

E201 – Circuitos Elétricos I

Capítulo 5

Associação de Resistores e Cargas e Leis de Kirchhoff

Associação de Resistores

Associação de Cargas Elétricas e Resistores

As cargas, os componentes ou elementos de circuitos como resistores, capacitores, indutores, diodos, transistores, inúmeros tipos de circuitos integrados e outros podem associar para formarem circuitos elétricos em diversas associações.

Todas as associações têm suas características ou propriedades específicas que devemos conhecer para que seja possível o projeto e a análise de circuitos.

Vamos desenvolver os estudos utilizando resistores, que estarão também representando as cargas que se deseja associar.

As associações entre componentes de circuitos podem ser nas formas série, paralela e série/paralela (mista).

Associação de Resistores

Associação Série de Resistores

Os resistores estão submetidos à **MESMA CORRENTE ELÉTRICA**, que é a condição fundamental para garantir que uma associação seja série.

Não confundir **Mesma Corrente** com **Corrente de Mesmo Valor**.



Na associação série há um único percurso para a corrente **I** . Logo, a corrente será a mesma nos três componentes e, portanto, eles estão em série.

O que fazem os componentes estarem em série é eles possuírem a **mesma corrente** e não estarem ligados um após o outro.

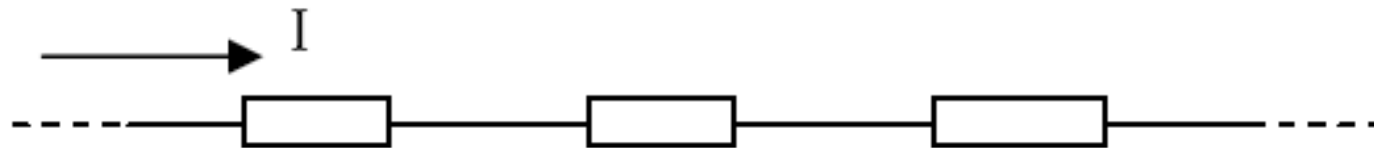
Associação de Resistores

DOIS ELEMENTOS ESTÃO EM SÉRIE SE:

- a) Possuem somente um terminal em comum, isto é, um terminal de um está conectado à somente a um terminal do outro, e;
- b) O ponto comum entre os dois elementos não está conectado a outro elemento

Exemplos de Associação Série de Resistores

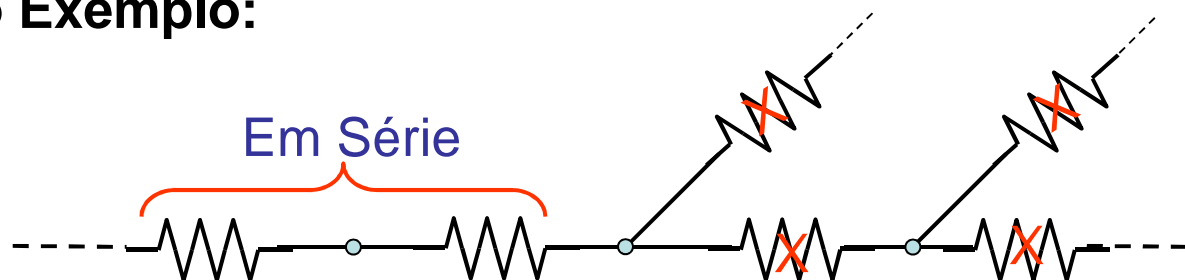
Primeiro Exemplo:



Associação de Resistores

Exemplo de Associação Série de Resistores

Segundo Exemplo:



➤ A **Resistência Total (R_T)** de uma configuração série é a soma das resistências individuais. Para N resistores associados em série:

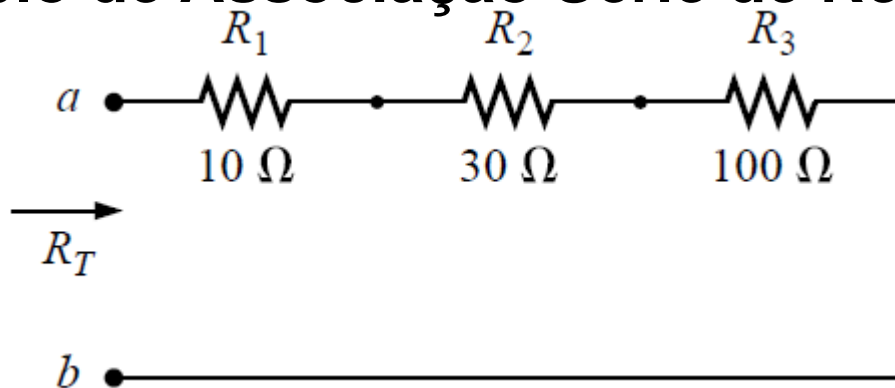
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

➤ Quanto mais resistores em série acrescentarmos, maior será a **Resistência Total**.

➤ A **Resistência Total** de uma associação série não é afetada pela ordem com que os resistores estão conectados.

Associação de Resistores

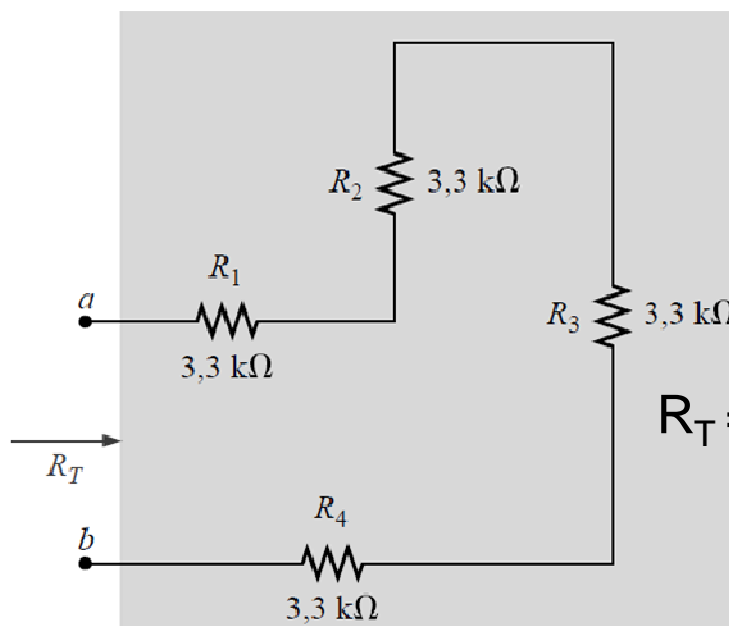
Exemplo de Associação Série de Resistores



$$R_T = 10 + 30 + 100 = 140\ \Omega$$

➤ Para o caso em que os N resistores possuem o mesmo valor, tem-se.

$$R_T = N \times R$$

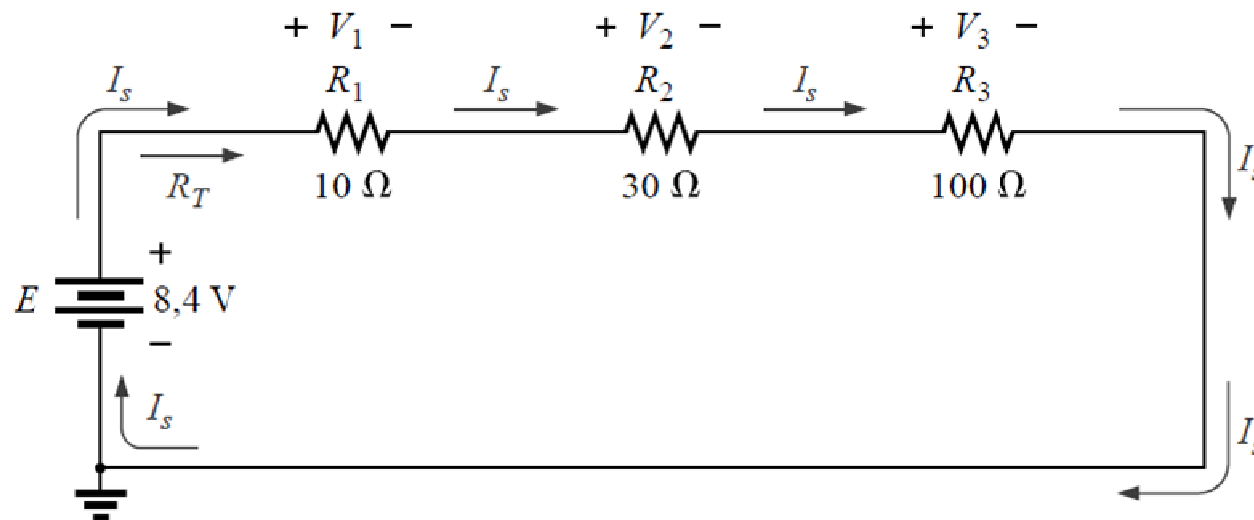


$$R_T = 4 \times 3,3\ \text{k}\Omega = 13,2\ \text{k}\Omega$$

Associação de Resistores

Circuito Série

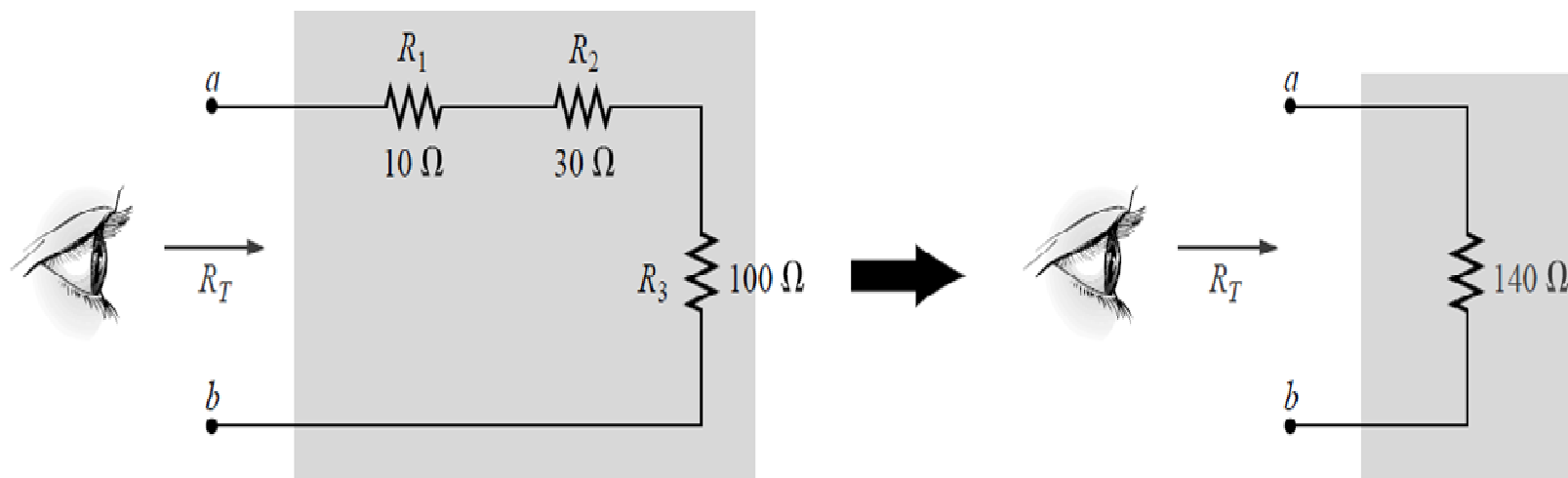
- É um circuito onde todos os componentes (Fontes e Resistores) estão em série, ou seja, a corrente é a mesma em todos os pontos do circuito.
- Em um circuito série de Corrente Contínua (CC) a direção da corrente é tal que ela deixa o terminal positivo da fonte e retorna ao terminal negativo.
- A polaridade da tensão através de um resistor é determinada pela direção da corrente.



Associação de Resistores

Circuito Série

➤ No circuito anterior, a Fonte de Tensão não “vê” cada resistor individual, mas sim a Resistência Total ou Equivalente.

