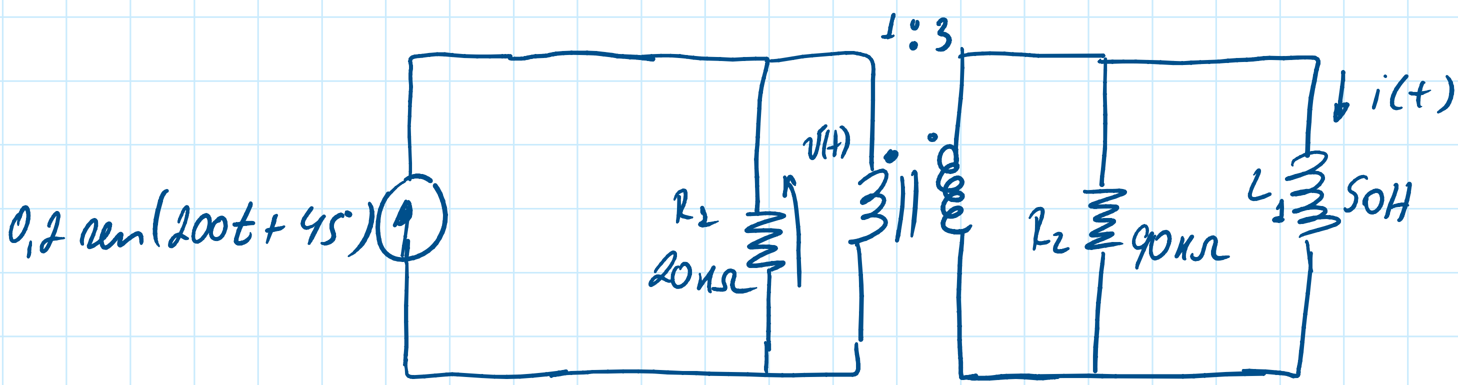
$\bar{Z}_{eq} = (300 + j100) // 200 + 100 = 223 + j15{,}38\ \Omega$

$\bar{Z}_{eq} = 223{,}6 \angle 3{,}94°\ \Omega$

Exemplo 3) Qual é a corrente AC total para o circuito do Exemplo 1?

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{12\angle 0}{223{,}6\angle 3{,}94} = 53{,}66\angle -3{,}94^\circ \ mA.$$

Exemplo 4) Encontre a tensão e a corrente indicados no circuito abaixo



$Z_{L1} = j\omega L_1 = j200 \cdot 50 = j10\ k\Omega$

Para encontrar a impedância equivalente no primário, fazemos

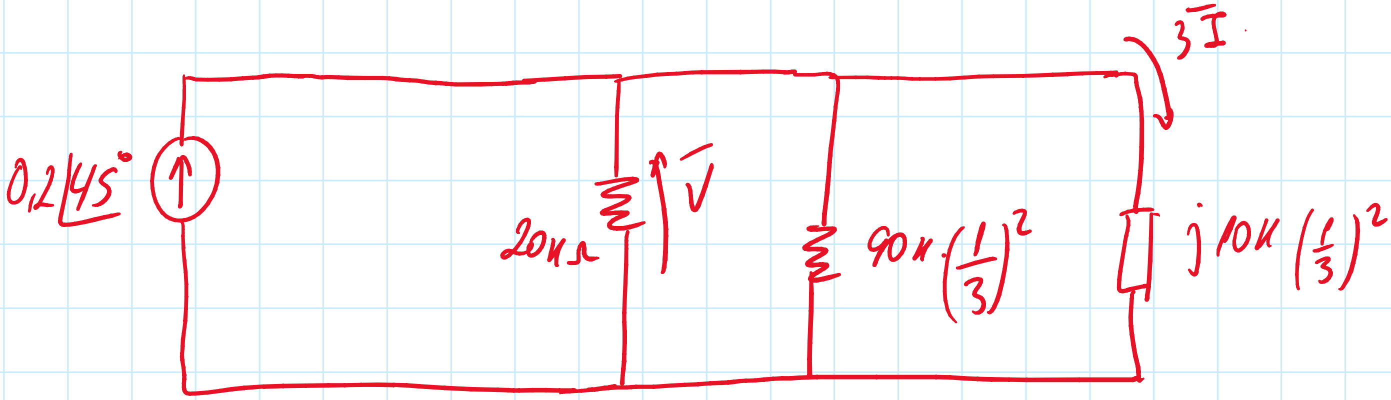
$$Z_S' = \left(\frac{N_P}{N_S}\right)^2 Z_S \ \therefore \ Z_S' = \left(\frac{1}{9}\right) Z_S$$

