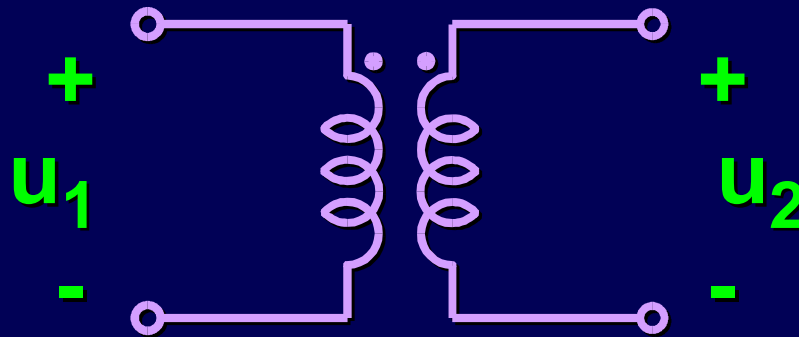


Trasformatori ad alta frequenza

- Motivazioni per l'uso di trasformatori ad AF
- Richiami sul trasformatore ideale
 - Relazioni tra le tensioni
 - Relazioni tra le correnti
- Trasformatore a piú avvolgimenti
- Calcolo del flusso
- Dimensionamento del nucleo
- Caratteristiche del trasformatore reale

Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



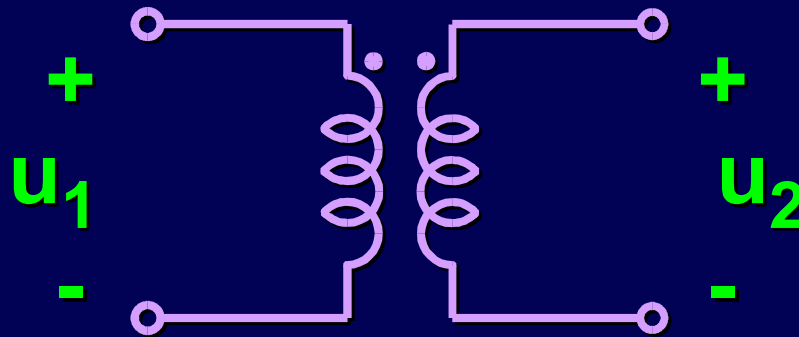
- Isolamento tra ingresso ed uscita
- Adattamento del livello di tensione
- Minore potenza di dimensionamento del convertitore ($U_i \approx U_{0\max}$)

Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza

**Motivazioni valide
anche per
trasformatori a bassa
frequenza**

- Isolamento tra ingresso ed uscita
- Adattamento del livello di tensione
- Minore potenza di dimensionamento del convertitore ($U_i \approx U_{0\max}$)

Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



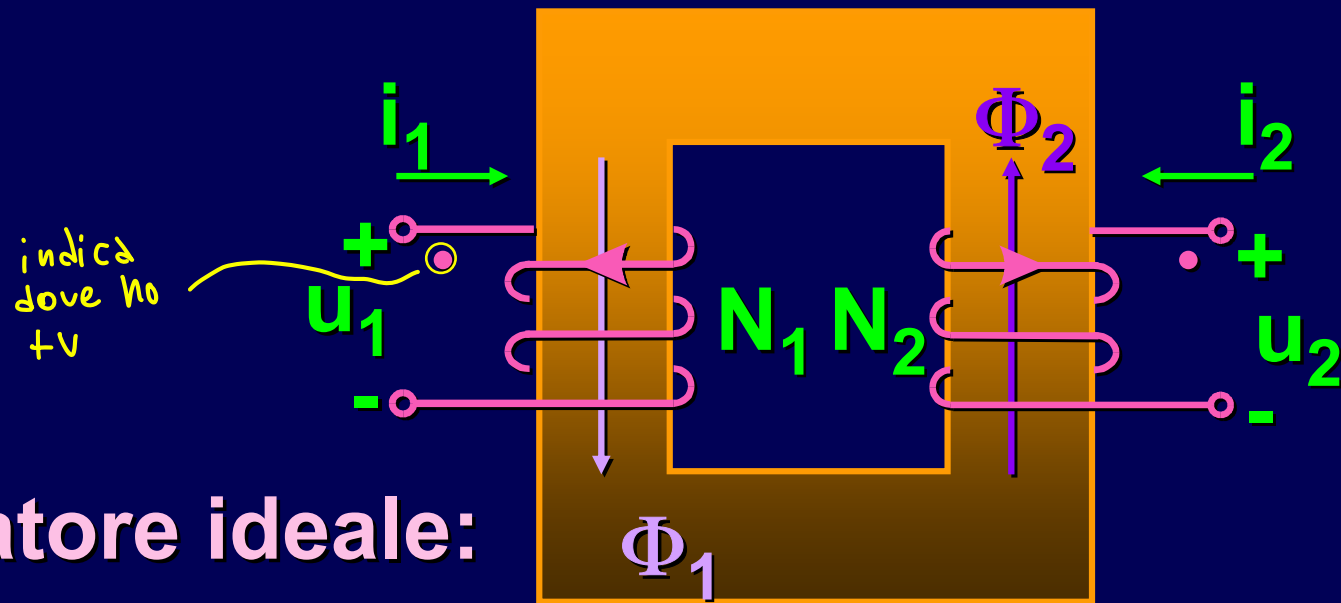
- **Piccole dimensioni**
- **Possibilità di realizzare convertitori multi-uscita**

Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza

Motivazioni tipiche dei trasformatori ad alta frequenza

- **Piccole dimensioni**
- **Possibilità di realizzare convertitori multi-uscita**

Richiami sul trasformatore ideale

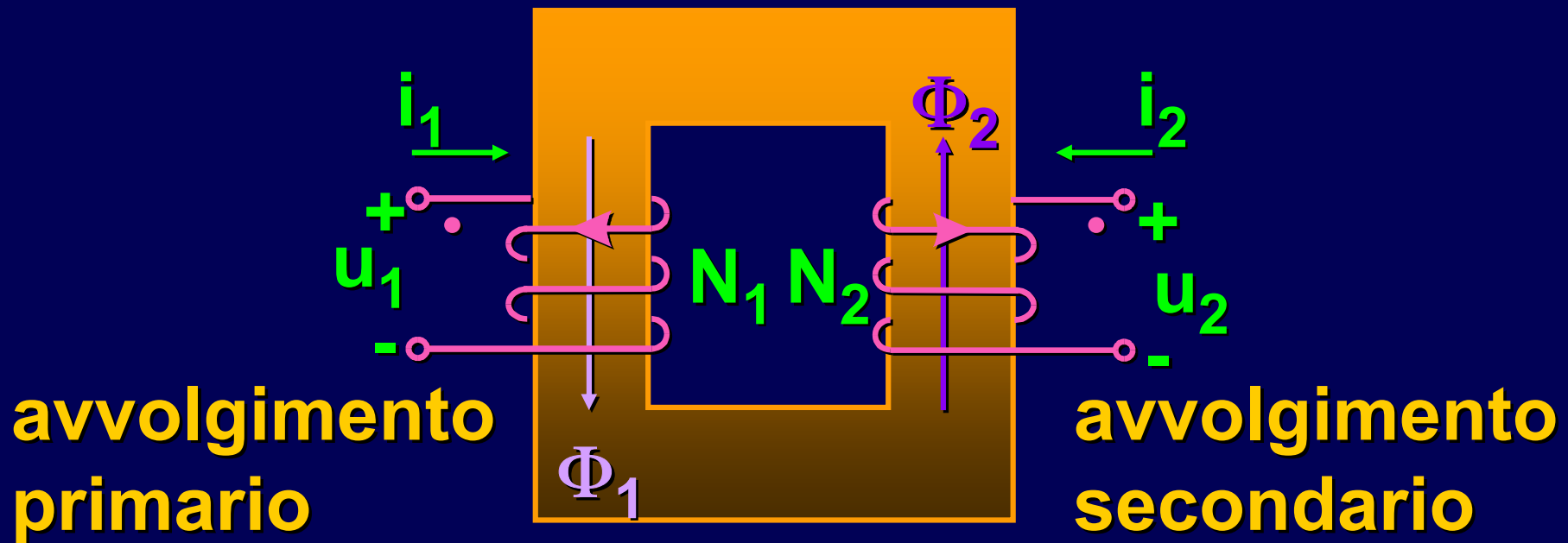


Trasformatore ideale:

- nucleo con $\mu = \infty$
 x Hopkinson analogia
 riluttanza $\rightarrow \mathbf{R} = \mathbf{0} \rightarrow$ il sistema non assorbe energia
- avvolgimenti perfettamente accoppiati

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$$

Relazione tra le tensioni

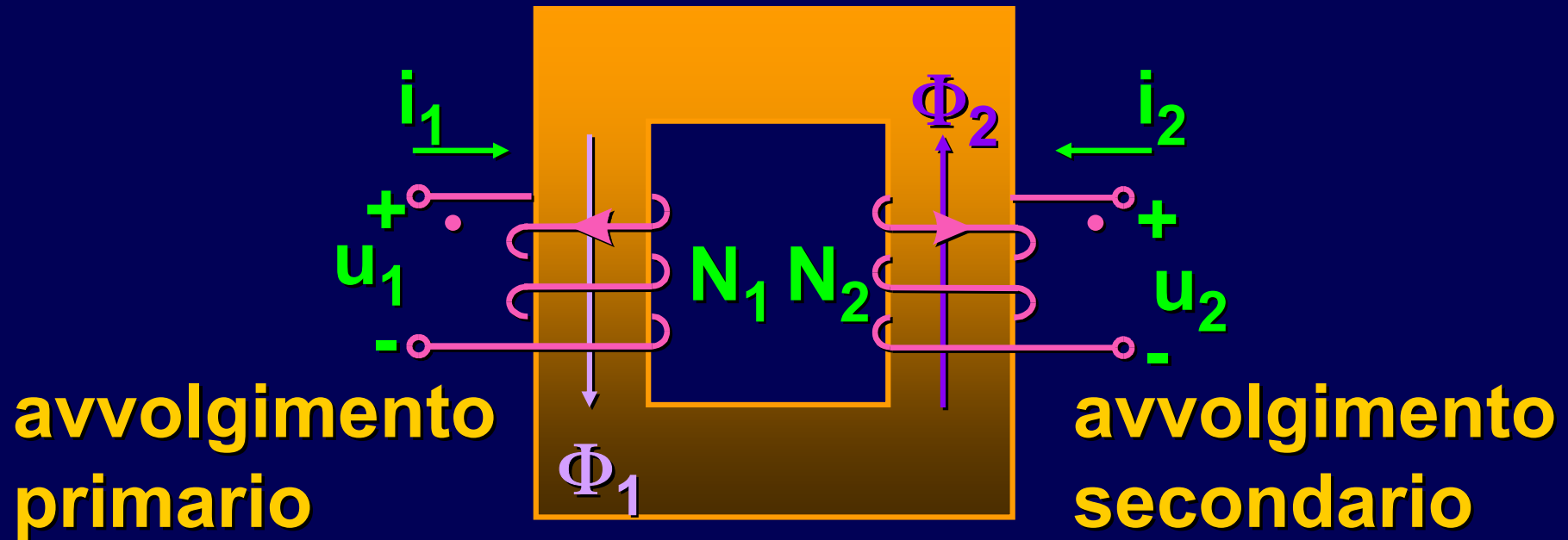


$\lambda = N\Phi = \text{flusso concatenato}$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

