Problemas Introductorios

para la

32[a] Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Luis Miguel García Velázquez
José Antonio Gómez Ortega
Isabel Hubard Escalera
María Luisa Pérez Seguí

2018

Luis Miguel García Velázquez

Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Morelia,
Universidad Nacional Autónoma de México

José Antonio Gómez Ortega

Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional Autónoma de México

Isabel Hubard Escalera

Instituto de Matemáticas,
Universidad Nacional Autónoma de México

María Luisa Pérez Seguí

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Contenido

Presentación

La Sociedad Matemática Mexicana organiza la 32^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Los ganadores formarán parte de las selecciones que participarán en las distintas olimpiadas internacionales del año 2019: la 60^a Olimpiada Internacional de Matemáticas a celebrarse en el Reino Unido durante el mes de julio, la XXXIV Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas que se llevará a cabo en septiembre en México, la XXI Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe que tendrá lugar en República Dominicana en el mes de junio y la VIII Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas a realizarse en el mes de abril en Ucrania.

En la 32^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas pueden participar los estudiantes de México nacidos después del 1^o de agosto de 1999. Los concursantes deberán estar inscritos en una institución preuniversitaria durante el primer semestre del ciclo escolar 2017-2018, y para el 1^o de julio del año 2019 no deberán haber iniciado estudios de nivel universitario.

En este folleto se incluyen problemas que aparecieron en las primeras etapas de la Olimpiada de Matemáticas con la idea de que este material sirva como orientación a los alumnos que desean participar por vez primera; como se puede ver, no se presentan ejercicios rutinarios o en los que se apliquen directamente los conocimientos que se adquieren en el escuela; éstos son problemas que requieren de una buena dosis de ingenio y de esfuerzo para ser resueltos. Como en todos los aspectos del aprendizaje de las matemáticas, el esfuerzo individual y el enfrentamiento solitario con los problemas son importantes, pero también es muy importante la discusión con los compañeros y los profesores.

Una forma de manifestar creatividad en matemáticas es resolviendo problemas. Otra forma, que en general requiere de más madurez, es inventándolos. Invitamos a todos los lectores de este folleto: profesores, estudiantes, olímpicos y exolímpicos a que nos envíen problemas junto con su solución. Las aportaciones serán consideradas para su inclusión en exámenes o en futuros folletos.

Los problemas que se incluyen en este folleto se propusieron por parte del Canguro Matemático Mexicano y tienen distintos niveles. Los comités estatales utilizaron los problemas a su conveniencia. En muchos estados los problemas aquí presentados fueron aplicados en los exámenes de diferentes etapas del proceso estatal.

Los primeros 19 problemas que aparecen en esta publicación formaron parte de los niveles básicos del Canguro Matemático Mexicano y están pensados para ser resueltos con los conocimientos mínimos de 5^o de primaria. El resto de los problemas de opción múltiple (del 20 al 40) formaron parte del Examen Eliminatorio del Canguro Matemático Mexicano y están pensados para ser resueltos en un lapso de 2 horas, como un examen eliminatorio, por estudiantes de 3^o de secundaria o grados más avanzados. Los últimos cinco problemas corresponden a la siguiente fase de concurso estatal y suponen un entrenamiento previo de nivel básico.

Para continuar con la preparación, a partir del 21 de abril -y durante un messe distribuirán los Exámenes del Canguro Matemático Mexicano, cuyo objetivo es acercar a los alumnos al tipo de matemáticas de la Olimpiada. Para participar en estos exámenes y obtener mayor información puedes visitar la página: `http://canguro.deltagauge.info/`

Este folleto se edita con el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Etapas de la Olimpiada

Como ya es tradición, la Olimpiada Mexicana de Matemáticas consta de tres etapas:

Exámenes Estatales. Estos exámenes servirán para formar las selecciones estatales que asistirán al Concurso Nacional.

Concurso Nacional. Este concurso se llevará a cabo en la Ciudad de Campeche del 11 al 16 de noviembre de 2018. En él se elegirán a las preselecciones mexicanas.

Entrenamientos. A los alumnos de las preselecciones que surjan del Concurso Nacional se les entrenará intensivamente durante el primer semestre del año 2019. También se aplicarán exámenes para determinar a los concursantes que representarán a México en las diferentes Olimpiadas Internacionales.

La participación en las tres etapas mencionadas es individual.

Resumen de Resultados

En el año de 1987 la Sociedad Matemática Mexicana organizó la Primera Olimpiada Mexicana de Matemáticas. A partir de esa fecha, los concursos nacionales se han celebrado anualmente en las ciudades de Xalapa, Hermosillo, Metepec, Guanajuato, Oaxtepec, La Trinidad, Acapulco, Guadalajara, Colima, Mérida, Monterrey, Querétaro, Oaxaca, Morelia, Oaxtepec, Colima, Guanajuato, Ixtapan de la Sal, Campeche, Zacatecas, Saltillo, San Carlos, Campeche, Ensenada, San Luis Potosí, Guanajuato, Huasca, Toluca, Guadalajara, Acapulco y Monterrey.

Resultados de las Delegaciones que han representado a México

Los resultados de las Delegaciones Mexicanas en los concursos internacionales donde participa han sido los siguientes:

Olimpiada Internacional de Matemáticas			
Año	País sede	No. de países	Lugar de México
1988	Australia	49	37
1989	Rep. Fed. de Alemania	50	31
1990	Rep. Popular de China	54	36
1991	Suecia	55	35
1992	Rusia	56	49
1993	Turquía	73	63
1994	Hong Kong	69	65
1995	Canadá	74	59
1996	India	75	53
1997	Argentina	82	32
1998	Taiwan	75	44
1999	Rumania	81	52
2000	Corea	82	30
2001	Estados Unidos	83	46
2002	Escocia	84	46
2003	Japón	82	41
2004	Grecia	84	37
2005	México	91	31
2006	Eslovenia	90	24
2007	Vietnam	92	37
2008	España	97	37
2009	Alemania	104	50
2010	Kasajistán	97	33
2011	Holanda	101	22
2012	Argentina	100	31
2013	Colombia	97	17
2014	Sudáfrica	101	26
2015	Tailandia	104	19
2016	Hong Kong	109	23
2017	Brasil	112	43

En 2017, todos los alumnos de la delegación que representó a México en la Olimpiada Internacional obtuvieron un reconocimiento. Ellos fueron: Alfredo Alef Pineda Reyes del Estado de México (medalla de plata), Leonardo Ariel García Morán de Jalisco (medalla de bronce), Maximiliano Sánchez Garza de Nuevo León (medalla de bronce), Víctor Antonio Domínguez Silva de Nuevo León (mención honorifica), Oriol Andreu Solé Pi de la Ciudad de México (mención honorifica), Isaac Jair Jiménez Uribe de Sinaloa (mención honorifica). En total, en las Olimpiadas Internacionales se han obtenido 3 medallas de oro, 24 medallas de plata, 56 medallas de bronce y 36 menciones honoríficas.

Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas			
Año	País sede	No. de países	Lugar de México
1989	Cuba	13	3
1990	España	15	3
1991	Argentina	16	5
1992	Venezuela	16	6
1993	México	16	9
1994	Brasil	16	6
1995	Chile	18	9
1996	Costa Rica	17	2
1997	México	17	3
1998	República Dominicana	18	5
1999	Cuba	20	3
2000	Venezuela	21	2
2001	Uruguay	21	3
2002	El Salvador	22	3
2003	Argentina	19	4
2004	España	22	5
2005	Colombia	22	2
2006	Ecuador	21	1
2007	Portugal	22	4
2008	Brasil	21	6
2009	México	21	5
2010	Paraguay	21	3
2011	Costa Rica	21	1
2012	Bolivia	19	6
2013	Panamá	20	3
2014	Honduras	22	1
2015	Puerto Rico	23	4
2016	Chile	22	4
2017	Argentina	22	4

Los cuatro integrantes de la delegación mexicana que participaron en la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas en 2017 obtuvieron medalla: Leonardo Ariel García Morán de Jalisco (medalla de oro) y Oriol Andreu Solé Pi de la Ciudad de México, Isaac Jair Jiménez Uribe de Sinaloa y Maximiliano Sánchez Garza, de Nuevo León (los tres medallas de plata). En total, en las Olimpiadas Iberoamericanas México ha obtenido 28 medallas de oro, 46 medallas de plata, 34 medallas de bronce y 4 menciones honoríficas.

En abril de 2017 México participó en la VI Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas (EGMO, por sus siglas en inglés) en Zurich, Suiza. Esta olimpiada es para países europeos pero se permite la participación por invitación de otros equipos. El equipo mexicano fue integrado por Marcela Cruz Larios de Campeche, Ana Paula Jiménez Díaz, Nuria Sydykova Méndez y Cristina Sotomayor Vivas, las tres de la Ciudad de México. Ana Paula obtuvo una medalla de plata, mientras que Nuria, Cristina y Marcela obtuvieron una medalla de bronce.

Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas			
Año	País sede	No. de países	Lugar de México
2014	Turquía	28	17
2015	Bielorusia	30	9
2016	Rumania	39	13
2017	Suiza	44	14

En la XIX Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe la delegación mexicana obtuvo dos medallas de oro: Eric Iván Hernández Palacios y Pablo Alhui Valeriano Quiroz, ambos de Nuevo León, además una medalla de plata de Jesús Omar Sistos Barrón de Guanajuato, ubicándo a la delegación nacional en primer lugar por países. En total, en la Olimpiada Centroamericana y del Caribe, México ha obtenido 36 medallas de oro, 18 de plata y 3 de bronce.

Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe			
Año	País sede	No. de países	Lugar de México
1999	Costa Rica	10	2
2000	El Salvador	9	2
2001	Colombia	10	2
2002	México	8	1
2003	Costa Rica	11	1
2004	Nicaragua	12	1
2005	El Salvador	12	1
2006	Panamá	12	1
2007	Venezuela	12	1
2008	Honduras	12	2
2009	Colombia	12	1
2010	Puerto Rico	16	1
2011	México	12	1
2012	El Salvador	12	1
2013	Nicaragua	13	1
2014	Costa Rica	12	1
2015	México	13	1
2016	Jamaica	13	1
2017	El Salvador	14	1

Resultados en el Concurso Nacional de la 31ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas

En noviembre de 2017 se llevó a cabo en Santiago, Nuevo León el Concurso Nacional de la 31^a OMM, con la participación de los treinta y dos Estados de la República. Los 16 alumnos ganadores del primer lugar fueron:

Marcela Cruz Larios (Campeche),
Bryan Calderón Rivera (Chihuahua),
José Eduardo Payán Sosa (Chihuahua),
Juan Adolfo Franco Nava (Chihuahua),
Ana Paula Jiménez Díaz (Ciudad de México),
Cristina Irene Sotomayor Vivas (Ciudad de México),
Oriol Andreu Solé Pi (Ciudad de México),
Bruno Gutiérrez Chávez (Colima),

Alfredo Alef Pineda Reyes (Estado de México),
Diego Hinojosa Téllez (Jalisco),
Eric Iván Hernández Palacios (Nuevo León),
Pablo Alhui Valeriano Quiroz (Nuevo León),
Victor Antonio Domínguez Silva (Nuevo León),
Alfredo Hernández Estrada (San Luis Potosí),
Isaac Jair Jiménez Uribe (Sinaloa) y
Ricardo de Jesús Balam Ek (Yucatán).

Los 10 alumnos pre seleccionados para la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe fueron:

Katia García Orozco (Chihuahua),
Tomás Francisco Cantú Rodríguez (Ciudad de México),
Isaac Pancardo Botello (Guanajuato),
Darío Hinojosa Delgadillo (Nuevo León),
Diego Alfonso Villarreal Grimaldo (Nuevo León),
Luis Eduardo Martínez Aguirre (Nuevo León),
Mónica Isabel Casillas Rodríguez (Querétaro),
Carlos Emilio Ramos Aguilar (Sinaloa),
Teresa Rojas Rodríguez (Yucatán) y
Jorge Hiram Arroyo Almeida (Zacatecas).

Las 8 alumnas pre seleccionadas para la Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas fueron:

Marcela Cruz Larios (Campeche),
Sofía Ingigerth Cañas Urbina (Chiapas),
Ana Paula Jiménez Díaz (Ciudad de México),
Cristina Irene Sotomayor Vivas (Ciudad de México),
Nuria Sydykova Méndez (Ciudad de México),
Zaida Victoria Cuate Tablas (Morelos),
Violeta Alitzel Martínez Escamilla (Morelos) y
Diana Espinosa Ruiz (San Luis Potosí).

Aunque la participación en el Concurso Nacional es individual, es importante destacar la labor que han llevado a cabo los estados de la República apoyando a sus concursantes. Con el propósito de reconocer este trabajo, presentamos el registro de los estados que ocuparon los primeros 10 lugares en el 31^o Concurso Nacional:

1. Ciudad de México
2. Chihuahua
3. Nuevo León
4. San Luis Potosí
5. Morelos
6. Jalisco
7. Sinaloa
8. Yucatán
9. Guanajuato
10. Chiapas

En esta ocasión, el premio a la Superación Académica fue ganado por la delegación de Chiapas. El segundo y tercer lugar de este premio lo ocuparon, respectivamente, Ciudad de México y Tamaulipas.

Material de estudio e información sobre la OMM

Para obtener más información sobre los eventos de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas o para consultar otro material de estudio disponible, te invitamos a visitar el sitio de Internet:

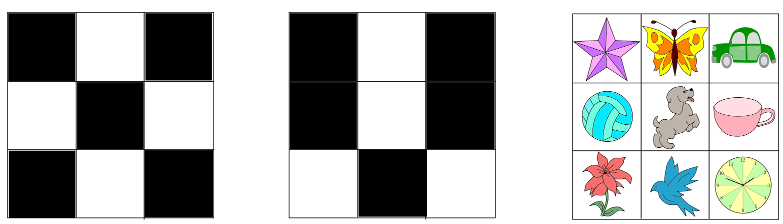
`http://ommenlinea.org/`

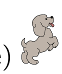
EL COMITÉ ORGANIZADOR DE LA
OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS
Enero 2018

Enunciados de los problemas

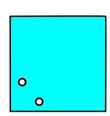
Los siguientes problemas son de nivel introductorio y son de calentamiento. Los conocimientos necesarios para resolverlos no pasan de aquellos del programa escolar de quinto de primaria, sin embargo debes leerlos con cuidado para entender qué se pide en cada caso.