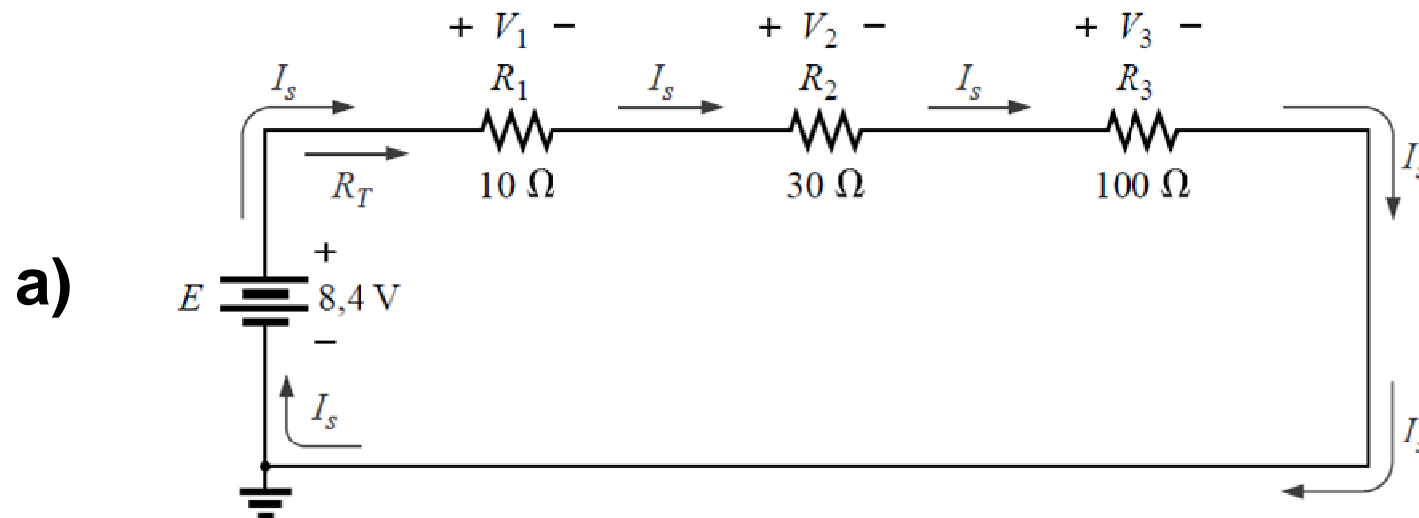


Resistência Equivalente ou Total “Vista” pela fonte

Associação de Resistores

Circuito Série

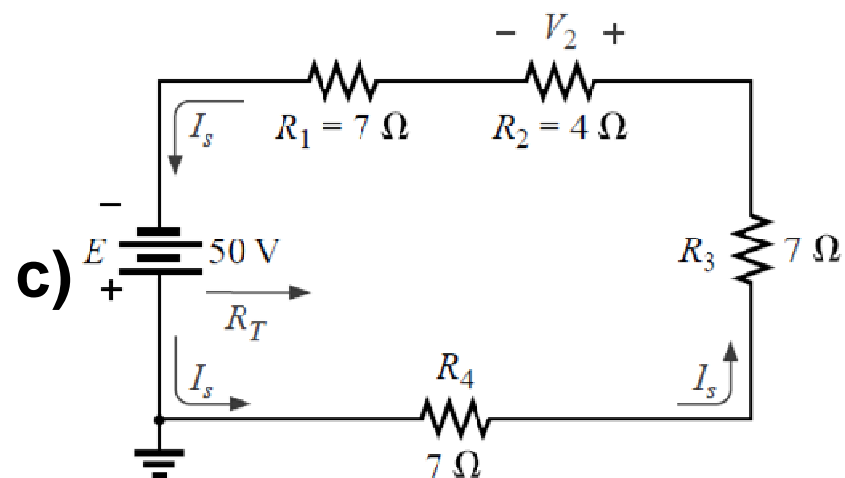
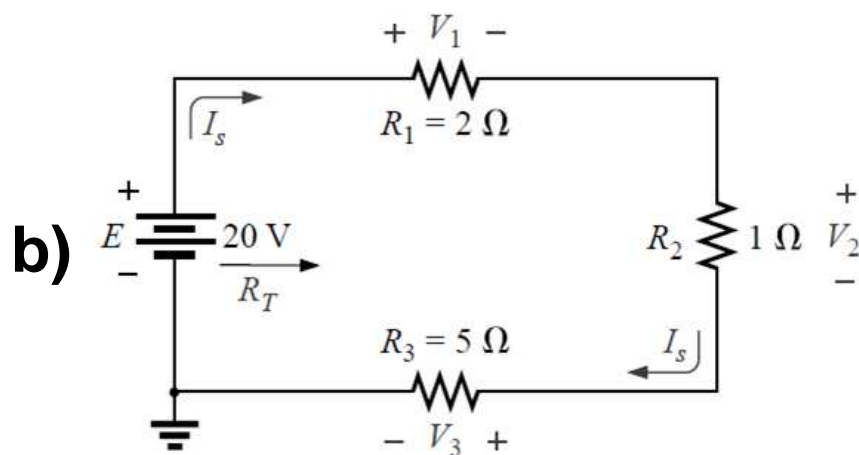
EXEMPLO: Utilizando os conceitos de Lei de Ohm e de Resistência Total (Equivalente), determinar a tensão em cada um dos resistores nos circuitos a seguir.



Associação de Resistores

Circuito Série

EXEMPLO: Utilizando os conceitos de Lei de Ohm e de Resistência Total (Equivalente), determinar a tensão em cada um dos resistores nos circuitos a seguir.



Leis de Kirchhoff

Lei de Kirchhoff para Tensão – L.K.T.

A **LKT** estabelece que:

“Em um percurso fechado qualquer, a soma algébrica das suas tensões é sempre nula”.

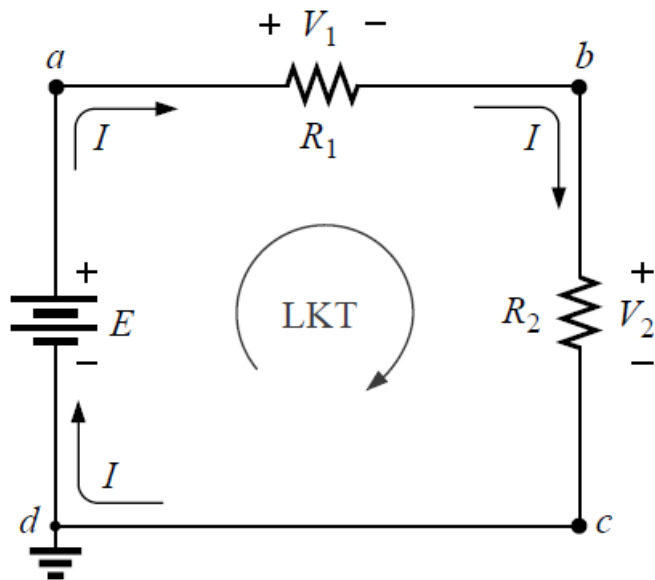
$$\sum Tensões = 0$$

Observar que:

1. Um percurso (ou caminho) fechado, é um caminho percorrido que se inicia em um determinado ponto e retorna a este ponto, sem que o trajeto de volta tenha trechos já percorrido na ida.
2. Trata-se de uma **SOMA ALGÉBRICA**, portanto, podem ocorrer na equação termos que se somam e termos que se subtraem.

Leis de Kirchhoff

Lei de Kirchhoff para Tensão – L.K.T.



- O caminho *abcd* caracteriza um caminho (malha) fechado;
- O percurso pode começar em qualquer ponto, mas deve terminar no mesmo ponto.
- O sentido a ser percorrido pode ser qualquer um (horário ou anti-horário), ou seja, não há necessidade de ser o sentido da corrente.

Fazendo o percurso no sentido horário, a partir do ponto *d*, temos:

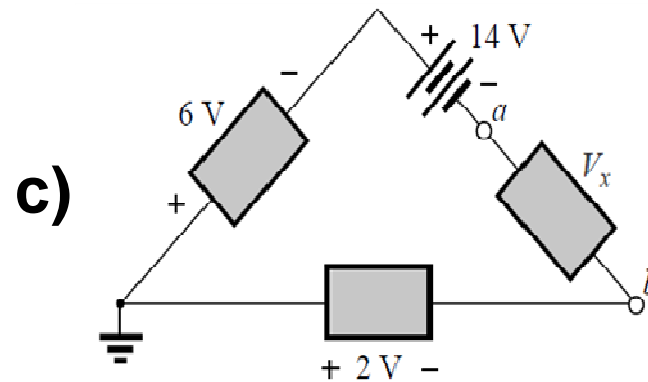
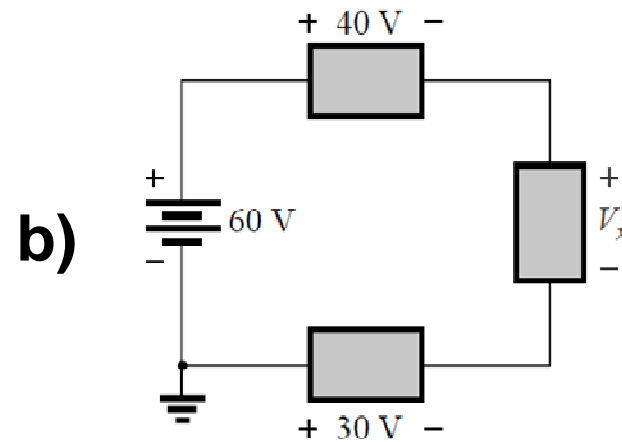
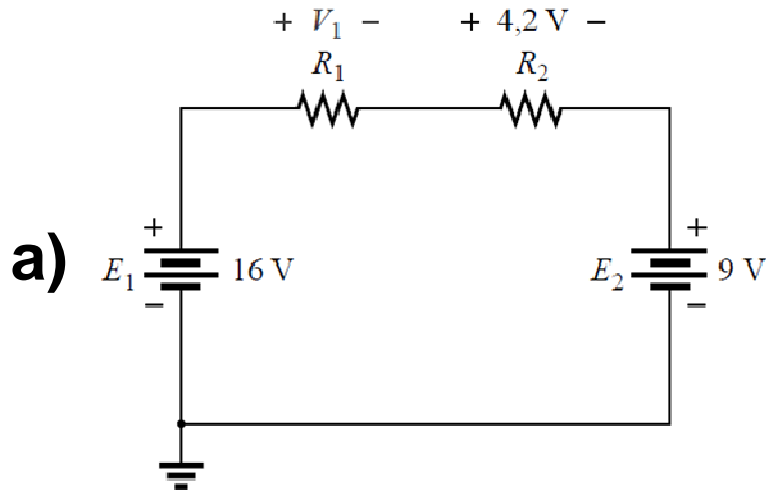
$$-E + V_1 + V_2 = 0 \quad \text{Logo} \quad E = V_1 + V_2$$

A soma das quedas de tensões em um circuito série será igual a tensão da fonte aplicada

Lei de Kirchhoff para Tensão

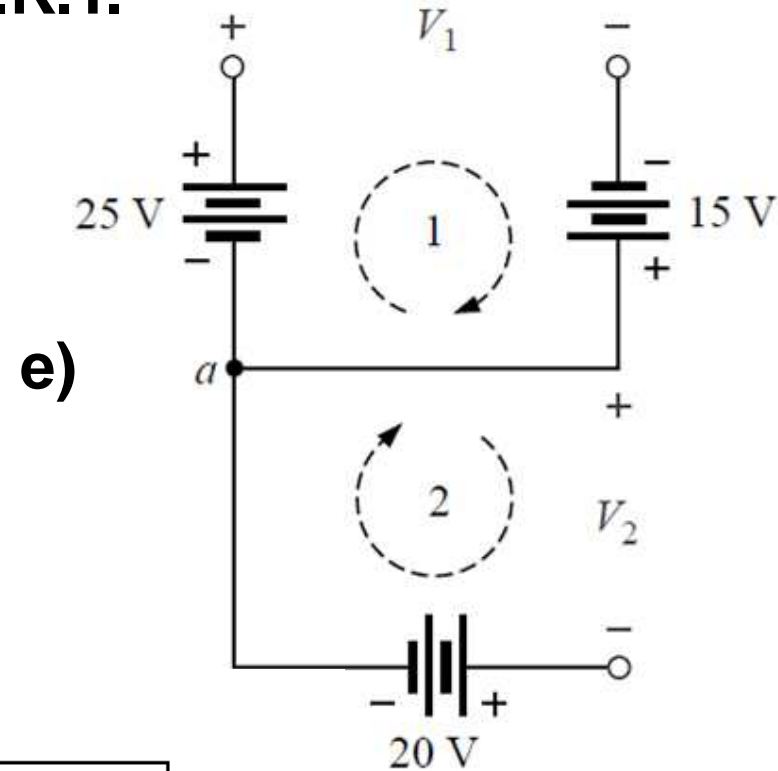
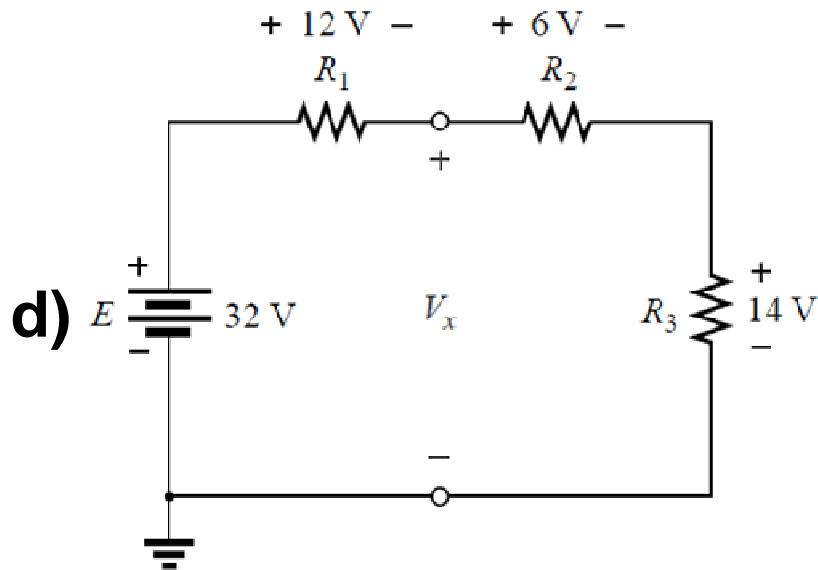
Lei de Kirchhoff para Tensão – L.K.T.

EXEMPLOS: Determinar as tensões indicadas nos circuitos abaixo.

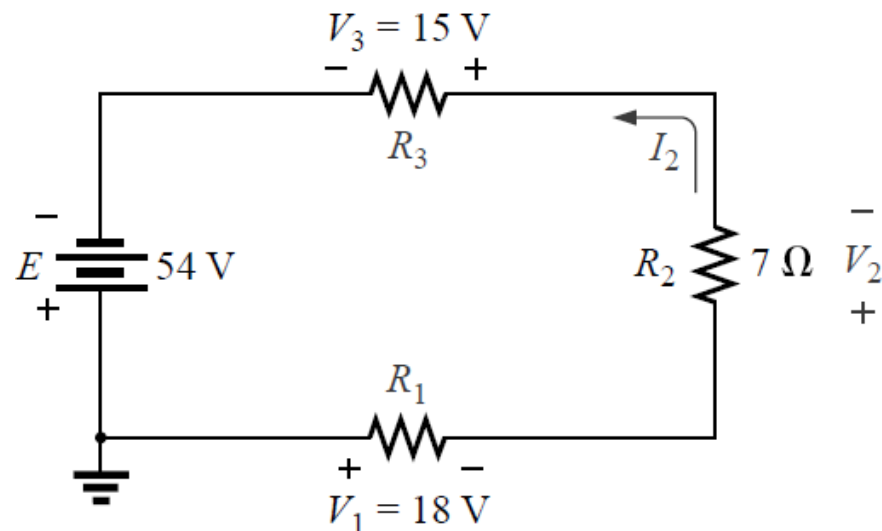


Leis de Kirchhoff

Lei de Kirchhoff para Tensão – L.K.T.



