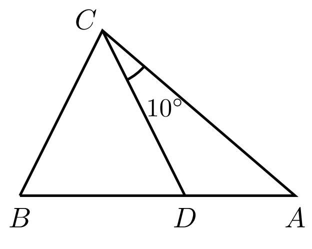
Enunciados de los Problemas

Para mostrar el tipo de problemas que se manejan en la fase estatal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, presentamos aquí algunos ejemplos de ellos. Las soluciones se encuentran después.

Problema 1. Ana tiene dos recipientes vacíos idénticos y un vaso pequeño. Primero, Ana llena el recipiente A hasta el tope con agua del garrafón, y como tiene sed, bebe 2 vasos de agua (tomada del recipiente A). Después, llena completamente el recipiente B con agua del garrafón, pero como no le gusta que esté tan lleno, vierte un vaso de agua del recipiente B al recipiente A. ¿Cómo se compara la cantidad de agua en el recipiente A con la cantidad de agua en el recipiente B?

(a) son iguales (b) hay más agua en A (c) hay más agua en B
(d) son distintas (y no se puede saber nada más) (e) no se puede saber nada

Problema 2. En el triángulo ABC, $\angle A + \angle B = 110°$, y D es un punto sobre el segmento AB tal que $CD = CB$ y $\angle DCA = 10°$. El ángulo $\angle A$ mide:



(a) $45°$ (b) $50°$ (c) $55°$ (d) $60°$ (e) $65°$

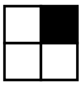
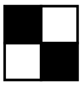
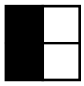
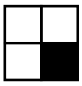
Problema 3. ¿Para qué entero positivo n se satisface la ecuación siguiente?

$$\frac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{2+4+6+\ldots+2n}=\frac{2006}{2007}$$

(a) 100 (b) 2005 (c) 2006 (d) 2007 (e) 2008

Problema 4. Inicialmente, las casillas 1 y 3 del tablero mostrado están pintadas de blanco, mientras que las casillas 2 y 4 están pintadas de negro. Cada determinado tiempo, una de las casillas cambia su color al color opuesto. Si las casillas cambian en este orden: 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, etcétera, ¿cuál será el aspecto del tablero después del cambio número 2005?

1	2
4	3

(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 5. Israel, David, Gonzalo, Gerardo, Iván y Mario se sentaron alrededor de una mesa circular en un restaurante. Ni Israel, ni Gerardo, ni Mario se sentaron junto a otro de ellos tres. Además, los nombres de cualesquiera dos personas que estaban sentadas juntas empezaban con letras distintas. ¿Quién estaba sentado en la posición opuesta a Mario?

(a) Israel (b) David (c) Gonzalo (d) Gerardo (e) Iván

Problema 6. ¿Cuántas cantidades diferentes de dinero puedes pagar con cambio exacto si tienes 2 monedas de \$1 y 2 monedas de 50 centavos?

(a) 1 (b) 3 (c) 5 (d) 6 (e) más de 6

Problema 7. ¿Cuántos números enteros positivos son múltiplos de 5, pero no de 3 y son menores que 1000?

(a) 134 (b) 133 (c) 200 (d) 667 (e) 206

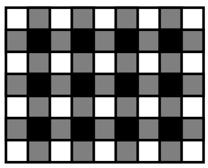
Problema 8. Se quiere partir un pastel cuadrado en 52 pedazos con cortes rectos que lo atraviesen por completo y que sean paralelos a sus lados. ¿Cuántos cortes hay que hacer, por lo menos?

(a) 12 (b) 15 (c) 17 (d) 26 (e) 51

Problema 9. Chencha almacena agua en dos barriles, uno grande y otro pequeño. Al barril grande le caben 53 litros de agua mientras que al barril pequeño le caben 40 litros. Un día que ambos barriles estaban vacíos, Chencha llenó el barril pequeño con agua del pozo. Luego virtió toda esta agua en el barril grande y volvió a llenar el barril pequeño con agua del pozo. Finalmente, virtió agua del barril pequeño en el barril grande hasta que completó lo que le faltaba a éste para llenarse. ¿Cuántos litros de agua quedaron en el barril pequeño, en ese momento?

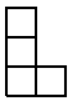
(a) 0 (b) 13 (c) 17 (d) 27 (e) 40

Problema 10. Abajo se muestra una cuadrícula en la cual se pintaron 3 renglones y 4 columnas de gris. Las casillas que se pintaron dos veces de gris se volvieron negras. Si en una cuadrícula más grande se pintan de gris 23 renglones y 31 columnas, ¿cuántas casillas negras habrá?

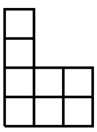
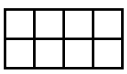
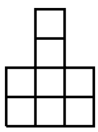
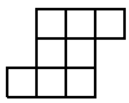
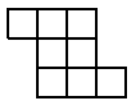


(a) 54 (b) 64 (c) 703 (d) 713 (e) No se puede determinar

Problema 11. Utilizando dos piezas como ésta



¿cuál de las figuras de abajo no se puede formar, dado que las piezas se pueden rotar, pero no voltear?

(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 12. ¿Cuántos números enteros x hay tales que $\frac{10x+1}{2x-1}$ es un número entero?

(a) 1 (b) 8 (c) 357 (d) 358 (e) 4

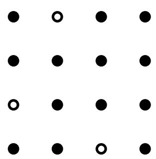
Problema 13. Se vende el $20\,\%$ de una finca de 40 hectáreas, se alquila el $50\,\%$ del resto y se cultiva el $25\,\%$ del nuevo resto. Hallar la porción cultivada.