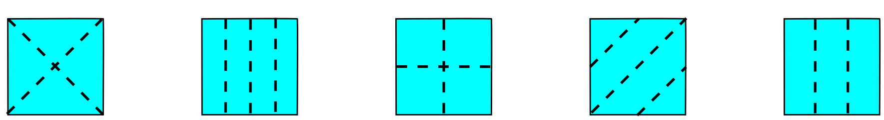
Problema 1. Dos láminas cuadradas transparentes tienen algunos cuadrados opacos como se muestra en la figura. Se sobreponen en la cuadrícula de la derecha. ¿Cuál de las figuras queda visible?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 2. Aurelia dobló un pedazo de papel dos veces y luego hizo un agujero en el pedazo de papel doblado. Cuando desdobló el papel, vio el arreglo que se muestra en el dibujo. ¿Cómo dobló Aurelia el pedazo de papel?



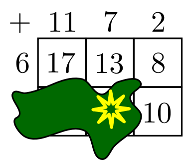


(a) (b) (c) (d) (e)

Problema 3. En el País de las Joyas se pueden cambiar 3 zafiros por una moneda. Un zafiro se puede cambiar por 2 flores. ¿Cuántas flores pueden cambiarse por 2 monedas?

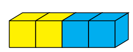
(a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 12 (e) 14

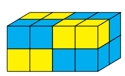
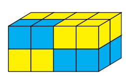
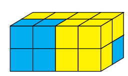
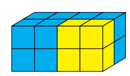
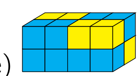
Problema 4. La figura muestra una tabla de sumas a la que se le cayó tinta encima. ¿Qué número debe ir en lugar donde está la estrella?



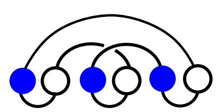
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13 (e) 15

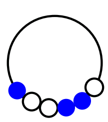
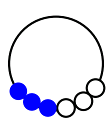
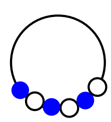
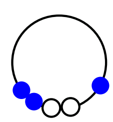
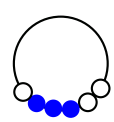
Problema 5. ¿Qué figura puede construirse con 4 piezas iguales a la siguiente?



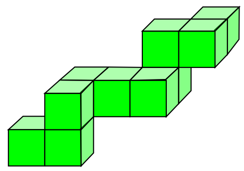
(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 6. En la figura se ve un collar con 6 cuentas, pero está enredado. ¿Cuál es la figura que muestra el mismo collar desenredado?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 7. Mauricio construyó con cubitos la figura que se muestra. Si quiere guardarla en una caja, cuáles son las medidas de la caja rectangular más pequeña en la que se puede guardar la figura?



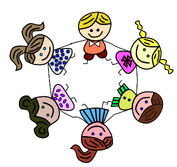
(a) $3 \times 3 \times 4$ (b) $3 \times 5 \times 5$ (c) $3 \times 4 \times 5$ (d) $4 \times 4 \times 4$ (e) $4 \times 4 \times 5$

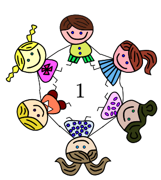
Problema 8. Cuatro de los números 1, 3, 4, 5 y 7 se van a escribir, uno en cada cuadrado, de manera que la igualdad sea correcta. ¿Cuál es el que no se va a usar?

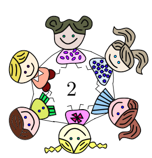
$$\square + \square = \square + \square$$

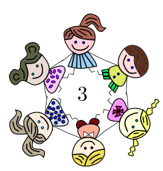
(a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 7

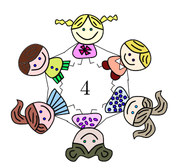
Problema 9. Seis niños se toman de las manos y bailan en círculo. Empiezan como se muestra y giran sin soltarse de las manos. ¿Cuáles de las siguientes posiciones son imposibles?

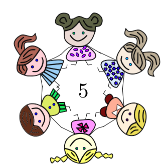










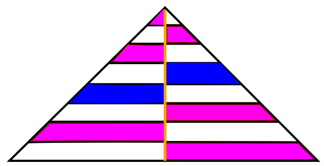


(a) 1, 2 y 4 (b) 2 (c) 2, 3 y 4 (d) 4 y 5 (e) 1, 3 y 5

Problema 10. A una competencia se inscribieron al principio 13 niños y después otros 19. Deben formarse 6 equipos, de tal forma que cada equipo tenga el mismo número de niños. ¿Al menos cuántos niños más deben inscribirse para que se pueda organizar la competencia?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Problema 11. En el triángulo isóceles de la figura se dibujó una de sus alturas y se trazaron varias líneas horizontales. La separación entre cada una de las líneas es la misma. ¿Qué fracción del área del triángulo es blanca?



(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{2}{5}$

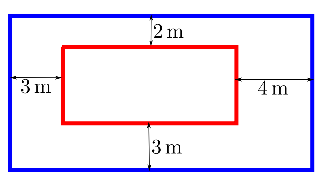
Problema 12. Javier quería cortar un pedazo de hilo en nueve pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Lupita quería cortar el mismo pedazo de hilo en sólo ocho pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Si el hilo se corta en todos los puntos que ambos marcaron, ¿cuántos pedazos de hilo se obtendrán?

(a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18 (e) 19

Problema 13. La suma de tres números enteros positivos distintos es 7. ¿Cuál es el producto de estos tres enteros?

(a) 12 (b) 10 (c) 9 (d) 8 (e) 5

Problema 14. El diagrama muestra dos rectángulos cuyos lados son paralelos. ¿Cuál es la diferencia de los perímetros de los dos rectángulos?



(a) 12 m (b) 16 m (c) 20 m (d) 21 m (e) 24 m

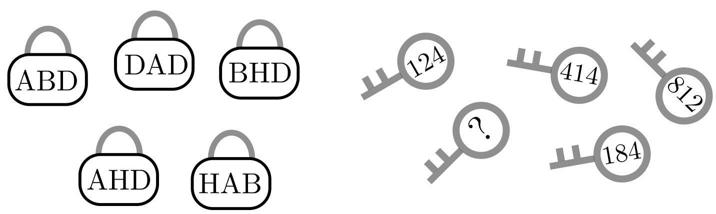
Problema 15. Marcela tiene 20 pesos. Cada una de sus cuatro hermanas tiene 10 pesos. ¿Cuántos pesos tiene que darle Marcela a cada una de sus hermanas para que las cinco tengan la misma cantidad?

(a) 2 (b) 4 (c) 5 (d) 7 (e) 10

Problema 16. En la figura, la línea punteada y el camino negro forman siete triángulos equiláteros. La longitud de la línea punteada es 20. ¿Cuál es la longitud del camino negro?

