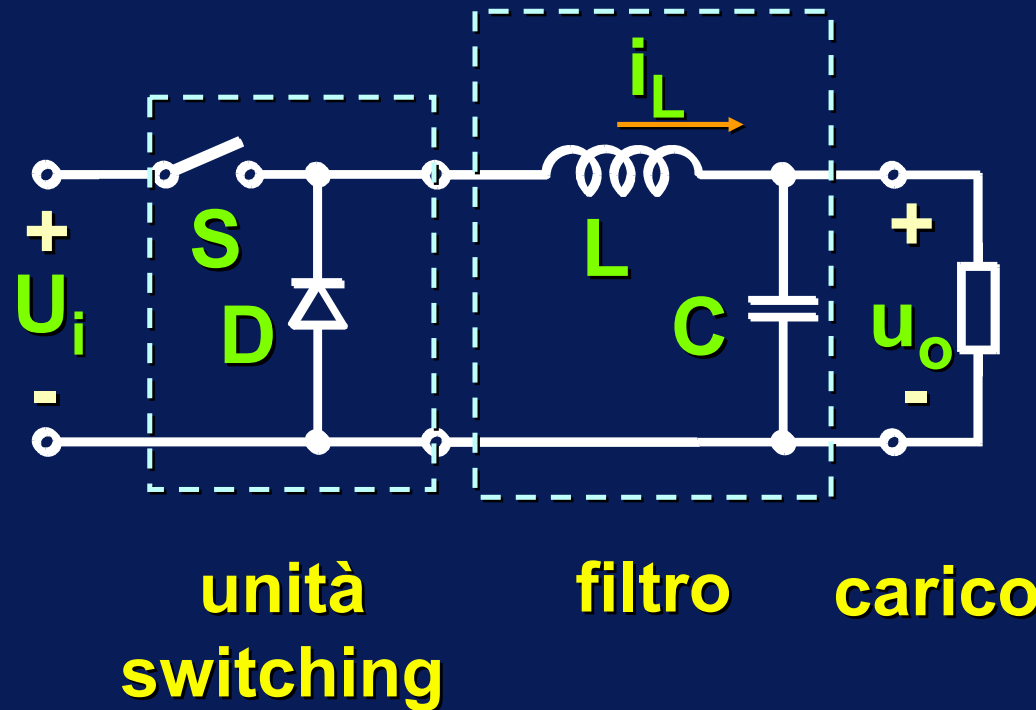


Argomenti trattati

Analisi del funzionamento discontinuo del convertitore buck

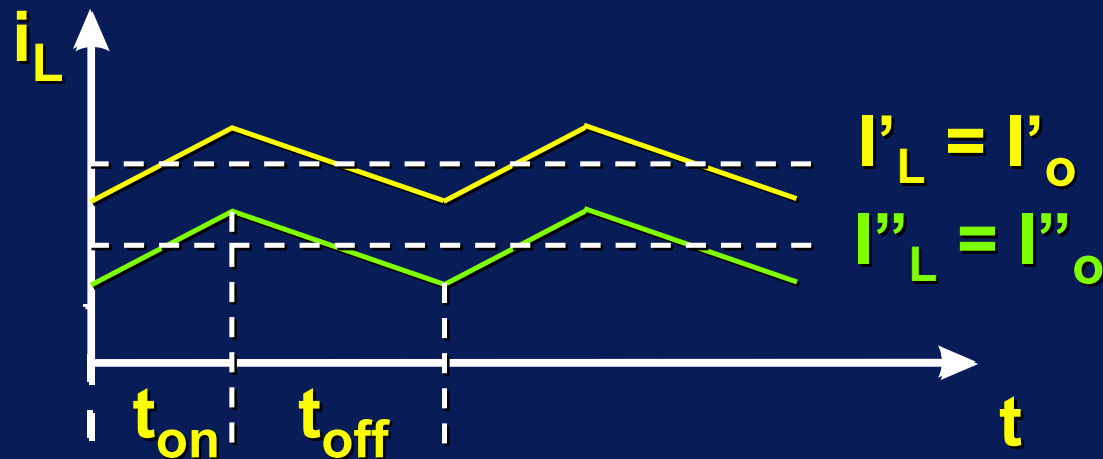
- **Equazioni fondamentali**
- **Forme d'onda**
- **Caratteristiche di controllo e di uscita**
- **Funzionamento con carico resistivo**

Schema del convertitore Buck (Step-down)



Convertitore Buck

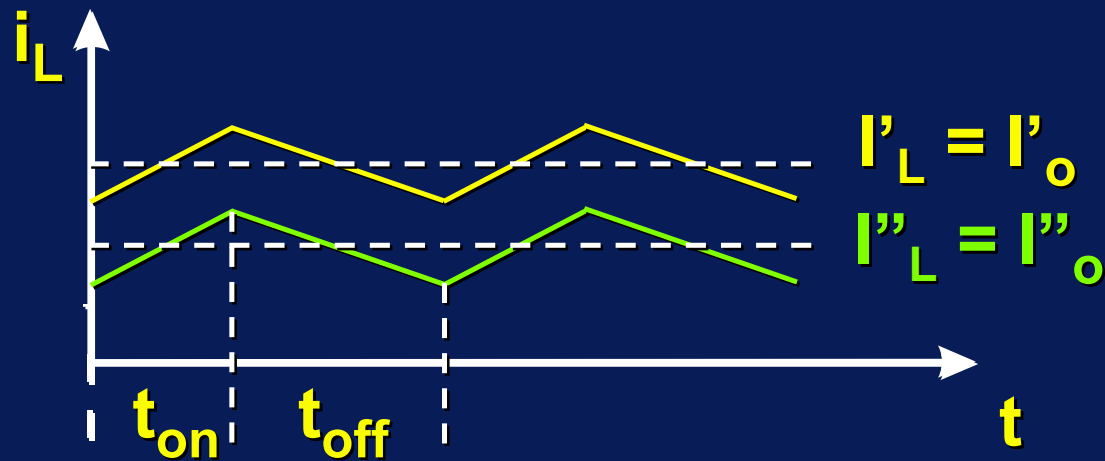
Passaggio dal funzionamento continuo a quello discontinuo



Se cambia il carico, a parità di tensione di uscita, cambia la corrente di uscita. Però δ resta costante.

Convertitore Buck

Passaggio dal funzionamento continuo a quello discontinuo

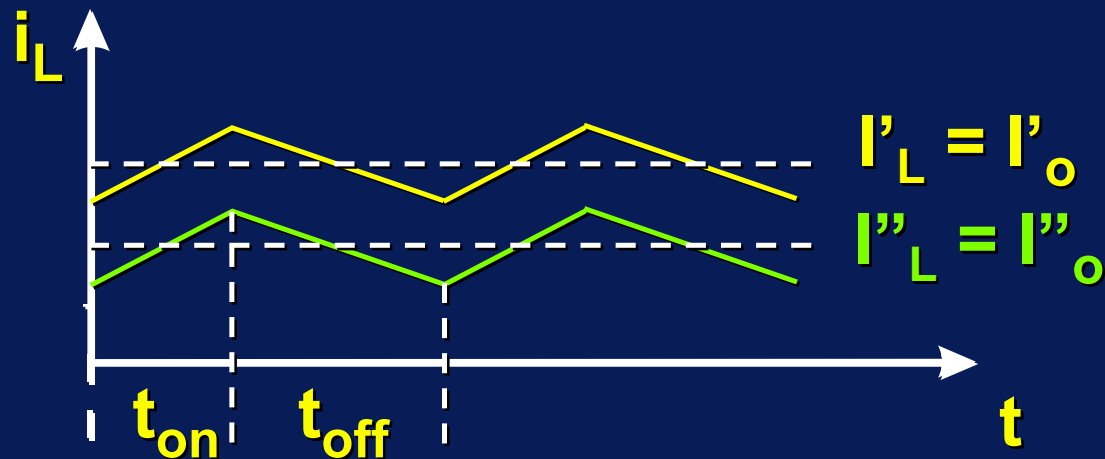


$$U'_o = U''_o = \delta U_i$$

$$I_L = I_o$$

Convertitore Buck

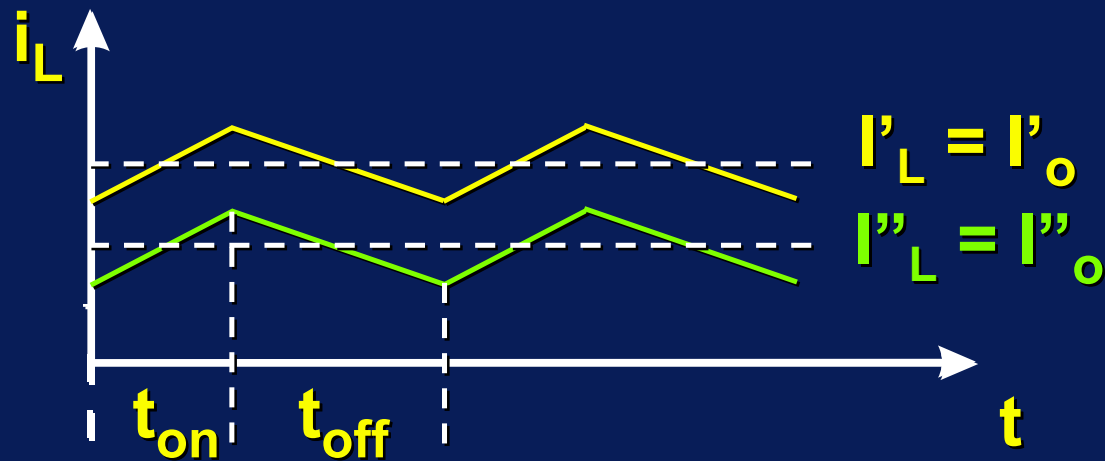
Passaggio dal funzionamento continuo a quello discontinuo