(a) 4.5 hectáreas (b) 2 hectáreas (c) 10 hectáreas (d) 4 hectáreas (e) 8 hectáreas

Problema 14. ¿Cuál de las siguientes expresiones no es igual a cero?

(a) $4^{\frac{4+4}{4}} - 4 \times 4$ (b) $4 + 4 \times 4 - 4\left(4 + \frac{4}{4}\right)$ (c) $\left(\sqrt{4}\right)^4 - \left(\frac{44}{4} + \frac{4}{4} + 4\right)$ (d) $\frac{\frac{4}{4\times 4} - 4^{-\frac{4}{4}}}{444}$ (e) $\frac{44-44}{\sqrt[4]{4} - \sqrt{4/4+4/4}}$

Problema 15. En el arreglo rectangular de puntos mostrado, la distancia entre cualesquiera dos puntos adyacentes es 1. ¿Cuál es el área más grande que puede tener un cuadrilátero, tres de cuyos vértices son los puntos blancos, si su cuarto vértice es uno de los puntos negros?



(a) $5\frac{1}{2}$ (b) 6 (c) $6\frac{1}{2}$ (d) 7 (e) $7\frac{1}{2}$

Problema 16. Un virus atacó el disco duro de una computadora, el primer día destruyó dos terceras partes, el segundo día, de lo que quedó destruyó una cuarta parte, finalmente el tercer día destruyó la quinta parte de lo que quedaba. ¿Qué fracción del disco duro quedó sin dañar?

(a) $\frac{1}{30}$ (b) $\frac{13}{60}$ (c) $\frac{7}{60}$ (d) $\frac{3}{5}$ (e) $\frac{1}{5}$

Problema 17. ¿Cuántas veces aparece el factor 2 en la descomposición en primos de $1 + 2 + 3 + ... + 10^{2005}$?

(a) 1 (b) 2006 (c) 2005 (d) 20 (e) 2004

Problema 18. Los números positivos a, b, c, d y e satisfacen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} a\cdot b &= 1\\ b\cdot c &= 4\\ c\cdot d &= 9\\ d\cdot e &= 16\\ e\cdot a &= 25. \end{aligned}$$

Hallar a, b, c, d y e.

(a) $\frac{15}{8}, \frac{4}{15}, \frac{15}{2}, \frac{6}{5}, \frac{40}{3}$ (b) $\frac{15}{8}, \frac{8}{15}, \frac{15}{2}, \frac{6}{10}, \frac{40}{3}$ (c) $\frac{15}{8}, \frac{8}{15}, \frac{15}{2}, \frac{6}{5}, \frac{40}{3}$ (d) $\frac{15}{8}, \frac{8}{15}, \frac{15}{4}, \frac{6}{5}, \frac{40}{3}$ (e) $\frac{15}{4}, \frac{8}{15}, \frac{15}{2}, \frac{6}{3}, \frac{40}{6}$

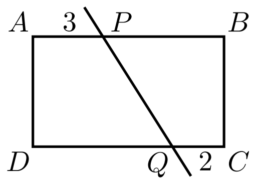
Problema 19. Cierto profesor de matemáticas realiza 5 exámenes a lo largo del año, en cada uno de los cuales otorga a sus alumnos como calificación un entero entre 0 y 10. ¿Cuál es el menor promedio que pudo haber obtenido Ana, si, con tan sólo conocer este promedio, su mamá supo que su hija había obtenido 10 en al menos dos de los exámenes?

(a) 9.2 (b) 9.3 (c) 9.4 (d) 9.5 (e) 9.6

Problema 20. Cinco amigos llegaron en distintos momentos a un restaurante para comer. En cuanto se sentó a la mesa, Marisol le contó a Claudia un secreto de Julián sin que él estuviera presente. Cuando llegó Aarón, aún no llegaba Rosalba. A pesar de esto la mejor amiga de Rosalba ya no pudo platicarle a nadie del regalo sorpresa que planeaba comprarle a Rosalba para su cumpleaños la próxima semana. ¿Quién llegó al final?

(a) Aarón (b) Claudia (c) Julián (d) Marisol (e) Rosalba

Problema 21. Una recta parte al rectángulo $ABCD$ como se muestra. Si el segmento AP mide 3 y el segmento QC mide 2, ¿cuánto vale la longitud de DQ menos la longitud de PB?



(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5 (e) No se puede determinar

Problema 22. Compré un costal lleno de alpiste para alimentar a mi canario. El primer día mi canario se comió $\frac{1}{2}$ del total de alpiste. El segundo día se comió $\frac{1}{3}$ del alpiste restante y el tercer día comió $\frac{1}{4}$ del sobrante. Del total de alpiste que había en el costal, ¿qué fracción queda?

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$ (e) $\frac{1}{6}$

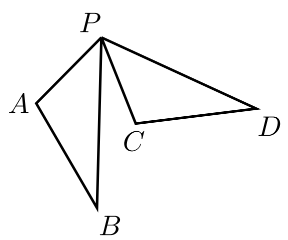
Problema 23. En un puesto de frutas y verduras hay 5 cajas de madera colocadas en línea que contienen productos distintos. La caja con fresas está junto a la caja con berenjenas y junto a la caja con espinacas; la caja con mandarinas y la caja con papas no están colocadas una junto a la otra; además, la caja con mandarinas se encuentra hacia la derecha de la caja con berenjenas. ¿Qué artículo se encuentra en la caja del extremo izquierdo de la línea?