le derivate si annullano

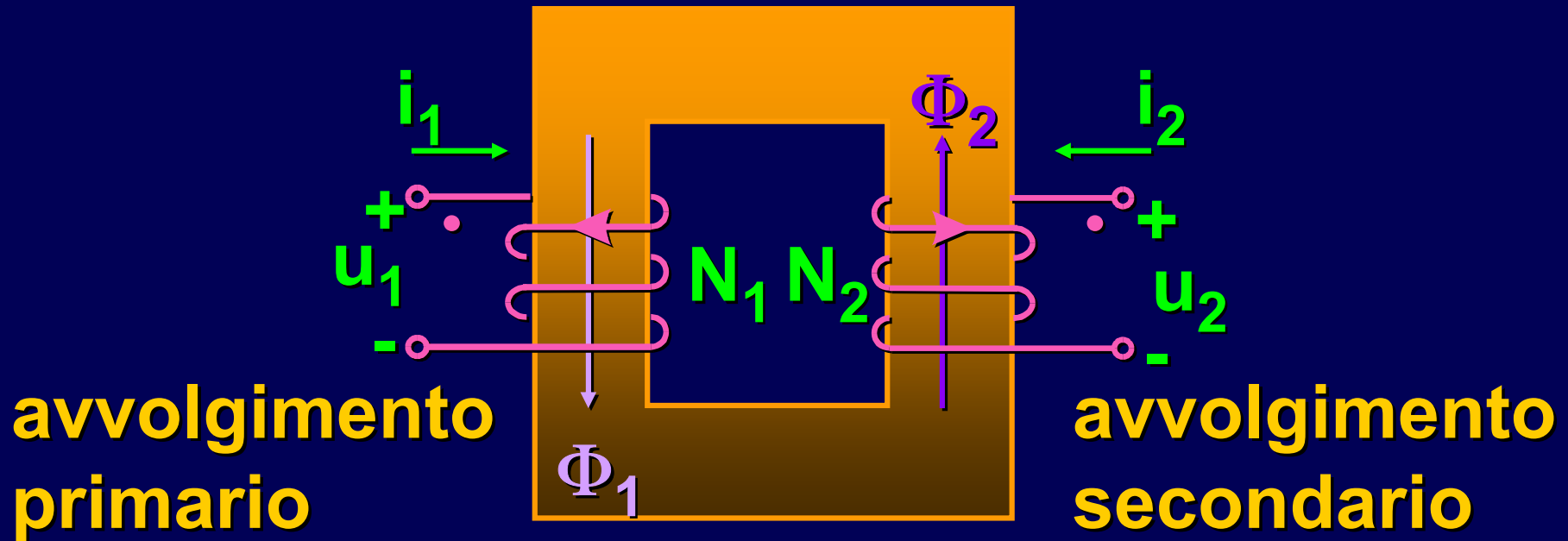
Relazione tra le correnti



Compensazione delle forze magnetomotrici

$$N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = R \cdot \Phi = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}}$$

Conservazione delle potenze

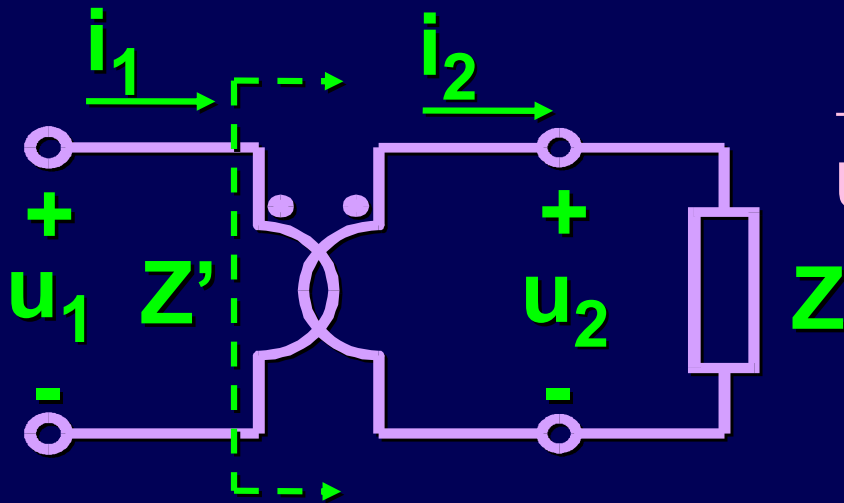


$$P_1 = u_1 \cdot i_1 = -\frac{N_1}{N_2} \cdot u_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 = -u_2 \cdot i_2 = -P_2$$

$P_1 + P_2 = 0$ La totale potenza entrante nel trasformatore é nulla (**potenza entrante = potenza uscente**)

Adattamento di impedenza

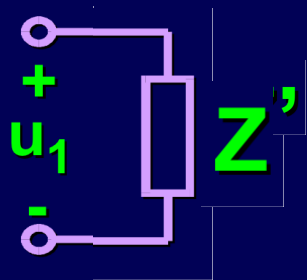
Trasformatore ideale



$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1(s)}{U_2(s)} = \frac{N_1}{N_2}$$

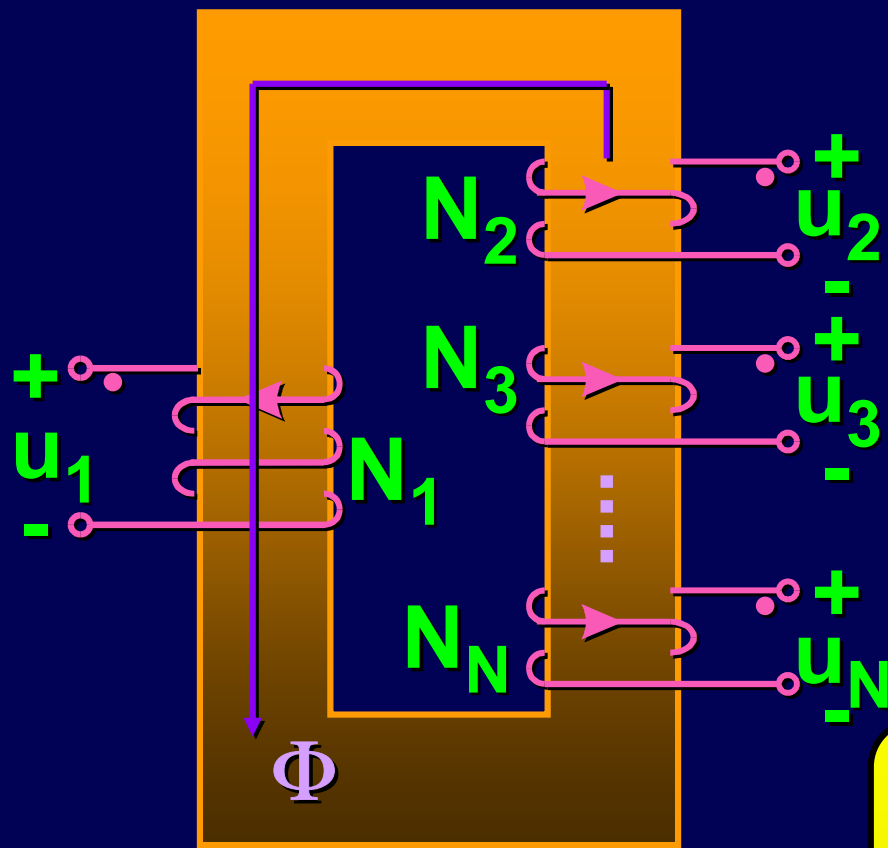
$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{I_1(s)}{I_2(s)} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$Z'(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{U_2(s)}{I_2(s)} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \boxed{\left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2} Z(s)$$



X portare Z dal secondario
al primario e considerarlo
come un solo componente
 Z -trasformatore

Trasformatore a piú avvolgimenti



$$\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_N = \Phi$$

Legge delle tensioni

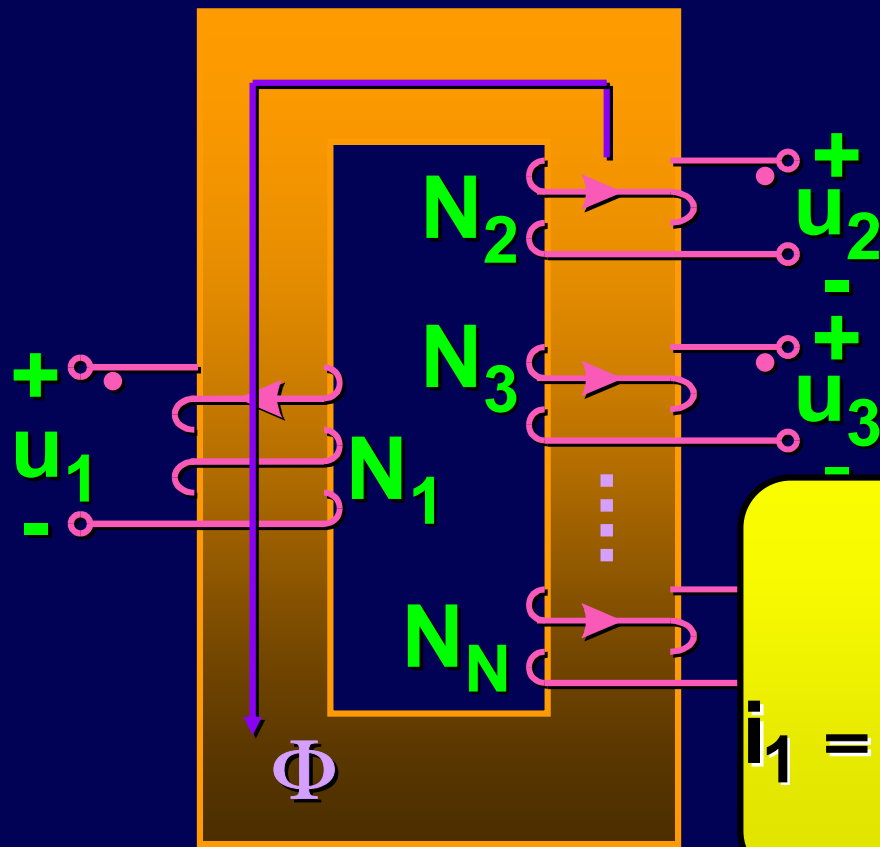
$$\frac{u_k}{u_j} = \frac{N_k}{N_j}$$

In particolare:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}; \quad \dots \quad \frac{u_N}{u_1} = \frac{N_N}{N_1}$$