Anche l'ondulazione di corrente resta costante

Convertitore Buck

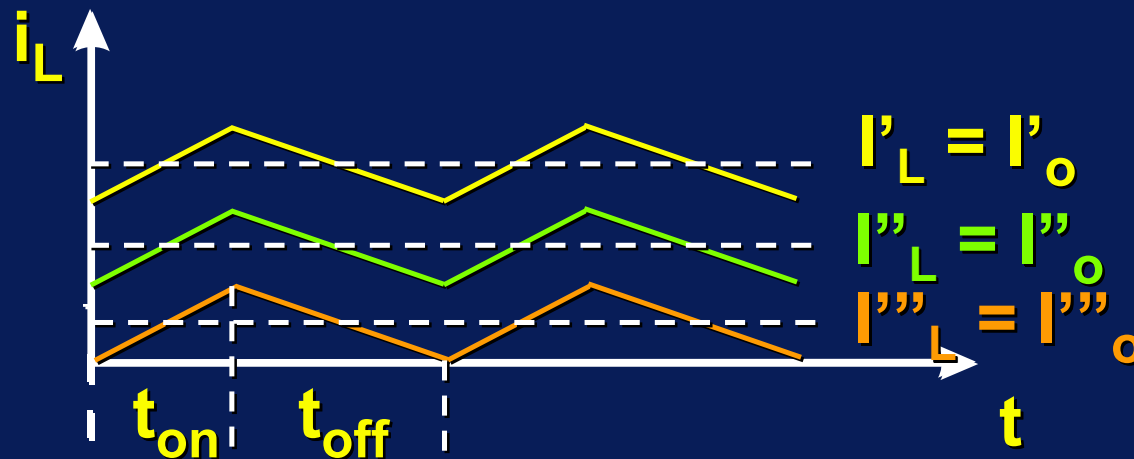
Passaggio dal funzionamento continuo a quello discontinuo



$$\Delta I'_L = \Delta I''_L \rightarrow \Delta I_L = f(U_o) = \frac{U_i \delta (1 - \delta)}{f_s L}$$

Convertitore Buck

Passaggio dal funzionamento continuo a quello discontinuo



Se il carico si riduce ulteriormente, la corrente i_L può annullarsi, dando luogo al funzionamento discontinuo

Funzionamento limite



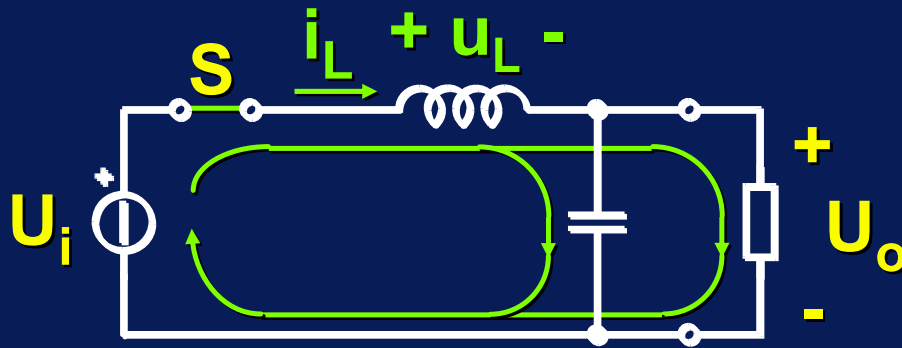
La corrente i_L si annulla esattamente nell'istante finale della fase di **OFF**

Se $I_o < I_{o_{lim}}$ il funzionamento diventa discontinuo (**DCM** - **D**iscontinuous **C**onduction **M**ode), cioè i_L rimane nulla per una certa porzione di t_{off}

I_{media} è sempre > 0

Studio del funzionamento discontinuo

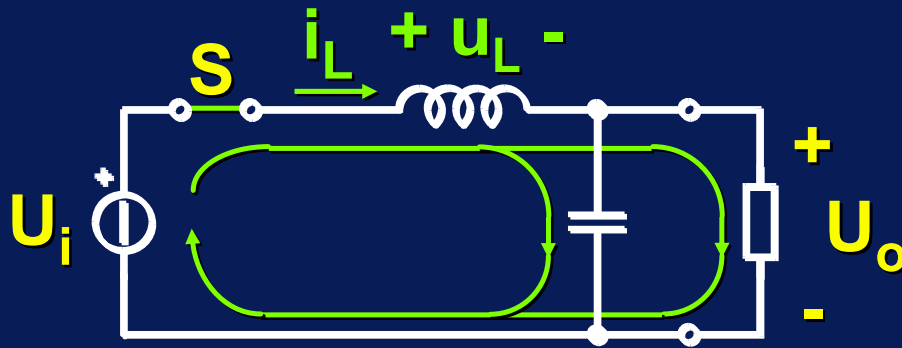
Intervallo t_{on}



Valgono le equazioni del
modo continuo, con $I_{Lmin} = 0$

Studio del funzionamento discontinuo

Intervallo t_{on}



$$u_L = U_i - U_o$$



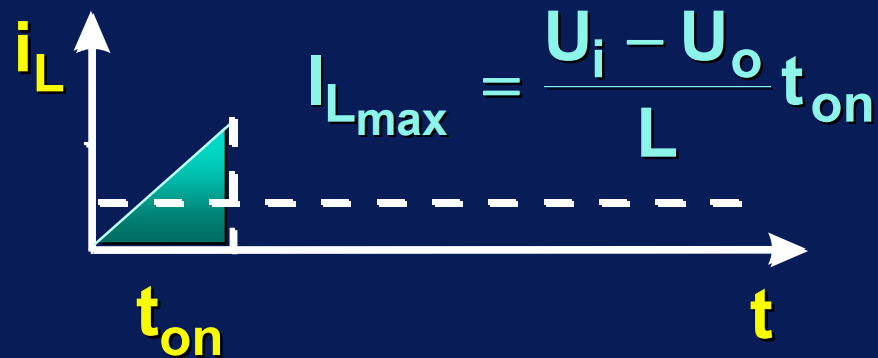
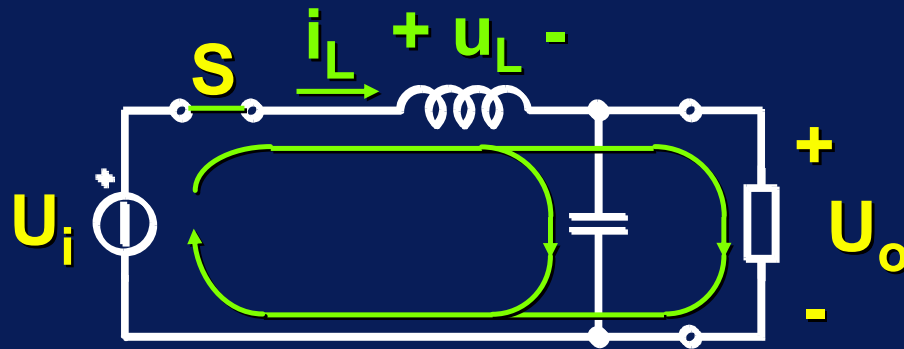
$$i_L(t) = \frac{U_i - U_o}{L} t$$

$$I_{L_{max}} = \frac{U_i - U_o}{L} t_{on}$$

in CCM avevo un I_{Lmin}

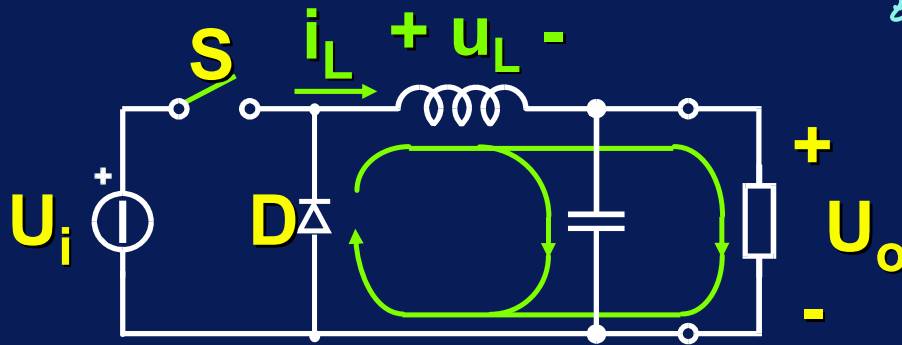
Studio del funzionamento discontinuo

Intervallo t_{on}



Studio del funzionamento discontinuo

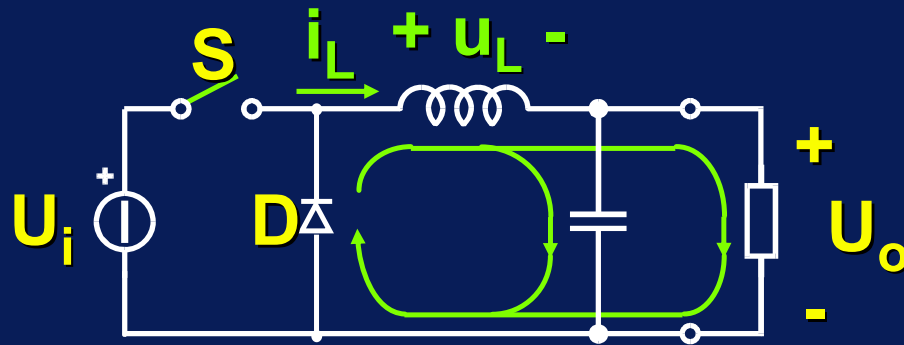
Intervallo t'_{off} → finché non arriva a zero



Valgono le equazioni del modo continuo, fino all'istante t'_{off} in cui $i_L = 0$