(a) Berenjenas (b) Espinacas (c) Fresas (d) Mandarinas (e) Papas

Problema 24. Si $9^{x+2} = 240 + 9^x$, entonces el valor de x es:

(a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{2}{10}$ (c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{4}{10}$ (e) $\frac{1}{2}$

Problema 25. En la figura, los triángulos $\triangle PAB$ y $\triangle PCD$ son idénticos. Si el ángulo $\angle APC = 67°$ y el ángulo $\angle CPD = 38°$, ¿cuánto mide el ángulo $\angle BPC$?

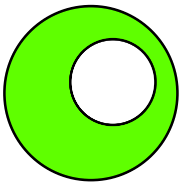


(a) $29°$ (b) $31°$ (c) $38°$ (d) $39°$ (e) $67°$

Problema 26. Una alfombra mágica, de forma rectángular, después de cumplirle un deseo a su dueño, se reduce a la mitad de su longitud y a la tercera parte de su ancho. Al cabo de tres deseos la alfombra tiene un área de 4m^2. Si su ancho inicial era de 9m, ¿cuál era su largo inicial?

(a) 106m (b) 84m (c) 12m (d) 76m (e) 96m

Problema 27. En la figura, la circunferencia grande tiene perímetro 2, mientras que la circunferencia pequeña tiene perímetro 1. El área de la región sombreada es:



(a) $\frac{1}{2\pi}$ (b) $\frac{3}{4\pi}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

(e) depende de la posición exacta de las circunferencias

Problema 28. Pablito recorta cada una de las cifras del número 2003 de un periódico, y se dispone a pegar algunos de estos cuatro trocitos de papel (o tal vez todos) en un renglón de su cuaderno para formar un número. ¿Cuántos números distintos puede construir de esta manera?

(a) 12 (b) 15 (c) 18 (d) 19 (e) 21

Problema 29. ¿Cuál es la cantidad de volumen mayor?

(a) 0.1 Dm^3 (b) 50 m^3 (c) $10\,000\,000$ cm^3

(d) $50\ 000\ 000\ 000$ mm^3 (e) Hay dos cantidades iguales

Problema 30. En una hoja blanca bastante grande se escriben números de la siguiente manera. En el renglón #1, se escriben los números 1, 2, 3, ..., 2002. Debajo de cada número del renglón #1, en el renglón #2, se escribe el resultado de dividir dicho número entre 2. Debajo de cada número del renglón #2, en el renglón #3, se escribe el resultado de dividir dicho número entre 3, y así sucesivamente. ¿Cuál es el primer renglón que no tiene escrito ningún entero?

(a) #2 (b) #5 (c) #6 (d) #7 (e) #2003

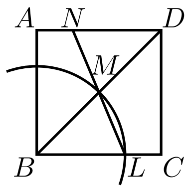
Problema 31. Un conejo da 5 saltos mientras que un perro que lo persigue da 4, pero 8 saltos de éste equivalen a 11 saltos de aquél. Si el conejo le lleva 66 saltos de ventaja, ¿cuántos saltos ha de dar el perro para alcanzar al conejo?

(a) Una infinidad (b) 528 (c) 527 (d) 529 (e) 530

Problema 32. ¿Cuál es la medida del radio del círculo inscrito en un triángulo de lados 3, 4 y 5, respectivamente?

(a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) $\frac{3}{2}$ (e) $\frac{5}{2}$

Problema 33. En la siguiente figura el lado AB del cuadrado $ABCD$ mide 1. M es el punto medio de BD, y la circunferencia con centro en B que pasa por M corta al lado BC en L. Si N es el punto en el que la recta que para por M y L se intersecta con AD, ¿cuánto mide AN?



(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (c) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$ (e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Problema 34. Dado un entero positivo n, considera los números

$$X = \frac{1}{1+\frac{1}{n}} \qquad \text{y} \qquad Y = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{n}}}.$$

¿Cuál de las siguientes relaciones entre X y Y es válida para todos los valores de n?

(a) $X+1=Y$ (b) $X+1=\frac{1}{Y}$ (c) $\frac{1}{X}+1=Y$ (d) $\frac{1}{X}+1=\frac{1}{Y}$ (e) $X(\frac{1}{Y}-1)=1$

Problema 35. Si P es el incremento de la circunferencia de un círculo cuando incrementamos en π centímetros el diámetro del círculo, ¿cuál es el valor de P?

(a) $\frac{1}{\pi}$ (b) π (c) $\frac{\pi^2}{2}$ (d) π^2

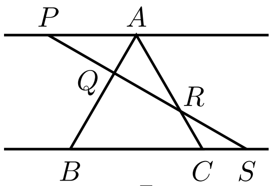
Problema 36. Una diseñadora dispone de 5 tonos de naranja, 7 tonos de verde y 4 tonos de morado, y quiere escoger dos de estos para un logotipo. Ella considera que usar dos tonos del mismo color es aburrido, pero todas las demás combinaciones le agradan. ¿Cuántas opciones tiene?

(a) 55 (b) 67 (c) 70 (d) 83 (e) 90

Problema 37. ¿Cuál es la cifra decimal que ocupa el lugar 2005 en el desarrollo decimal de $\frac{4}{101}$?

