מודל האטום של בוהר: המסלולים המותרים לאלקטרון הם רק אלו שמקיימים:

$$\vec{L} = m\vec{v} \times \vec{r} = mvr = n\hbar$$

כאשר n מספר שלם.

האנרגיה משתחררת(נפלט פוטון) במעבר בין מסלולים שונים:

$$E_{ph} = E_m - E_n = h\nu$$

משוואת שרדינגר התלויה בזמן:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$$

אופרטור הקידום בזמן:

$$\hat{U}(t,t_0) = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}(t-t_0)}$$

אי וודאות זמן אנרגיה

$$\Delta H = \Delta E,\ \ \Delta t = \frac{\Delta A}{\left|\frac{d\langle\hat{A}\rangle}{dt}\right|}.$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

אופרטור ההזזה במרחב:

$$D_\xi = e^{-i\xi\hat{k}}$$

כאשר $K = \frac{P}{\hbar}$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

אופרטור הכיווץ:(משאיר את הממוצעים 0) (מותח ומכווץ את האי ודאויות)

$$S(\xi) = Exp\left(\frac{1}{2}\left(\xi^* a^2 - \xi\left(a^\dagger\right)^2\right)\right)$$

$$\langle X^2\rangle = \frac{1}{2}e^{2r}$$

$$\langle P^2\rangle = \frac{1}{2}e^{-2r}$$

אנתרופיה (בבסיס מלוכסן) $S(\rho) = -Tr(\rho log_2\rho) = -\sum_n P_n log_2 P_n$

מדד לשזירות $E(|\psi_{AB}\rangle = S(\rho_A) = S(\rho_B)$

שזירות מקסימלית $|\psi_{AB}\rangle = \sum_n \frac{1}{\sqrt{d}}|n\rangle_A \otimes |m\rangle_B$

(כאשר d המימד של כל אחד מהמרחבים) $E(|\psi_{AB}\rangle = -\sum_{n=1}^{d}\frac{1}{d}log_2\frac{1}{d}$

השערת פלאנק(ספקטרום..)

$$E(\nu) = h\cdot\nu\cdot n$$

הסבר אינשטין לאפקט הפוטואלקטרי:

$$E_{ph}(\nu) = h\nu = \frac{h}{2\pi}\omega = \hbar\omega$$

המשפט הויריאלי:

$$2\langle T\rangle - n\langle V\rangle$$

כאשר $V = x^n$

עבור פונקציה כללית שניתן לכתוב אותה בעזרת טור טיילור נקבל,

$$\left[\hat{A}, f(\hat{B})\right] = \left[\hat{A},\hat{B}\right]f'(\hat{B})$$

כאשר דלתה זה סטיית תקן

אם A ו-B הם שני אופרטורים שאינם חילופיים, כלומר $[A,B] \equiv AB - BA \neq 0$,

אז $\frac{1}{2}|\langle[A,B]\rangle| \leq \Delta A\Delta B$,

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(b+c)\sigma_x + \frac{i}{2}(b-c)\sigma_y + \frac{1}{2}(a-d)\sigma_z + \frac{1}{2}(a+d)I$$

$$\sigma_{\theta,\phi} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta)e^{-i\phi} \\ \sin(\theta)e^{i\phi} & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\,\varepsilon_{ijk}\,\sigma_k$$

the eigenvectors of $aI + b\sigma_x + c\sigma_y + d\sigma_z$ are: $a \pm \sqrt{b^2+c^2+d^2}$

דה ברולי:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$A = \sum_{n,m} a_{n,m}|n\rangle\langle m|$$

אם B,A מתחלפים וגם אין ניוון: מדדנו את A--><קרסנו לו"ע של A שהוא ו"ע גם של B, לכן אם נמדוד כעת את B נישאר באותו מצב בדיוק.

אם יש ניוון(מדדנו ע"ע בעל יותר מו"ע אחד): מדדנו את A --> קרסנו לתת מרחב. אם כעת נמדוד את B נישאר באותו התת מרחב אבל אולי(אם הניוון של B בתת המרחב הזה קטן יותר מהניוון של A) נקרוס לתת-תת מרחב(אז אולי כן נשנה את המערכת).