Studio del funzionamento discontinuo

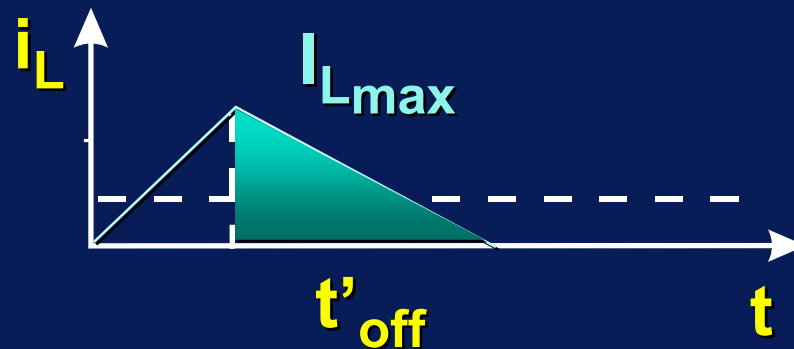
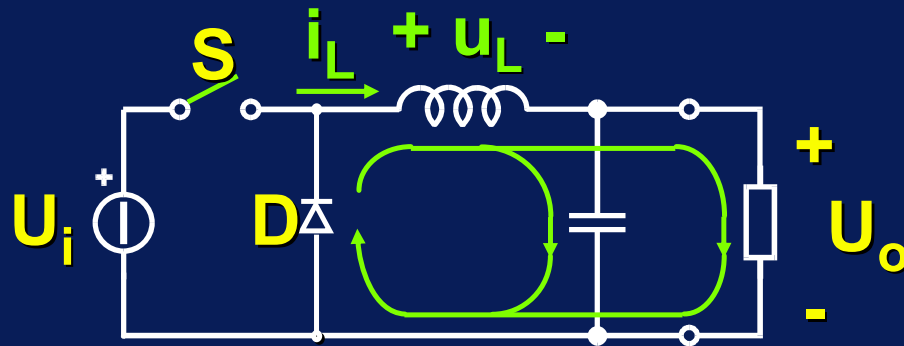
Intervallo t'_{off}



$$U_L = -U_o \quad \Rightarrow \quad i_L(t) = I_{L_{\max}} - \frac{U_o}{L} t$$

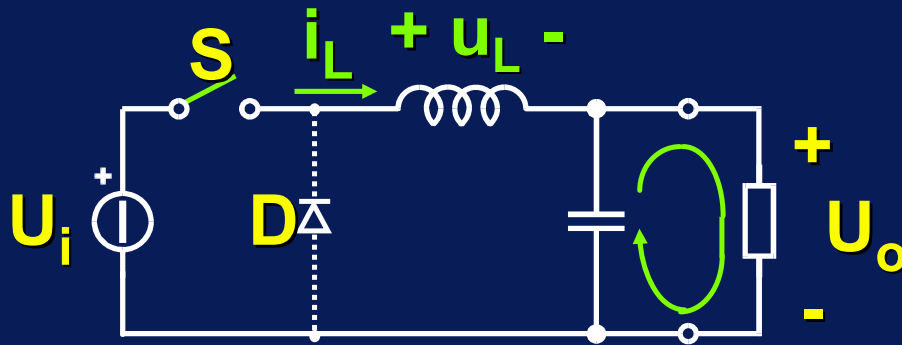
Studio del funzionamento discontinuo

Intervallo t'_{off}



Studio del funzionamento discontinuo

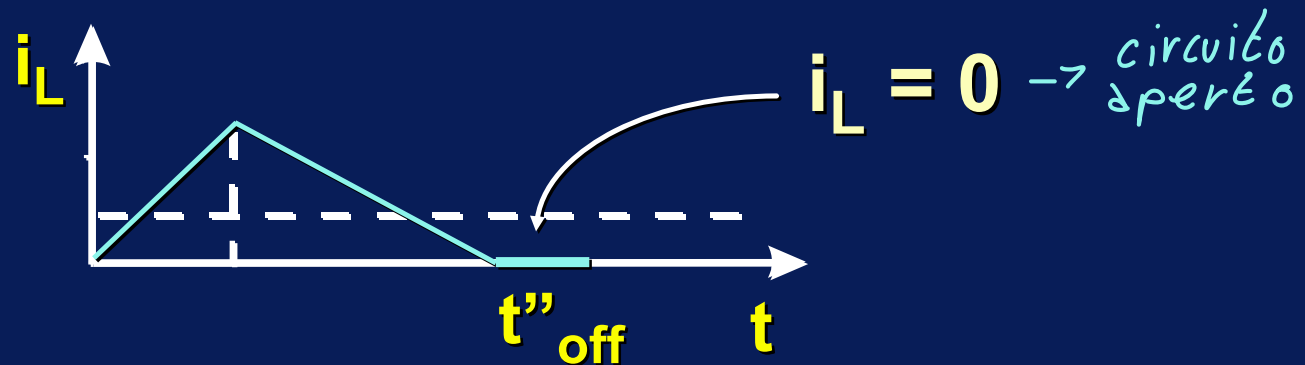
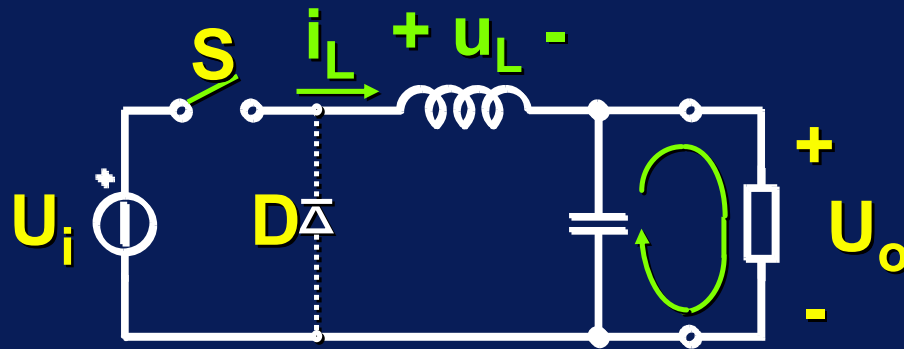
Intervallo t''_{off} $I_L = 0$



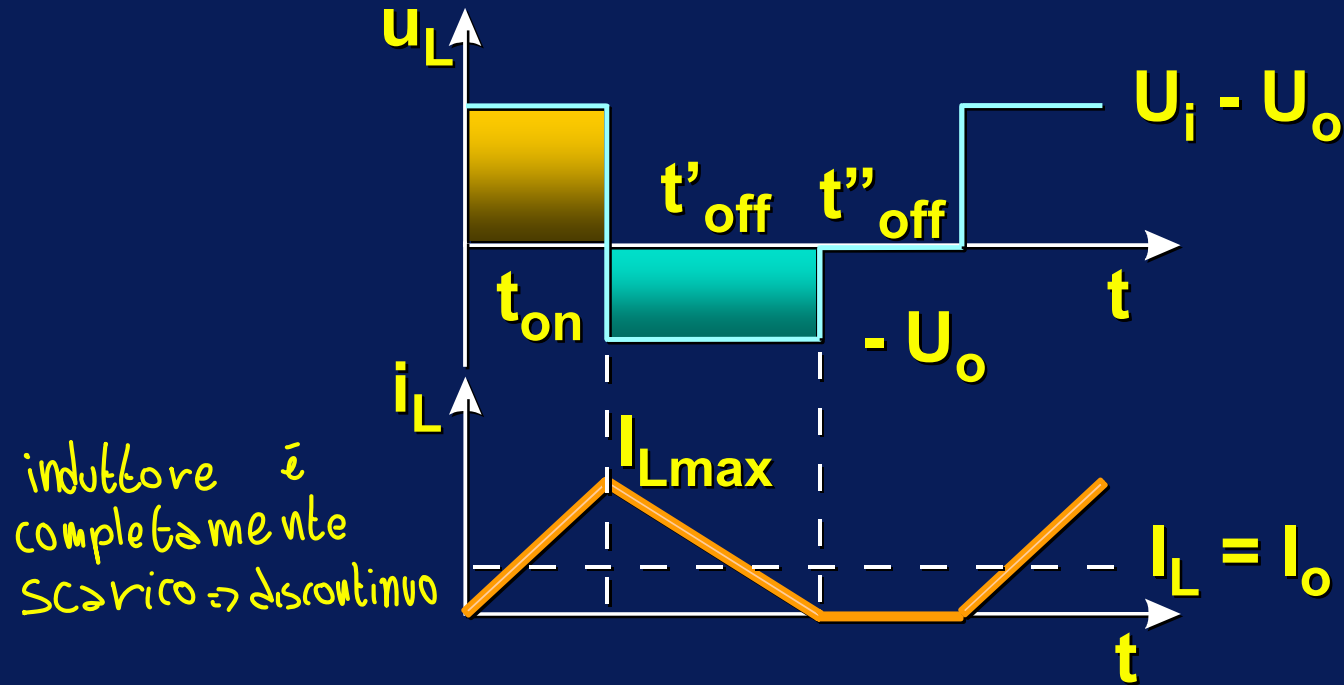
La corrente i_L , non potendo invertirsi, rimane nulla fino alla successiva chiusura di S

Studio del funzionamento discontinuo

Intervallo t''_{off}



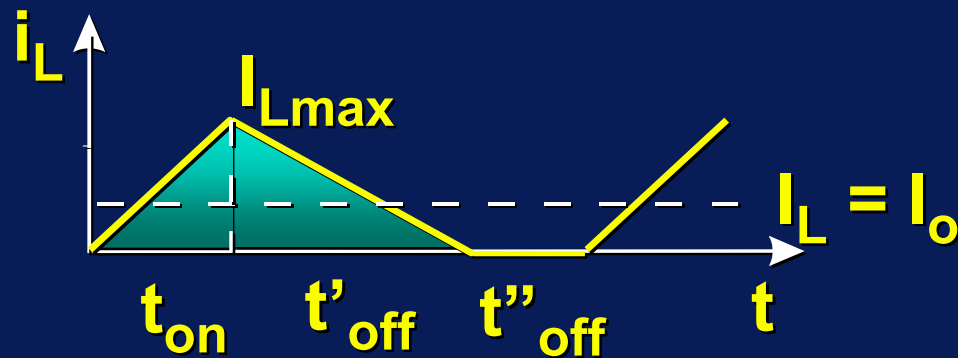
Forme d'onda compressive



A regime:

$$\Delta I_{Lon} = \Delta I_{Loff} \Rightarrow (U_i - U_o) t_{on} = U_o t'_{off}$$