(a) 3 (b) 6 (c) 0 (d) 9 (e) otro

Problema 38. En la siguiente figura el $\triangle ABC$ es un triángulo equilátero tal que sus lados tienen longitud 3 y PA es paralela a BC. Si $PQ = QR = RS$, la longitud de CS es:



(a) 1 (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\sqrt{3}$ (e) $\sqrt{5}$

Problema 39. Dos amigos juegan con las ruletas mostradas: Juan con la de la izquierda y Lupe con la de la derecha. En su turno, cada jugador gira su aguja en el sentido de las manecillas del reloj tantos lugares como lo indique la ruleta del jugador contrario. Por ejemplo, si la aguja de Juan apunta al 2 y la de Lupe apunta al 4 y es el turno de Juan, entonces Juan mueve su aguja hasta que apunte al 3 (dando una vuelta completa y avanzando un lugar más). Inicialmente ambas agujas apuntan al número 1. Empieza Juan y luego se van alternando los turnos. ¿Qué número indica la ruleta de Lupe después de 2004 jugadas?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Problema 40. ¿Cuántos ceros hay al final de

$$(10^2 + 10^3 + \ldots + 10^{10})^{2005}?$$

(a) 4010 (b) 2005 (c) 2006 (d) 4000 (e) 6000

Problema 41. Si $x > 5$, ¿cuál de las siguientes fracciones es la menor?

(a) $\frac{5}{x}$ (b) $\frac{5}{x+1}$ (c) $\frac{5}{x-1}$ (d) $\frac{x}{5}$ (e) $\frac{x+1}{5}$

Problema 42. ¿Cuál es el menor entero positivo con la propiedad de que al multiplicarlo por 14 se obtiene como resultado un número cuyas primeras dos cifras son 41?

(a) 29 (b) 30 (c) 292 (d) 293 (e) No existe tal entero

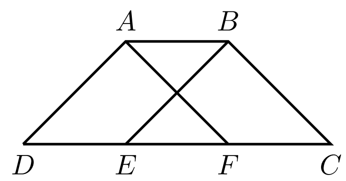
Problema 43. Inicialmente la aguja de una brújula apunta hacia arriba ($\uparrow$). Cada minuto, la aguja gira $135°$ en el sentido de las manecillas del reloj. ¿Qué aspecto tendrá la aguja después de 2005 minutos?

(a) $\uparrow$ (b) $\nearrow$ (c) $\searrow$ (d) $\swarrow$ (e) $\nwarrow$

Problema 44. ¿Cuántos números de 2 cifras hay con la propiedad de que sus dígitos son números enteros consecutivos?

(a) 8 (b) 9 (c) 16 (d) 17 (e) 18

Problema 45. $ABCD$ es un trapecio, con AB paralela a DC, y $\angle ADC = \angle BCD = 45°$. E y F son puntos sobre el lado DC tales que $DE = EF = FC = 1$. Además, el trapecio tiene la propiedad de que AF es paralela a BC y BE es paralela a AD. El perímetro del trapecio es:

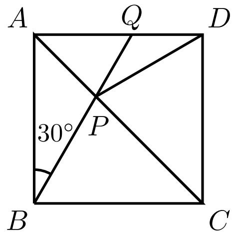


(a) $4\sqrt{2}$ (b) 6 (c) $4 + 2\sqrt{2}$ (d) 7 (e) $4 + 2\sqrt{3}$

Problema 46. Javier escribió un número de cinco cifras pero se le borraron dos de ellas. El número se ve de la siguiente forma $\square 679 \square$. El primero y último dígito son los que se han borrado. Si se sabe que el número es divisible por 72, ¿cuál es el número?

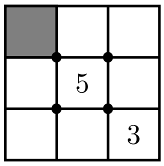
(a) 46792 (b) 36792 (c) 36796 (d) 36794 (e) 46798

Problema 47. El punto P de la diagonal AC del cuadrado $ABCD$ mostrado tiene la propiedad de que $\angle ABP = 30°$. ¿Cuánto mide $\angle QPD$?



(a) $15°$ (b) $20°$ (c) $24°$ (d) $30°$ (e) $36°$

Problema 48. En las casillas de la cuadrícula de la siguiente figura se van a escribir los números enteros del 1 al 9 (sin repetir). Queremos que alrededor de cada vértice marcado la suma de los cuatro números que queden en los cuadrados que comparten ese vértice sea 20. Si se escribe 5 y 3 como se indica, ¿qué número deberá quedar en la casilla sombreada?



(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 7 (e) 9

Problema 49. Si m y n son enteros y $m < n$, definamos $m \oplus n$ como la suma de todos los enteros entre m y n, incluyendo a m y n. Por ejemplo, $3 \oplus 6 = 3+4+5+6 = 18$. ¿A qué es igual $(1 \oplus 18)-(2 \oplus 17)+(3 \oplus 16)-\cdots+(9 \oplus 10)$?

(a) 19 (b) 95 (c) 161 (d) 190 (e) 361

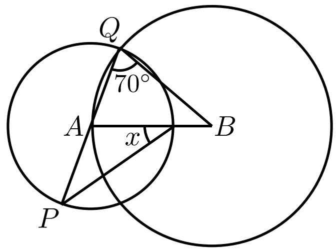
Problema 50. Tomando en cuenta que $\sqrt{7} < \pi < 5$, ¿cuál de los siguientes números es el menor?

(a) $5+\pi+\sqrt{7}$ (b) $5+\pi-\sqrt{7}$ (c) $\pi+\sqrt{7}-5$ (d) $\sqrt{7}+5-\pi$ (e) $\pi+\sqrt{7}$

Problema 51. Una alcantarilla rectangular de metal tiene 23 hoyos circulares idénticos por donde fluye agua a 1.38 litros por segundo. Si a la alcantarilla se le hacen 16 nuevas perforaciones circulares cuyo diámetro mide la mitad del diámetro de los hoyos originales, ¿cuánta agua por segundo fluirá por la alcantarilla?