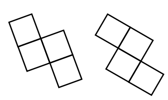
(a) 25 (b) 30 (c) 35 (d) 40 (e) 45

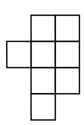
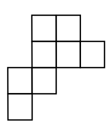
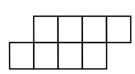
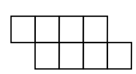
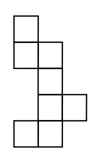
Problema 17. Cada una de las llaves abre solo uno de los candados. Los números de las llaves corresponden a las letras de los candados. ¿Qué está escrito en la última llave?



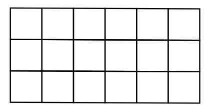
(a) 382 (b) 282 (c) 284 (d) 823 (e) 824

Problema 18. Celerino tiene las dos piezas de cartón que se muestran. ¿Cuál de las figuras se puede hacer usando las dos piezas?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 19. Martín quiere colorear los cuadrados del rectángulo de tal manera que una tercera parte de los cuadrados sean azules, la mitad sean amarillos y el resto sean rojos. ¿Cuántos deben ser rojos?



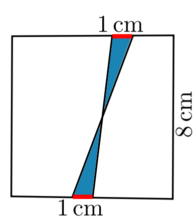
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Los siguientes 21 problemas integran el segundo nivel del examen eliminatorio de la 31^a **Olimpiada Mexicana de Matemáticas (a partir de** 3^o **de secundaria), que se aplicó en varios estados de la República. Los problemas se parecen mucho a los que encontrarás en el Examen de Invitación de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas del 2018.**

Problema 20. Un grupo de niñas están en un círculo. Gaby es la cuarta a la izquierda de Vero y la séptima a la derecha de Vero. ¿Cuántas niñas hay en el grupo?

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12 (e) 13

Problema 21. Dos segmentos, cada uno de 1 cm de largo, están marcados en lados opuestos de un cuadrado de lado 8 cm. Los extremos de los segmentos se unen como se muestra en el diagrama. ¿Cuál es el área sombreada?

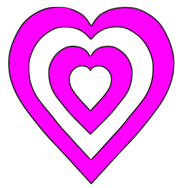


(a) $2\,\text{cm}^2$ (b) $4\,\text{cm}^2$ (c) $6.4\,\text{cm}^2$ (d) $8\,\text{cm}^2$ (e) $10\,\text{cm}^2$

Problema 22. Chantal quiere escoger dos días diferentes de la semana para trotar y no quiere trotar dos días consecutivos. Cada semana trotará los mismos días, ¿De cuántos maneras puede escoger los días?

(a) 16 (b) 14 (c) 12 (d) 10 (e) 8

Problema 23. El dibujo muestra cuatro corazones, unos dentro de otros. Sus áreas son $1\,\mathrm{cm}^2$, $4\,\mathrm{cm}^2$, $9\,\mathrm{cm}^2$ y $16\,\mathrm{cm}^2$. ¿Cuánto suman las áreas sombreadas?

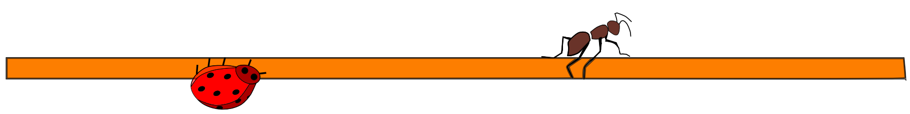


(a) 9 cm^2 (b) 10 cm^2 (c) 11 cm^2 (d) 12 cm^2 (e) 13 cm^2

Problema 24. Cuatro primas, Ema, Iva, Rita y Zina, tienen las edades de 3, 8, 12 y 14 años, pero no necesariamente en ese orden. La suma de las edades de Zina y Ema es divisible por 5. La suma de las edades de Zina y Rita también es divisible por 5. ¿Cuántos años tiene Iva?

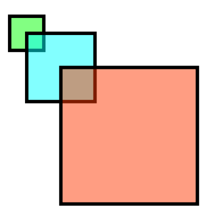
(a) 14 (b) 12 (c) 8 (d) 5 (e) 3

Problema 25. Una hormiga empezó en el extremo izquierdo de un tubo y caminó $\frac{2}{3}$ de su longitud. Una catarina empezó en el extremo derecho del mismo tubo y caminó $\frac{3}{4}$ de su longitud. Ambos insectos caminaron siempre en la misma dirección. ¿Qué fracción de la longitud del tubo separa a la hormiga de la catarina?



(a) $\dfrac{3}{8}$ (b) $\dfrac{5}{7}$ (c) $\dfrac{5}{12}$ (d) $\dfrac{1}{2}$ (e) $\dfrac{1}{12}$

Problema 26. En la figura se muestran tres cuadrados. Las longitudes de sus lados son 2 cm, 4 cm y 6 cm. Un vértice del cuadrado de enmedio es el centro del más pequeño, y un vértice del cuadrado más grande es el centro del de enmedio. ¿Cuál es el área de la figura?

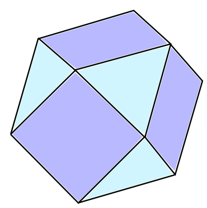


(a) $6\,\mathrm{cm}^2$ (b) $16\,\mathrm{cm}^2$ (c) $27\,\mathrm{cm}^2$ (d) $32\,\mathrm{cm}^2$ (e) $51\,\mathrm{cm}^2$

Problema 27. Keila tenía el triple de helado que su hermana Kima, así que decidió darle la mitad de su helado. Sin embargo ahora se dan cuenta que Kima tiene más. ¿Qué porcentaje del helado que tiene ahora Kima debe regresarse a Keila para que las dos tengan la misma cantidad?

(a) 10% (b) 20% (c) 25% (d) 40% (e) 50%

Problema 28. Las caras del poliedro dibujado son triángulos y cuadrados. Cada cuadrado está rodeado por 4 triángulos y cada triángulo está rodeado por 3 cuadrados. Se sabe que hay 6 cuadrados. ¿Cuántos triángulos hay?

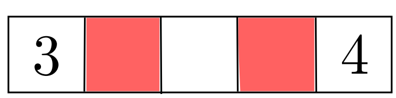


(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

Problema 29. En la función de teatro de hoy un sexto de la audiencia son niños. Dos quintos de los adultos son hombres. ¿Qué fracción de la audiencia son mujeres adultas?

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{5}$ (e) $\frac{2}{5}$

Problema 30. Daniel escribirá un número en cada casilla del dibujo que se muestra. Ya escribió dos de los números. Él quiere que la suma de todos los números sea 35, que la suma de los números en las tres primeras casillas sea 22, y que la suma de los números en las últimas tres casillas sea igual a 25. ¿Cuál es el producto de los números que escribirá en las casillas sombreadas?

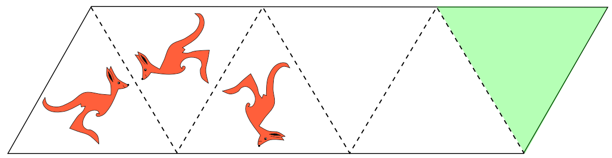


(a) 63 (b) 108 (c) 0 (d) 48 (e) 39

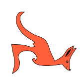
Problema 31. Este año hubo más de 800 corredores participando en una carrera. Exactamente el 35% de los corredores fueron mujeres, y participaron 252 hombres más que mujeres. ¿Cuántos corredores hubo en total?

