

גלים תרגיל 2 שאלה 4

א.

הקוד:

```
dt = 0.003;
N = 2^11;

% time vector
if mod(N,2)==0
    t=(-N/2:1:(N/2-1))*dt;
else
    t=(-(N-1)/2:1:((N-1)/2))*dt;
end

% freq vector
if mod(N,2)==0
    f=(-1:(2/N):(1-1/N))*1/(2*dt);
else
    f=(-(N-1)/2:1:((N-1)/2))/(N*dt);
end
df=f(2)-f(1);

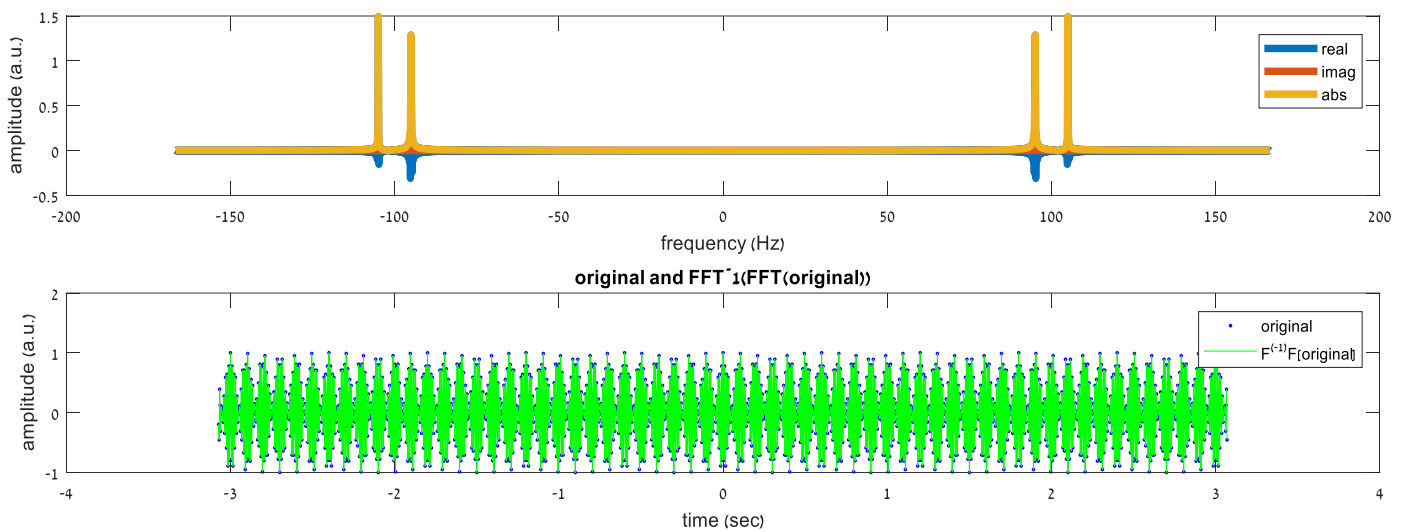
w1 = 2*pi*100;
w2 = 2*pi*5;

% w1 = 2*pi*20;
% w2 = 2*pi*20;

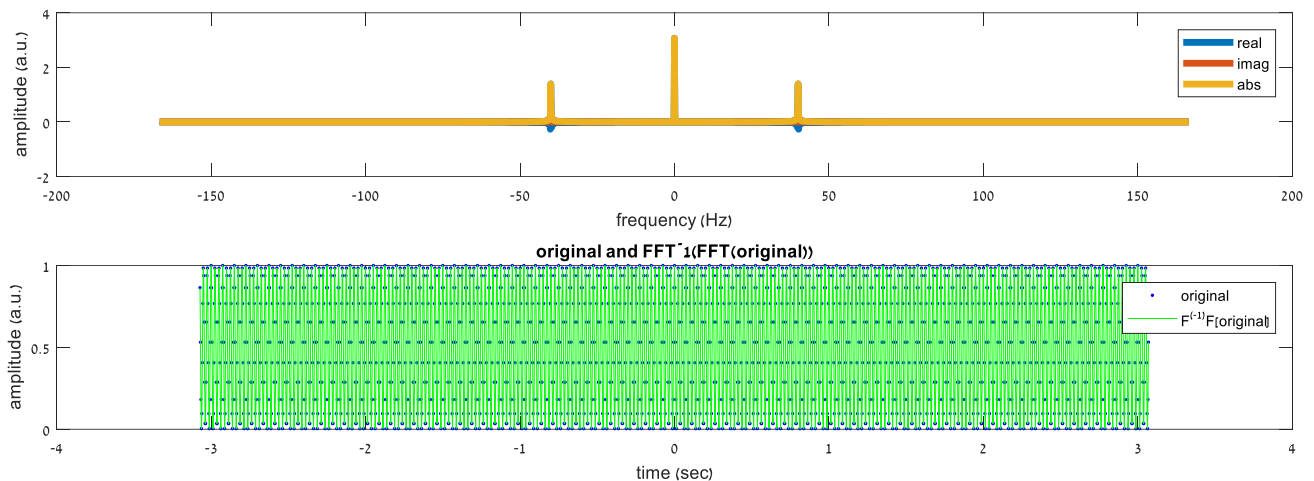
x = cos(w1.*t).*cos(w2.*t);
% FFT
u=fftshift(fft(fftshift(x)))*dt;
%inverse transform
x2=fftshift(fft(fftshift(u)))/dt;

figure;
subplot(2,1,1);
plot(f,real(u), f,imag(u),f,abs(u),'linewidth',4);legend('real','imag','abs');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('amplitude (a.u.)');
subplot(2,1,2);
plot(t,x,'.b'); hold on; plot(t,real(x2),'g'); %note -assumes real signal
legend('original',' $F^{-1}\{F[\text{original}]\}');
xlabel('time (sec)');
ylabel('amplitude (a.u.)');
title ('original and  $F^{-1}(FFT(\text{original}))$ ');$ 
```