Trasformatore ideale

Trasformatore a piú avvolgimenti



Legge delle correnti

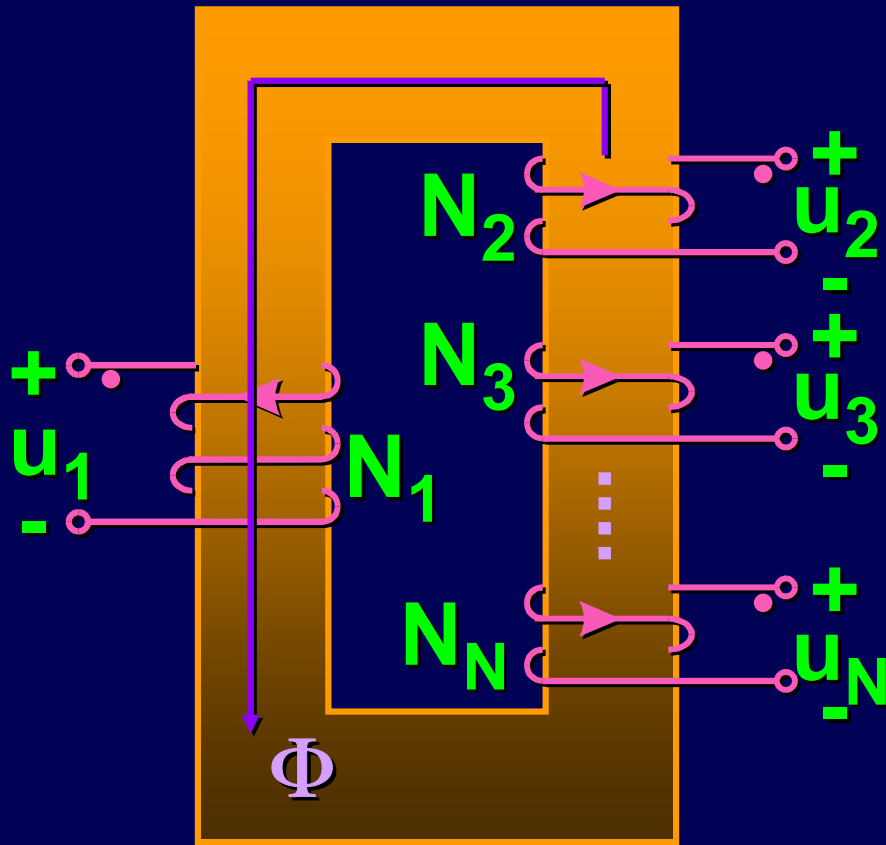
$$\sum_1^N N_k \cdot i_k = R \cdot \Phi = 0$$

In particolare:

$$i_1 = -\frac{1}{N_1} \cdot (N_2 \cdot i_2 + \dots + N_N \cdot i_N)$$

Trasformatore ideale

Trasformatore a piú avvolgimenti



Legge delle potenze

$$\sum_{k=1}^N u_k \cdot i_k = \sum_{k=1}^N P_k = 0$$

Trasformatore ideale

Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue

x' è nell'integrale

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t \downarrow u(\tau) d\tau$$

... altrimenti il flusso cresce indefinitamente

Funzionamento con nucleo non saturo



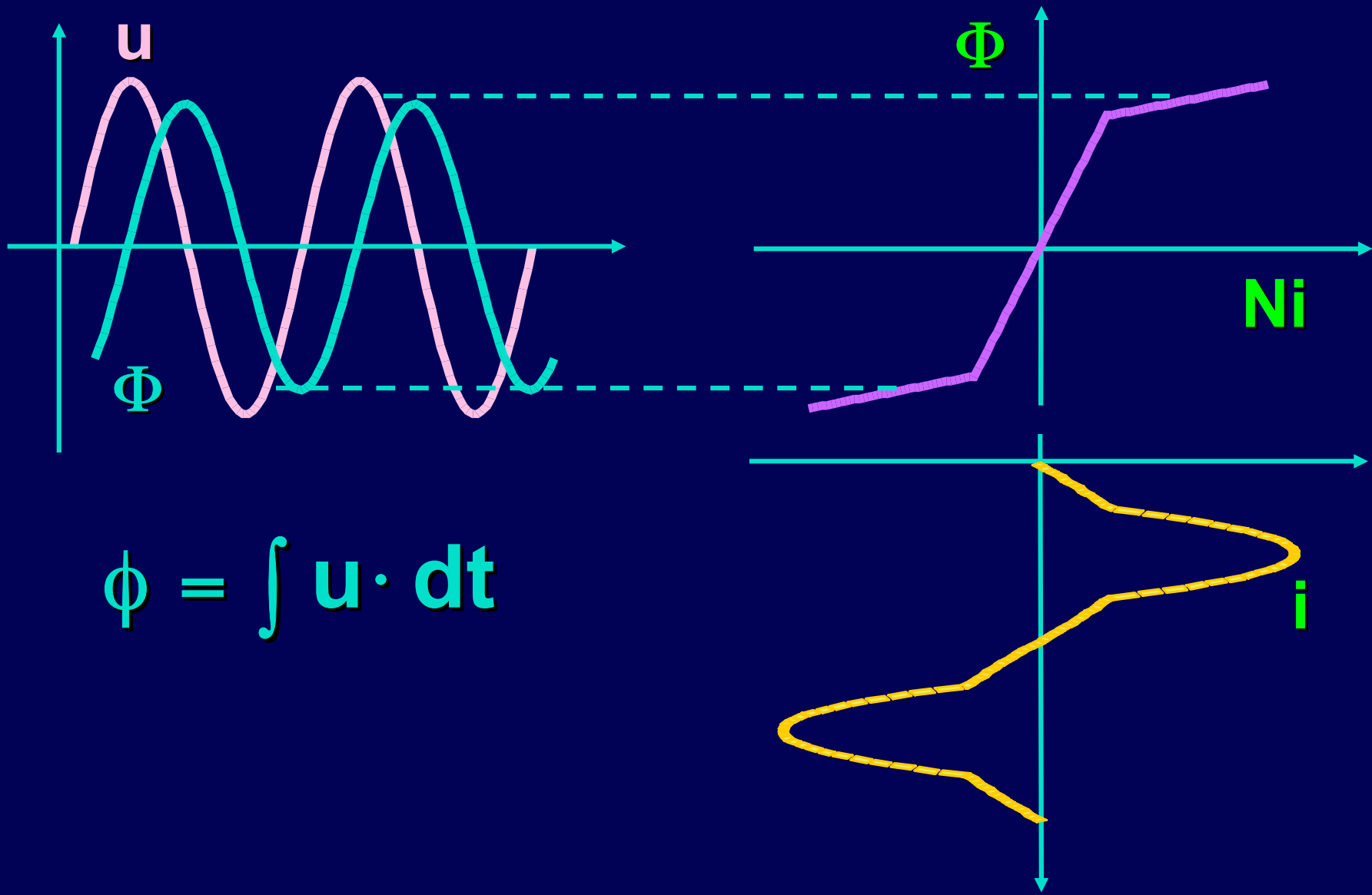
Funzionamento con nucleo non saturo



Funzionamento con nucleo saturo

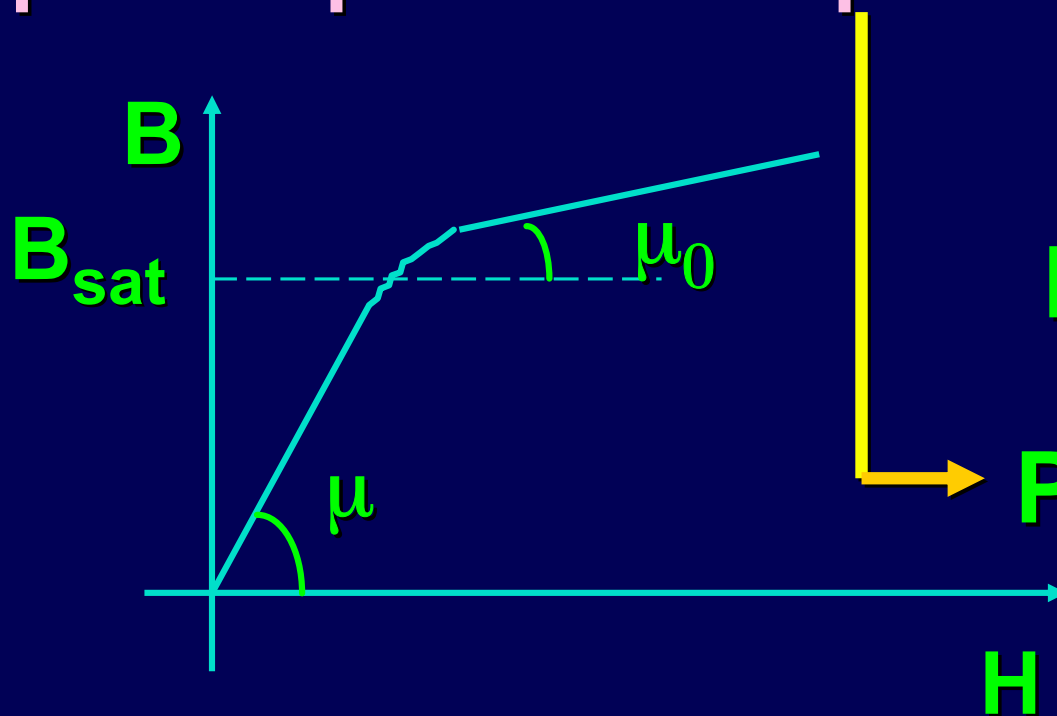


Funzionamento con nucleo saturo



Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- B_{\max} è limitata dalla saturazione (e dalle perdite per correnti parassite e isteresi)



$$P_i = K_i f B_{\max}^\alpha$$

$$P_p = K_p f^2 B_{\max}^2$$

non posso applicare il
flusso che voglio x ho un
limite dato dal materiale

Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- B_{\max} é limitata dalla saturazione (e dalle perdite per correnti parassite e isteresi)

Materiali magnetici per alta frequenza debbono avere bassi coefficienti di perdita K_i e K_p .