f) Determinar os valores de R_1 e R_3 no circuito ao lado

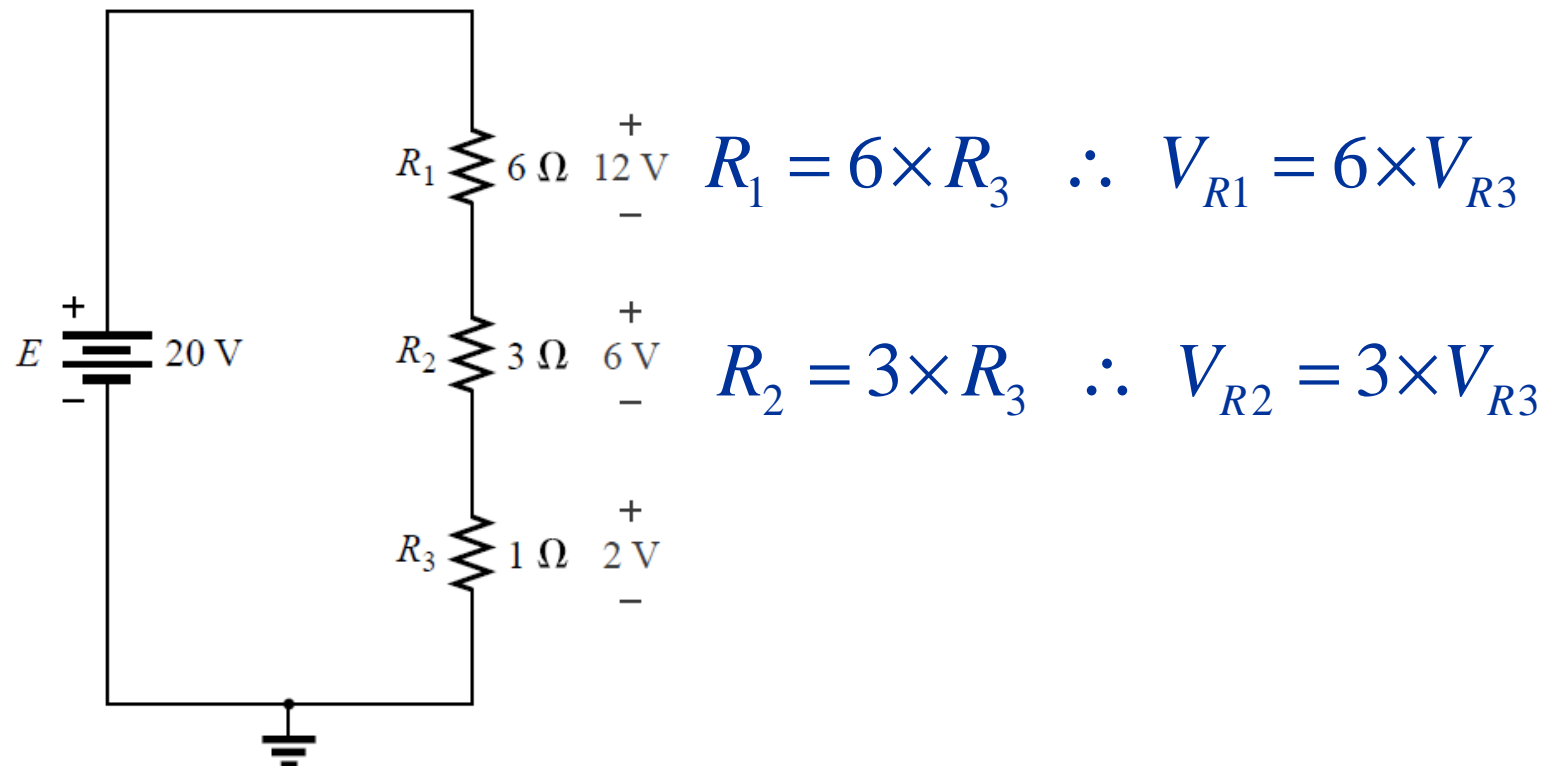


Divisor de Tensão

Introdução

Em um circuito série, a tensão através dos elementos resistivos vai se dividir proporcionalmente ao valor de cada resistência em relação ao valor total da série.

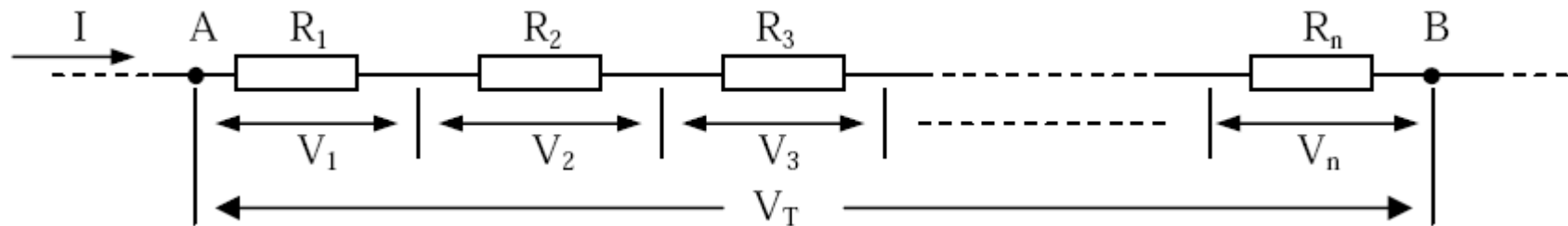
Em outras palavras, **em um circuito resistivo em série, quanto maior a resistência, maior será a tensão capturada.**



Divisor de Tensão

Divisor de Tensão Resistivo

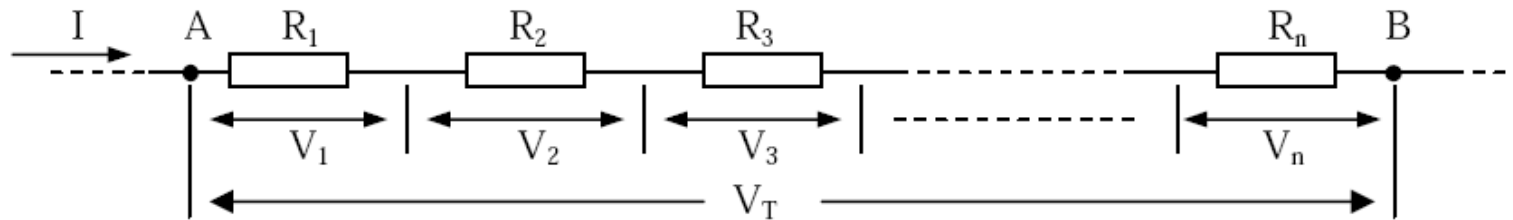
O circuito abaixo representa um típico divisor de tensão resistivo, onde se observa os elementos de circuito em série, de tal forma que a tensão elétrica aplicada na associação (V_T) está dividida entre os elementos resistivos na proporção da relação de suas resistências, tudo conforme a lei de ohm.



Divisor de Tensão

Equação da Divisão de Tensão

Seja determinar o valor da tensão V_3 , no circuito dado:



$$V_3 = R_3 \cdot I \quad ; \quad I = \frac{V_T}{R_{EQU}} \quad ; \quad I = \frac{V_T}{R_1 + R_2 + R_3 + R_N}$$

$$V_3 = R_3 \cdot \frac{V_T}{R_1 + R_2 + R_3 + R_N}$$

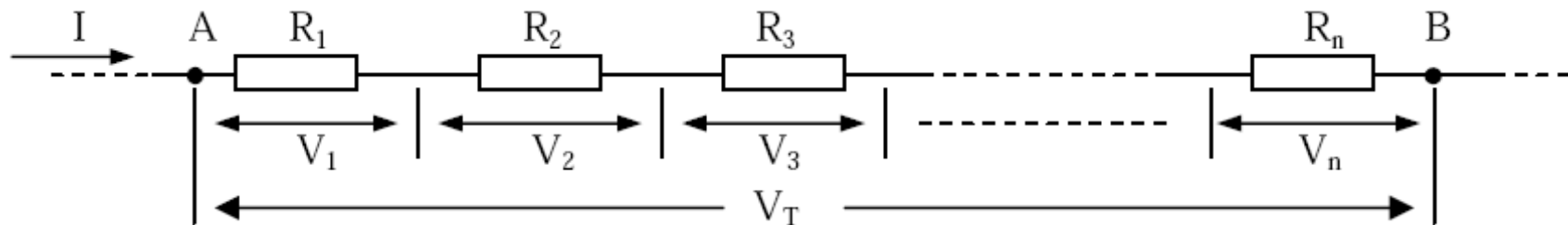
$$V_3 = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_N} \right) V_T$$

Divisor de Tensão

Equação da Divisão de Tensão

Em um circuito Divisor de tensão podemos dizer que:

A tensão em um dos resistores de um circuito divisor de tensão é igual à relação entre o resistor onde se deseja saber a tensão pela soma de todos os resistores da associação, multiplicado pela tensão total aplicada ao divisor.



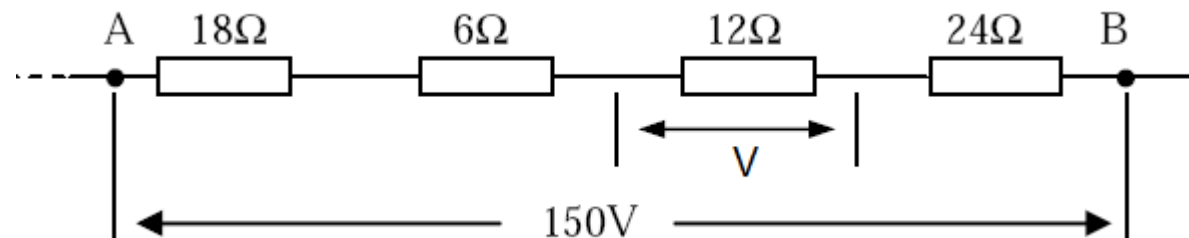
$$V_N = \left(\frac{R_N}{R_1 + R_2 + R_3 + R_N} \right) V_T$$

Divisor de Tensão

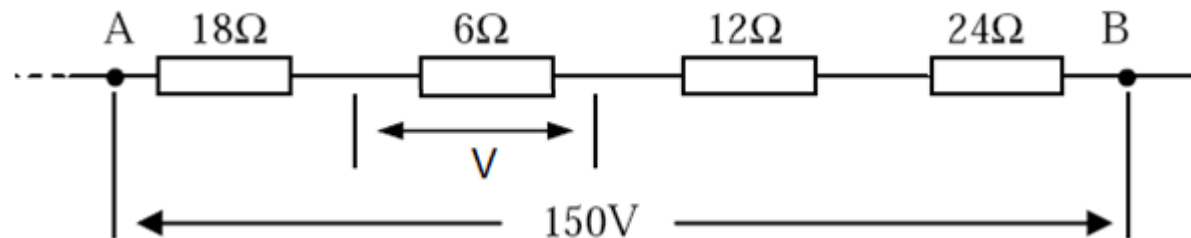
Exercícios de Fixação - Divisor de Tensão

1. Determinar a tensão V indicada abaixo.

a)



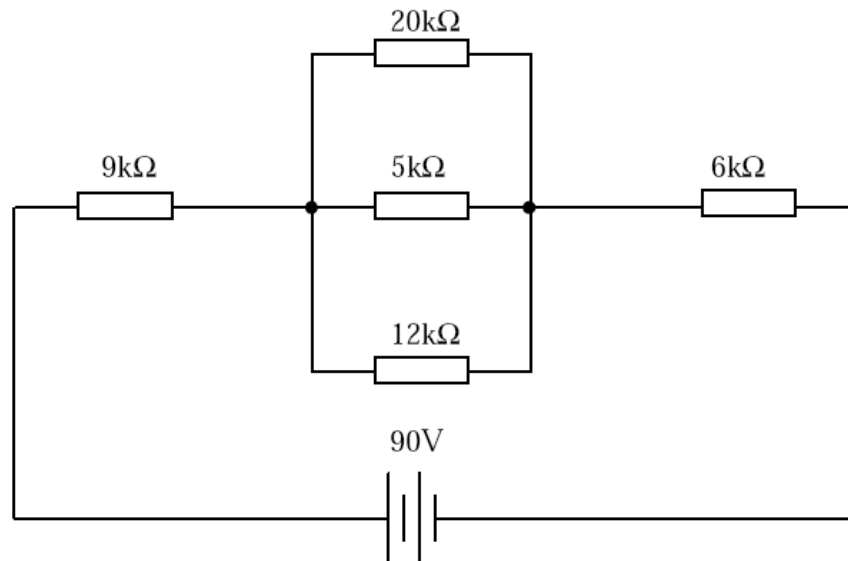
b)



Divisor de Tensão

Exercício de Fixação - Divisor de Tensão

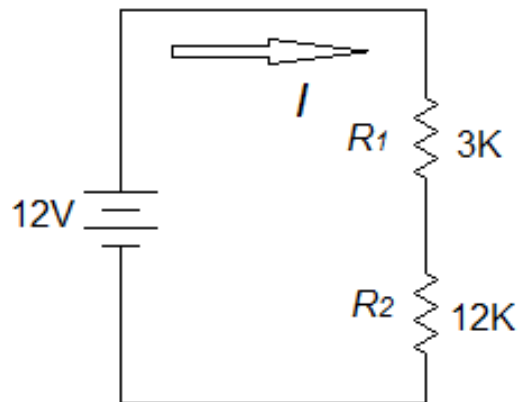
2. Calcule a tensão no resistor de $20\text{k}\Omega$ abaixo fazendo uso de cálculo de resistência equivalente e da expressão do divisor de tensão.



Divisor de Tensão

Exercício de Fixação - Divisor de Tensão

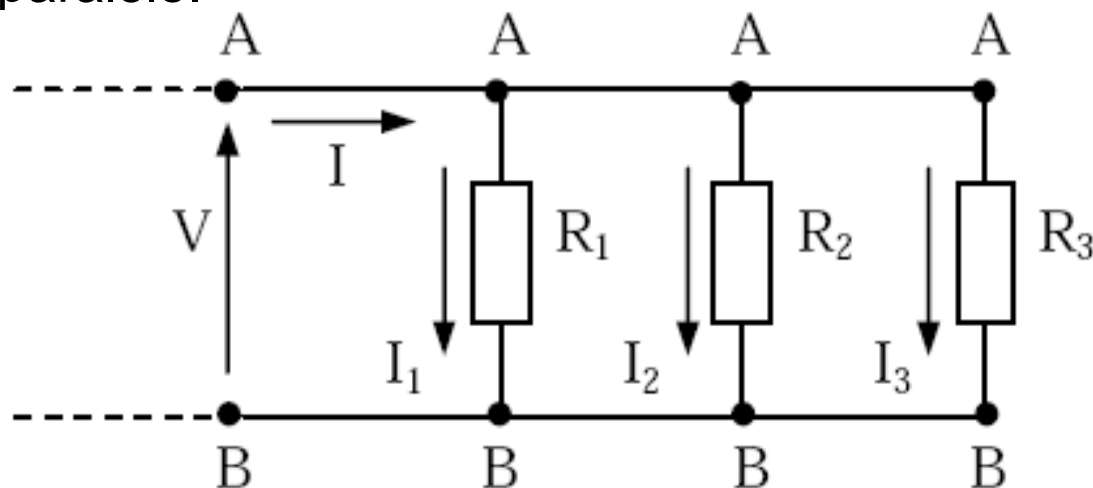
3. Calcule: a tensão no resistor R_2 no circuito da figura abaixo; a tensão no resistor R_1 ; a corrente I do circuito.



Associação de Resistores

Associação Paralela de Resistores

Os resistores associados entre si estão submetidos à **MESMA TENSÃO ELÉTRICA**, condição fundamental para garantir que uma associação seja paralela ou em paralelo.