(a) 1.62 litros (b) 1.78 litros (c) 1.86 litros (d) 2.04 litros (e) 2.34 litros

Problema 52. En la figura mostrada, el centro A de la circunferencia pequeña está sobre la circunferencia de centro B. Si el ángulo $\angle AQB$ mide 70°, ¿cuánto mide el ángulo x indicado?



(a) $30°$ (b) $35°$ (c) $40°$ (d) $45°$ (e) $50°$

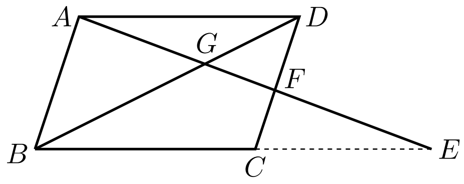
Problema 53. Doña Isabel guarda sus frijoles en tres bandejas que tienen capacidad para 121, 144 y 169 frijoles, respectivamente. Para transportarlos de la bolsa a las bandejas, Doña Isabel utiliza una de cinco cucharas, que tienen capacidad para 10, 11, 12, 13 y 14 frijoles, respectivamente. A Doña Isabel le gusta vaciar cucharadas llenas a las bandejas, y no le gusta que se derramen frijoles cuando éstas se llenan. Si inicialmente las tres bandejas se encuentran vacías, la cuchara que le conviene usar para que, al final, entre las tres bandejas haya guardado la mayor cantidad posible de frijoles, es la cuchara con capacidad para:

(a) 10 frijoles (b) 11 frijoles (c) 12 frijoles (d) 13 frijoles (e) 14 frijoles

Problema 54. Un automóvil se encuentra en una esquina de una ciudad cuyas calles forman una cuadrícula y son todas de doble sentido. Se dispone a recorrer 3 cuadras (comenzando hacia cualquier dirección), con la única condición de que cuando llegue a una esquina no regrese por donde acaba de venir. ¿Cuántos recorridos distintos puede realizar el vehículo?

(a) 16 (b) 27 (c) 28 (d) 36 (e) 40

Problema 55. En el paralelogramo $ABCD$, AE corta a la diagonal BD en G y a DC en F. Si $AG = 6$ y $GF = 4$, ¿cuánto mide EF?



(a) 5 (b) $\frac{6}{4}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) 4 (e) 10

Problema 56. En el triángulo ABC, la mediana BE es perpendicular a la mediana CD. Encuentra BC si $AB = 6$ y $CA = 8$.

(a) $2\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{10}$ (c) $4\sqrt{5}$ (d) $2\sqrt{5}$ (e) 10

Problema 57. Las medidas de los lados de un triángulo rectángulo son 60, 80 y 100. Encuentra la medida del segmento, dibujado desde el vértice del ángulo recto a la hipotenusa, que divide al triángulo en dos triángulos con el mismo perímetro.

(a) $24\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{10}$ (c) $4\sqrt{5}$ (d) $12\sqrt{5}$ (e) $24\sqrt{5}$

Problema 58. Juanito colocó un número entero en cada una de las casillas de una cuadrícula de 3×3. Se dio cuenta de que cada número de la tercera columna era la suma de los dos números a su izquierda, mientras que cada número del tercer renglón era el producto de los dos números de arriba. Sabemos que Juanito colocó los números 6, 3 y 2 como se muestra en la figura. ¿Qué número colocó Juanito en la esquina inferior derecha de la cuadrícula?

6	3	
2		

(a) -1 (b) 9 (c) 16 (d) 18 (e) no se puede determinar

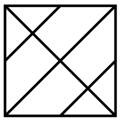
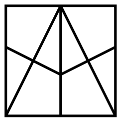
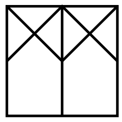
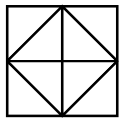
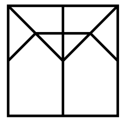
Problema 59. En Sikinia hay monedas de \$5, \$8 y \$13 ¿Cuál de las siguientes cantidades no se puede pagar utilizando exactamente 6 monedas sikinas?

(a) \$51 (b) \$52 (c) \$53 (d) \$54 (e) \$55

Problema 60. Un equipo de futbol americano anotó 576 puntos en toda la temporada, pero su promedio de puntos anotados por partido fue menor que 18. ¿Cuánto puede valer, a lo mucho, este promedio?
Nota: En un partido de futbol americano un equipo puede anotar cualquier cantidad entera de puntos mayor que 1 o no anotar puntos.

(a) 16 (b) 17 (c) $17\frac{5}{11}$ (d) $17\frac{17}{18}$ (e) No se puede determinar

Problema 61. Una hoja cuadrada de papel se dobla, marcando bien el doblez. Luego, sin deshacer este doblez, el trozo de papel resultante se vuelve a doblar. El procedimiento se realiza una tercera vez. Cuando se desdobla por completo la hoja, los dobleces han creado un diseño. ¿Cuál de los siguientes no puede ser el diseño observado?