Si usano **ferriti**, che sono sinterizzati a piccola isteresi magnetica.

$$P_i = K_i f B_{\max}^\alpha$$

$$P_p = K_p f^2 B_{\max}^2$$

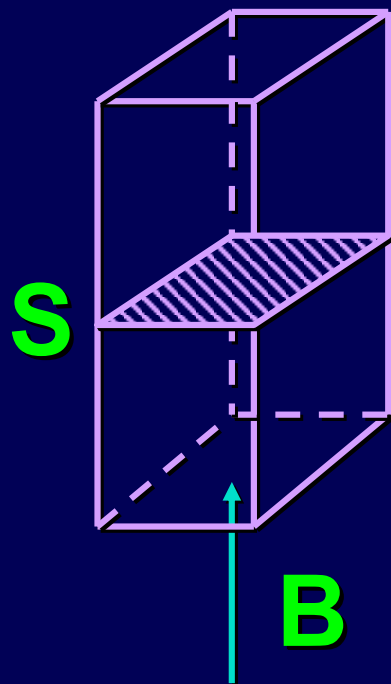
→
 H

Dimensionamento del nucleo

- Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$$

$$\Phi_{\max} = B_{\max} \cdot \textcircled{S} \leq B_{\text{sat}} \cdot S$$



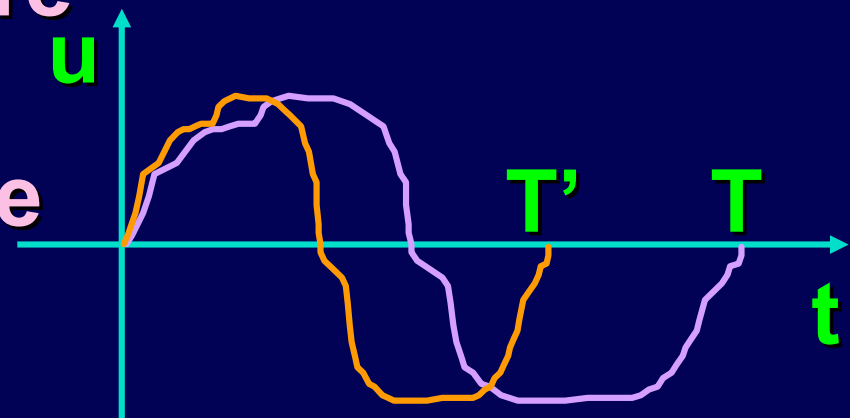
B_{sat} é una caratteristica del materiale: quindi Φ_{\max} determina S (cioé la sezione del nucleo magnetico)

Dimensionamento del nucleo

- Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo (assegnata B_{sat})
- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso (Φ_{max}) é proporzionale al periodo

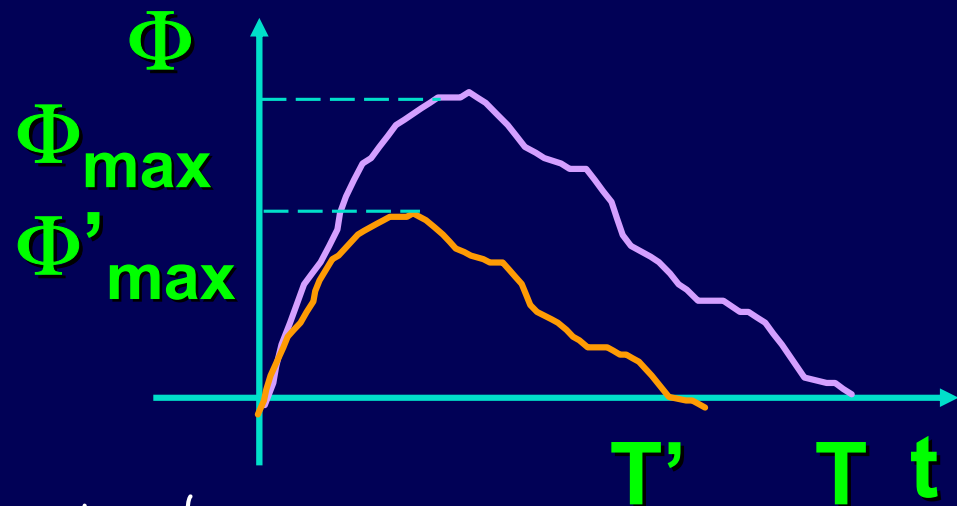
Dimensionamento del nucleo

Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso (Φ_{\max}) è proporzionale al periodo



$$\phi = \int u \cdot dt$$

$$\frac{\Phi_{\max}}{\Phi'_{\max}} = \frac{T}{T'}$$



se f grande T piccolo piccolo Φ_{\max}

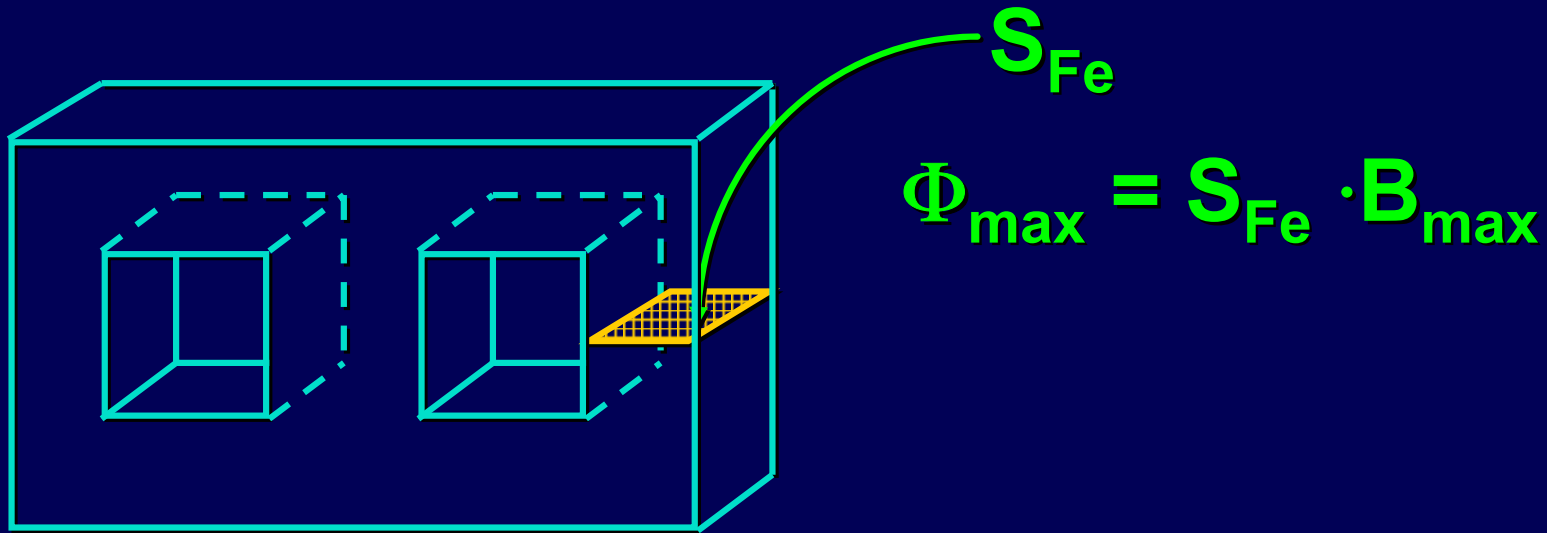
Dimensionamento del nucleo

- Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo (assegnata B_{sat})
- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso (Φ_{max}) é proporzionale al periodo



Un trasformatore dimensionato per funzionare a frequenza più elevata risulta più piccolo

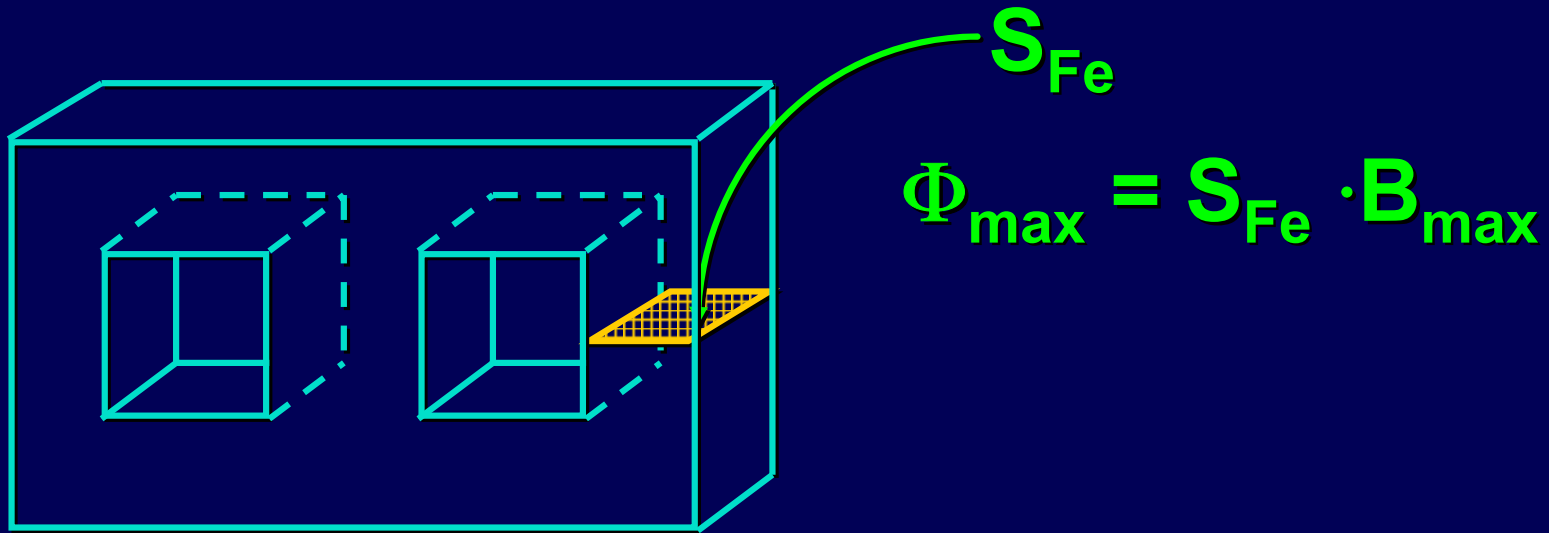
Potenza gestibile dal nucleo



$$B_{max} = \begin{matrix} \nearrow 0.5T \text{ Saturazione} \\ \longrightarrow 0.1T \text{ } 100 \text{ kHz} \end{matrix}$$

Al crescere della frequenza crescono le perdite per isteresi e correnti parassite