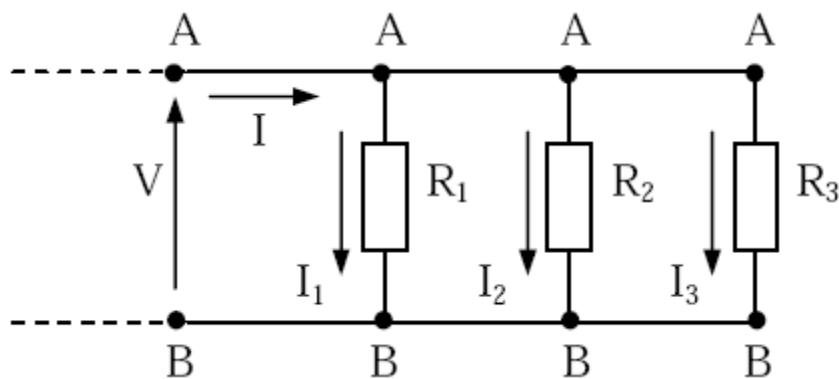
Observa-se na associação paralela que a corrente total I se dividiu entre os resistores da associação, dando origem a I_1 , I_2 , I_3 I_N . Isto lhe confere a denominação de **DIVISOR DE CORRENTE**.

Associação de Resistores

Dois, ou mais, elementos estão conectados **em paralelo** quando possuem **dois pontos em comum**, ou seja, os seus terminais estão conectados em comum.

Exemplo de Associação Paralela de Resistores

Primeiro Exemplo

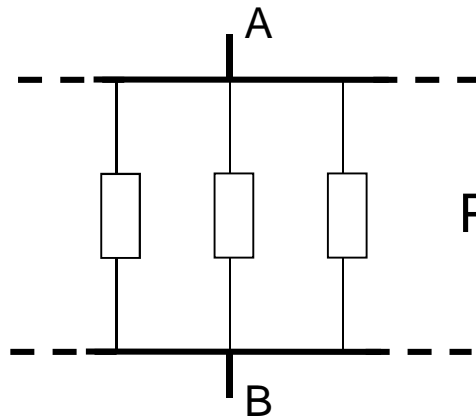


Pontos A e B em comum

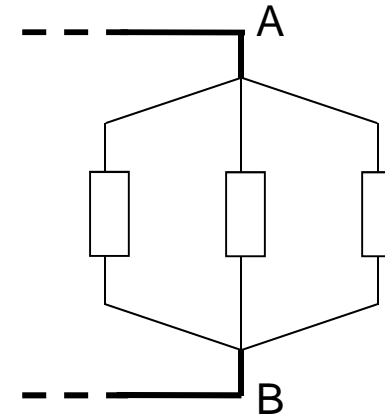
Associação de Resistores

Exemplo de Associação Paralela de Resistores

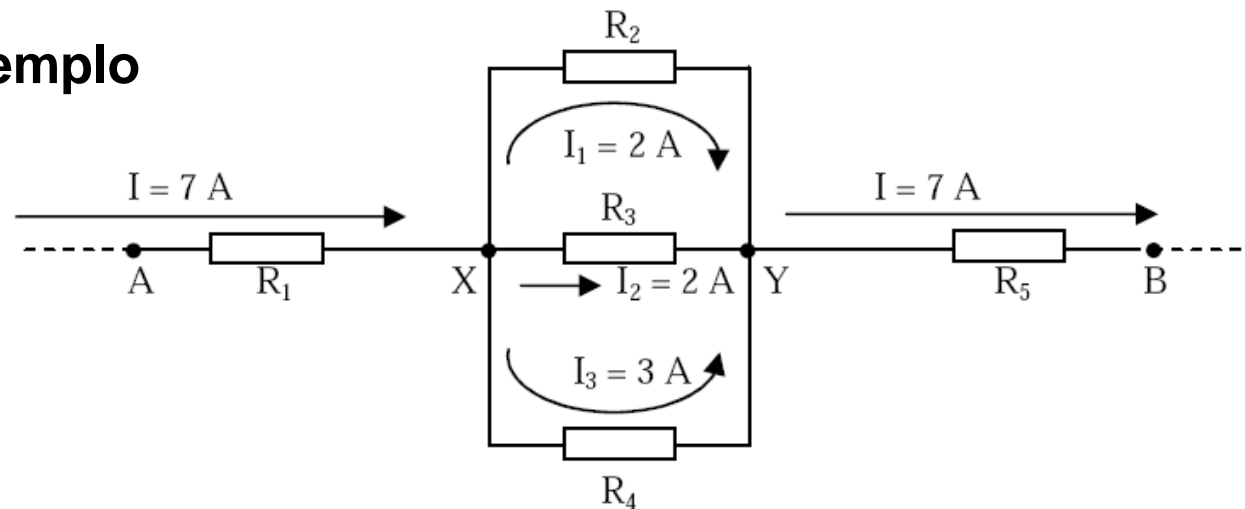
Segundo Exemplo



Pontos A e B em comum



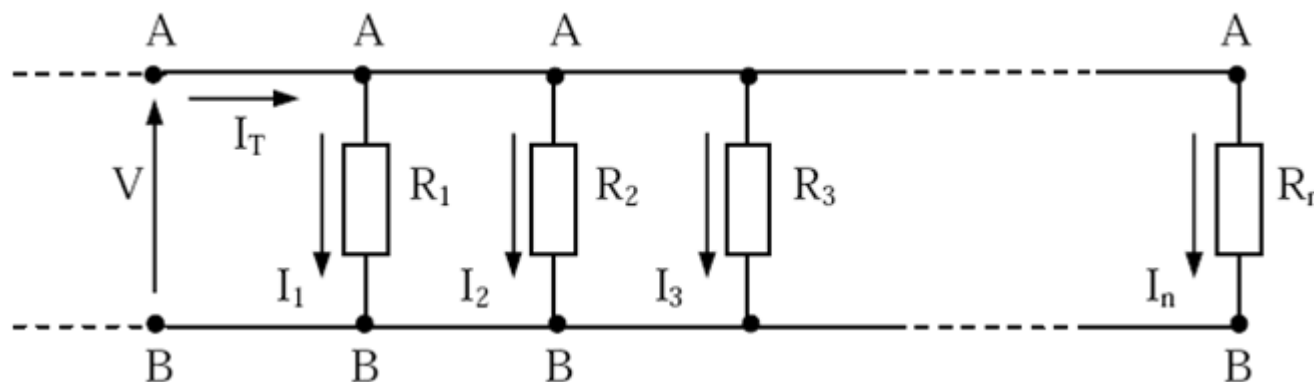
Terceiro Exemplo



Pontos X e Y em comum

Associação de Resistores

Resistência Total ou Equivalente



Para N resistores associados em paralelo, a Resistência Total pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$\frac{1}{R_T} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)$$

O inverso da Resistência Total equivalente de uma associação paralela é igual a soma dos inversos das resistências parciais da associação.

Associação de Resistores

Resistência Total ou Equivalente

Ou

$$R_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)}$$

O inverso da resistência é denominado de **CONDUTÂNCIA**, representado pelo símbolo **G**, cuja unidade é Siemens (S). Assim:

$$G_T = \frac{1}{R_T} (\text{siemens}, S)$$

Para a associação em paralelo teremos:

$$G_T = (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N)$$

Ou seja, a Condutância Total é a **SOMA** das condutâncias individuais

Associação de Resistores

Casos Especiais de Associação em Paralelo

Dois Resistores em Paralelo

$$\frac{1}{R_T} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{R_T} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

$$R_T = \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

A resistência total equivalente de dois resistores em paralelo é igual ao produto da resistência dos resistores dividido pela soma de suas resistências.

Associação de Resistores

Dois ou mais Resistores de Mesmo Valor em Paralelo

$$R_T = \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad R_1 = R_2 = R$$

$$R_T = \left(\frac{R \cdot R}{R + R} \right) = \left(\frac{R^2}{2R} \right) \Rightarrow \boxed{R_T = \left(\frac{R}{2} \right)}$$

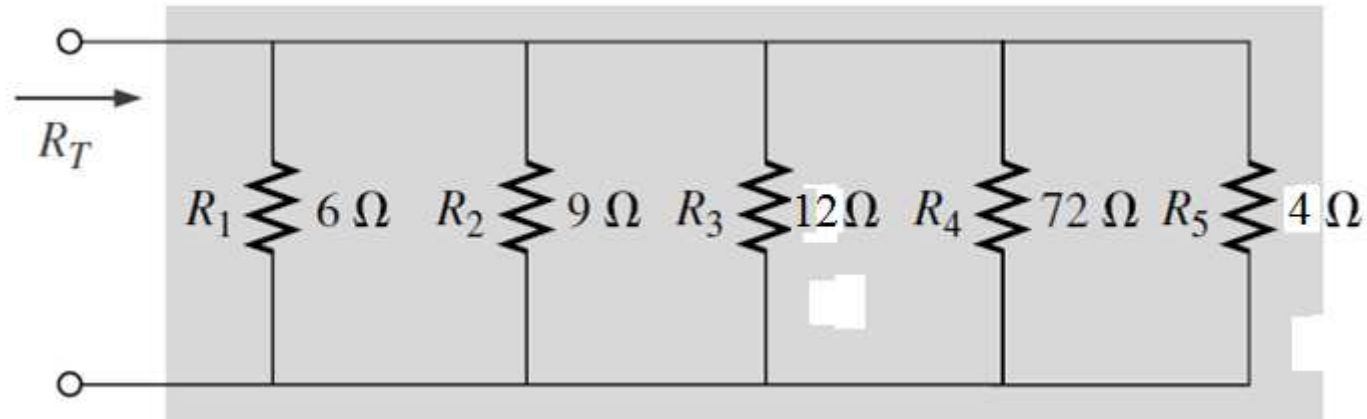
Para ***n*** resistores em paralelo:

$$\boxed{R_T = \left(\frac{R}{n} \right)}$$

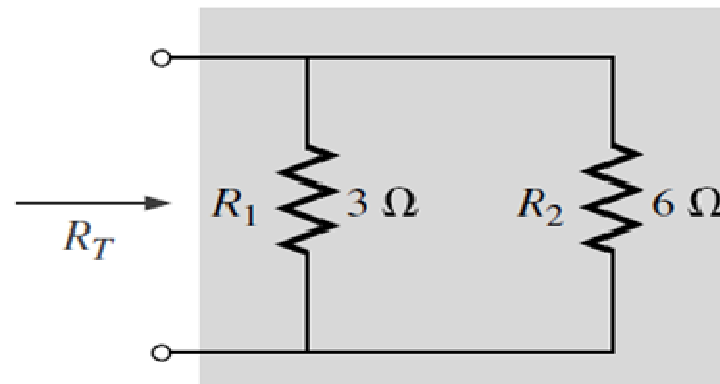
Associação de Resistores

Exemplos: Determinar a Condutância e a Resistência Total nos circuitos a seguir:

a)



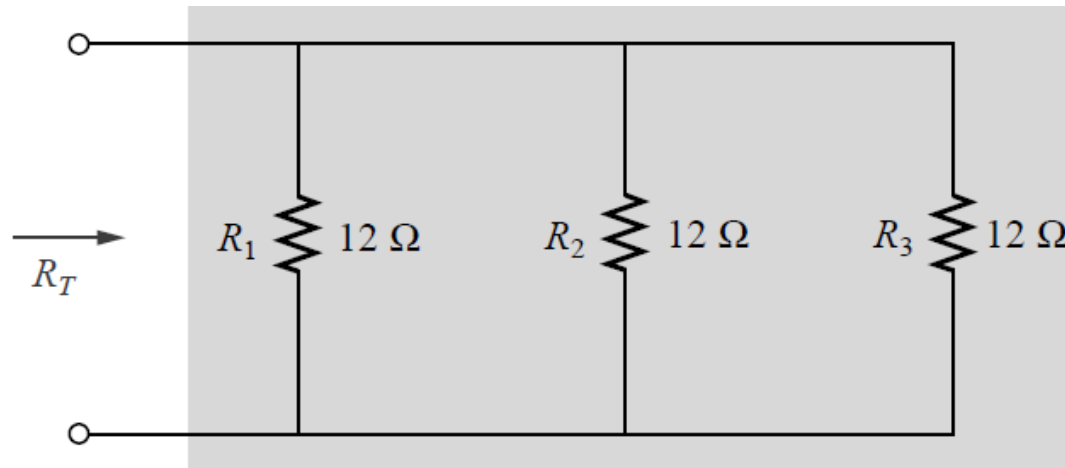
b)



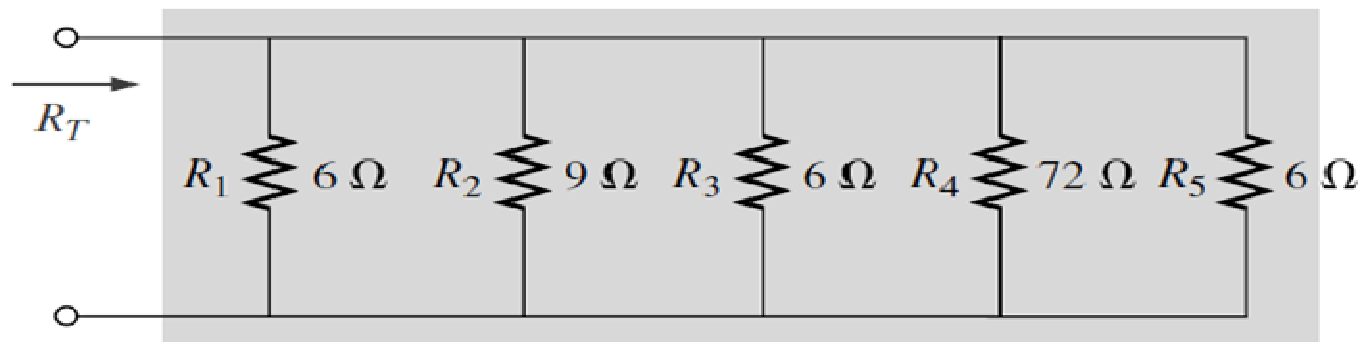
Associação de Resistores

Exemplos:

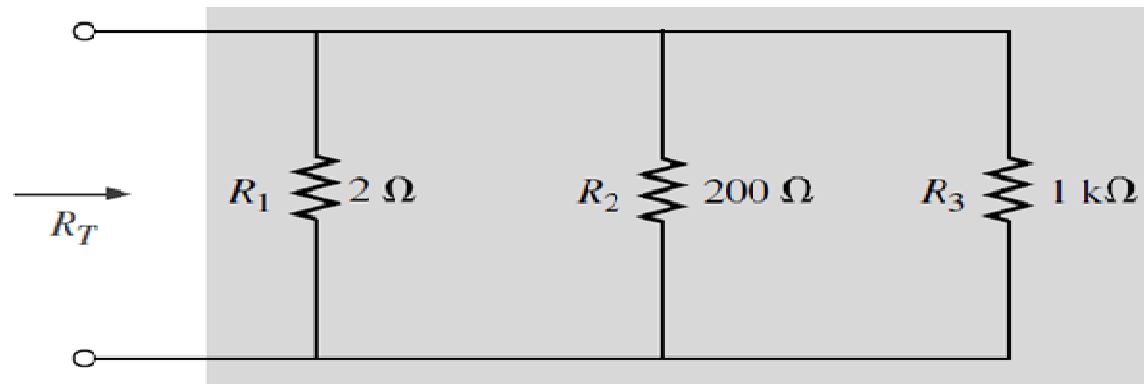
c)



d)