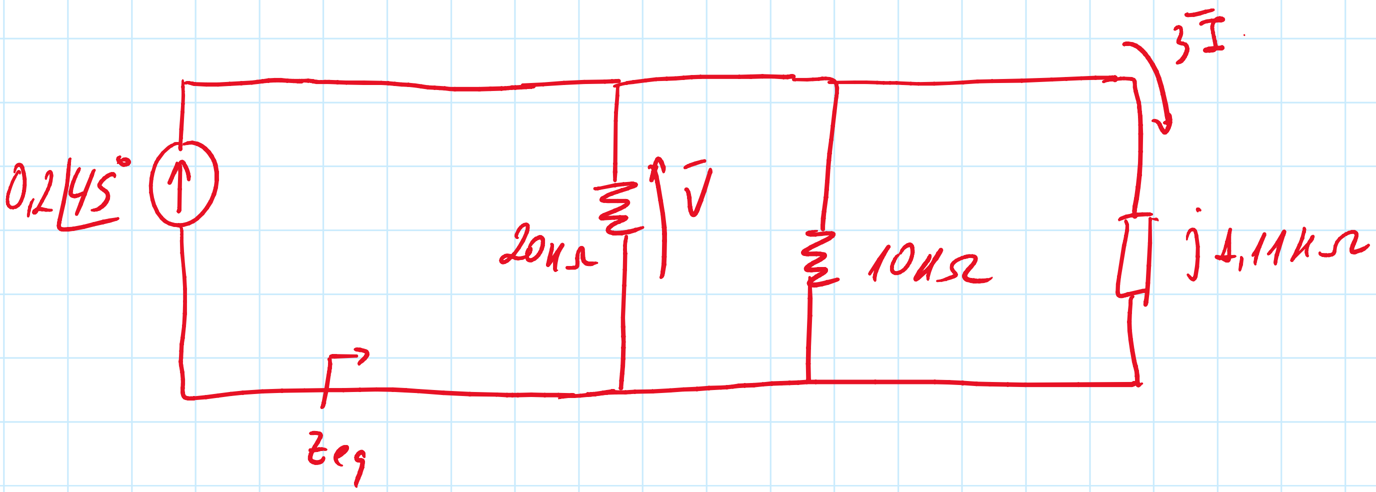
Para encontrar a corrente equivalente no primário, fazemos

$$\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P} \ \therefore \ I_P = 3\, I_S$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \quad \therefore \quad I_p = 3\, I_s$$

O circuito equivalente no primário é dado por





$$\bar{Z}_{eq} = 20k // 10k // j1{,}11k = 1{,}09 \angle 80{,}55\ k\Omega.$$

$$\bar{V} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_{eq} = 0{,}2\angle 45° \cdot 1{,}09\angle 8{,}55\ k\Omega.$$

$$\bar{V} = 219\angle 125{,}5°\ V$$

$$3\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z_{L_1}} \quad \therefore \quad \bar{I} = \frac{219\angle 125,5^\circ}{3 \times 1,11 \cdot 10^3 \angle 90^\circ} = \underline{65,76\angle 35,5^\circ \text{ mA}}$$