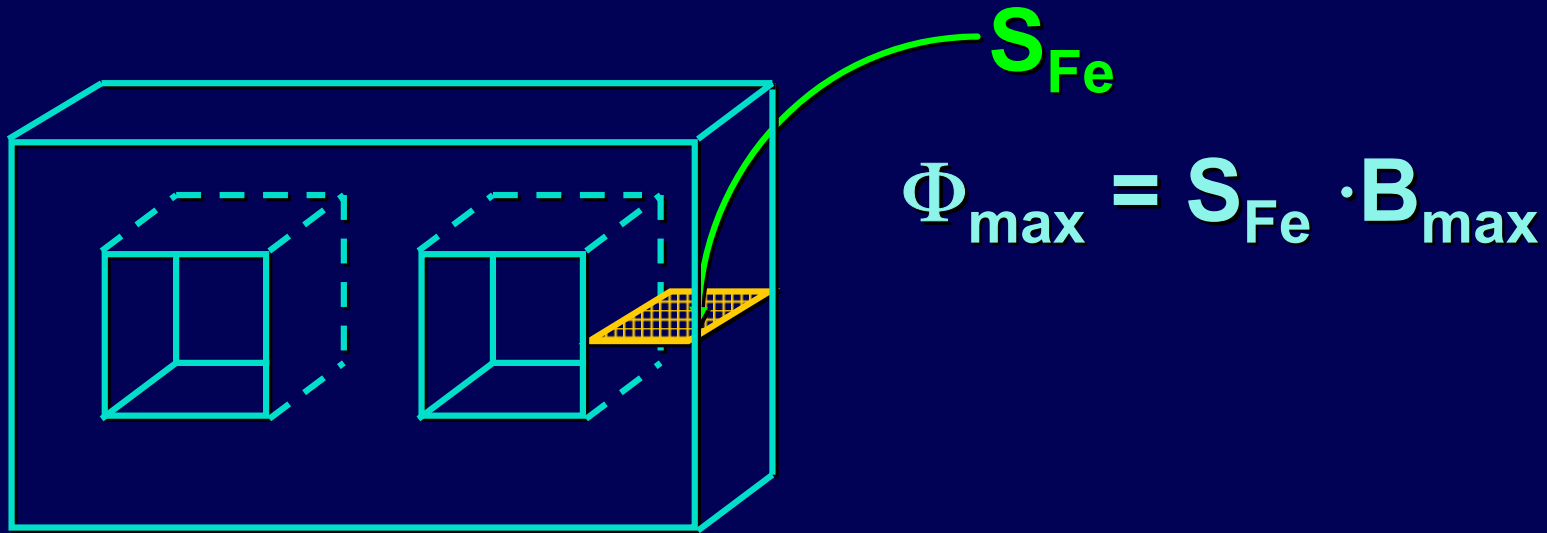
Potenza gestibile dal nucleo



$B_{max} =$

- 0.5T Saturazione
- 0.1T 100 kHz
- 0.03T 500 kHz

Potenza gestibile dal nucleo



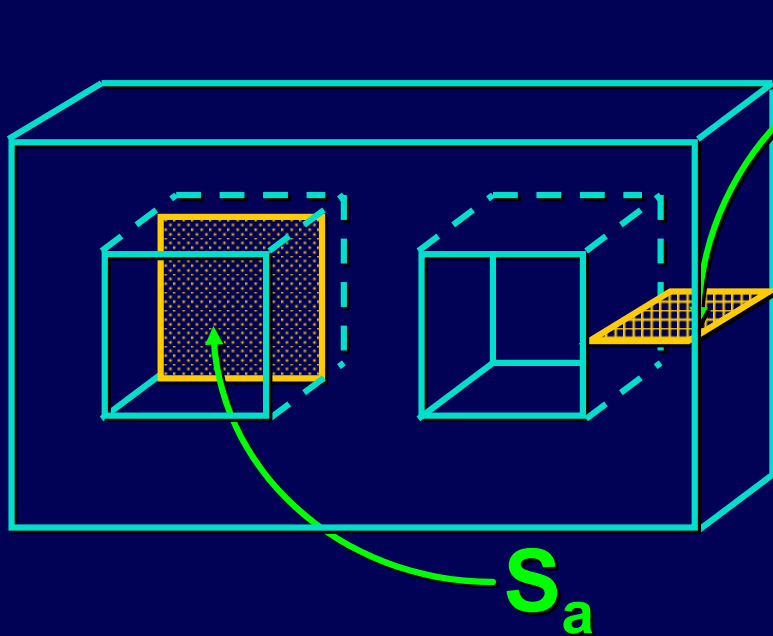
Posto: $\Phi = \Phi_{max} \cdot \text{sen} \omega t$

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot \Phi_{max} \cdot \text{cos} \omega t$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

$U \uparrow \text{ se } \omega \uparrow$

Potenza gestibile dal nucleo

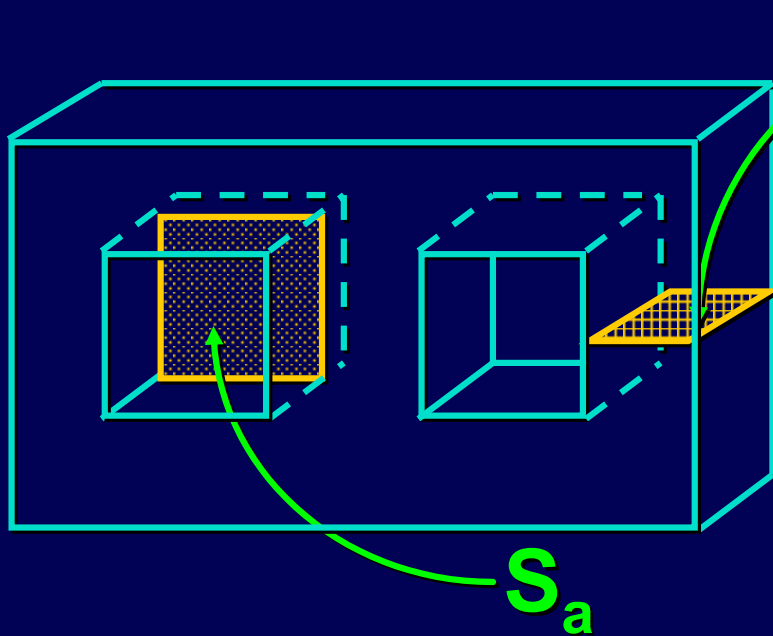


$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

$$S_{avv} = \frac{S_a \cdot k_r}{2} = \frac{N \cdot I}{\delta_l}$$

Potenza gestibile dal nucleo



$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

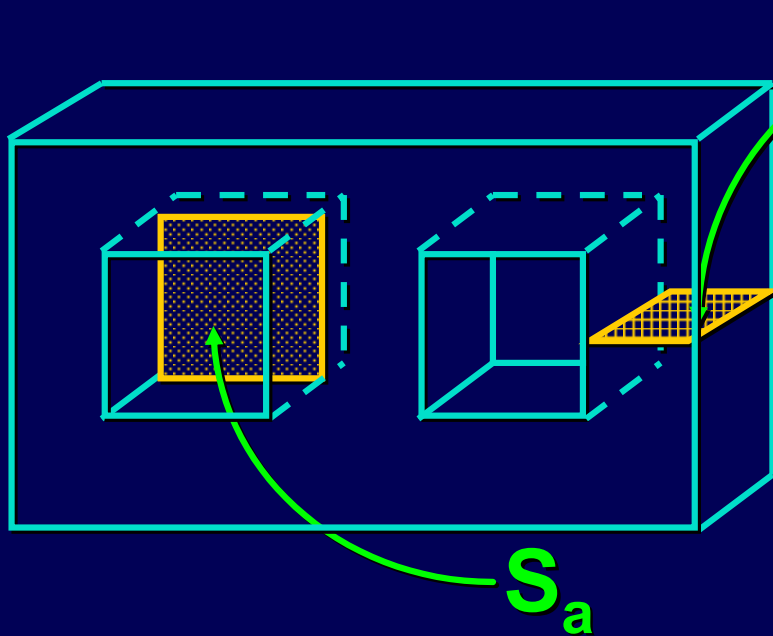
coeff. riempimento ≈ 0.5

$$S_{avv} = \frac{S_a \cdot k_r}{2} = \frac{N \cdot I}{\delta_I}$$

2 avvolgimenti

3-5 A/mm²

Potenza gestibile dal nucleo



$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$

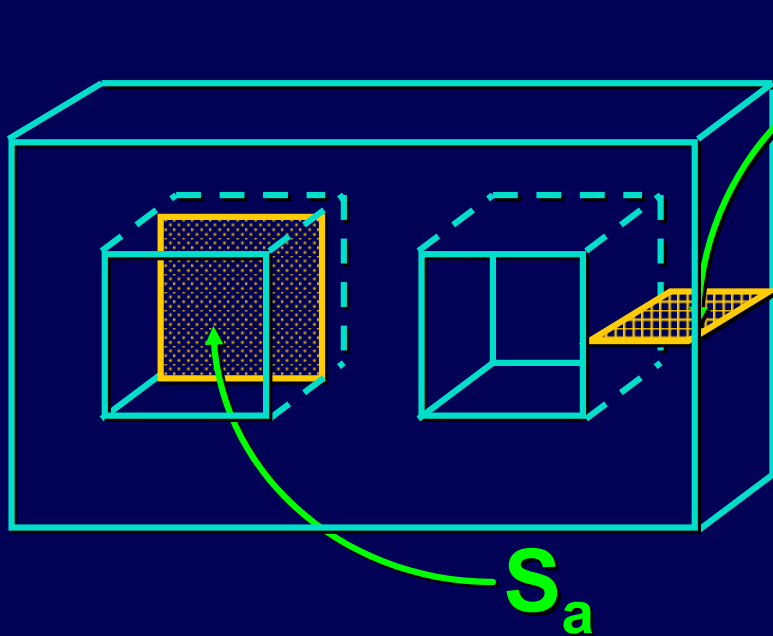
$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{S_a \cdot k_r \cdot \delta_l}{2} \cdot \frac{1}{N}$$

$$P = P_1 = P_2 = U \cdot I = \omega \cdot B_{\max} \cdot \underbrace{S_{Fe} \cdot S_a}_{\text{Area}} \cdot \delta_l \cdot \frac{k_r}{2\sqrt{2}}$$