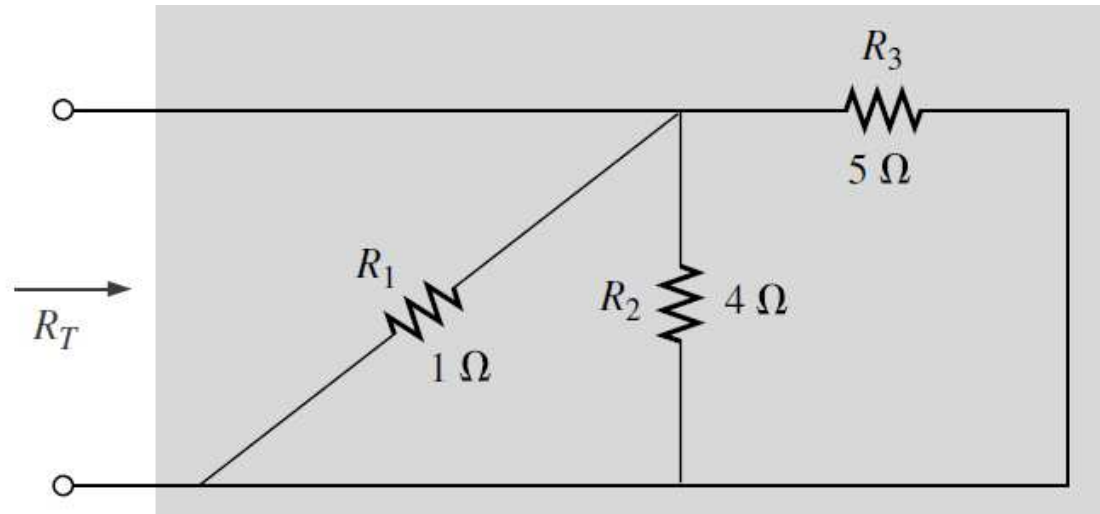
e)



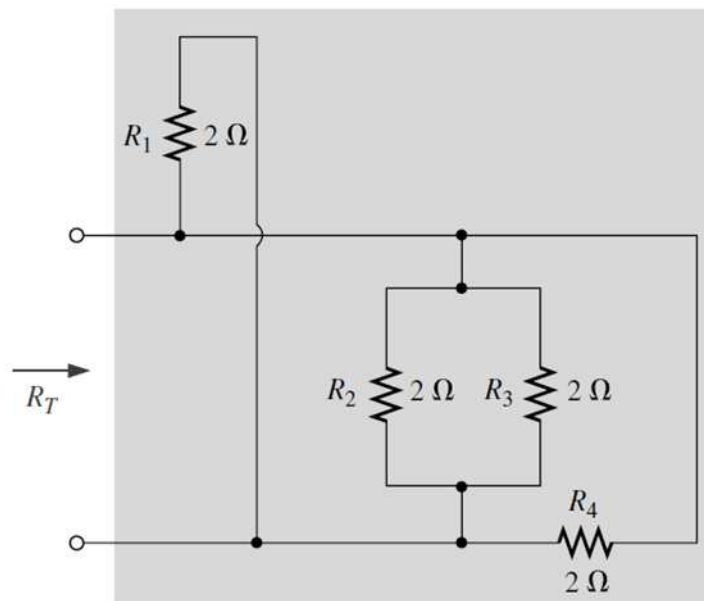
Associação de Resistores

Exemplos:

g)



f)



Associação de Resistores

Conclusões:

A Resistência Total de Resistores em paralelo é sempre menor do que o valor do menor resistor.

Se a menor resistência de uma combinação em paralelo é muito menor do que a dos outros resistores em paralelo, a Resistência Total será muito próxima do menor valor de resistência.

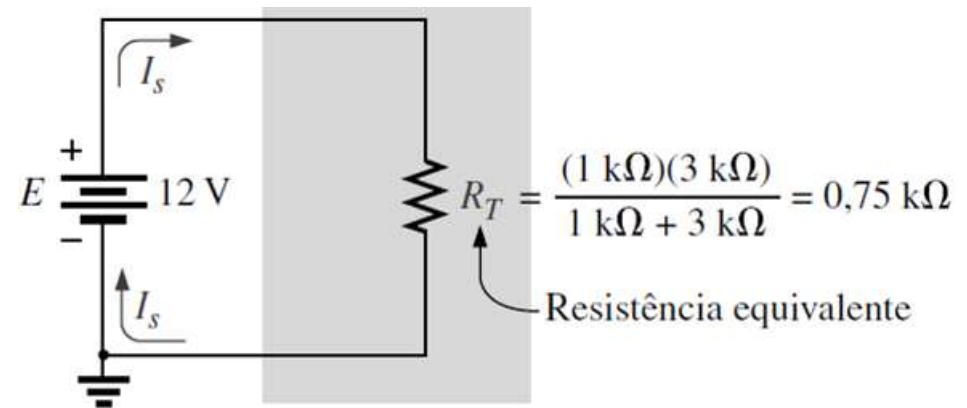
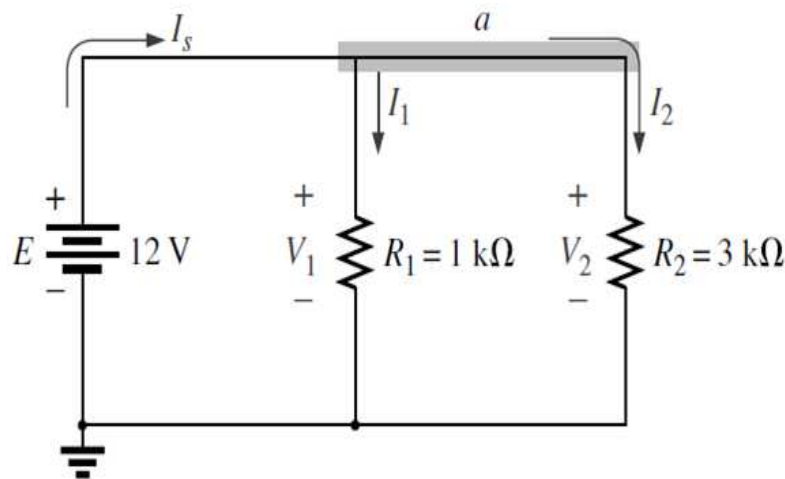
A Resistência Total dos resistores em paralelo sempre cairá a medida que novos resistores forem adicionados em paralelo, não importando seus valores.

Resistores em paralelo podem ser intercambiados (trocados de lugar) que não afetam a Resistência Total.

Associação de Resistores

Circuito em Paralelo

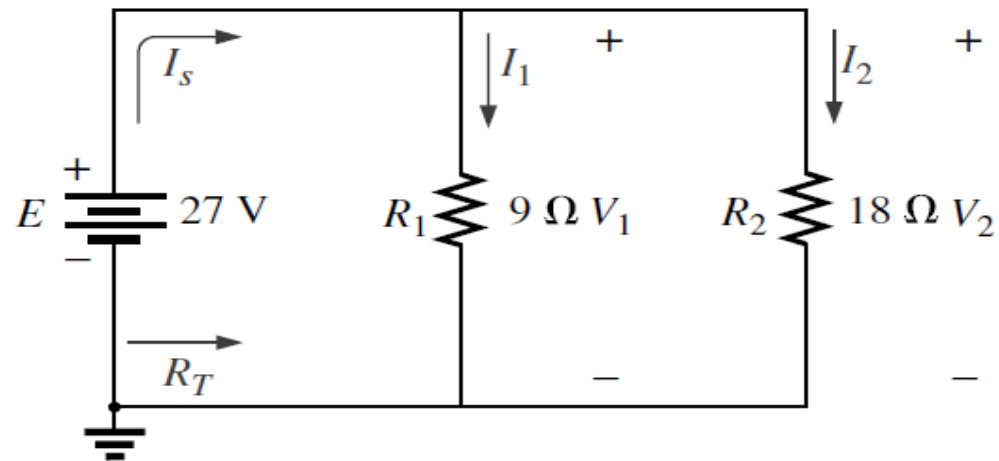
- É um circuito onde todos os componentes (Fontes e Resistores) estão em paralelo, ou seja, a **tensão é a mesma** em todos os pontos do circuito.
- Para circuitos paralelo com uma única fonte, a corrente fornecida pela fonte (I_s) é sempre igual à soma das correntes em cada ramo.
- Assim como no circuito em série, no circuito paralelo a Fonte de Tensão não “vê” cada resistor individual, mas sim a Resistência Total.



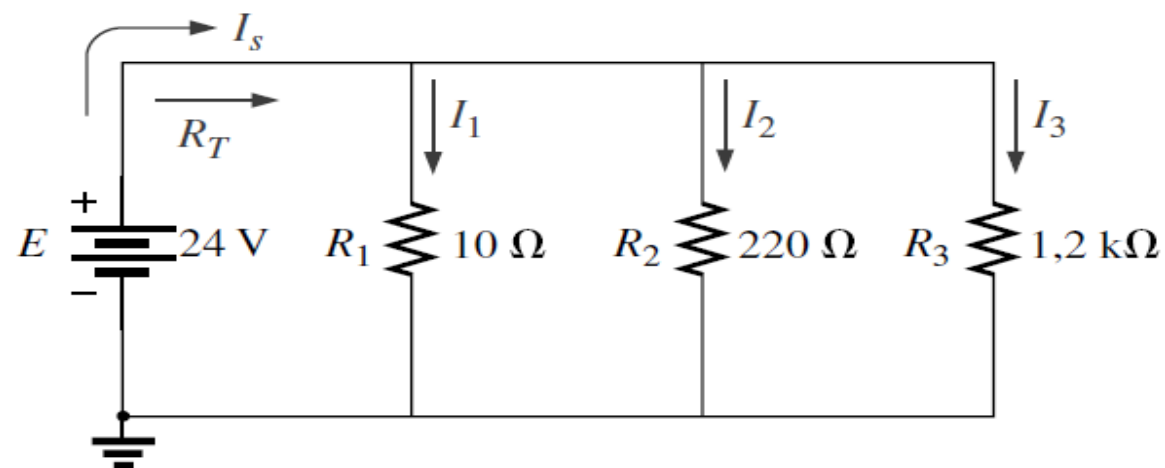
Associação de Resistores

Exemplos: Determinar a Resistência Total e as correntes nos circuitos a seguir.

a)



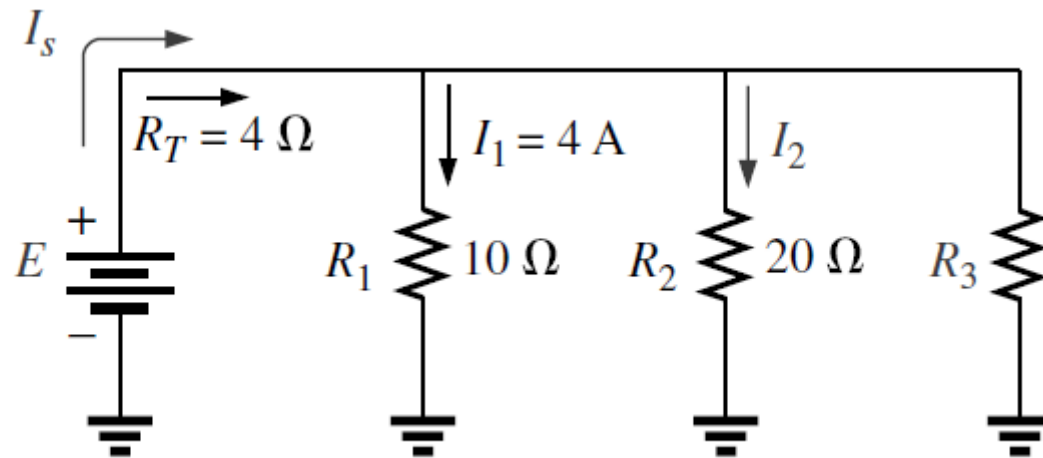
b)



Associação de Resistores

Exemplos: No circuito a seguir, determinar:

- a) O valor de R_3
- b) O valor da Tensão E
- c) Os valores das correntes I_s e I_2 .



Leis de Kirchhoff

Lei de Kirchhoff para as Correntes - LKC

Também chamada de **Lei dos nós**, representada pela sigla **LKC**.

A **LKC** estabelece que:

“Em um nó (ou sistema), a soma das correntes que chegam (entram) é igual a soma das correntes que dele saem”.

$$\sum I_{CHEGAM} = \sum I_{SAEM}$$

Que também pode ser enunciada como:

“Em um nó, a soma algébrica das correntes é nula”.