אם B,A לא מתחלפים, אז אחרי שמדדנו את A קרסנו לו"ע או תת מרחב, אם כעת נמדוד את B אז נוכל לקרוס לו"ע שאינו באותו התת מרחב כך שהוודאות בערך של A שקיבלנו לאחר מדידתו נהרסה.

$$\left\langle x\left|\frac{\hat{P}^2}{2m}\right|\alpha\right\rangle = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_\alpha(x)$$

$$\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{\frac{ipx}{\hbar}}$$

המילטוניאן של מתנד הרמוני

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{X}^2$$

אהרנפסט:

באופן כללי מתקיים:

$$m\frac{d^2\langle x\rangle}{dt^2} = -\left\langle\frac{dV(x)}{dx}\right\rangle$$

אם הפוטנציאל קבוע ליניארי או ריבועי, צד ימין הופך להיות גזירה של V לפי <X> כך ש <P> , <X> מתנהגים קלאסית, כלומר:

$$\frac{d}{dt}<P> = -\frac{d}{d<x>}V(<x>)$$

$$\frac{d}{dt}<X> = \frac{<P>}{m}$$

המילטוניאן של אטום המימן:

$$H = \frac{P^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$$

נירמול במקרה של בור פוטנציאל אינסופי דו מימדי:

$$\frac{2}{\sqrt{L_x L_y}}$$

$$\langle\alpha|f(\hat{X})|\alpha\rangle = \int|\psi_\alpha(x')|^2 f(x')dx'$$

$$|\alpha(t)\rangle = e^{-\frac{i\omega t}{2}}e^{-\frac{1}{2}|\alpha(0)|^2 + \alpha(0)e^{-i\omega t}\hat{a}^\dagger}|0\rangle$$

פולינומי הרמיט:

$$H_n = (-1)^n e^{x^2}\partial_x^n e^{-x^2}$$

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \alpha\hat{a}^\dagger}|0\rangle$$

מצבים עצמיים של אוסילטור הרמוני:

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{\frac{1}{4}}e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

$$\psi_1(x) = \sqrt{2}\cdot\pi^{-\frac{1}{4}}\cdot\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{3}{4}}xe^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

$$\frac{d\langle\hat{x}\rangle_\alpha}{dt} = \langle\hat{p}(t)\rangle_\alpha,\qquad \frac{d\langle\hat{p}\rangle_\alpha}{dt} = -m\omega^2\langle\hat{x}\rangle_\alpha$$

$$e^{A+B} \overset{\backprime}{=} e^{-1/2[A,B]}e^A e^{\grave{B}},$$

קירוב האוסדרוף:

$$e^{\hat{A}}\hat{B}e^{-\hat{A}} = \hat{B} + \left[\hat{A},\hat{B}\right] + \frac{1}{2!}\left[\hat{A},\left[\hat{A},\hat{B}\right]\right] + \ldots$$

אם עובדים עם הבסיס המלכסן של $\hat{X}'$:

$$x' = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$$

, אז בבסיס זה האופרטורים $\hat{X}', \widehat{P}'$ מקיימים: $\langle x'|\widehat{X}'|\psi\rangle = x'\psi(x')$

$$\langle x'|\widehat{p}'|\psi\rangle = -i\frac{d}{dx'}\psi(x')$$

אוסילטורים מצומדים:

$$x_R = x_2 - x_1 \qquad p_R = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)$$

$$x_{cm} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \qquad p_{cm} = p_1 + p_2$$

mm	מילימטר	10^{-3}
μm	מיקרומטר (מיקרון)	10^{-6}
nm	ננומטר	10^{-9}

אם אנחנו במצב מעורב המתואר ע"י ρ, אז הסיכוי להיות בצב φ_1 הוא:

$$p_{\varphi_1} = tr\left[\Pi_{\varphi_1}\rho\right] = \langle\varphi_1|\rho|\varphi_1\rangle$$