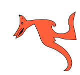
(a) 802 (b) 810 (c) 822 (d) 824 (e) 840

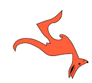
Problema 32. En la franja triangulada de la figura, cada línea punteada actúa como espejo. En el primer triángulo hay un canguro, y se muestran las dos primeras reflexiones. ¿Qué figura debe ir en el triángulo sombreado?

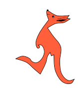



(a)

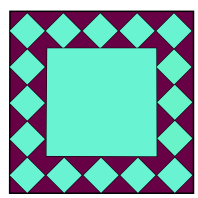

(b)


(c)


(d)


(e)

Problema 33. El mantel que se muestra en la figura tiene un fondo oscuro y un patrón regular formado por cuadrados más claros ¿Qué porcentaje del mantel es oscuro?



(a) 16% (b) 24% (c) 25% (d) 32% (e) 36%

Problema 34. Isa escribirá un número entero en cada cuadrito de la cuadrícula que se muestra, de manera que la suma de los números de cualesquiera dos cuadritos que compartan un lado sea la misma. Ya escribió dos números, como se muestra. ¿Cuál es la suma de todos que quedarán en la cuadrícula?

2		
		3

(a) 18 (b) 20 (c) 21 (d) 22 (e) 23

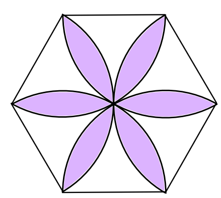
Problema 35. Cada uno de los números en la lista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 debe sustituirse por lo que resulte de sumarle ya sea 2 o 5 (por ejemplo, la nueva lista podría ser 6, 4, 5, 6, 10, 8, 12, 10, 14). ¿Cuál es el número más pequeño de resultados diferentes que se pueden obtener?

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

Problema 36. Cada 3 minutos sale un autobús del aeropuerto y le toma 60 minutos llegar al centro de la ciudad. Un carro sale del aeropuerto al mismo tiempo que uno de los autobuses, usa la misma ruta que los autobuses, y le toma 35 minutos llegar al centro de la ciudad. ¿Cuántos autobuses rebasa el carro en su camino al centro de la ciudad, excluyendo al autobús con el que salió?

(a) 8 (b) 10 (c) 11 (d) 12 (e) 13

Problema 37. La figura muestra un hexágono regular cuyos lados miden 1. La flor se construyó con sectores de círculo de radio 1 con centro en los vértices del hexágono. ¿Cuál es el área de la flor?

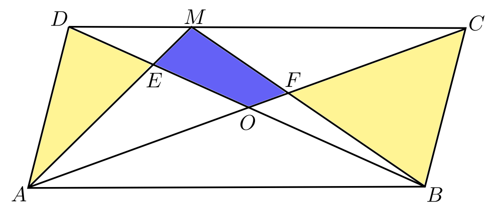


(a) π (b) $\frac{3\pi}{2}$ (c) $4\sqrt{3}-\pi$ (d) $\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}$ (e) $2\pi-3\sqrt{3}$

Problema 38. Cada número en una lista se obtiene de la siguiente manera: los primeros dos números son 2 y 3; después cada número es la cifra de la derecha del número que se obtiene al multiplicar los dos anteriores en la lista. (Por ejemplo, los primeros 5 números de la lista son: 2, 3, 6, 8, 8.) ¿Qué número aparece en la posición 2017 de la lista?

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6 (e) 8

Problema 39. El diagrama muestra un parelelogramo $ABCD$ con área 1. El punto de intersección de las diagonales del paralelogramo es O. El punto M está sobre DC. El punto de intersección de AM y BD es E, y el punto de intersección de BM y AC es F. La suma de las áreas de los triángulos AED y BFC es $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $EOFM$?



(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{10}$ (d) $\frac{1}{12}$ (e) $\frac{1}{14}$

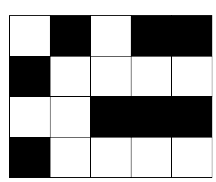
Problema 40. El máximo común divisor de dos números enteros es 6, y su mínimo común múltiplo es 900. ¿Cuál de las siguientes no puede ser su suma?

(a) 318 (b) 270 (c) 186 (d) 462 (e) 906

En los siguientes problemas deberás determinar la cantidad que se solicita. Los problemas que se incluyen aquí formaron parte del examen semifinal de la 31ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, que se aplicó en varios estados de la república. Al final encontrarás las respuestas.

Problema 41. Neyra olvidó el número que abre su candado, pero tiene apuntado que es un número de 4 cifras, que el producto de las cifras es 72 y que la suma de las cifras es 15. ¿Cuántas combinaciones máximo deberá intentar para lograr abrir el candado?

Problema 42. Se quiere pintar algunos de los cuadros en una cuadrícula de 4×5 de negro de tal forma que cada cuadro no pintado comparta por lo menos un lado con algún cuadro pintado. Por ejemplo, una coloración que cumple esto se muestra en la figura de la derecha. Determinar cuál es el mínimo número de cuadros que deben pintarse de negro. (*Nota.* Debe darse una coloración con la cantidad de cuadros que se determine, y también debe probarse que no es posible con menos.)

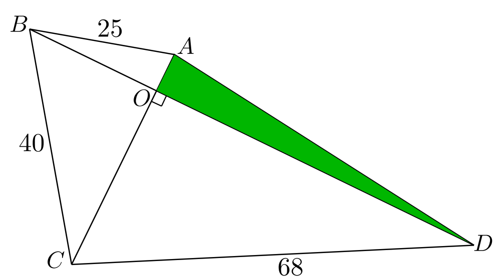


Problema 43. Una lista de números enteros es *sucesión aritmética* si la diferencia de cada dos términos consecutivos es una misma constante. (Por ejemplo, $(8, 9, 10, 11)$ y $(3, 7, 11, 15, 19)$ son sucesiones aritméticas; en la primera, la constante es 1, y en la segunda es 4; además notamos que la primera empieza en 8 y termina en 11, y la segunda empieza en 3 y termina en 19.)

Llamemos una lista de números *sorpresiva* si sus elementos pueden separarse en tres conjuntos con la misma cantidad de elementos y la misma suma. (Por ejemplo, una lista sorpresiva es $(2, 6, 8, 1, 4, 9)$ pues se puede partir en los conjuntos $\{2, 8\}$, $\{6, 4\}$ y $\{1, 9\}$ y los tres conjuntos tienen 2 elementos y suma 10.)

Determinar cuántas sucesiones aritméticas empiezan en 5, terminan en 71 y son sorpresivas.

Problema 44. En la figura se muestra un cuadrilátero en que las diagonales son perpendiculares entre sí y se intersectan en el punto O; la diagonal AC mide 39, y las longitudes de los lados AB, BC y CD son como se indica en la figura. Encontrar la distancia de B a O.



Problema 45. En la figura del problema anterior, encontrar el área del triángulo sombreado.

Soluciones de los Problemas

Solución 1. La lámina de la izquierda tapa al perro y al reloj. La de la derecha tapa la taza y el pájaro. La mariposa queda visible. La respuesta es (c).