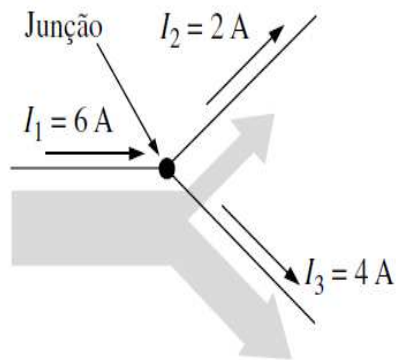
$$\sum I = 0$$

Leis de Kirchhoff

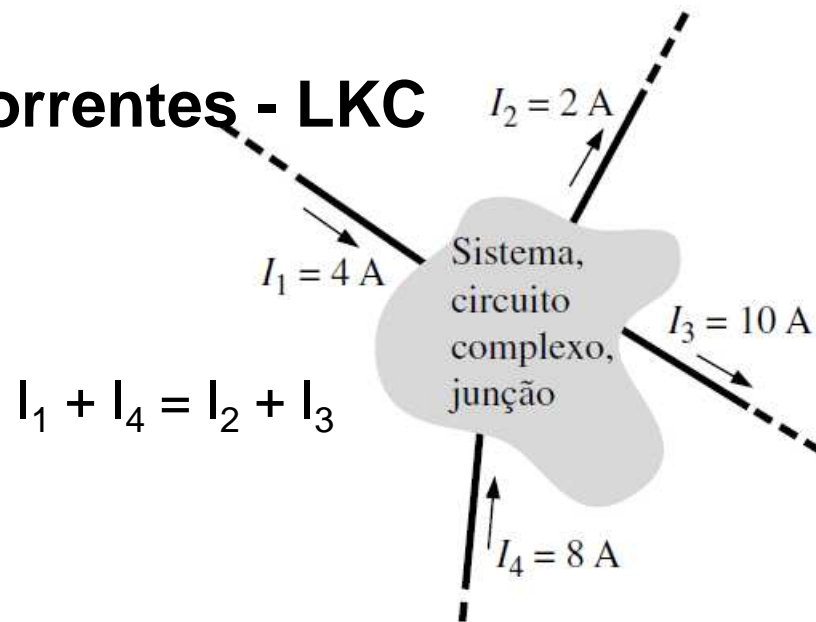
Lei de Kirchhoff para as Correntes - LKC

Exemplos:

$$I_1 = I_2 + I_3$$



(a)



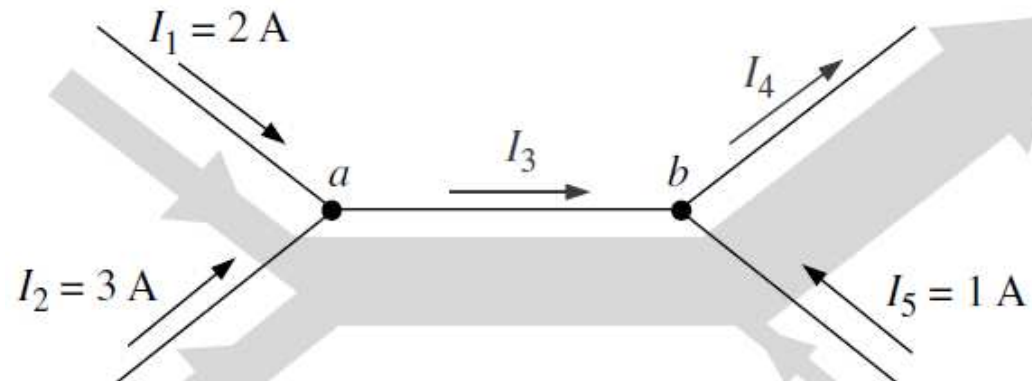
(b)

Leis de Kirchhoff

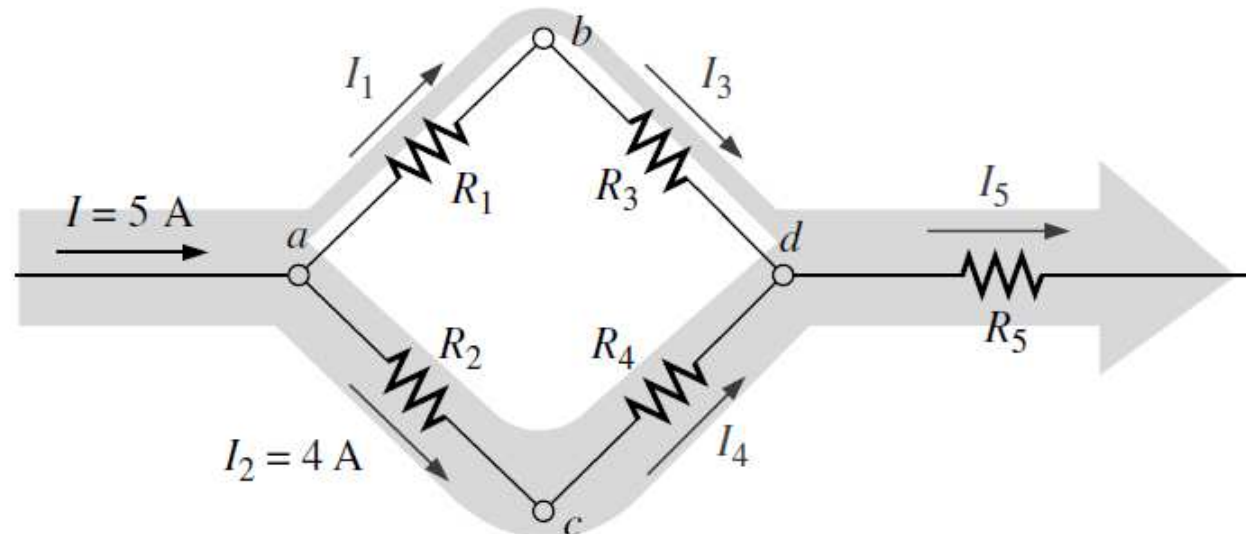
Lei de Kirchhoff para as Correntes - LKC

Exemplos: Usando a Lei de Kirchhoff para correntes (LKT), determine as correntes desconhecidas nas representações a seguir.

a)

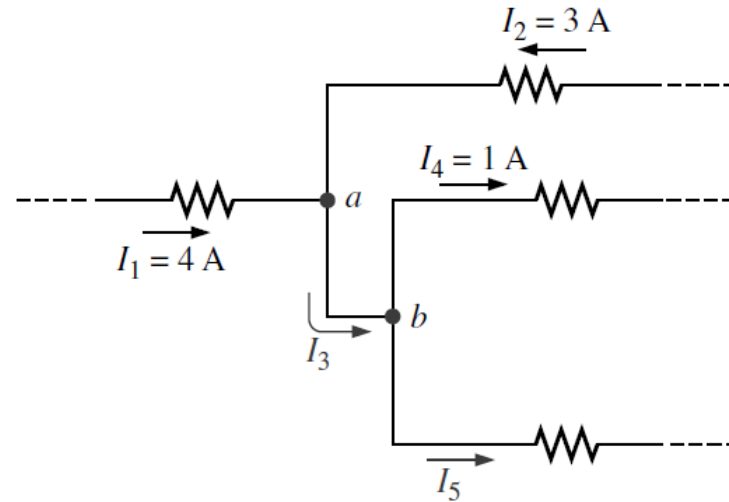


b)



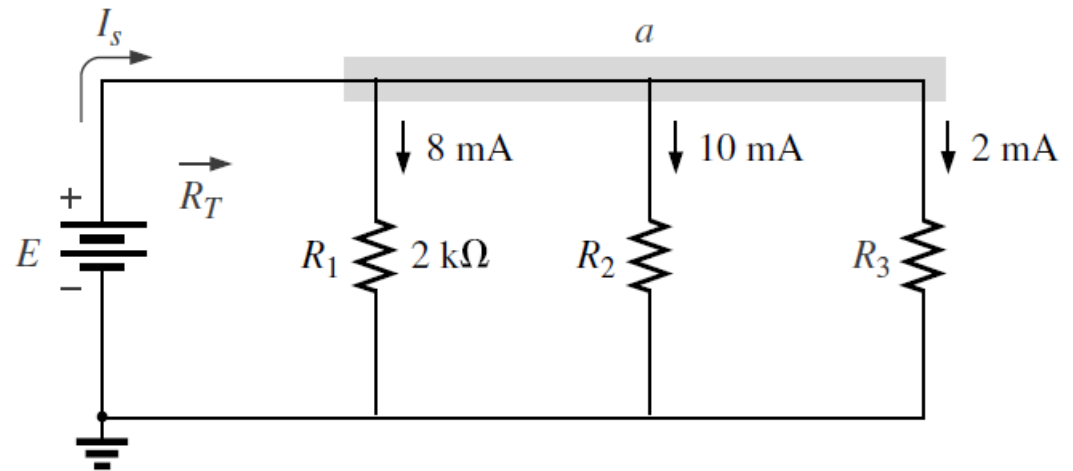
Leis de Kirchhoff

Lei de Kirchhoff para as Correntes - LKC



Exemplo: No circuito abaixo, determinar:

- a) A corrente total I_s ;
- b) A tensão da fonte E ;
- c) A resistência R_3 ;
- d) A Resistência Total R_T .

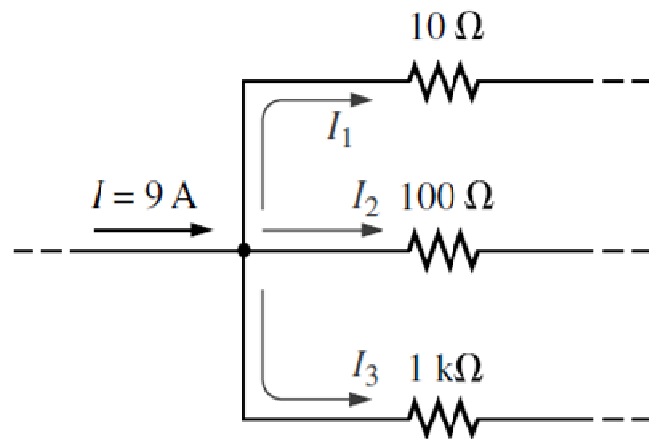


Divisor de Corrente

Introdução

Em um circuito paralelo, a corrente através dos elementos resistivos vai se dividir inversamente proporcional ao valor de cada resistência em relação ao valor total da associação.

Em outras palavras, **em um circuito resistivo em paralelo, quanto maior a resistência, menor será a corrente através dele** (a corrente procura o caminho “mais fácil” (menor resistência)).



$$R_1 = \frac{R_2}{10} \quad \therefore \quad I_1 = 10 \times I_2$$

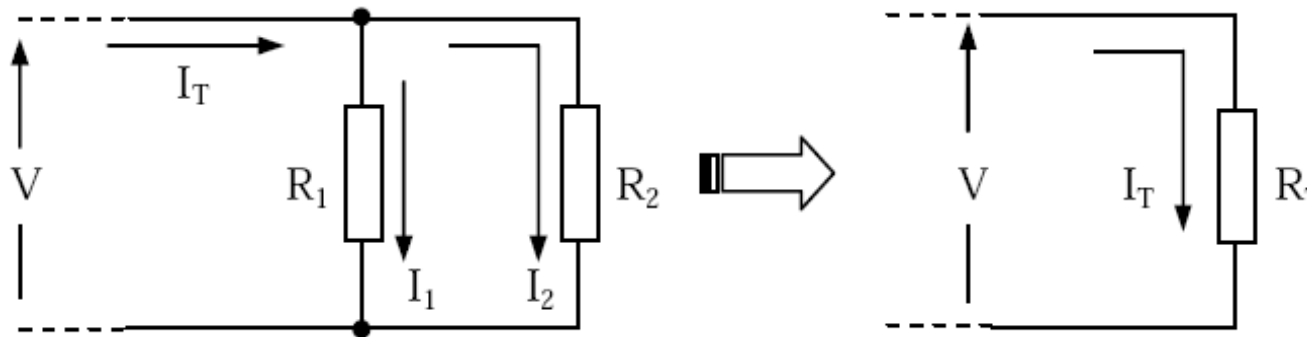
$$R_2 = \frac{R_3}{10} \quad \therefore \quad I_2 = 10 \times I_3$$

Divisores de Corrente

Divisor de Corrente Resistivo

Obtida da associação em paralelo de resistores, a equação de Divisão de Corrente nos permite calcular de forma direta, o valor de qualquer uma das componentes da corrente total fornecida ao divisor de corrente.

A figura mostra o circuito onde se deseja calcular o valor de I_2 (corrente em R_2), sabendo-se os valores de I_T , R_1 e R_2 , e fazendo uso da Lei de Ohm.



$$I_2 = \frac{V}{R_2}$$

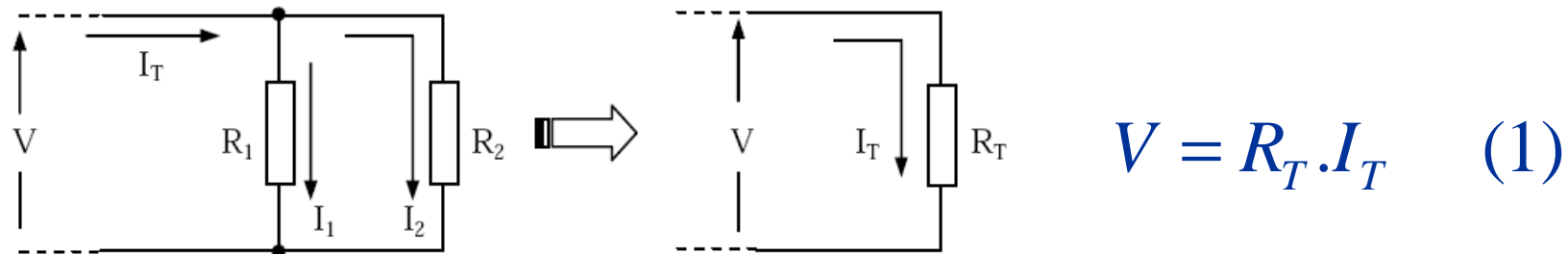
$$V = R_T \cdot I_T$$

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Divisor de Corrente

Equação do Divisor de Corrente Resistivo

Substituindo os valores de V e R_T na expressão de I_2 , resulta em:



$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_T \cdot I_T}{R_2} \quad (3)$$

$$I_2 = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_T}{R_2} \quad (4)$$

$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T$$

Divisor de Corrente

Equação do Divisor de Corrente Resistivo

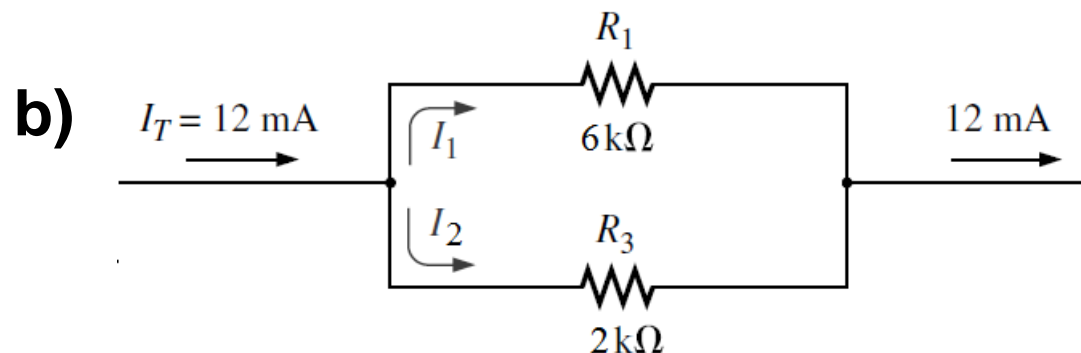
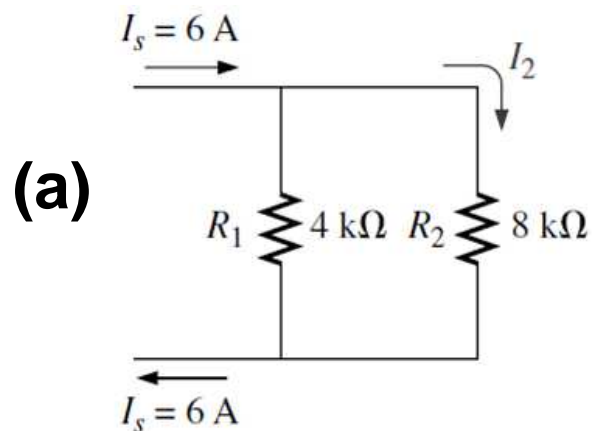
No circuito divisor de Corrente podemos dizer que:

Para dois resistores em paralelo, a corrente através de um, é igual à resistência do outro dividido pela soma dos dois resistores multiplicado pela corrente total.