(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 62. En el extremo de cada rama de cierto matorral hay una hoja o una flor. El matorral crece de la siguiente manera: si hoy hay una hoja en el extremo de una rama, el próximo año desaparecerá la hoja y aparecerá una flor en ese lugar; si hoy hay una flor en el extremo de una rama, el próximo año desparecerá la flor y aparecerán dos ramas nuevas con hojas en sus extremos. Si el matorral tiene hoy 80 flores y el año pasado tenía 70, ¿cuántas hojas tendrá dentro de 2 años?

(a) 150 (b) 210 (c) 240 (d) 280 (e) 320

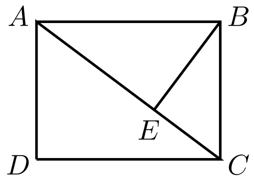
Problema 63. Un astronauta se encuentra en un pequeño planeta esférico cuyo ecuador mide 400km de circunferencia. El astronauta camina 100km sobre la superficie del planeta, luego da vuelta 90° a la izquierda y camina otros 100km; finalmente da vuelta 90° a la derecha y camina otros 100km. ¿A qué distancia (sobre la superficie del planeta) se encuentra el astronauta de su punto de partida?

(a) 100km (b) 200km (c) $100\sqrt{5}$km (d) 224km (e) 400km

Problema 64. ¿Cuál de los siguientes números no es divisor de $\underbrace{11\cdots1}_{78}$?

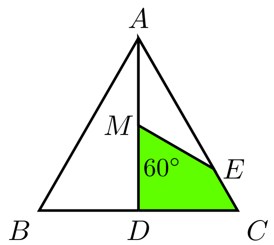
(a) 3 (b) 11 (c) 37 (d) 41 (e) $\underbrace{11\cdots1}_{13}$

Problema 65. $ABCD$ es un rectángulo y E es un punto sobre la diagonal AC tal que BE es perpendicular a AC. Si $AE = 4$ y $BE = 3$, el área de $ABCD$ es



(a) $\frac{35}{2}$ (b) $\frac{1125}{64}$ (c) 18 (d) $5\sqrt{13}$ (e) $\frac{75}{4}$

Problema 66. En la figura, M es el punto medio de la altura AD del triángulo equilátero ABC, y $\angle DME = 60°$. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $MDCE$, si el lado del triángulo es 2?



(a) $\frac{3\sqrt{3}+5}{16}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (c) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (e) $\frac{5\sqrt{3}}{16}$

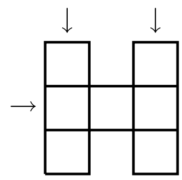
Problema 67. Los divisores positivos del número $N = 2^{100}3^{100}$ (incluyendo 1 y N), se escriben en una lista, ordenados de mayor a menor. ¿Cuál divisor ocupa el quinceavo lugar en la lista?

(a) $2^{100}3^{96}$ (b) $2^{97}3^{98}$ (c) $2^{94}3^{100}$ (d) $2^{99}3^{97}$ (e) $2^{96}3^{99}$

Problema 68. Una tira de cinta adhesiva de 18m de longitud se enrolla para su venta alrededor de un carrete circular de cartón de diámetro 8cm, sin que quede aire entre las sucesivas capas del material. El grosor promedio del aro formado por las capas de cinta adhesiva es 10mm. Si se enrollan 40m de la misma cinta alrededor de un carrete idéntico, ¿cuál será el grosor promedio del aro formado por las capas del material?

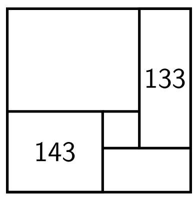
(a) $\frac{20}{3}\sqrt{2}$ mm (b) 20 mm (c) $21\frac{2}{3}$ mm (d) $24\frac{8}{9}$ mm (e) 28 mm

Problema 69. Se quiere llenar el siguiente "crucigrama" numérico con siete de las cifras del 1 al 9 (sin repetir), una en cada casilla, de manera que los tres números de tres cifras que se puedan leer donde lo indican las flechas resulten ser múltiplos de 93. ¿Qué cifras no deben usarse?



(a) 1 y 3 (b) 3 y 8 (c) 4 y 5 (d) 5 y 9 (e) No se puede determinar

Problema 70. Un cuadrado se cubre parcialmente con rectángulos cuyos lados son enteros mayores que 1, como lo muestra la figura, dejando un cuadrado pequeño en el centro. Las áreas de dos de los rectángulos están escritas sobre ellos. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?



(a) 16 (b) 25 (c) 36 (d) 49 (e) 64

Problema 71. Un collar de perlas se compone de 1 perla negra, 2 perlas blancas, 3 perlas negras, 4 perlas blancas, 5 perlas negras, 6 perlas blancas, 7 perlas negras y 8 perlas blancas, en ese orden. Alguien hace dos cortes al collar de manera que queda dividido en dos tiras, cada una de ellas con la misma cantidad de perlas negras. ¿Cuál es la mayor cantidad de perlas blancas que pueden quedar en alguna de estas tiras?

(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18 (e) 20

Problema 72. En la época en que los cañones lanzaban balas, éstas eran almacenadas en parques de artillería en forma de pirámides de base cuadrada; cada lado del cuadrado de la base contaba con 10 balas. ¿Cuál era el número de balas por pirámide?

(a) 385 balas (b) 400 balas (c) 1015 balas (d) 1000 balas (e) 1500 balas

Problema 73. Si $x^2 + y^2 = 6xy$, con $x \neq y$, ¿a qué es igual $\frac{(x+y)}{(x-y)}$?