הגרף הראשון:



הגרף השני:



הסבר: בגרף הראשון- במישור הזמן רואים פעימות. במישור התדר רואים שהפונקציה שלנו בנויה מ2 תדרים הקרובים ל100 הרץ ו2 תדרים הקרובים למינוס 100 הרץ. כל זה מוסבר על ידי הזהות הטריגונומטרית: $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$. כלומר הפונקציה שלנו היא סופרפוזיציה של 2 קוסינוסים, אחד בתדר 105 הרץ ואחד בתדר 95. (התמרת פורייה של קוסינוס נותנת פונקציות דלתא ב $\pm w$).

בגרף השני- במישור הזמן רואים אוסילציה בודדת הממוקמת סביב $y=1/2$. במישור התדר רואים שהפונקציה שלנו בנויה מ2 תדרים ששווים 40 הרץ (כפול מ w_1, w_2) ועוד תדר ששווה 0 הרץ (כלומר מתאים לפונקציה קבועה). כל זה מוסבר על ידי הזהות הטריגונומטרית: $\cos^2(a) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2a)$, כלומר הפונקציה שלנו בנויה מסופרפוזיציה של פונקציה קבועה וקוסינוס בתדר כפול מ w_1, w_2 .

ב.

הקוד:

הכל אותו דבר, רק עכשיו הפונקציה היא-

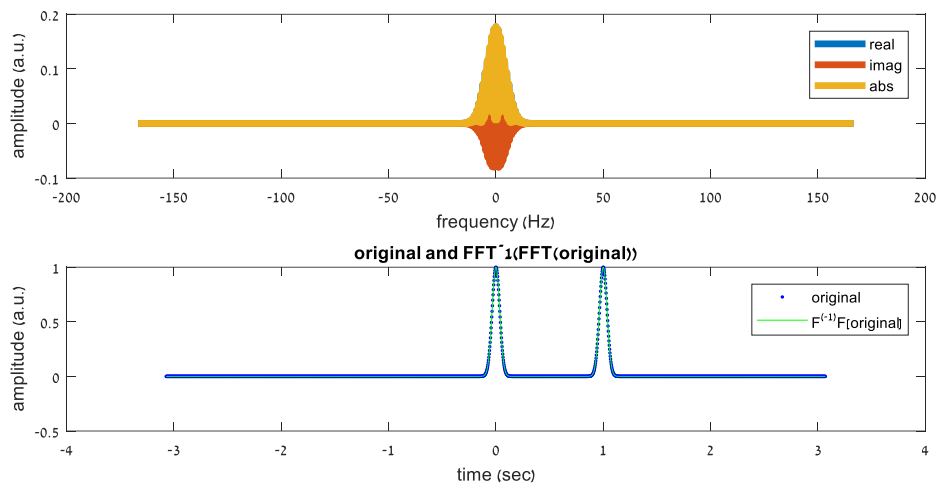
```

T = 0.05
t0 = 1;

x = exp(-t.^2/(T^2)) + exp(-(t-t0).^2/(T^2));

```

הגרף:



הסבר: במישור הזמן רואים את שני הגאוסיאנים כמצופה. במישור התדר רואים גאוסיאן שעושה אוסילציות. התמרת פוריה של גאוסיאן היא גם גאוסיאן, והתמרת פוריה של פונקציה מוזזת ב t_0 היא ההתמרה של הפונקציה המקורית מוכפלת ב $e^{i\omega t_0}$. כלומר ההתמרה המלאה היא:

$$\mathcal{F}(f) = \widehat{f(\omega)} + e^{i\omega t_0} \widehat{f(\omega)} = \widehat{f(\omega)} (1 + e^{i\omega t_0}) = \widehat{f(\omega)} e^{\frac{i\omega t_0}{2}} (e^{\frac{-i\omega t_0}{2}} + e^{\frac{i\omega t_0}{2}}) = \widehat{f(\omega)} e^{\frac{i\omega t_0}{2}} 2 \cos(\omega t_0 / 2)$$

ונתן לראות שהגאוסיאן יעשה אוסילציות.