Equazioni risolutive



a) $(U_i - U_o)t_{on} = U_o t'_{off}$

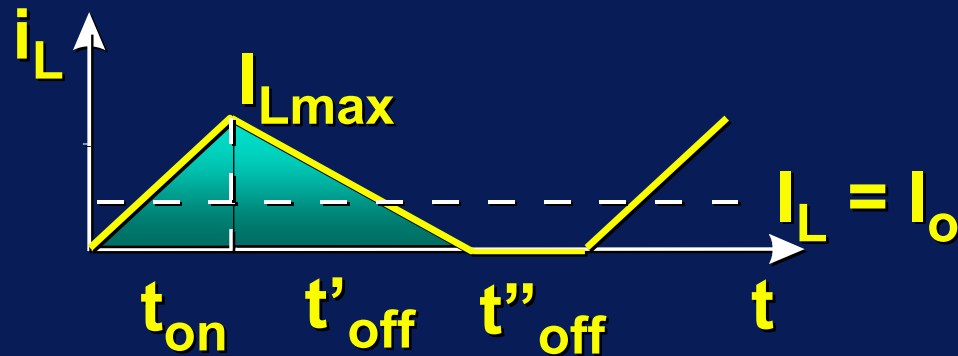
b) $I_{Lmax} = \frac{U_i - U_o}{L} t_{on}$

c) $I_o = I_L = I_{Lmax} \frac{t_{on} + t'_{off}}{2 \cdot T_S}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a)} \\ \text{b)} \\ \text{c)} \end{array} \right\} \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{2f_s L I_o}{U_i}}$$

$$v = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Equazioni risolutive



Nota 1:

La caratteristica di controllo è non-lineare e dipende dalla corrente d'uscita I_o

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{2f_s L I_o}{U_i}}$$

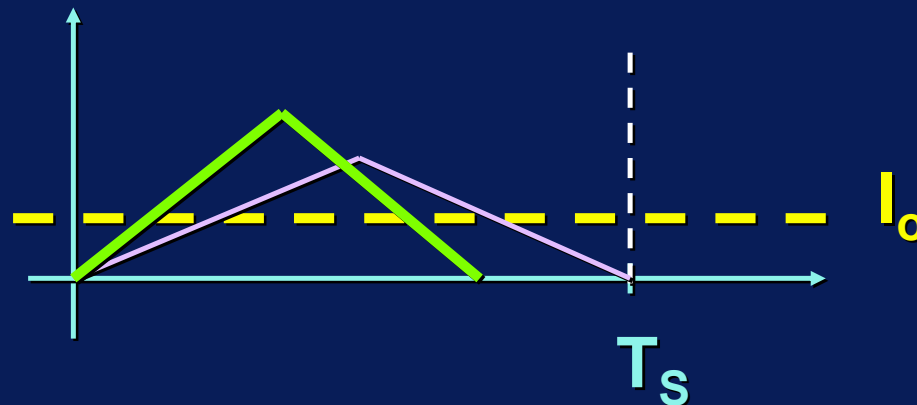
Nota 2 (per il dimensionamento):

$$I_o = I_L = I_{Lmax} \frac{t_{on} + t'_{off}}{2 \cdot T_s}$$

$$I_{Lmax} = 2 \cdot I_o \cdot \frac{T_s}{t_{on} + t'_{off}}$$

$$I_{Lmax} = \frac{U_o}{L} t'_{off}$$

A parità di I_o , più l'intermittenza è spinta (t'_{off} ridotto) più cresce I_{Lmax}



Nota 2 (per il dimensionamento):

$$I_o = I_L = I_{L\max} \frac{t_{on} + t'_{off}}{2 \cdot T_s}$$

$$I_{L\max} = 2 \cdot I_o \cdot \frac{T_s}{t_{on} + t'_{off}} \quad I_{L\max} = \frac{U_o}{L} t'_{off}$$

A parità di I_o , più l'intermittenza è spinta (t'_{off} ridotto) più cresce $I_{L\max}$

L'intermittenza aumenta le sollecitazioni di corrente del diodo e dell'interruttore

NOTA 3:

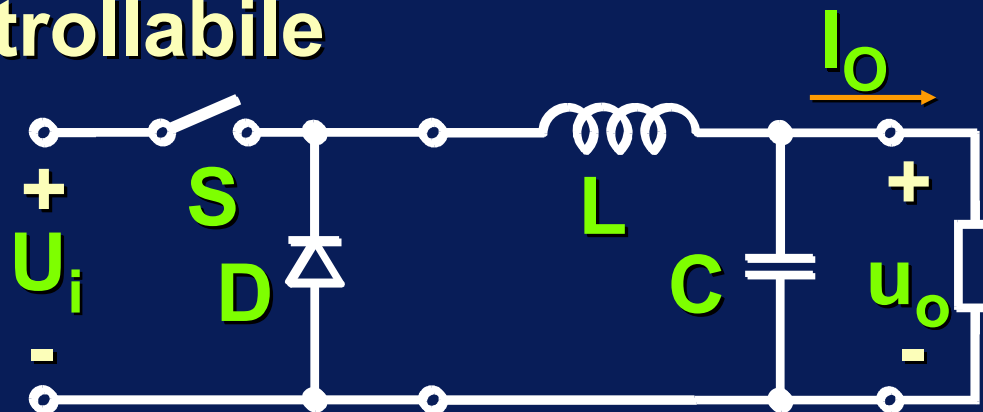
A vuoto ($I_o = 0$) il convertitore non è controllabile

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{2f_s L I_o}{U_i}}$$

Se $I_o \rightarrow 0$ allora $U_o \rightarrow U_i$ per ogni δ

NOTA 3:

A vuoto ($I_o = 0$) il convertitore non è controllabile



Se $I_o = 0$ non c'è assorbimento di energia dal carico. L'energia fornita dall'alimentazione si accumula nel condensatore C , la cui tensione U_o cresce fino a stabilizzarsi al valore U_i .

Se assorbo I: $0 \rightarrow M=1$ non ho più un controllo

Rapporto di conversione $M = \frac{U_o}{U_i}$

CCM

$(I_o > I_{o\lim})$

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \delta$$

DCM

$(I_o < I_{o\lim})$

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L} = 2\Delta I_{L\max\text{CCM}} = 4I_{o\lim\max}$$

NOTA 1: Se il rendimento è unitario:

$$P_o = P_i \quad \rightarrow \quad U_i I_i = U_o I_o$$



$$\frac{U_o}{U_i} = M = \frac{I_i}{I_o}$$

N.B. Queste equazioni si riferiscono alle sole componenti continue di i_i e i_o

NOTA 2:

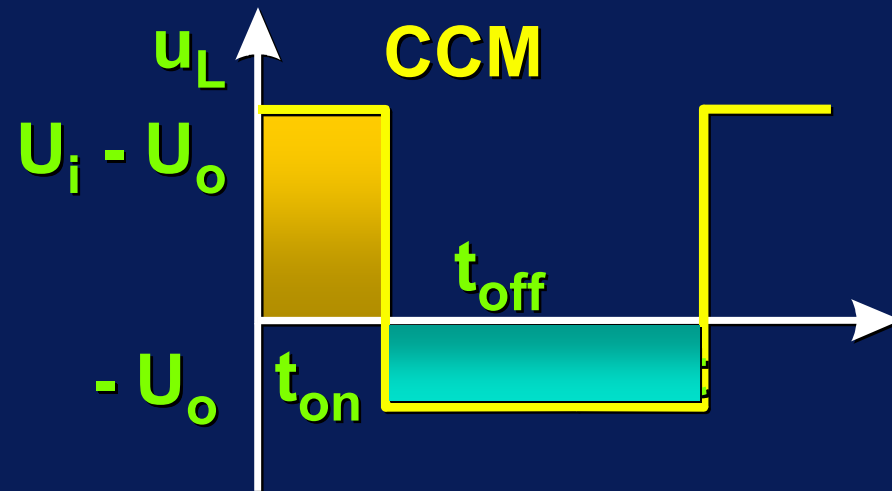
Il rapporto di conversione M (a parità di duty-cycle) è maggiore in funzionamento discontinuo (DCM) che in funzionamento continuo (CCM)