Dimensioni del nucleo

Potenza gestibile dal nucleo



$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

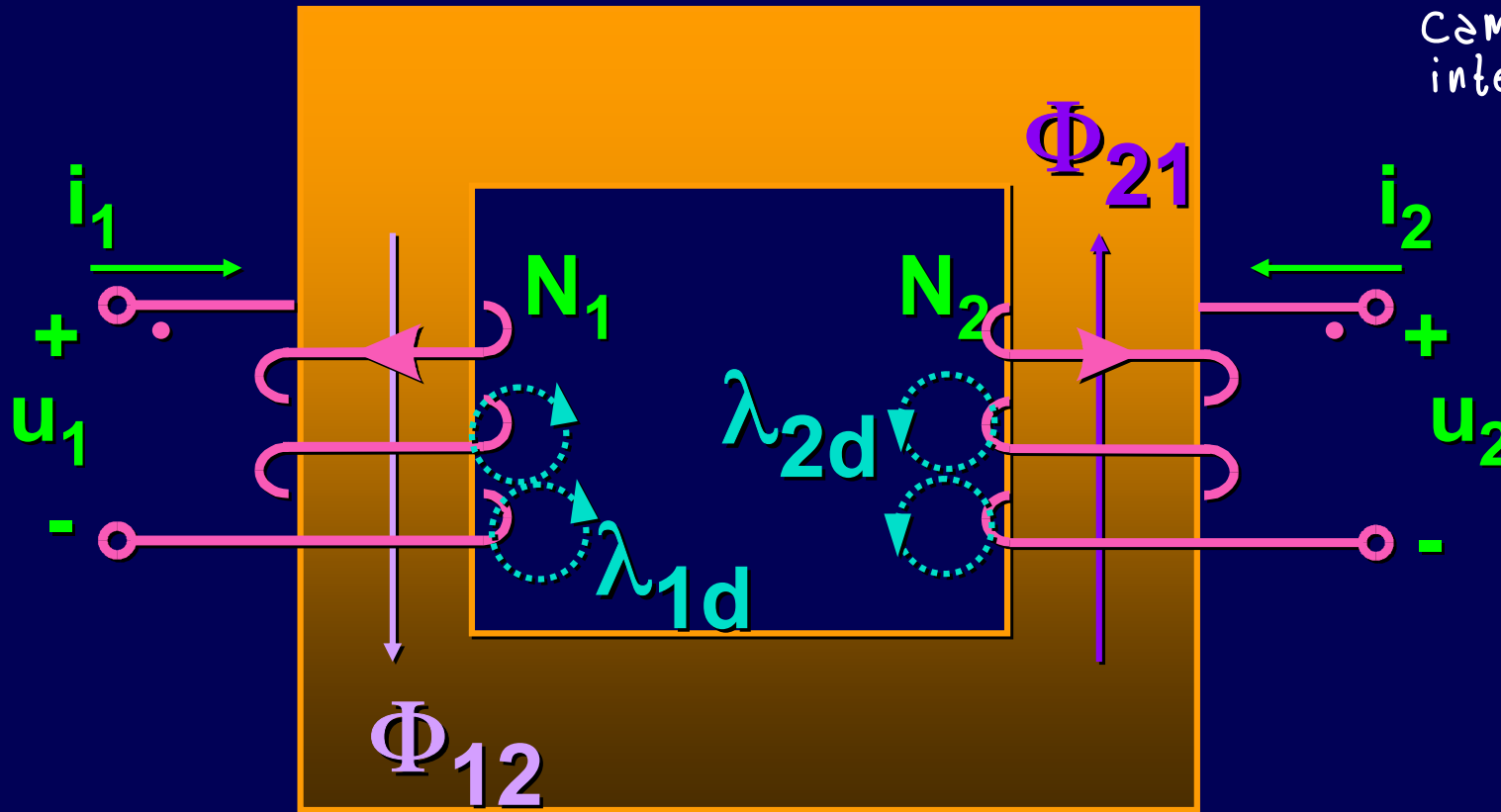
$$I = \frac{S_a \cdot k_r \cdot \delta_I}{2} \cdot \frac{1}{N}$$

$$P \propto \omega \cdot S_{Fe} \cdot S_a \propto \omega \cdot Vol$$

Trasformatore reale

$$\mu < \infty$$

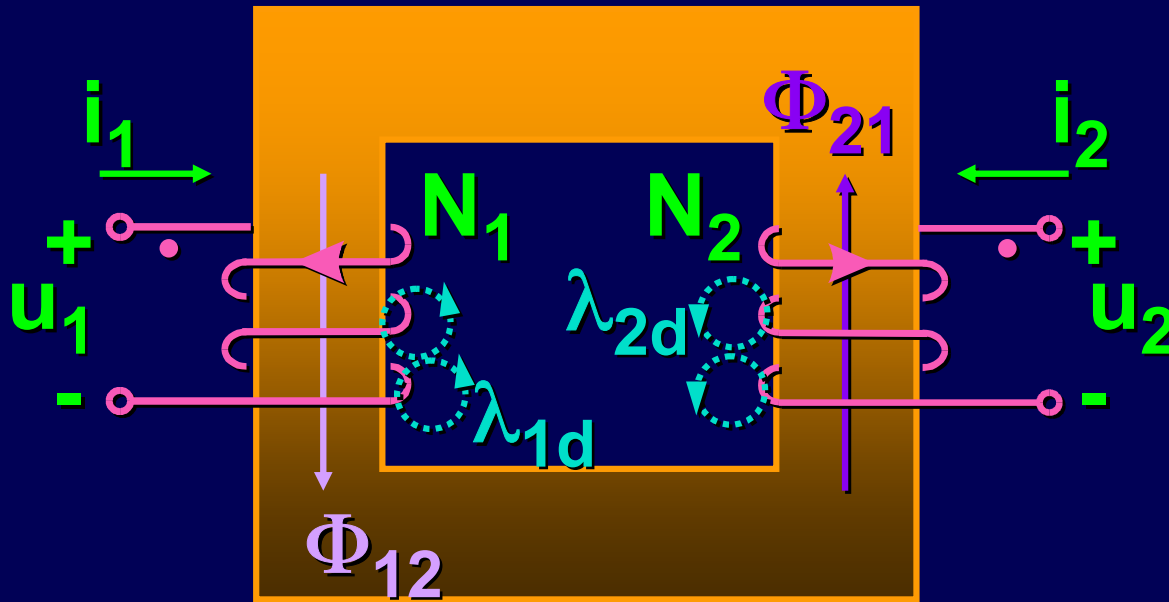
accumulo
del
campo
al
suo
interno



La riluttanza del nucleo non è trascurabile
I flussi concatenati con gli avvolgimenti
sono diversi

λ_{xd} flussi concatenati sono nei singoli
avvolgimenti

Trasformatore reale ($\mu < \infty$)



$$\lambda_1 = \lambda_{12} + \lambda_{1d}$$

$$\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{2d}$$

$$\lambda_{12} = N_1 \cdot \Phi_{12}$$

$$\lambda_{21} = N_2 \cdot \Phi_{21}$$

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \Phi$$

$$\lambda_{1d} = L_{1d} \cdot i_1$$

$$\lambda_{2d} = L_{2d} \cdot i_2$$

Induttanze di dispersione:

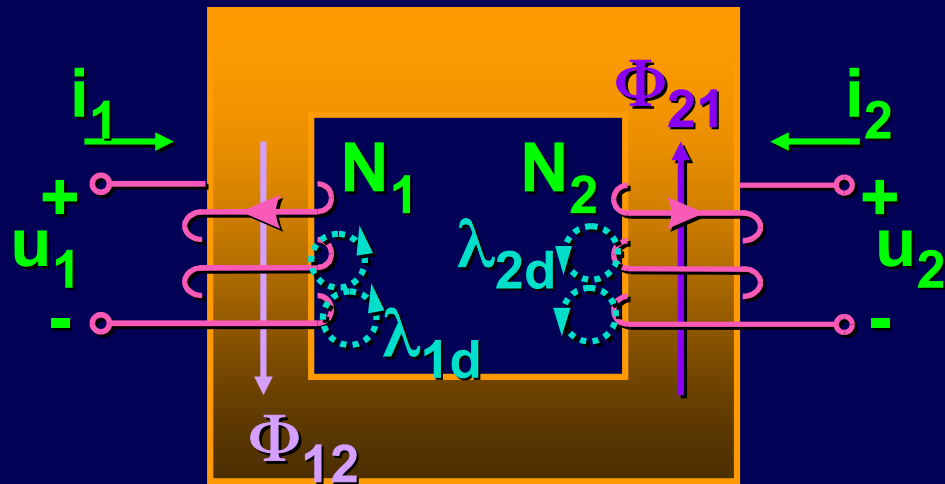
Trasformatore reale

$$u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$



Trasformatore reale

$$u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

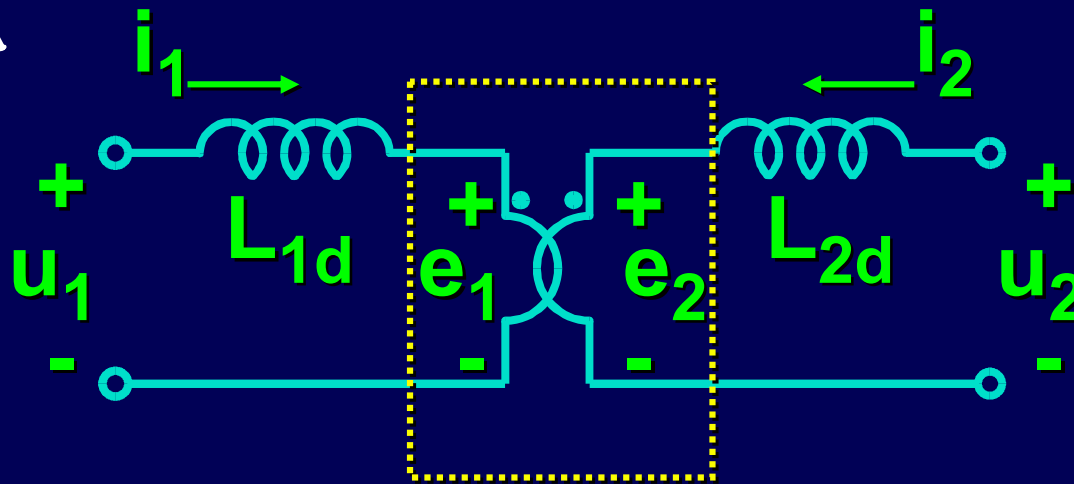
Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

si ha: $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$

Circuito equivalente del trasformatore reale

ho una caduta
di tensione
tra i morsetti
e il trasformatore



**Trasformatore
ideale**

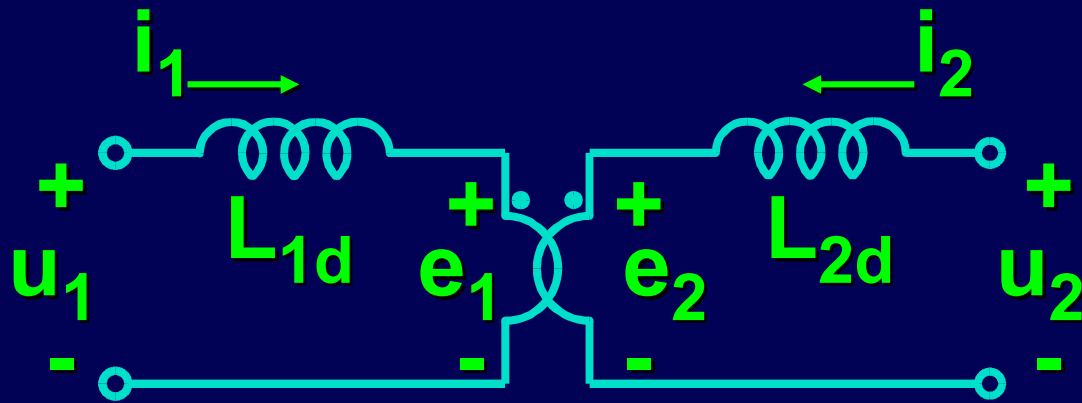
$$u_1 = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + e_1$$

$$u_2 = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + e_2$$

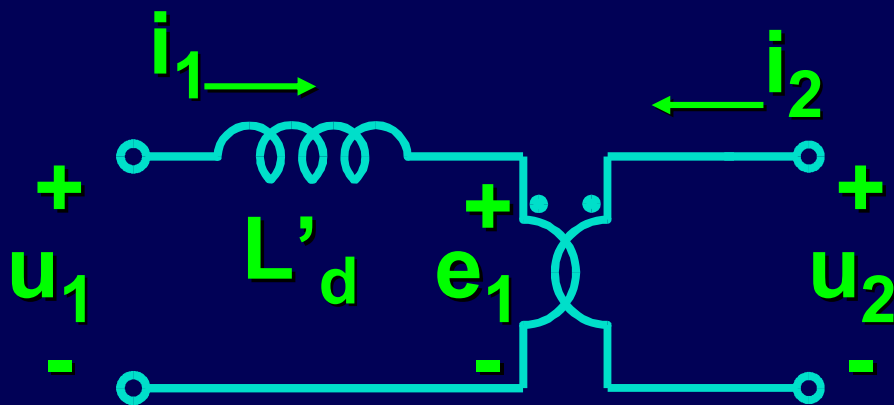
$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