(a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) 2 (e) $\sqrt{5}$

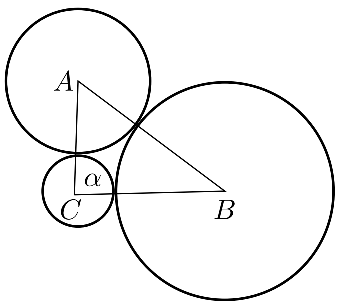
Problema 74. Para numerar las páginas de un libro se necesitó utilizar 2004 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

(a) 703 (b) 750 (c) 704 (d) 707 (e) 708

Problema 75. Un número que se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha se dice que es un número capicúa, por ejemplo 1221 y 3625263. ¿Cuántos números capicúas de 6 dígitos existen?

(a) 100 (b) 900 (c) 2005 (d) 331 (e) 890

Problema 76. Tres circunferencias son tangentes entre sí como se muestra en la figura. Si los respectivos radios son 1, 2 y 3, y A, B y C son los centros de las circunferencias, ¿cuánto vale el ángulo α?



(a) $45°$ (b) $60°$ (c) $75°$ (d) $90°$ (e) $80°$

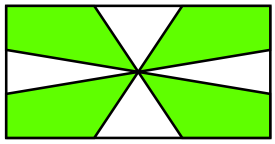
Problema 77. Para que el número de 7 cifras $6a74b14$ sea múltiplo de 9 y de 11, a y b deben ser iguales a

(a) $a = 1,\ b = 1$ (b) $a = 2,\ b = 3$ (c) $a = 3,\ b = 4$
(d) $a = 3,\ b = 2$ (e) $a = 5,\ b = 3$

Problema 78. El lado de un decágono regular inscrito en un círculo de radio 1 es:

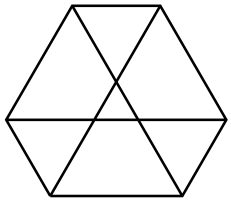
(a) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{3}{5}$

Problema 79. Cada lado de un rectángulo es dividido en tres partes iguales, los puntos obtenidos se unen como se muestra en la figura. ¿Cuál es la razón entre el área en la región blanca y el área sombreada?



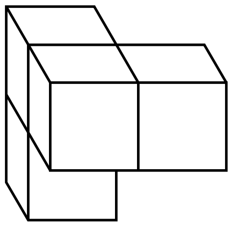
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$ (e) $\frac{3}{5}$

Problema 80. La siguiente figura se forma a partir de un triángulo equilátero de área 1 prolongando cada lado dos veces su longitud en ambas direcciones. El área de esta figura es:



(a) 36 (b) 37 (c) 39 (d) 40 (e) 34

Problema 81. ¿Cuánto mide la superficie de la siguiente figura si está formada con cubos de lado 1?



(a) 24 (b) 12 (c) 15 (d) 14 (e) 18

Problema 82. Si dividimos $x^{13}+1$ entre $x-1$ el residuo es:

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2 (e) -2

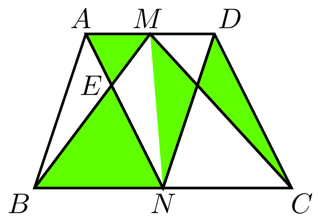
Problema 83. Hay un número que tiene 2005 dígitos y tiene el patrón siguiente:

247935247935247935247935...

Los últimos tres dígitos de este número son:

(a) 2, 4 y 7 (b) 5, 2 y 4 (c) 3, 5 y 2 (d) 9, 3 y 5 (e) 3, 2 y 4

Problema 84. En la siguiente figura $ABCD$ es un trapecio de bases AD y BC. M y N son los puntos medios de AD y BC, respectivamente. Si sabemos que la longitud de BC es el doble de la longitud de AD y que el área del triángulo $\triangle AEM$ es 1, ¿cuánto vale el área de la región sombreada?



(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d)7 (e) 8

Problema 85. Se vendieron quinientos boletos para una obra de teatro de la escuela. Los boletos para adultos se vendieron a \$ 2.50 y para niños a \$ 2.00 cada uno. Los organizadores recibieron un total de \$1,187.50. ¿Cuántos boletos para niños se vendieron?

(a) 115 (b) 120 (c) 125 (d) 375 (e) 150

Problema 86. Un tablero de ajedrez es numerado en cada una de sus casillas en el sentido convencional (del 1 al 8 en la primera fila, del 9 al 16 en la segunda, etc..., hasta llegar al 64 en la casilla inferior derecha). Se colocan sobre el tablero 8 torres, de manera que ninguna de ellas sea capaz de capturar a otra. ¿Cuánto suman los números de las casillas donde se ubican las torres?

(a) 1224 (b) 1016 (c) 260 (d) 320 (e) No se puede saber

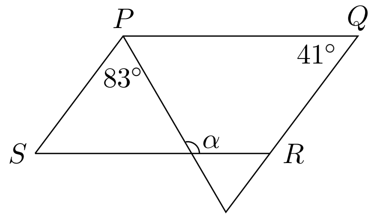
Problema 87. Si $\frac{a}{b} = \frac{b+c}{a}$, ¿cuál es el valor de $\frac{c}{b}$?

(a) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ (b) $\frac{a^2-b^2}{b^2}$ (c) $\frac{a^3-b}{b^2}$ (d) $\frac{a^3-b^3}{a+b}$ (e) $\frac{a^2}{b^2}$

Problema 88. Si r y s son las raíces de $x^2 + bx + 1 = 0$, el valor de $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2}$ es:

(a) $b^2 - 4$ (b) $\frac{b^2-4}{2}$ (c) $b^2 + 2$ (d) $b^2 - 2$ (e) b^2

Problema 89. En la figura, $PQRS$ es un paralelogramo. ¿Cuánto vale el ángulo α?