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot I_T$$

“A corrente no resistor que eu quero é o resistor que não quero dividido pela soma dos dois vezes a corrente total”.

EXEMPLO: Determinar as corrente I_1 e I_2 utilizando divisor de corrente.



Divisor de Corrente

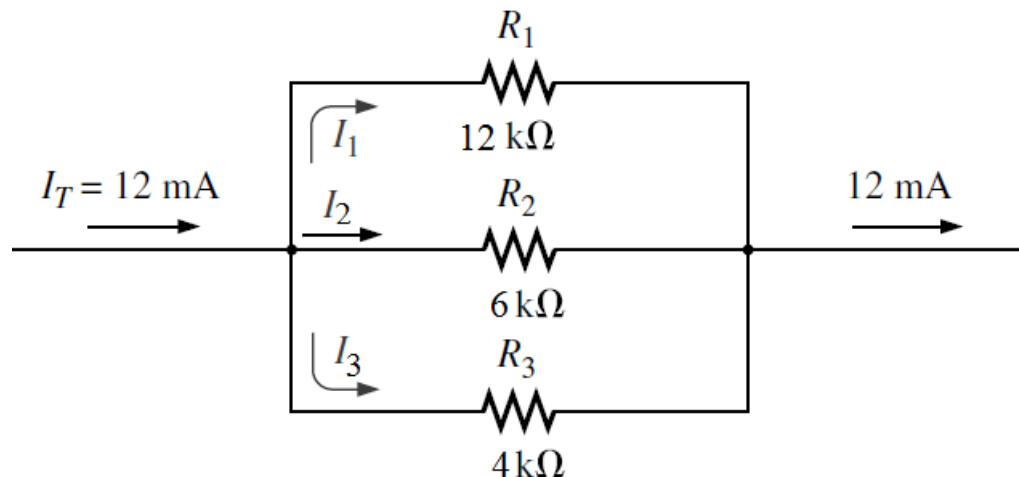
Equação do Divisor de Corrente Resistivo

A partir da equação 3 anterior, podemos generalizar como:

A corrente através de qualquer ramo de um circuito resistivo em paralelo é igual a Resistência Total do circuito em paralelo dividido pela resistência do resistor do ramo de interesse, multiplicado pela corrente total que entra na configuração em paralelo.

$$I_X = \left(\frac{R_T}{R_X} \right) \cdot I_T$$

EXEMPLO: Determinar as corrente I_1 , I_2 e I_3 utilizando divisor de corrente.



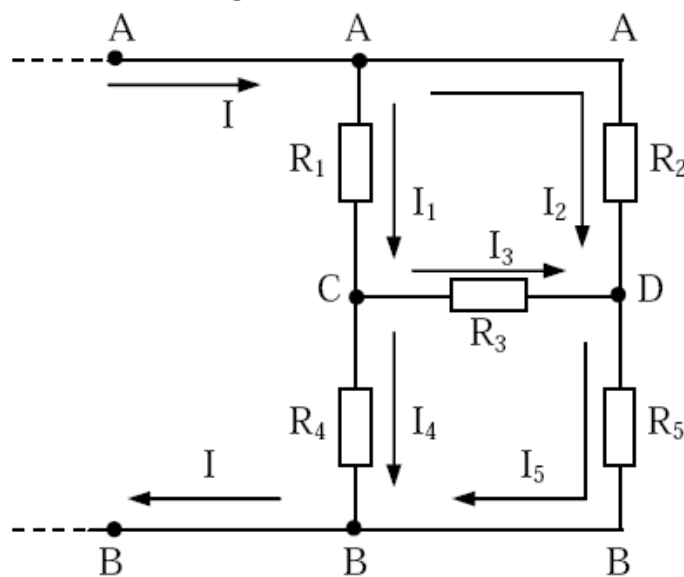
Associação de Resistores

Associação Mista de Resistores

Associação em que existem resistores em série entre si (mesma corrente) e resistores em paralelo entre si (mesma tensão).

Na solução e análise do circuito o que está em série recebe tratamento de série, e o que está em paralelo recebe tratamento de paralelo.

Nenhuma das Associações Anteriores



Associação de Resistores

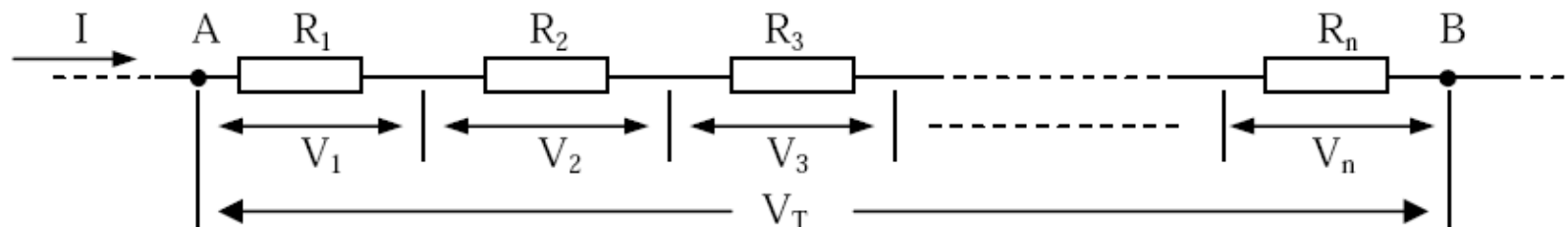
Cálculo das Grandezas Elétricas nas Associações de Resistores e Cargas

Fizemos considerações qualitativas sobre as associações série, paralelo e mista, porém sem qualquer análise quantitativa, ou seja, tratamento com cálculos de componentes equivalentes ou grandezas como corrente e tensão.

Procuramos até então entender o que caracteriza cada tipo de associação para agora entender como efetuar cálculos que envolva resistência equivalente, corrente, tensão, potência e outros, em circuitos com associações de carga ou resistores.

Associação de Resistores

Associação Série



$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_N$$

$$V_1 = R_1 \cdot I \quad V_2 = R_2 \cdot I \quad V_3 = R_3 \cdot I \quad V_N = R_N \cdot I$$

$$V_T = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I + \dots + R_N \cdot I$$

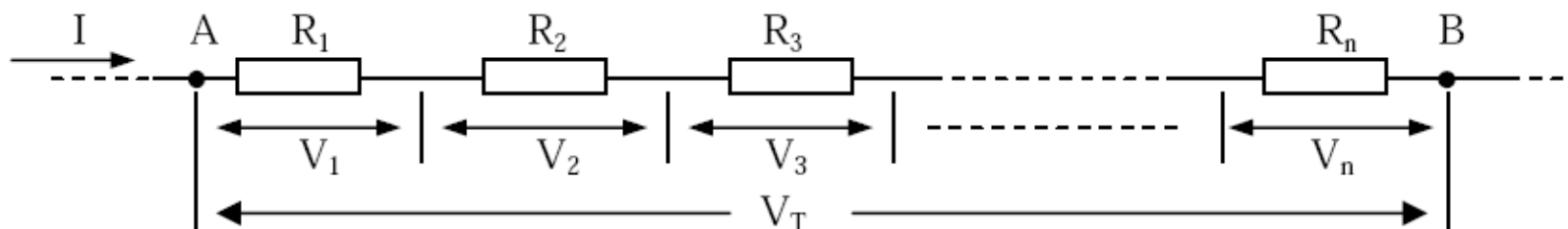
$$\frac{V_T}{I} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

Associação de Resistores

Considerações Sobre a Associação Série

A corrente é a mesma em todos os resistores ou cargas da associação. A soma das tensões parciais ao longo da associação é igual a tensão total aplicada.



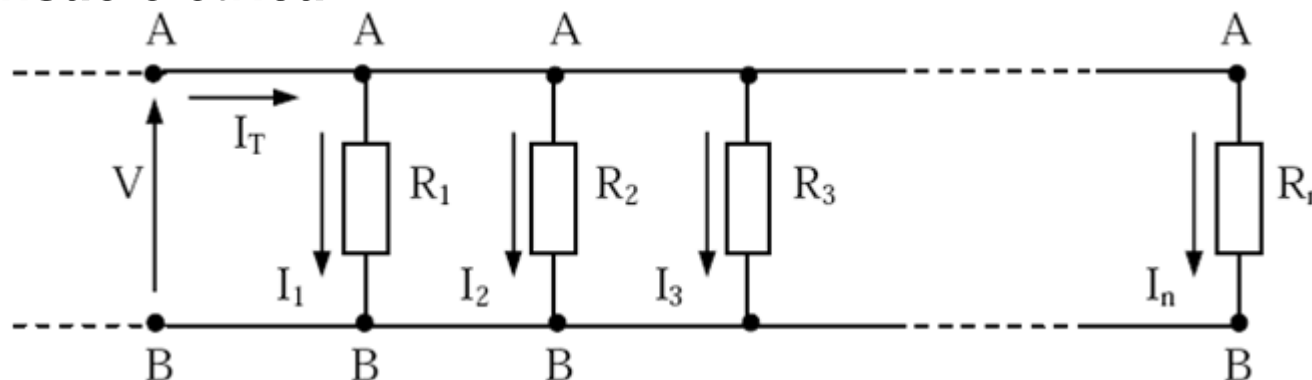
A resistência total equivalente de uma associação série é igual a soma das resistências parciais da associação.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

Associação de Resistores

Associação Paralela

Os componentes de um circuito em paralelo estão subordinados a **mesma tensão elétrica**.



A corrente total I_T é igual a soma parcial das correntes $I_1, I_2, I_3 \dots I_N$.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N$$

Sendo que as correntes parciais $I_1, I_2, I_3 \dots I_N$ valem:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad I_3 = \frac{V}{R_3} \quad I_N = \frac{V}{R_N}$$

Associação de Resistores

Associação Paralela

Resolvendo para I_T :

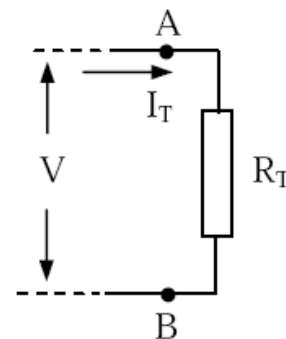
$$I_T = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_N}$$

$$I_T = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)$$

$$\frac{I_T}{V} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)$$

$$\frac{I_T}{V} = \frac{1}{R_T}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)}$$



Leis Ohm e de Kirchhoff

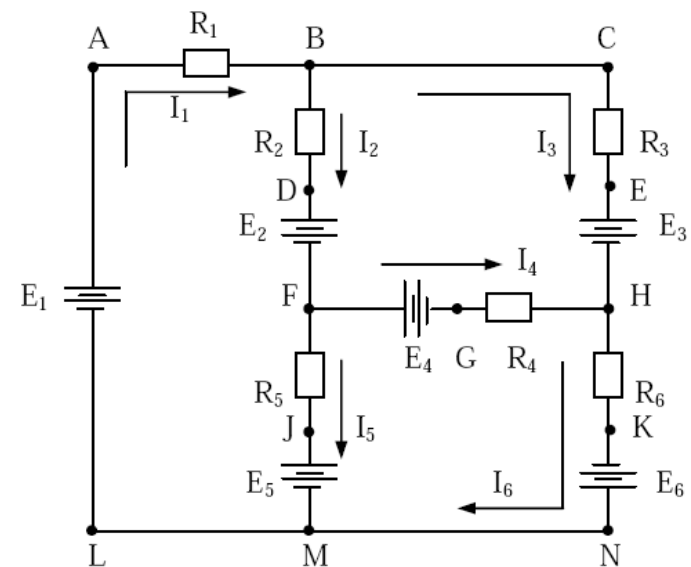
Definição, Aplicação e Importância

Para análise de circuitos elétricos, além da compreensão das Leis de Ohm e Kirchhoff, é importante conhecer os conceitos de Nó, Ramo e Malha.

NÓ (N) de um Circuito: definido como o ponto de um circuito onde ocorre uma divisão (ou soma) de corrente (**B, F, H, M**).

RAMO (B): é todo elo (caminho, trecho) de ligação entre 2 nós consecutivos, não importando o que tenha neste elo (**BALM, BDF, FJM, FGH, BCEH, HKNM**).

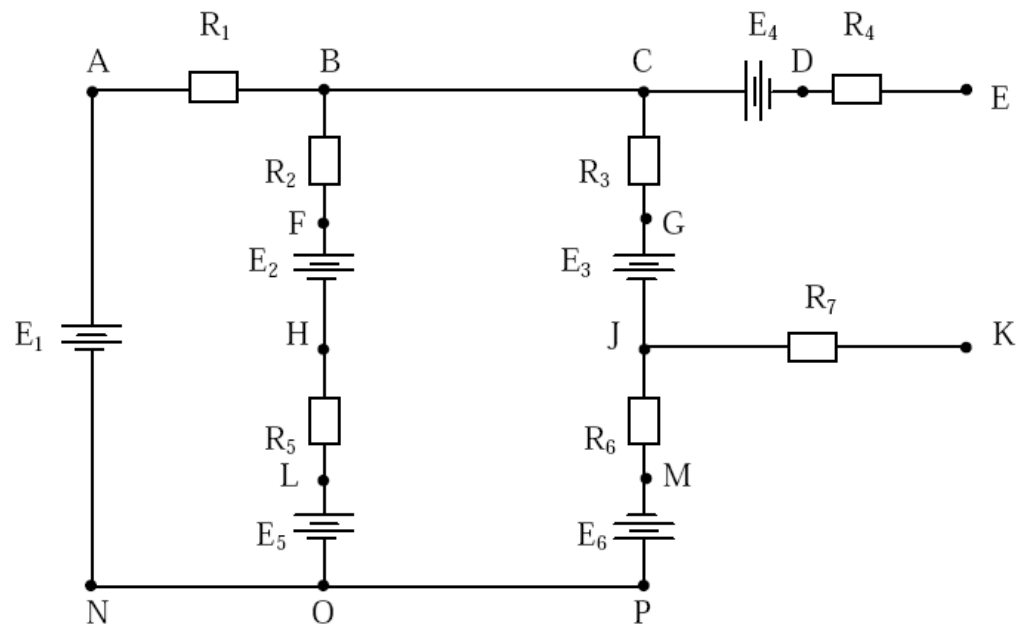
MALHA: é todo percurso fechado que seja ou possa ser condutor de corrente, sem que haja em sua extensão algum ponto em aberto (**ABDFJMLA; ABCEHKNMLA**) e mais 5 outros).