Circuito equivalente del trasformatore reale



Circuito equivalente semplificato



$$L'_d = L_{1d} + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \cdot L_{2d}$$

Corrente magnetizzante

$$\Phi(t) = \int \frac{e_1}{N_1} dt$$

Al flusso è associata una forza magnetomotrice, che viene fornita dalla sorgente di alimentazione (circuitto primario)

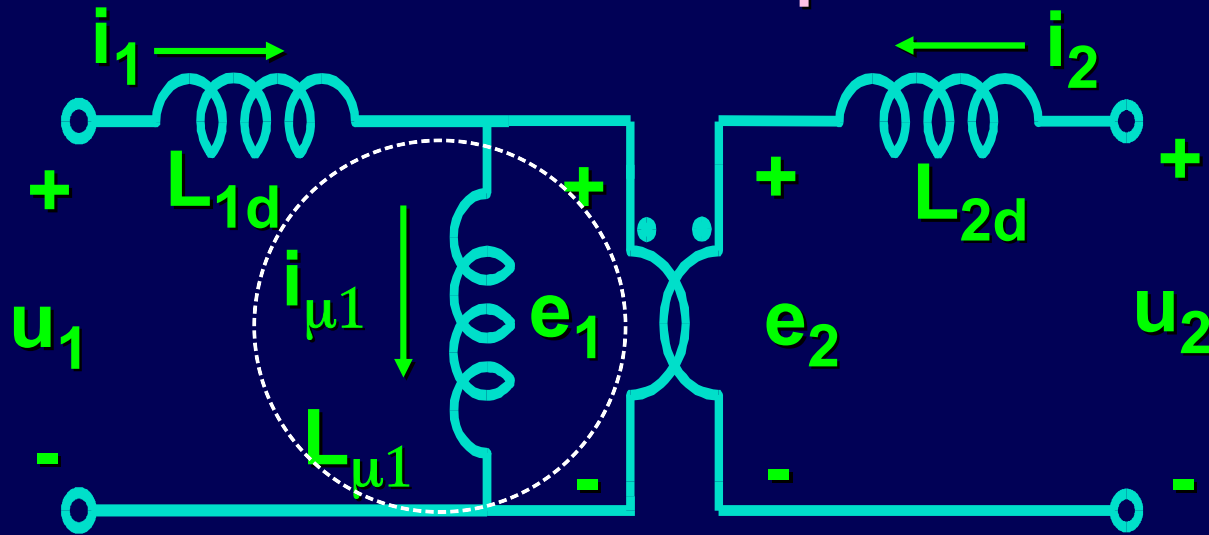
$$R \cdot \Phi = N_1 \cdot i_{\mu 1} \quad \Rightarrow \quad i_{\mu 1} = \frac{R \cdot \Phi}{N_1}$$

La corrente $i_{\mu 1}$ è la corrente magnetizzante (riferita a primario) del trasformatore

Corrente magnetizzante

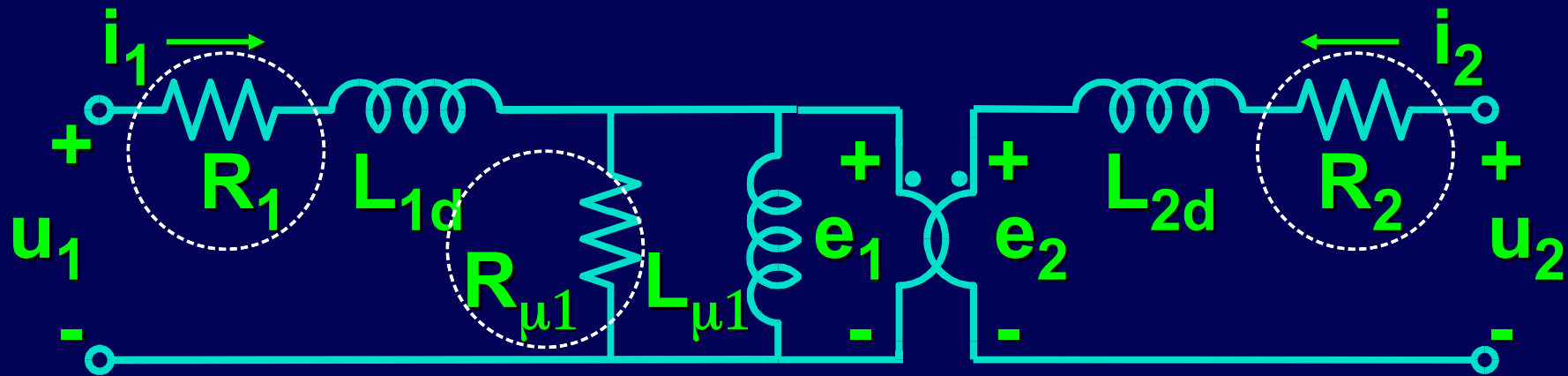
La corrente magnetizzante $i_{\mu 1}$ viene associata ad una induttanza equivalente nonlineare (induttanza magnetizzante $L_{\mu 1}$) alimentata alla tensione e_1

dovuto al fatto che si immagazzina del campo magnetico



$L_{\mu 1}$ può essere rappresentata anche a secondario

Schema equivalente complessivo

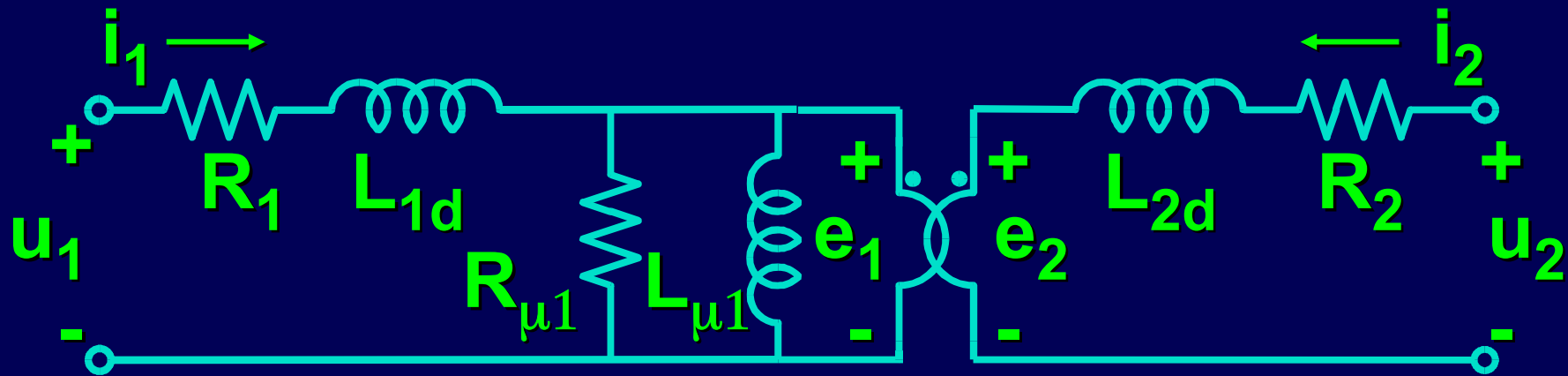


R_1 e R_2 sono le resistenze degli avvolgimenti

$R_{\mu 1}$ tiene conto delle perdite nel nucleo (isteresi e correnti parassite)

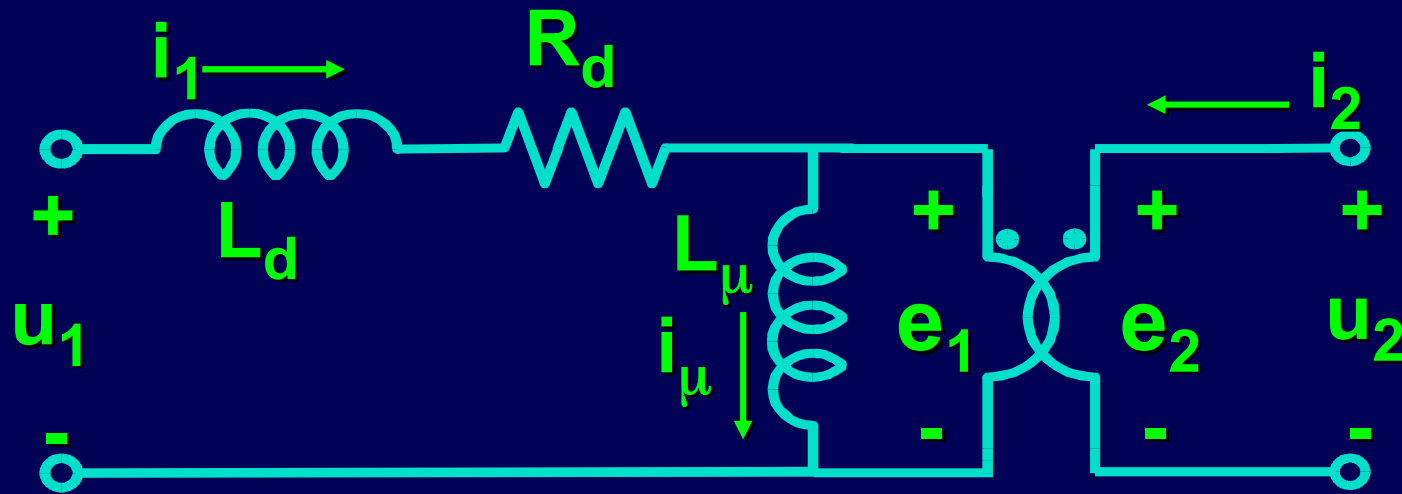
Perdite \times effetto Joule \rightarrow calore

Schema equivalente complessivo



Nota: Il trasformatore reale non conserva la potenza. Vi sono elementi dissipativi (R_1 , R_2 , $R_{\mu 1}$) e di accumulo energetico (L_{1d} , L_{2d} , $L_{\mu 1}$)