$$M_{\text{DCM}} > M_{\text{CCM}}$$



$$U_{o\text{DCM}} > U_{o\text{CCM}}$$

Dimostrazione: $U_{oDCM} > U_{oCCM}$

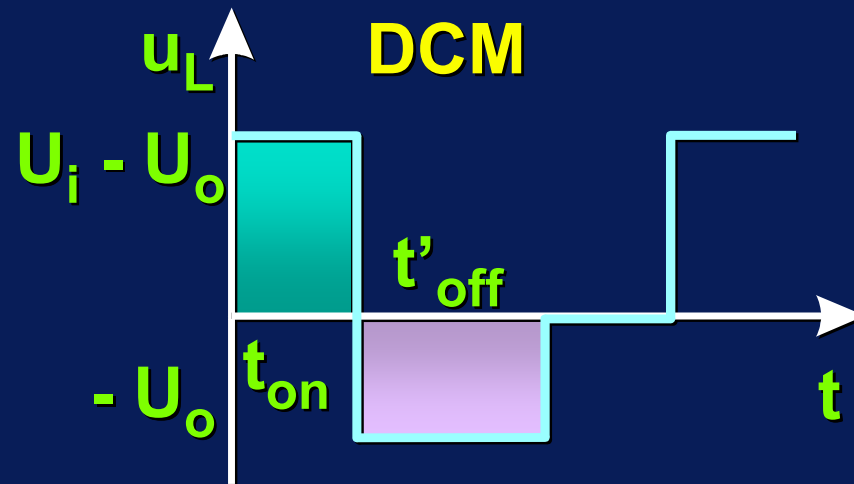


$$(U_i - U_{oCCM}) t_{on} = U_{oCCM} t_{off}$$



$$U_i t_{on} = U_{oCCM} T_s$$

Dimostrazione: $U_{oDCM} > U_{oCCM}$

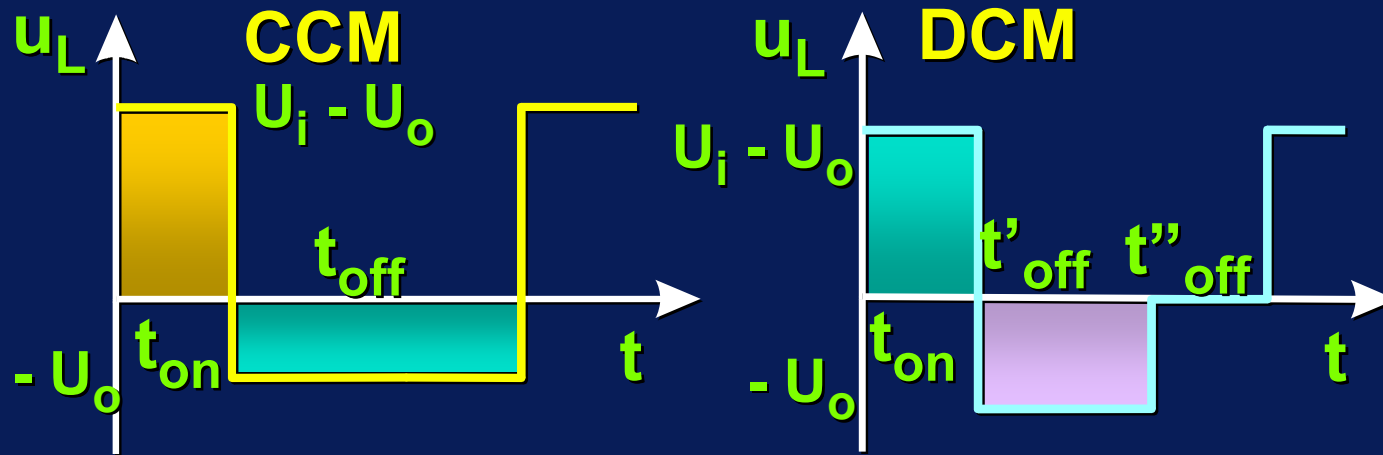


$$(U_i - U_{oDCM}) t_{on} = U_{oDCM} t'_{off}$$



$$U_i t_{on} = U_{oDCM} (t_{on} + t'_{off})$$

Dimostrazione: $U_{oDCM} > U_{oCCM}$

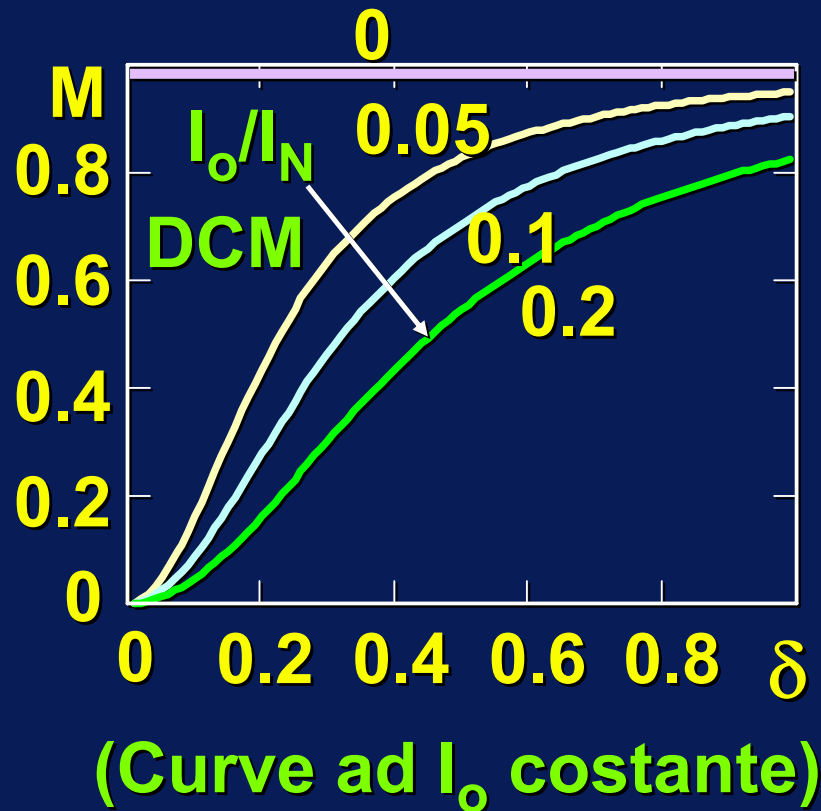


$$U_i t_{on} = U_{oCCM} T_s \quad U_i t_{on} = U_{oDCM} (t_{on} + t'_{off})$$

$$\frac{U_{oDCM}}{U_{oCCM}} = \frac{T_s}{T_s - t''_{off}} > 1$$

$t''_{off} > 0$

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$



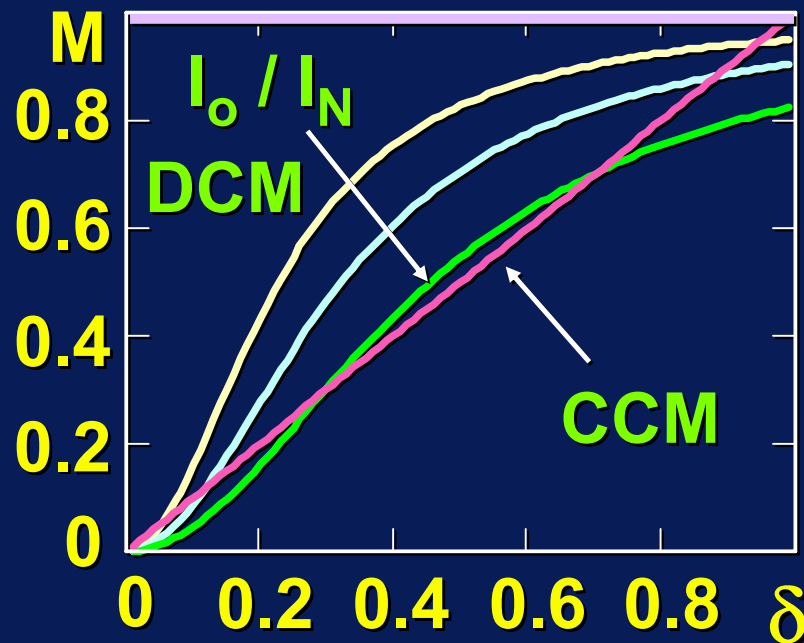
DCM:

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$

CCM e DCM



DCM:

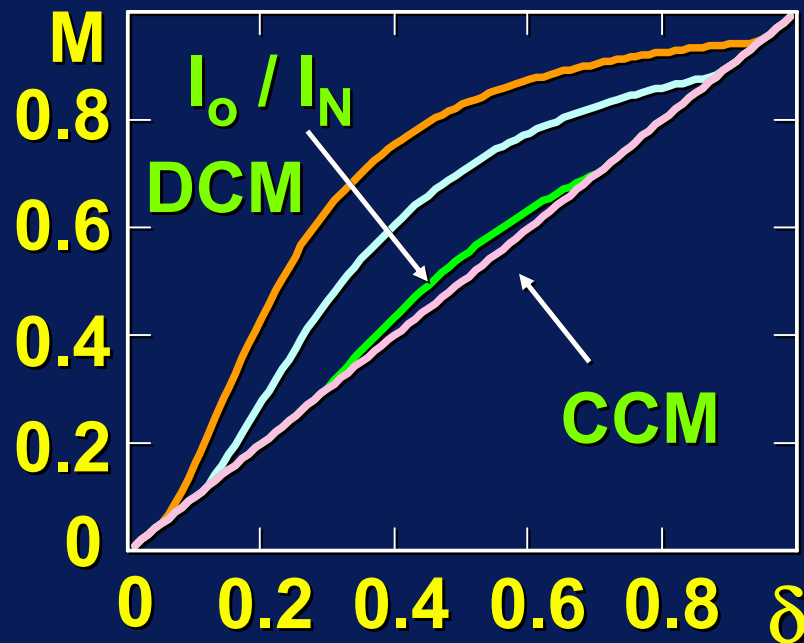
$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

CCM: $M = \delta$

Valgono le curve corrispondenti a U_o più elevata

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$



Curve compressive

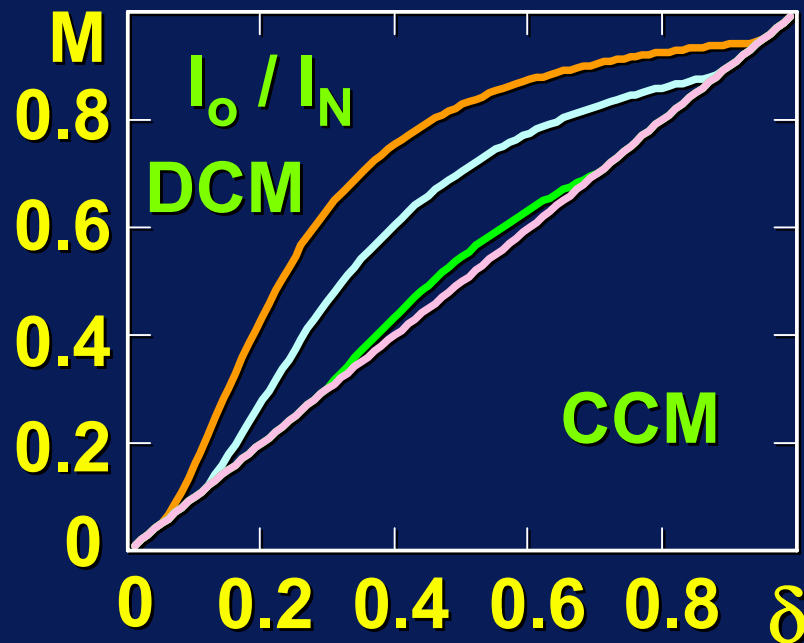
DCM:

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

CCM: $M = \delta$

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$



DCM:

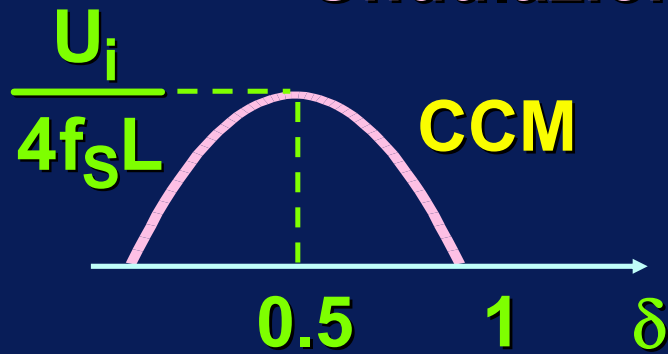
$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

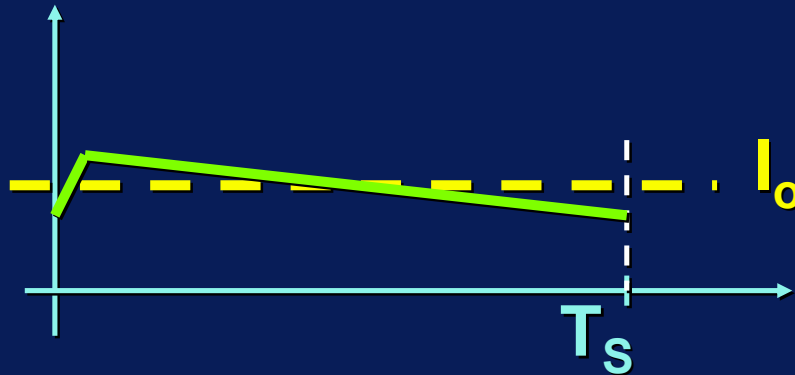
CCM: $M = \delta$

NOTA: a parità di I_o il funzionamento è continuo per valori bassi o elevati di δ (ove ΔI_L è minore)

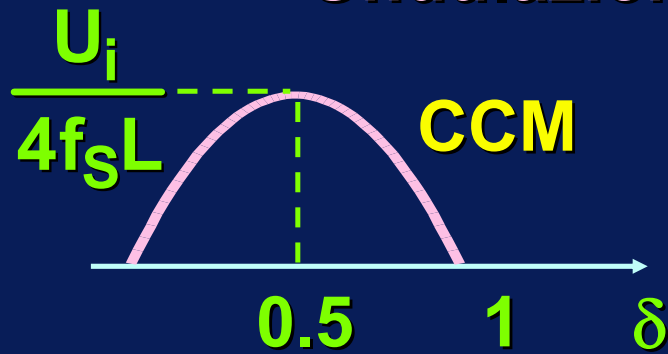
Ondulazione di corrente



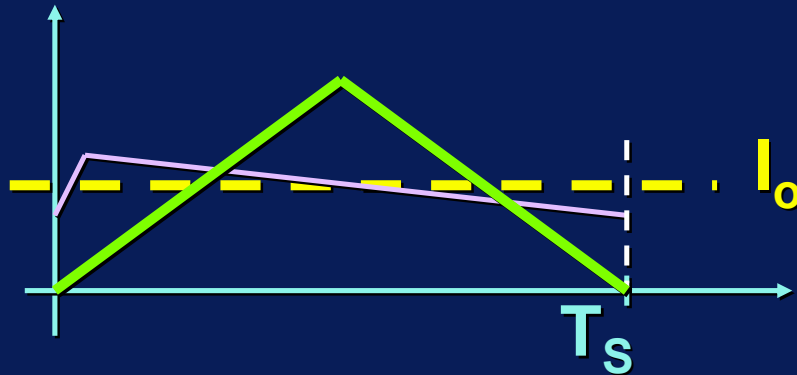
$$\Delta I_L = \frac{U_i \cdot \delta \cdot (1 - \delta)}{f_s \cdot L}$$



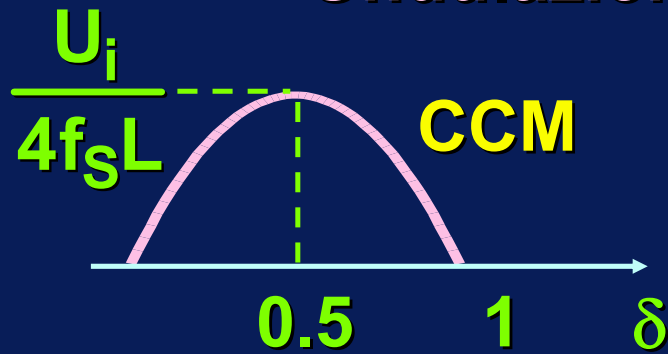
Ondulazione di corrente



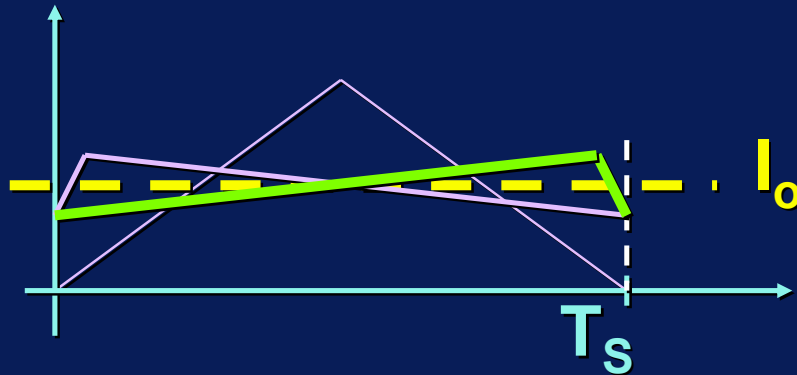
$$\Delta I_L = \frac{U_i \cdot \delta \cdot (1 - \delta)}{f_s \cdot L}$$



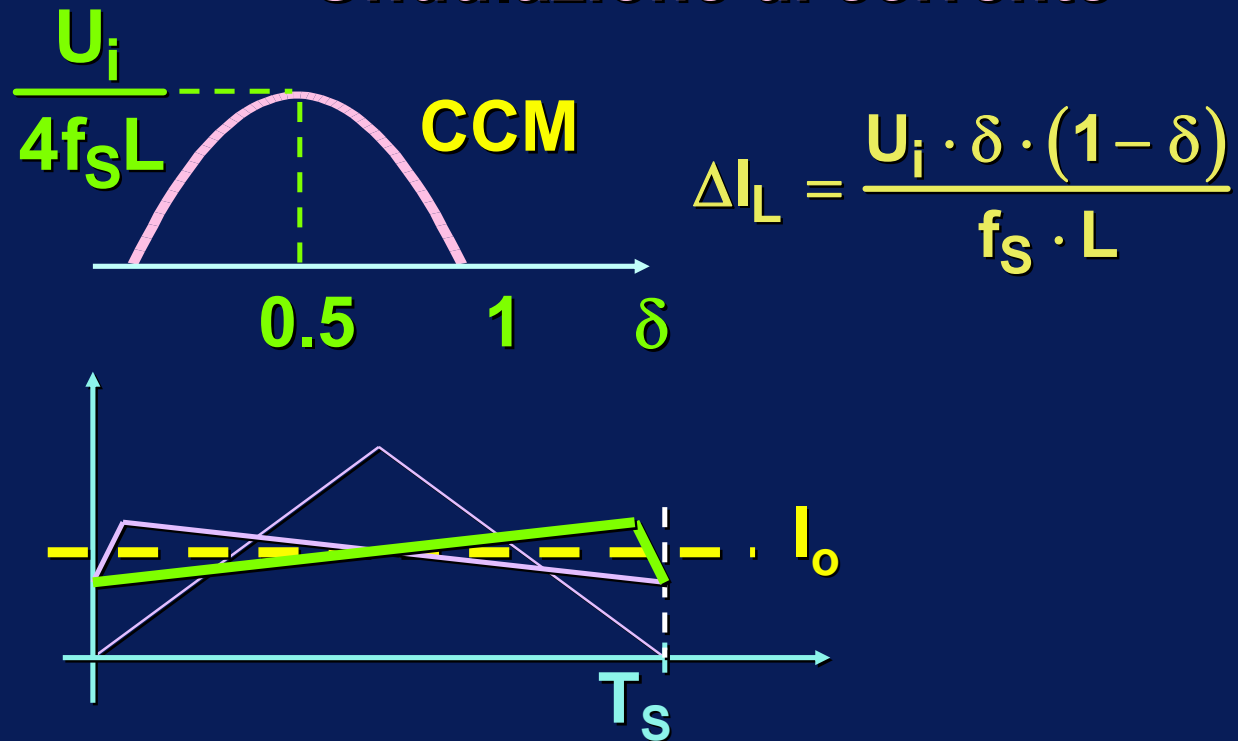
Ondulazione di corrente



$$\Delta I_L = \frac{U_i \cdot \delta \cdot (1 - \delta)}{f_s \cdot L}$$

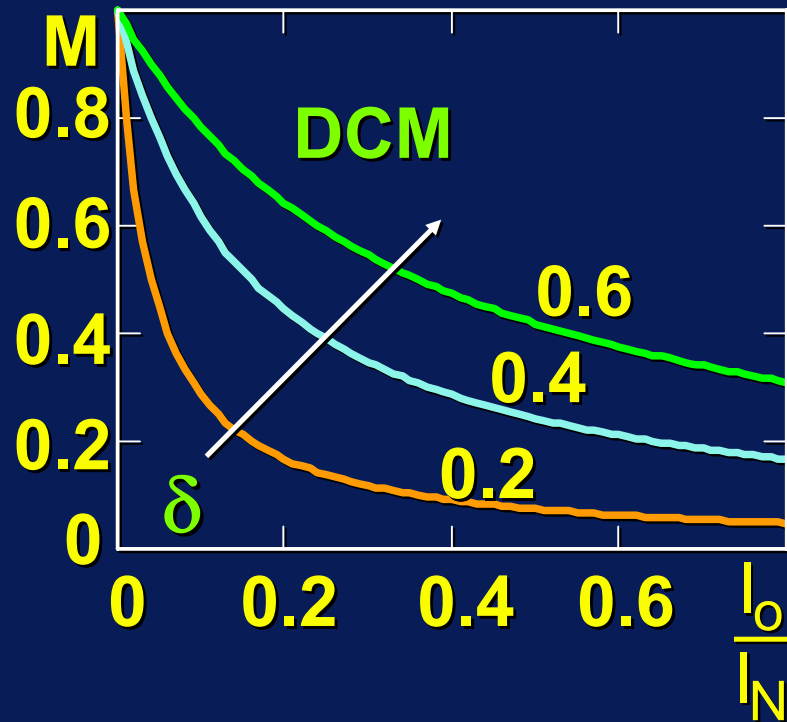


Ondulazione di corrente



A parità di I_o l'intermittenza si ha per elevati valori di ΔI_L , cioè con δ nell'intorno di 0.5