(a) $124°$ (b) $136°$ (c) $120°$ (d) $150°$ (e) $115°$

Problema 90. ¿Cuántos números múltiplos de 6 menores que 1000 tienen la propiedad de que la suma de sus dígitos es 21?

(a)8 (b)12 (c)10 (d)15 (e) 14

Problema 91. El número -1 es solución de la ecuación de segundo grado $3x^2 + bx + c = 0$. Si los coeficientes b y c son números primos, el valor de $3c - b$ es:

(a) 13 (b) 5 (c) 1 (d) -1 (e) 3

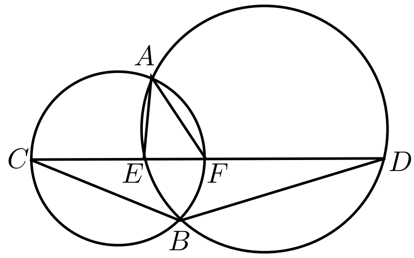
Problema 92. La policía arresta a 4 hombres, uno de los cuales ha cometido un robo. Los mismos hacen las siguientes declaraciones:
Alberto: "Bernardo es culpable".
Bernardo: "Daniel es culpable".
Carlos: "Yo no soy culpable".
Daniel: "Bernardo miente cuando afrima que soy culpable".
Si se sabe que una sola de estas afirmaciones es verdadera, ¿quién es el culpable del robo?

(a) Alberto (b) Bernardo (c) Carlos (d) Daniel (e) No se puede saber

Problema 93. Juan camina un kilómetro al este, luego un kilómetro a noreste y finalmente, otro kilómetro al este. Encuentra la distancia en kilómetros entre el punto de partida y el punto de llegada.

(a) $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ (b) $\sqrt{5+2\sqrt{3}}$ (c) $\sqrt{5\sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{5+\sqrt{2}}$ (e) $\sqrt{5+3\sqrt{2}}$

Problema 94. Una recta arbitraria corta a las circunferencias de la figura en los puntos que se muestran. ¿Cuánto es la suma de los ángulos $\angle EAF$ y $\angle CBD$?

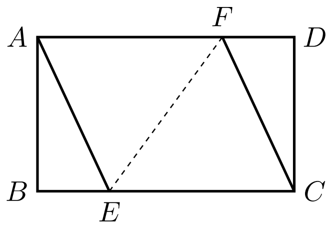


(a) $150°$ (b) $180°$ (c) $190°$ (d) $200°$ (e) Depende de la posición de la recta

Problema 95. En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo en A intersecta a BC en D. La perpendicular a AD que pasa por B, intersecta a AD en E. El segmento que pasa por E paralelo a AC intersecta a AB en H y a BC en G. Si $AB = 26$, $BC = 28$ y $AC = 30$, ¿cuánto mide DG?

(a) 2 (b) $\frac{3}{2}$ (b) 8 (d) 21 (e) 1

Problema 96. En los lados AD y BC del rectángulo $ABCD$, escoge los puntos F y E, respectivamente, tal que $AECF$ es un rombo. Si $AD = 16$ y $AB = 12$, encuentra EF.

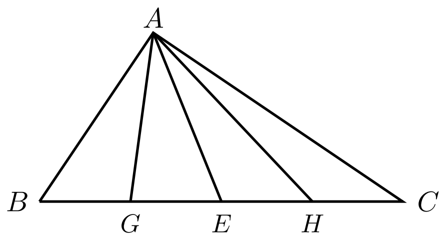


(a) 12 (b) 15 (c) 17 (d) 21 (e) 14

Problema 97. Si las medidas de dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre estos dos lados son 7, $\sqrt{50}$ y $135°$, respectivamente. Encuentra la medida del segmento que une los puntos medios de estos dos lados.

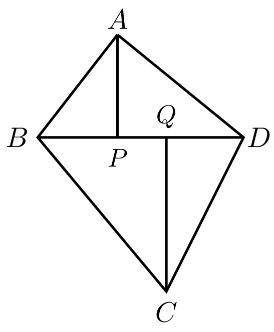
(a) $\frac{15}{2}$ (b) $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$ (c)$\frac{13}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$ (e) $\frac{13}{3}$

Problema 98. La hipotenusa BC de un triángulo rectángulo $\triangle ABC$ se divide en 4 segmentos congruentes por los puntos G, E y H. Si $BC = 20$, encuentra la suma de los cuadrados de las longitudes de los segmentos AG, AE y AH.



(a) 500 (b) 370 (c)450 (d) 350 (e) 250

Problema 99. En un cuadrilátero $ABCD$, $AB = 9$, $BC = 14$, $CD = 13$, $DA = 12$ y la diagonal $BD = 15$. Las perpendiculares a BD desde A y desde C, intersectan a BD en P y Q respectivamente. Encuentra PQ.



(a) 3 (b) 8 (c)5 (d) 9 (e)20

Problema 100. Considera el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, con ángulo recto en B y tal que $AB = BC = 1$. Sea D el punto medio de AB y traza el segmento CD. Traza desde B la perpendicular a CD y llama P a la intersección. Encuentra la distancia de P a la intersección de las medianas.

(a) $\frac{\sqrt{3}}{15}$ (b) $\frac{\sqrt{5}}{15}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{12}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{10}$. (e) $\frac{\sqrt{3}}{10}$.