Solución 2. La figura (d) es la única donde se perforaría el pedazo de papel exactamente en dos lugares haciendo un solo agujero. La respuesta es (d).

Solución 3. Dos monedas equivalen a 6 zafiros, los cuales equivalen a 12 flores. La respuesta es (d).

Solución 4. Para obtener 10 (abajo a la derecha), hay que sumar 8 a 2; de esta manera vemos que lo que va en la estrella es 15, pues es el resutado de sumar 8 a 7. La respuesta es (e).

Solución 5. En ningún caso puede haber una línea de 4 del mismo color, así que ninguna de (b), (c), (d) o (e) es posible. Para construir (a), hay que poner 3 piezas en la misma dirección que la muestra y sólo hay que girar la de arriba al frente. La respuesta es (a).

Solución 6. Si recorres el collar, los colores de las cuentas tienen el mismo acomodo que las de la primer figura. La respuesta es (a).

Solución 7. Hacia la derecha la medida es 5, hacia arriba es 3, hacia el fondo es 4. La respuesta es (c).

Solución 8. Tenemos que $1 + 7 = 8 = 3 + 5$, así que el que no se usa es el 4. (De hecho, podemos notar que la suma del número 4 con cualquiera de los otros que son impares, sería un número impar pero, por tener que poner forzosamente dos impares juntos para una de las sumas, la suma debe ser par.)

Otra forma: La suma de los cinco nmeros es 20, se debe quitar un par para que la resta sea divisible entre 2. El único par es 4, la resta es 16, que se divide en 1+7 y 3+5. La respuesta es (c).

Solución 9. El niño de pelo claro tiene a su derecha a la niña con dos coletas, de manera que 2, 3 y 4 son imposibles. La posición 1 se logra girando dos pasos a la derecha; la posición 5 se logra girando dos posiciones a la izquierda (o 4 a la derecha). La respuesta es (c).

Solución 10. En total se inscribieron 32 niños. el primer múltiplo de 6 más grande que 32 es 36, de manera que deben inscribirse otros 4 niños. La respuesta es (d).

Solución 11. Debido a que la altura divide a dada franja en dos regiones iguales, el área blanca es igual al área sombreada. La respuesta es (d).

Solución 12. Javier marcó 8 puntos y Lupita marcó 7. Como ninguno de los puntos coincide, se hicieron 15 cortes en total y se obtuvieron 16 pedazos. La respuesta es (b).

Solución 13. Los únicos tres enteros positivos distintos cuya suma da 7 son 1, 2 y 4. Por tanto, la respuesta es 8. La respuesta es (d).

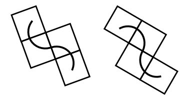
Solución 14. La diferencia entre las bases de ambos rectángulos es $7\,\mathrm{m}$, y la diferencia entre sus alturas es $5\,\mathrm{m}$, así la diferencia entre sus perímetros es $2 \times 7 + 2 \times 5 = 24\,\mathrm{m}$. La respuesta es (e).

Solución 15. El excedente de 10 pesos debe repartirse entre las 5 hermanas, así que a cada una debe darle 2 La respuesta es (a).

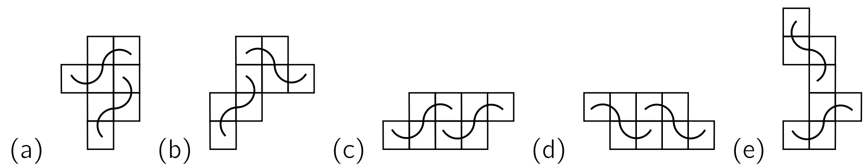
Solución 16. El camino negro es el doble del de la línea punteada. La respuesta es (d).

Solución 17. Observemos las cantidades de cada letra y de cada número: De las letras hay: cinco D's, cuatro A's, tres B's y tres H's. De los números hay cuatro $1'$s, cuatro $4'$s, dos $2'$s y dos $8'$s. Entonces deducimos que alguno de 1 o 4 correspnde a D y que 2 y 8 corresponden a B y H, en algún orden. Tenemos entonces que la llave corresponde al único candado que no tiene A, y éste es BHD. Como DAD es el único que tiene letra repetida, debe corresponder a la llave 414 y así ya sabemos que D corresponde a 4, y A corresponde a 1. Ahora observamos que HAB debe corresponder a 218 o a 812, pero 218 no es opción, así que se deben corresponder H con 8, y B con 2. La respuesta es 284. La respuesta es (c).

Solución 18. Lo importante en este problema es notar la orientación de las piezas con las que va a formar la figura. En la de la izquierda la orientación es como la de la letra S, mientras que en la de la derecha la orientación es como la de la letra Z.



En cada una de las opciones se muestra la orientación que llevan las piezas, notando que en la opción (a) es en la única en la que aparecen las dos, S y Z, mientras que en la (b) y la (d) aparece dos veces Z, y en la (c) y la (e) aparece dos veces S.



La respuesta es (a).

Solución 19. En total hay 18 cuadritos, de manera que 6 deben ser azules y 9 deben ser amarillos. Entonces 3 deben ser rojos. La respuesta es (c).

Solución 20. Entre Vero y Gaby hay 3 niñas de un lado y hay 6 niñas del otro. La respuesta es (c).

Solución 21. El área sombreada es la suma de las áreas de los dos triángulos que se forman. Como la base de cada uno mide $1\,\text{cm}$ y la suma de sus alturas mide $8\,\text{cm}$, el área sombreada es $4\,\text{cm}^2$. La respuesta es (b).

Solución 22. Si empieza en lunes no puede terminar en domingo, así que hay 4 posibilidades (de miércoles a sábado); si empieza en martes también son 4, (pues puede terminar en domingo), si empieza en miércoles son 3 posibilidaes, en jueves hay 2 y en viernes hay 1. En total son 14. La respuesta es (b).

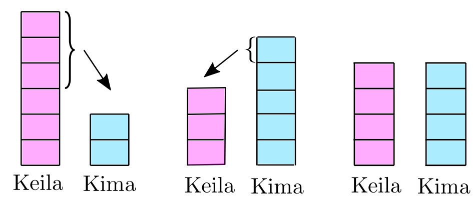
Solución 23. El área es $16 - 9 + 4 - 1 = 10\,\text{cm}^2$. La respuesta es (b).

Solución 24. Las únicas sumas que dan una cantidad divisible por 5 son $12 + 8$ y $12 + 3$, así Zina debe tener 12, Ema tiene 3, Rita 8 y, por lo tanto, Iva tiene 14. La respuesta es (a).

Solución 25. La catarina está a $\frac{1}{4}$ de la longitud partiendo del extremo izquierdo del tubo, y la hormiga está a $\frac{2}{3}$ de la longitud del tubo del extremo izquierdo. Así, la hormiga y la catarina están separados por $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$ de la longitud del tubo. La respuesta es (c).

Solución 26. El área sombreada es la suma del área de los cuadrados menos las áreas en las cuales se intersectan. Es decir: $36+16+4-1-4=51$ cm^2. La respuesta es (e).

Solución 27. Podemos esquematizar la situación con el siguiente diagrama:



La respuesta es (b).