Schema semplificato del trasformatore reale

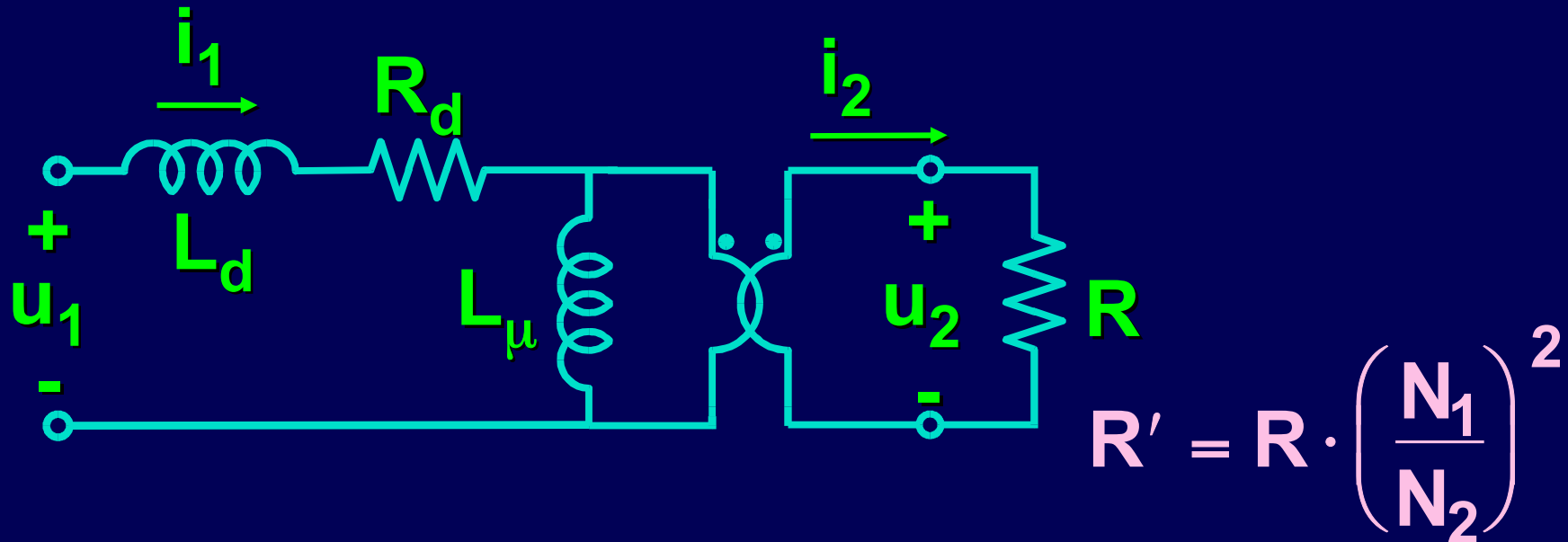


Ipotesi semplificative:

- piccole cadute di tensione: $u_1 \cong e_1$ $u_2 \cong e_2$
- perdite nel nucleo trascurabili: $R_{\mu 1} = \infty$

$$L_d = L_{1d} + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 L_{2d} \quad R_d = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2$$

Risposta in frequenza del trasformatore

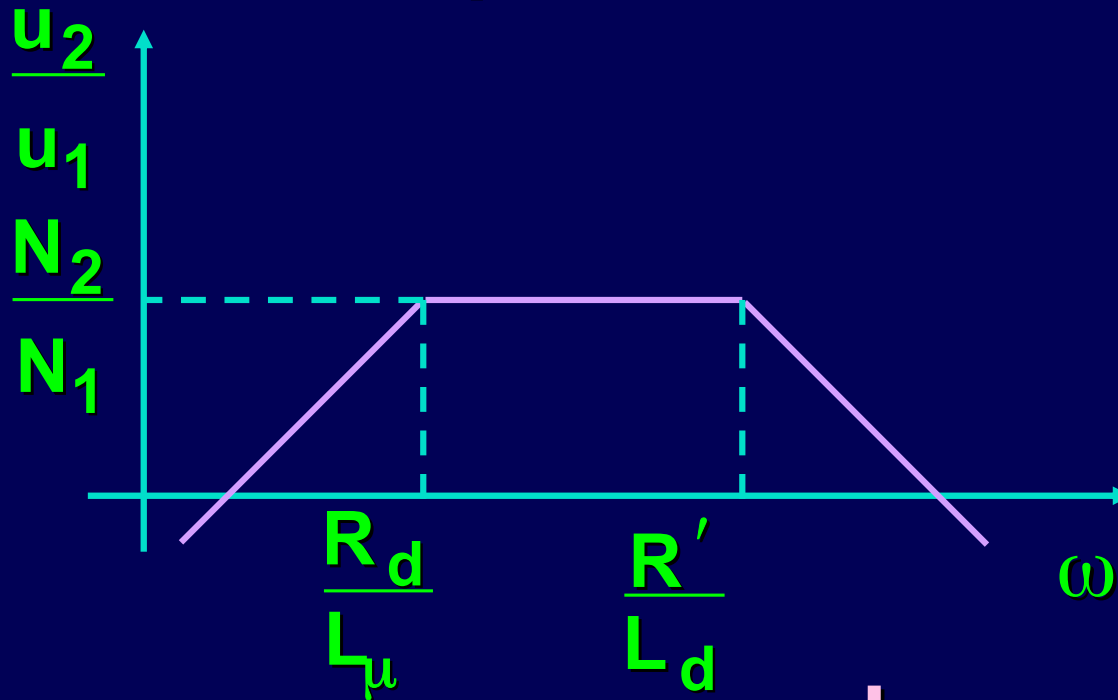


Ipotesi: $L_\mu \gg L_d$ $R_d \ll R'$

Si trova:

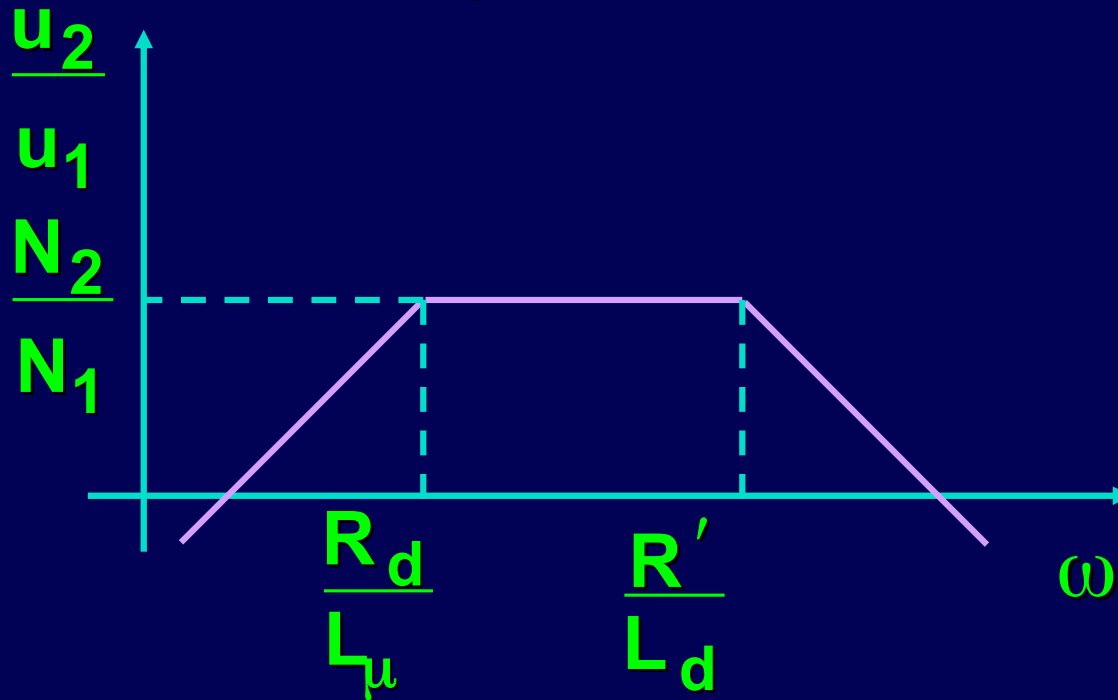
$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}}{\left(1 + s \cdot \frac{L_\mu}{R_d} \right) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{L_d}{R'} \right)}$$

Risposta in frequenza del trasformatore



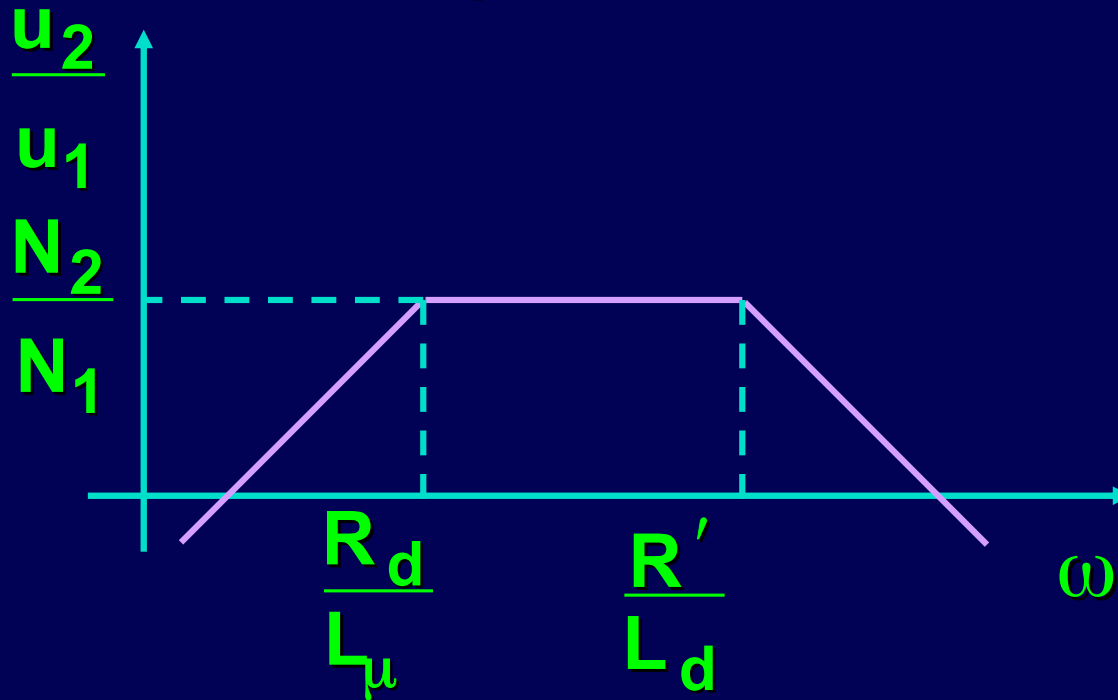
$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}}{\left(1 + s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}\right) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{L_d}{R'}\right)}$$

Risposta in frequenza del trasformatore



- La banda passante del trasformatore é limitata inferiormente da $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_d}{L_\mu}$ (f_{\min}) e superiormente da $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R'}{L_d}$ (f_{\max})

Risposta in frequenza del trasformatore



- f_{\min} é una caratteristica del trasformatore
- f_{\max} dipende dal carico (a vuoto $f_{\max}) = \infty$
- A bassa frequenza il trasformatore si comporta come un corto circuito ($R_{cc} = R_d$)