Caratteristiche di uscita $M = f(I_o/I_N)$

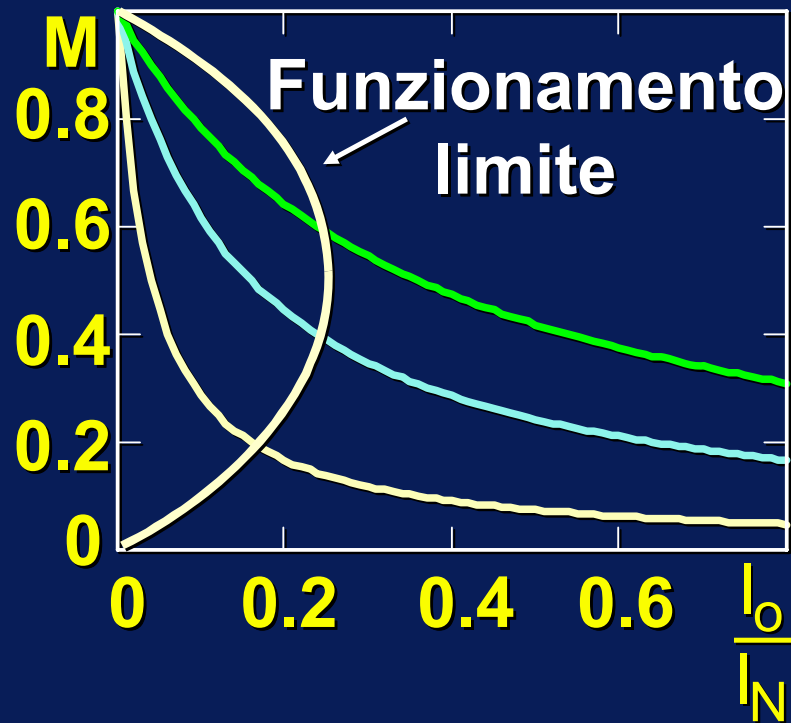


DCM:

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

Caratteristiche di uscita $M = f(I_o/I_N)$



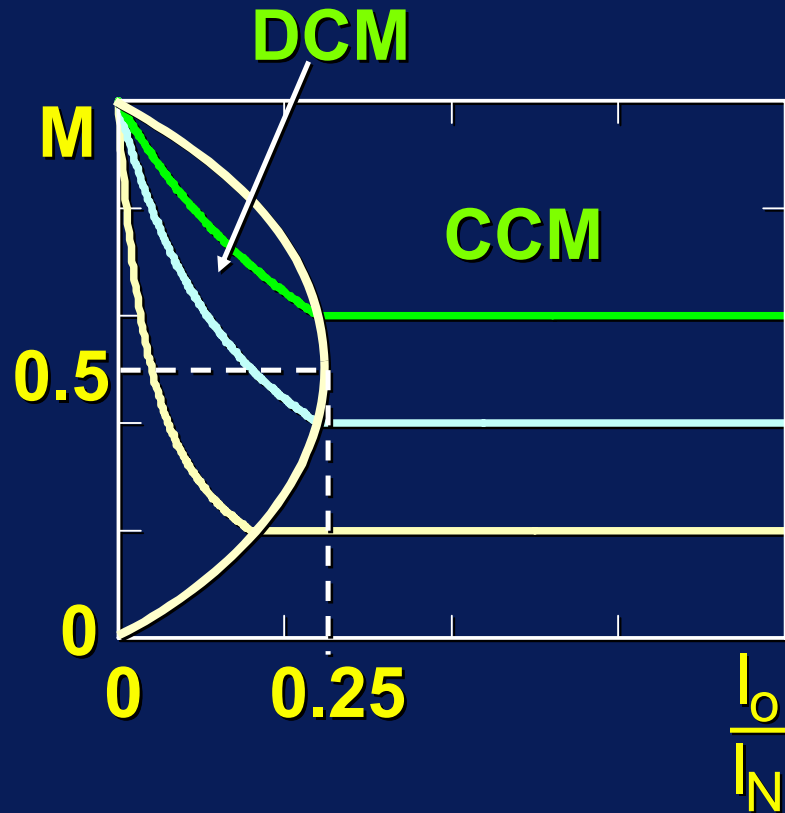
Funzionamento
limite:

$$M_{CCM} = M_{DCM}$$



$$\frac{I_o}{I_N} = M - M^2$$

Caratteristiche di uscita $M = f(I_o/I_N)$



Curve compressive

DCM:

$$M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{I_o}{I_N}}$$

$$I_N = \frac{U_i}{2f_s L}$$

CCM: $M = \delta$

Funz. con carico resistivo: $I_o = \frac{U_o}{R_o}$

CCM $\rightarrow M = \frac{U_o}{U_i} = \delta$

DCM $\rightarrow M = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\delta^2}{\delta^2 + \frac{2f_s L I_o}{U_i}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$

$$k = \frac{2f_s L}{R_o}$$

Funzionamento con carico resistivo

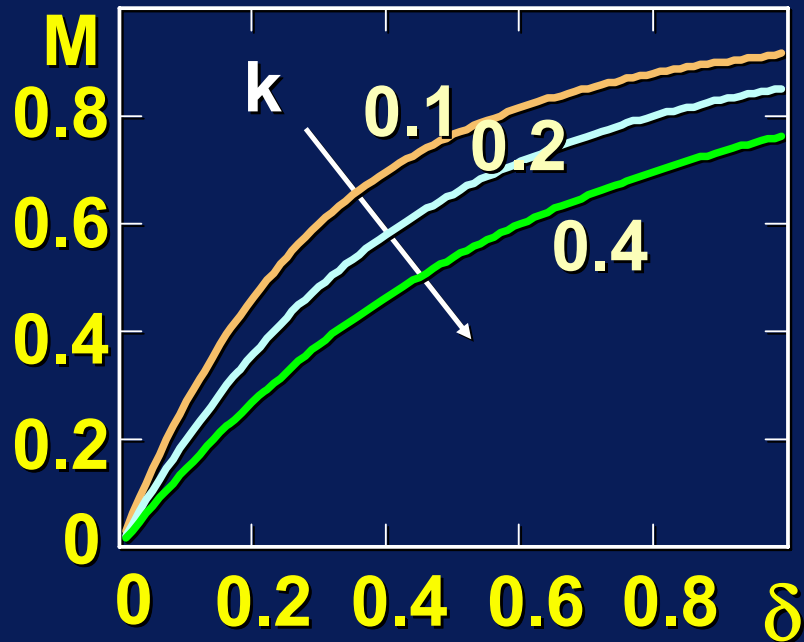
Caso limite tra CCM e DCM

$$M_{\text{CCM}} = M_{\text{DCM}} \rightarrow k_{\text{lim}} = 1 - \delta$$

- Per avere funzionamento continuo per un certo δ basta imporre $k > k_{\text{lim}}$, ovvero $R_o < 2f_s L / (1 - \delta)$
- Per avere funzionamento continuo in ogni condizione ($0 < \delta < 1$) si pone $k > 1$ ($R_o < 2f_s L$)
- Connettendo un carico “zavorra” (bleeder) che soddisfi la condizione $R_o < 2f_s L$ si ottiene un funzionamento sempre continuo

Carico resistivo

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$

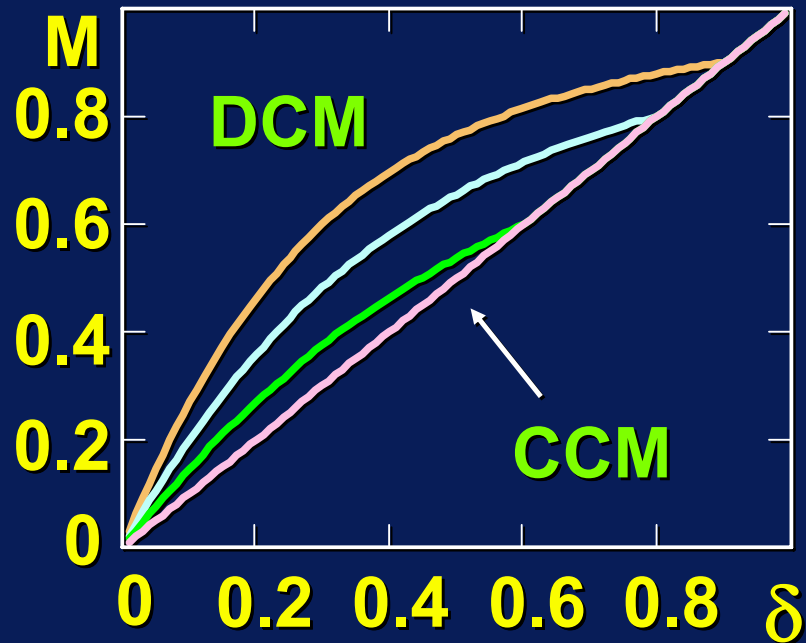


DCM:

$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$
$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

Carico resistivo

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$



Curve compressive

DCM:

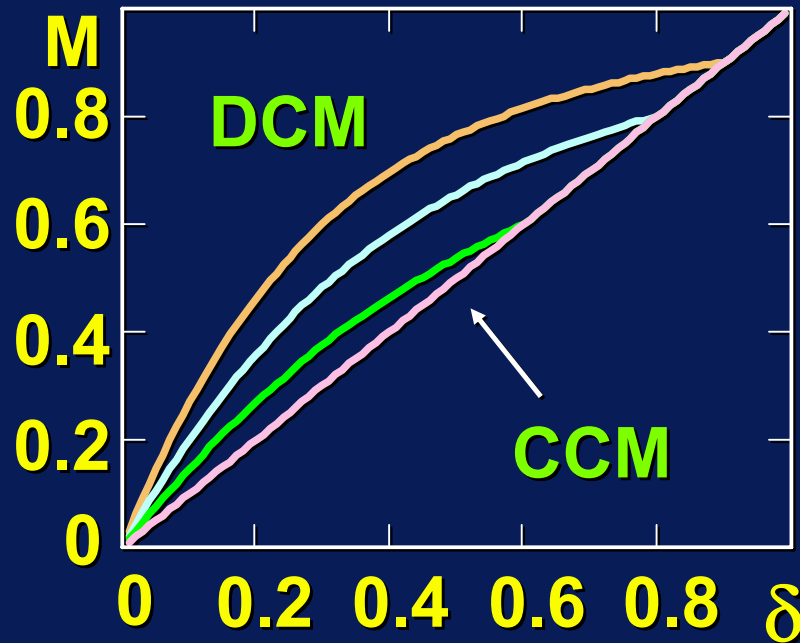
$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$

$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

CCM: $M = \delta$

Carico resistivo

Caratteristiche di controllo $M = f(\delta)$



DCM:

$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$

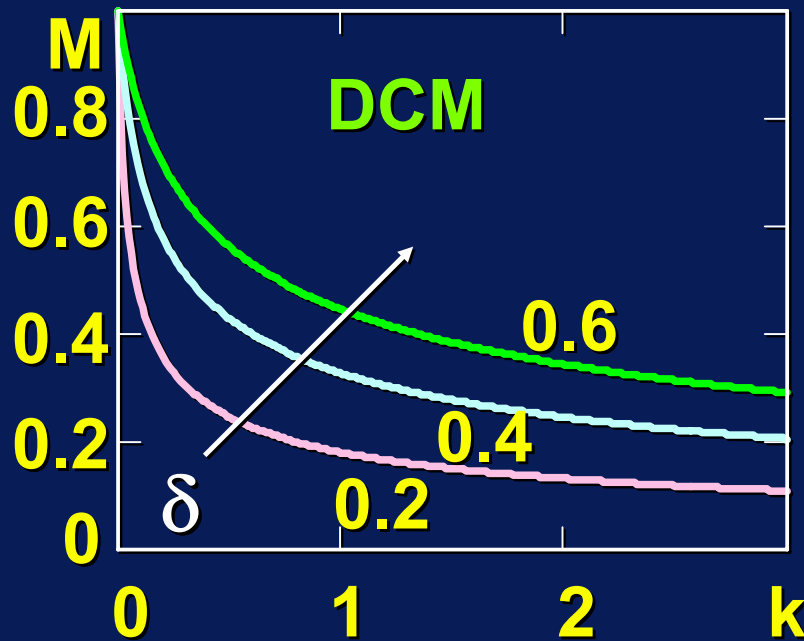
$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

CCM: $M = \delta$

Il funzionamento è discontinuo per
 $U_o < U_i (1-k)$

Carico resistivo

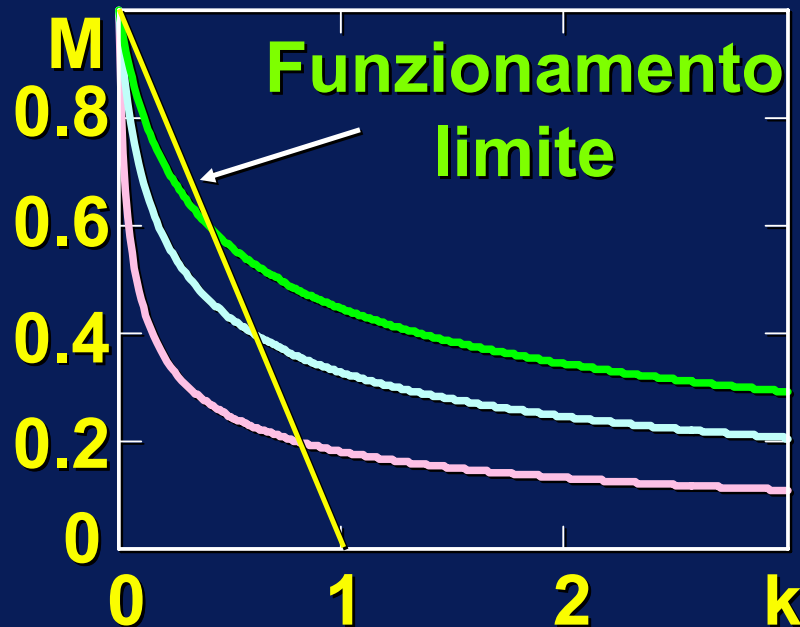
Caratteristiche di uscita $M = f(k)$



$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$
$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

Carico resistivo

Caratteristiche di uscita $M = f(k)$



DCM:

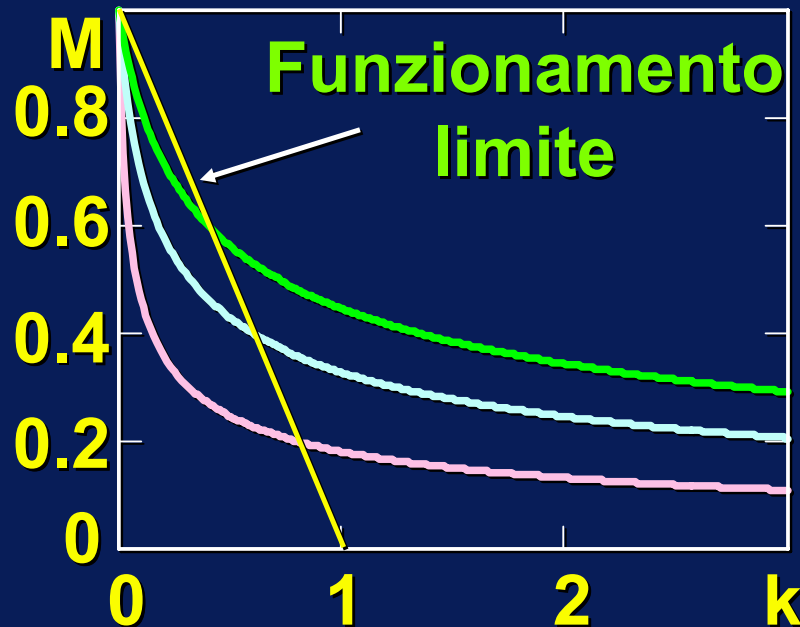
$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$

$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

CCM: $M = \delta$

Carico resistivo

Caratteristiche di uscita $M = f(k)$



Funzionamento
limite:

$$M_{CCM} = M_{DCM}$$

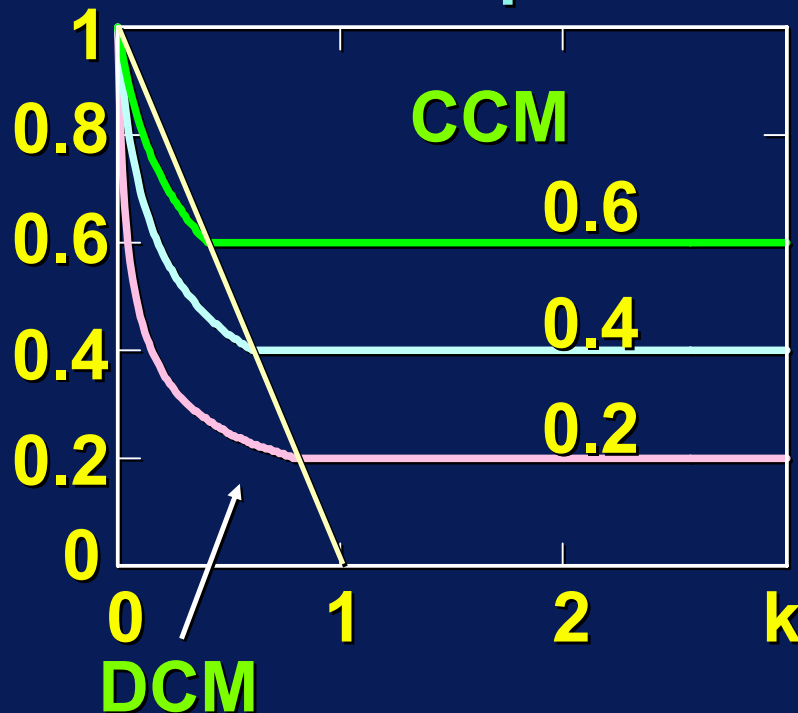


$$M = 1 - k$$

Carico resistivo

Caratteristiche di uscita $M = f(k)$

Curve compressive



DCM:

$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{\delta^2}}}$$

$$k = \frac{2 f_s L}{R_o}$$

CCM: $M = \delta$

Conclusioni

- La caratteristica di controllo del convertitore buck risulta lineare solo in CCM
- In DCM la caratteristica di controllo è nonlineare e dipende dalla corrente di carico
- Il convertitore non è controllabile a vuoto
- Il controllo della tensione d'uscita può essere garantito applicando un carico zavorra
- Un opportuno dimensionamento del carico zavorra e dell'induttanza di filtro garantisce il funzionamento CCM in ogni condizione