Solución 28. Como alrededor de cada uno de los 6 cuadrados hay 4 triángulos, 6×4 es el número de triángulos contando cada uno de ellos 3 veces (porque cada uno comparte lado con 3 cuadrados). La respuesta es (d).

Solución 29. La fracción de la audiencia que corresponde a adultos es $\frac{5}{6}$; de esta fracción, $\frac{2}{5}$ son hombres, es decir, $\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{10}{30}$; por tanto $\frac{25}{30}-\frac{10}{30}=\frac{1}{2}$ de la audiencia corresponde a mujeres adultas. La respuesta es (c).

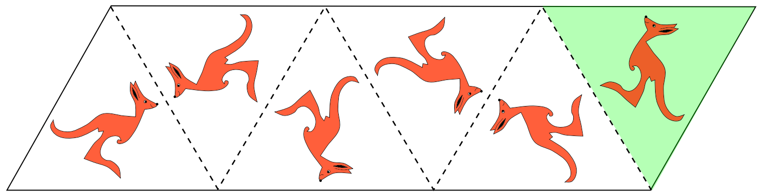
Solución 30. Sean a, b y c los números que aparecen en las casillas vacías, escritos de izquierda a derecha. Tenemos que:

$$\begin{aligned} 3+a+b &= 22\\ b+c+4 &= 25\\ 22+c+4 &= 35 \end{aligned}$$

De la última ecuación se tiene que $c=9$; sustituyendo en la segunda obtenemos $b=12$; finalmente, en la primera obtenemos $a=7$. El producto de a y c es 63. La respuesta es (a).

Solución 31. La cantidad de hombres participantes fue de $100\%-35\%=65\%$, de manera que participó un 30% más de hombres que de mujeres. Como esta cantidad es de 252, el número total de participantes fue de $\frac{252}{0.3}=840$. La respuesta es (e).

Solución 32. En la figura se muestran todas las reflexiones hasta llegar al triángulo sombreado.



La respuesta es (e).

Solución 33. Si tomamos la diagonal de los cuadrados claros pequeños como unidad de medida, tenemos que el mantel tiene un área de 25, y el cuadrado claro del centro tiene un área de 9. Además, en la orilla (cuya área es de $25 - 9 = 16$, por lo anterior), por cada cuadrado claro hay la misma área oscura, así que la mitad es clara y la otra mitad es oscura. Entonces, el área oscura es 8. El porcentaje es $\frac{8}{25} = 0.32$, es decir, 32%. La respuesta es (d).

Solución 34. La casilla del centro comparte un lado, tanto como con la casilla de su derecha, como con la de arriba de ella, de manera que arriba de ella debe ir 3. Razonando de esta manera vemos que la única forma de completar la cuadrícula es la que se muestra, y la suma de todos los números es 22.

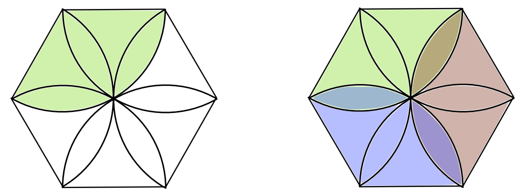
2	3	2
3	2	3
2	3	2

La respuesta es (d).

Solución 35. Si sumamos 2 a todos los números obtenemos la lista 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Si sumamos 5 a todos los números obtenemos la lista 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Los elementos en común son 6, 7, 8, 9, 10, 11, así que no es posible obtener menos de 6 resultados diferentes. Sumando 5 a los números del 1 al 6, y 2 a los números del 7 al 9, vemos que es posible obtener exactamente 6 resultados distintos. La respuesta es (b).

Solución 36. El carro rebasa a todos los autobuses a los que les faltan más de 35 minutos para llegar al centro de la ciudad, es decir, los que llevan 25 o menos minutos en camino. Como $8 < \frac{25}{3} < 9$, la cantidad de autobuses que va a rebasar el carro es de 8. La respuesta es (a).

Solución 37. Llamemos P al área de un pétalo, H al área del hexágono y S al área del sector sombreado en la figura de la izquierda. Entonces S es un tercio del área del círculo de radio 1, esto es, $S = \frac{\pi}{3}$.



Con tres sectores iguales se cubre todo el hexágono, pero se repiten 3 pétalos, como se muestra en la figura, a la derecha. Entonces tenemos $3S - 3P = H$. Pero el hexágono está compuesto de 6 triángulos equiláteros de lado 1, así que

$$H = 6\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

de donde el área de la flor es

$$6P = 6S - 2H = 2\pi - 3\sqrt{3}.$$

La respuesta es (e).

Solución 38. Después de los dígitos 2 y 3, se repite la secuencia de números 6, 8, 8, 4, 2, 8. Como los dos primeros no se repiten, obtendremos el dígito que está 2015 posiciones después de la primera aparición del 6. Notemos que $2015 = 6 \times 335 + 5$, así que el dígito en la posición 2017 de la lista es el 2. La respuesta es (a).

Solución 39. Primero notemos que el triángulo AMB tiene área $\frac{1}{2}$. Además, como la suma de las áreas de los triángulos AOD y BOC es $\frac{1}{2}$ y, por hipótesis, la suma de las áreas de los triángulos AED y BFC es $\frac{1}{3}$, entonces la suma de las áreas de AOE y BOF es $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Como el AOB tiene área $\frac{1}{4}$, entonces el área del cuadrilátero $EOFM$ es $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$. La respuesta es (d).

Solución 40. Tenemos que $6 = 2 \cdot 3$ y $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$. Entonces uno de los números es múltiplo de 5^2 y el otro no, así que la suma no puede ser múltiplo de 5. Las demás sí son posibles:

$$\begin{aligned}
318 &= 18 + 300 \quad (= 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^0 + 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2),\\
186 &= 36 + 150 \quad (= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0 + 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2),\\
462 &= 12 + 450 \quad (= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 + 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^2),\\
906 &= 6 + 900 \quad (= 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^0 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2).
\end{aligned}$$

La respuesta es (b).

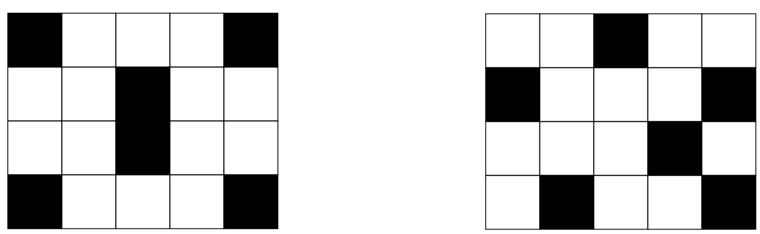
Solución 41. Como $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, las posibilidades de las cifras, su respectiva suma y la cantidad de posibilidades cuando la suma es 15 se muestran en la siguiente tabla:

cifras	suma	posibilidades
9,2,2,2	15	4
9,4,2,1	16	
9,8,1,1	19	
8,3,3,1	15	12
6,6,2,1	15	12
6,4,3,1	14	
6,3,2,2	13	
4,3,2,2	11	

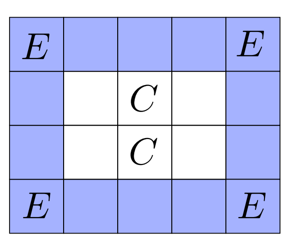
Para ver que cuando las cifras son 9,2,2,2 hay 4 posibilidades, basta observar en qué posición de las 4 queda el 9. Para ver que cuando las cifras son 8,3,3,1 hay 12 posibilidades, observamos que hay 6 posibilidades para acomodar los $3'$s (que son en los lugares 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4 y 3-4); para cada una de éstas, hay dos formas de acomodar el 8, y entonces el lugar del 1 queda determinado (por ejemplo, si las posiciones para los $3'$s son 2-3, entonces las posibilidades son 8331 y 1338, y si las posiciones para los $3'$s son 2-4, entonces las posibilidades son 8313 y 1383). El mismo razonamiento aplica para cuando las cifras son 6,6,2,1.