Leis Ohm e de Kirchhoff

Exercício de fixação Nó, Ramo e Malha

Identificar no circuito Nós, Ramos e Malhas

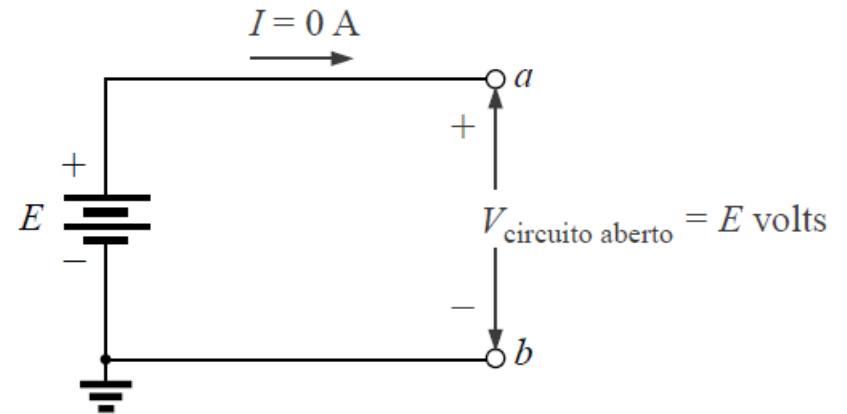
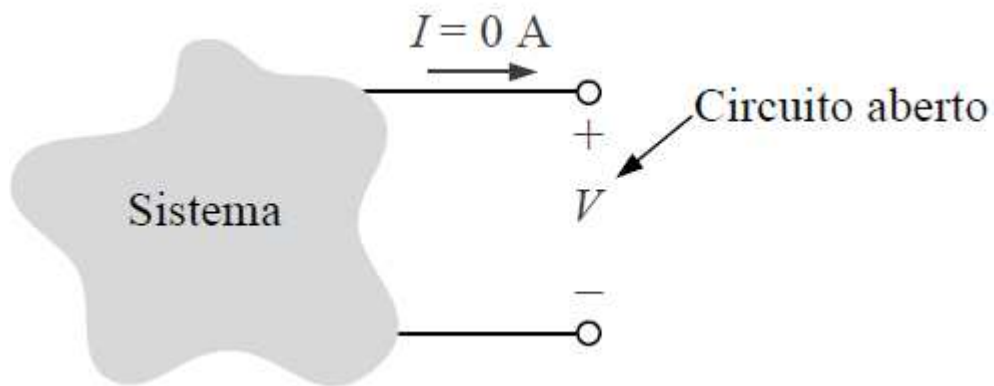


Os percursos **CDEKJGC** e **JKEDCBFHLOPMJ** não são malhas, pois estão abertos entre os pontos **E** e **K**.

Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Conceitos de Circuito Aberto

Um **circuito aberto** consiste simplesmente em dois terminais isolados sem qualquer conexão entre si.



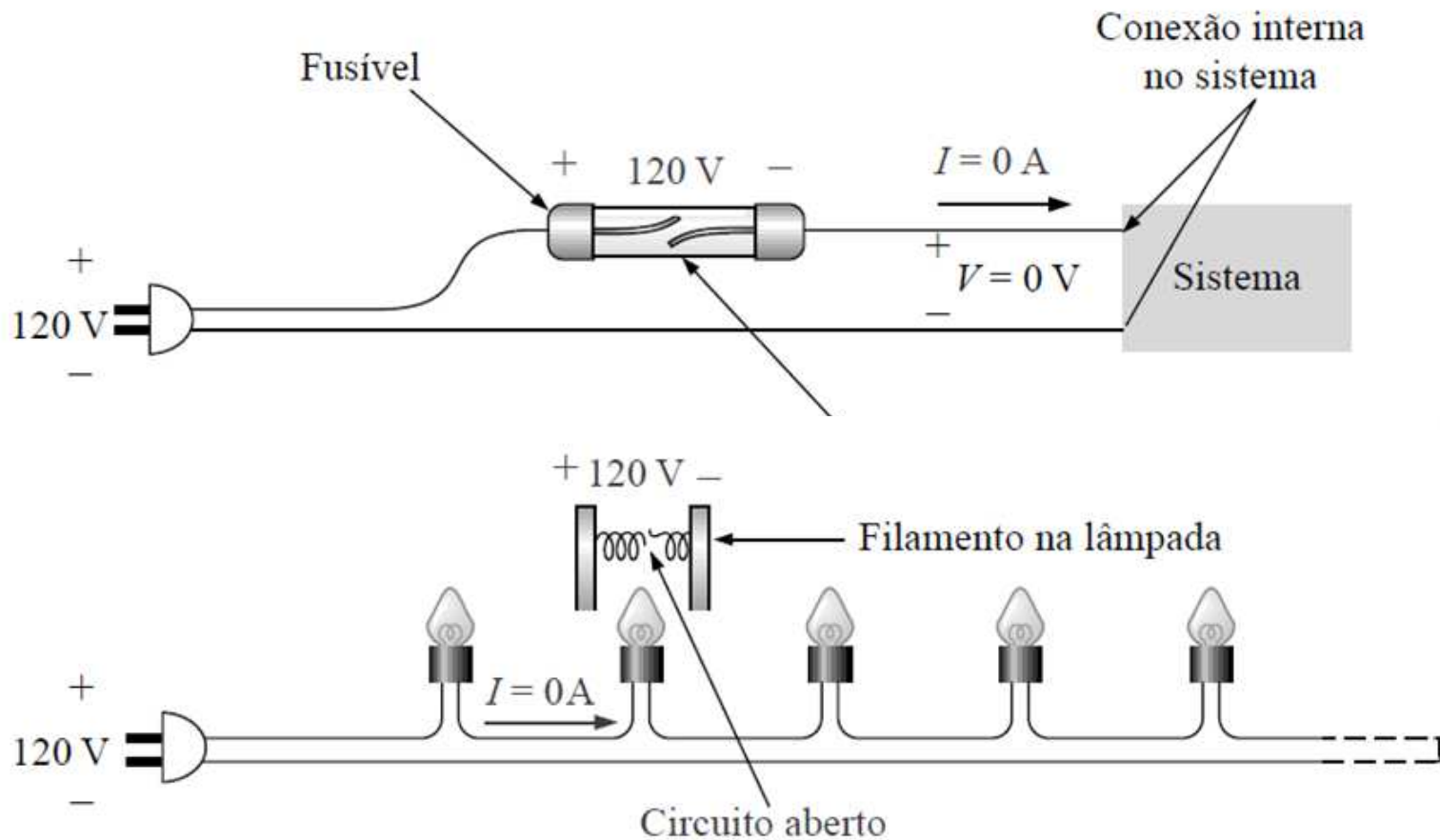
Como não existe um caminho fechado para a condução, a corrente associada a um circuito aberto é sempre nula. Entretanto, a diferença de potencial entre os terminais de um circuito aberto pode ter qualquer valor, dependendo do sistema que os terminais estão conectados.

- Em resumo, ***em um circuito aberto podemos ter uma diferença de potencial (tensão) qualquer entre os seus terminais, mas o valor da corrente será sempre zero.***

Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Conceitos de Circuito Aberto

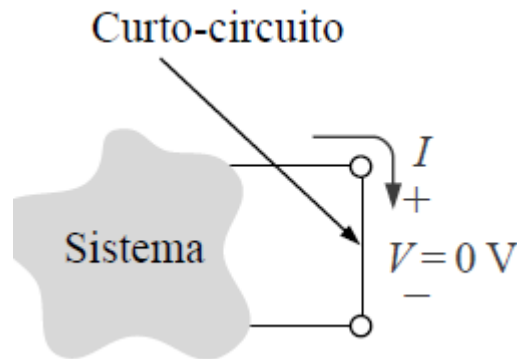
Demonstração do Efeito de um Circuito Aberto



Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Conceitos de Curto-Circuito

Um **curto circuito** consiste de uma conexão direta (com resistência muito baixa, idealmente igual a zero) entre dois terminais de um circuito.



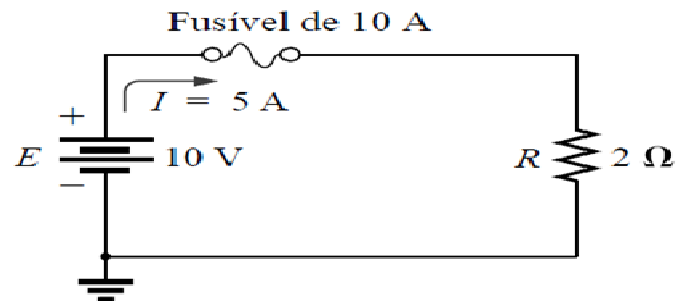
Como, idealmente a resistência é zero, a tensão associada a um curto circuito é sempre nula. Entretanto, a corrente entre os terminais de um circuito aberto pode ter qualquer valor, dependendo do sistema que os terminais estão conectados.

Em resumo, ***um curto-circuito pode carregar uma corrente de um nível determinado pelo circuito externo, mas a diferença de potencial (tensão) através de seus terminais é sempre zero volts.***

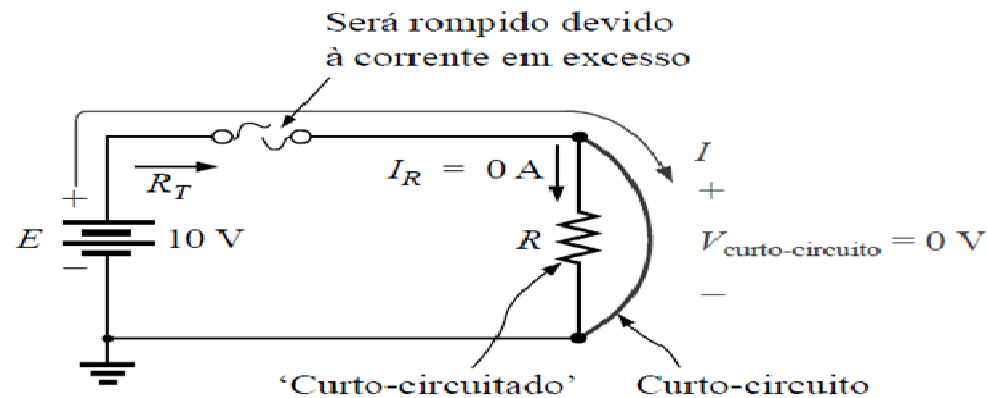
Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Conceitos de Curto-Circuito

Demonstração do Efeito de um Curto-circuito



(a)



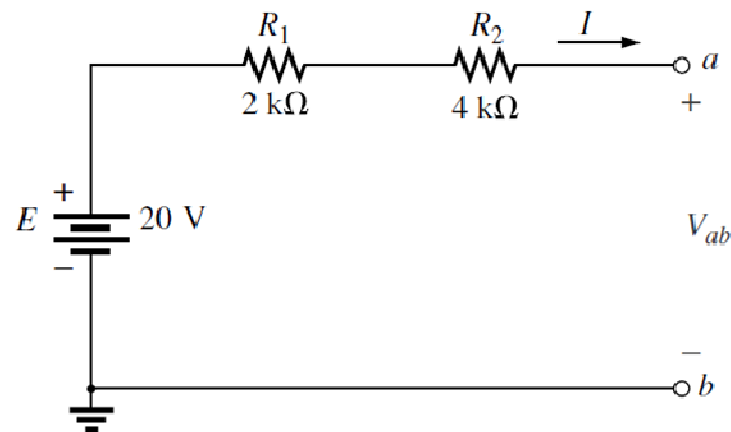
(b)

Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

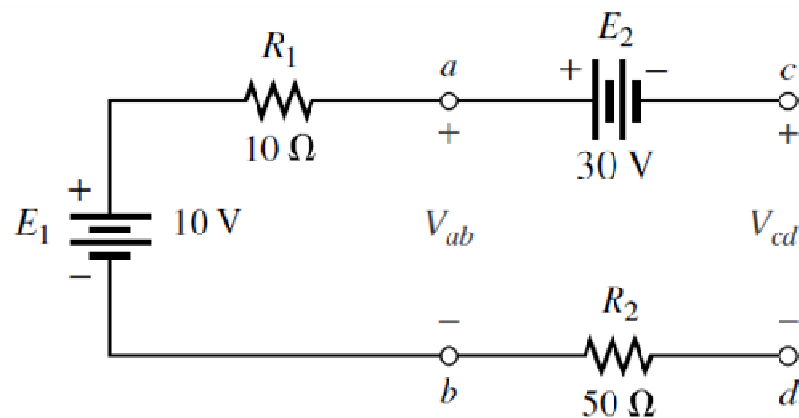
Exemplos:

1) Determine as tensões indicadas nos circuitos abaixo.

a)



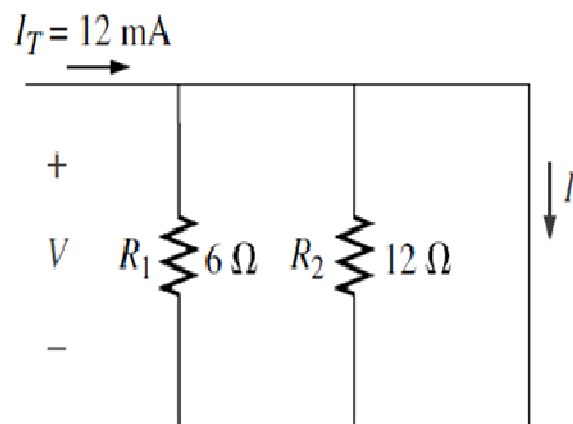
b)



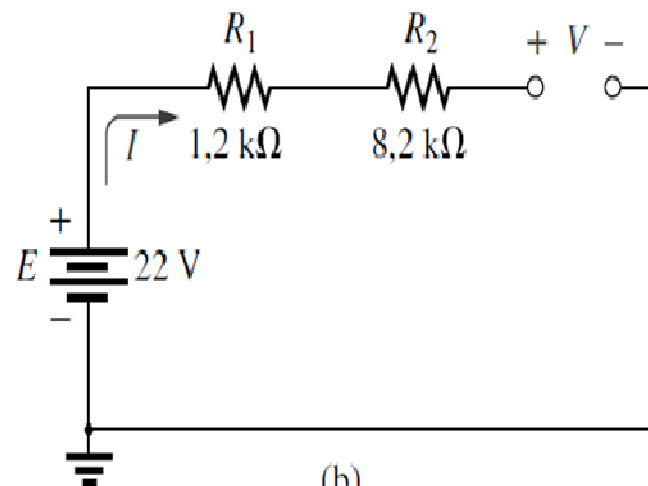
Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Exemplos:

Determine a tensão e a corrente indicadas em cada um dos circuitos abaixo.



(a)



(b)

Conceitos de Circuito Aberto e Curto-Circuito

Exemplos

1. Determine a tensão e a corrente indicadas no circuito abaixo.
2. Repita os cálculos, admitindo que o resistor R_2 foi curto-circuitado.