Entonces, en total hay $4 + 12 + 12 = 28$ y ésta es la respuesta.

Solución 42. La mínima cantidad es 6. La siguiente figura muestra dos formas distintas que prueban que sí es posible con 6.



Para ver que no es posible con menos, empecemos por observar que la cuadrícula tiene 20 cuadros, y distingamos algunos de ellos, marcándolos en la figura: 2 cuadros centrales: C, 4 esquinas: E, y 14 cuadros en la periferia: sombreados.



En lo que sigue, al pintar un cuadro negro, digamos que 'quedan cubiertos' él mismo y los cuadros que comparten un lado con él.

Supongamos que es posible cubrir a toda la cuadrícula con sólo 5 cuadros negros. Como cada esquina debe estar junto a un cuadro negro, entonces debe haber, por lo menos 4 cuadros negros en la periferia; pero cada uno de ellos cubre, a lo más, 4 cuadros, así que con éstos 4 se cubren a lo más $4 \times 4 = 16$ cuadros, y seguro quedan descubiertos los dos cuadros centrales y (al menos) 2 en la periferia. Es claro que un solo cuadro negro no puede cubrir a esos 4 faltantes.

Solución 43. Notemos primero que, para que la lista sea sorpresiva, como todos los conjuntos deben tener la misma cantidad de elementos, el número de elementos de la lista debe ser múltiplo de 3. Además, si llamamos c a la constante y n al número de elementos de la sucesión, entonces la sucesión es:

$$(5 + 0c, 5 + 1c, 5 + 2c, \ldots, 5 + (n - 1)c)$$

y, como $5+(n-1)c = 71$, entonces $(n-1)c = 71-5 = 66$. Esta ecuación sólo puede satisfacerse cuando c es un factor de 66, es decir, para $c = 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66$. Veamos para cuáles de éstos se tiene que n es múltiplo de 3. Como

$$n = \frac{66}{c} + 1,$$

sustituyendo los posibles valores de c obtenemos los respectivos valores para n:

$$67, 34, 23, 12, 7, 4, 3, 2;$$

los únicos que son múltiplos de 3 son 3 y 12. Es claro que 3 no sirve. Tenemos que 12 corresponde a $c = 6$ y entonces la sucesión buscada es

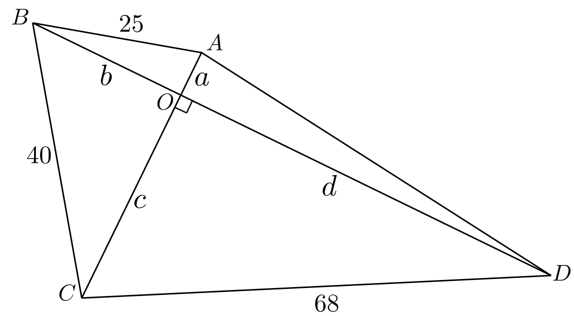
$$(5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, 71).$$

La partición en 3 conjuntos con la misma suma es

$$\{5, 11, 65, 71\}, \{17, 23, 53, 59\}, \{29, 35, 41, 47\},$$

y cada uno de ellos tiene suma $38 \times 4 = 152$. (Cabe hacer notar aquí que 38 es el promedio de todos los números, y también de las parejas $(5, 71)$, $(11, 65)$, $(17, 59)$, etcétera.)

Solución 44. Llamemos a, b, c y d a las distancias de los vértices del cuadrilátero al punto O, como se indica en la figura.



Usando el teorema de Pitágoras tenemos las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 25^2 = 625, \\ b^2 + c^2 &= 40^2 = 1600. \end{aligned}$$

Restando la primera igualdad de la segunda, tenemos $c^2 - a^2 = 1600 - 625 = 975$; pero $c^2 - a^2 = (c + a)(c - a) = 39(c - a)$, de donde $c - a = 975/39 = 25$. Ahora, restando esta última ecuación de la ecuación $c + a = 39$ y dividiendo entre 2 tenemos que $a = (39 - 25)/2 = 7$.

Solución 45. Llamemos a, b, c y d a las distancias de los vértices del cuadrilátero al punto O, como en la figura incluida en la solución del problema anterior. En dicho problema demostramos que $a = 7$ y$c + a = 39$, de donde se deduce que $c = 32$. Podemos calcular d usando el teorema de Pitágoras en el triángulo OCD para obtener

$$d = \sqrt{68^2 - 32^2} = \sqrt{4624 - 1024} = \sqrt{3600} = 60.$$

El área del triángulo sombreado es

$$\frac{60 \times 7}{2} = 210.$$

Concentrado de Respuestas

1. (c)
2. (d)
3. (d)
4. (e)
5. (a)
6. (a)
7. (c)
8. (c)
9. (c)
10. (d)
11. (d)
12. (b)
13. (d)
14. (e)
15. (a)
16. (d)
17. (c)
18. (a)
19. (c)
20. (c)
21. (b)
22. (b)
23. (b)
24. (a)
25. (c)
26. (e)
27. (b)
28. (d)
29. (c)
30. (a)
31. (e)
32. (e)
33. (d)
34. (d)
35. (b)
36. (a)
37. (e)
38. (a)
39. (d)
40. (b)
41. (28)
42. (6)
43. (1)
44. (7)
45. (210)

Información de Contacto

Olimpiada Mexicana de Matemáticas:
Cubículo 201, Departamento de Matemáticas
Circuito Exterior, Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad Universitaria
Colonia Copilco, Código Postal 04510, Delegación Coyoacán
Ciudad de México
Teléfono: (55) 5622-4864
Fax: (55) 5622-5410
Correo electrónico: `omm@ciencias.unam.mx`
Sitio Web: `http://www.ommenlinea.org/`

¡Síguenos en Facebook y en Twitter!

Comité Organizador de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Rogelio Valdez Delgado
(Presidente)

Ignacio Barradas Bribiesca

Victor Manuel Barrero Calderón

José Alfredo Cobián Campos

Julio Cesar Díaz Calderón

Marco Antonio Figueroa Ibarra

Luis Eduardo García Hernández

Luis Miguel García Velázquez

José Antonio Gómez Ortega

María Eugenia Guzmán Flores

Leonardo Martínez Sandoval

Daniel Perales Anaya

Olga Rivera Bobadilla

Carlos Jacob Rubio Barrios

Didier Adán Solís Gamboa

David Guadalupe Torres Flores

Enrique Treviño López

Rita Vázquez Padilla

Hugo Villanueva Méndez.