Formulario Fisica (Seconda Parte)

Edoardo Figini

aa 2021-2022

Contents

1 Dinamica di sistemi di oggetti

1.1 Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi

$$\boxed{\vec{R}^{(e)} = \frac{d\vec{Q}}{dt}} \tag{1}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_{TOT}}{dt} = \vec{M}_{TOT}{}^{(e)}} \tag{2}$$

1.2 Urti - fenomeni d'urto tra due oggetti

$\vec{Q}$ è costante durante l'urto

1.2.1 Tipologie di urti

- **Urti elastici**
  K_{TOT} si conserva:

  $$\frac{1}{2}m_1 v_1^{(-)^2} + \frac{1}{2}m_2 v_2^{(-)^2} = \frac{1}{2}m_1 v_1^{(+)^2} + \frac{1}{2}m_2 v_2^{(+)^2}$$

  $\rightarrow$ risolvibile solo in una dimensione

- **Urti anleastici**

  $$K_{TOT}^{(-)} \neq K_{TOT}^{(+)}$$

  $\rightarrow$ energia viene dispersa

- **Urti perfettamente anelastici**
  I due oggetti si fondono in uno solo

  $$V^{(+)} = \frac{m_1 v_1^{(-)} + m_2 v_2^{(-)}}{m_1 + m_2}$$

1.3 Centro di massa

La posizione del centro di massa è data dalla media pesata delle posizioni di ogni punto rispetto alla massa:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \tag{3}$$

chiamando $\sum_{i=1}^{N} m_i$ M:

$$\begin{cases} \vec{Q} = M\frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} \\ \vec{V}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} \frac{d\vec{Q}}{dt} = M\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} \\ \vec{a}_{CM} = \frac{d^2\vec{r}_{CM}}{dt^2} \end{cases} \tag{5}$$

Ogni corpo può essere quindi studiato nel suo Centro di Massa, infatti da (4) e (5):

$$\boxed{\vec{Q} = M\vec{V}_{CM}} \tag{6}$$

$$\boxed{\vec{R}^{(e)} = M\vec{a}_{CM}} \tag{7}$$

Per un sistema isolato:

- $\vec{R}^{(e)} = 0$
- $\vec{v}_{CM}$ costante
- $\vec{a}_{CM}$ costante

1.4 Teoremi di König

$$\boxed{\vec{L}_{TOT_{(O)}} = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \vec{L}_{TOT_{CM}}} \tag{8}$$

$$K_{TOT} = \frac{1}{2}M_{TOT}\vec{V}_{CM}{}^2 + \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}m_i {v_i{}'}^2$$

$$\boxed{K_{TOT} = \frac{1}{2}M_{TOT}\vec{V}_{CM}{}^2 + K_{TOT}{}'} \tag{9}$$

1.5 Lavoro ed Energia

$$\Delta K_{TOT} = \mathscr{L}^{(i)}_{i\to f} + \mathscr{L}^{(e)}_{i\to f}$$

$V \to$ energia potenziale interna al sistema

$$\mathscr{L}^{(i)}_{i\to f} = \mathscr{L}^{(inc)}_{i\to f} - \Delta V^{(i)}$$

$$\mathscr{L}^{(e)}_{i\to f} = \mathscr{L}^{(enc)}_{i\to f} - \Delta V^{(e)}$$

$$E_m = K_{TOT} + V^{(i)} + V^{(e)}$$

$$\Delta E_m = \mathscr{L}^{(inc)}_{i\to f} + \mathscr{L}^{(enc)}_{i\to f}$$

In assenza di forze non conservative

$$\Delta E_m = 0$$

$$K_{TOT} = K_{CM} + K_{TOT}{}'$$

$$K_{CM} + K_{TOT}{}' + \Delta V^{(i)} = \mathscr{L}^{(e)}_{i\to f}$$

Introducendo l'energia interna del sistema $U = K_{TOT}' + \Delta V^{(i)}$

$$\Delta K_{CM} + \Delta U = \mathscr{L}_{i \to f}^{(e)} \tag{10}$$

2 Sistemi Rigidi (Corpo Rigido)

La distanza tra due oggetti puntiformni qualsiasi del sistema rimane costante nel tempo

$$\vec{v} = \vec{V_{(O')}} + \omega \times (\vec{r} - \vec{R_{(O')}})$$

$$\vec{v_P} = \vec{V}_{CM} + \omega \times (\vec{r_P} - \vec{r}_{CM}) \tag{11}$$

- Se O' è in quiete rispetto a O

$$\vec{V}_{(O')} = 0$$

$$\frac{d\vec{L}_{TOT_{(O')}}}{dt} = \vec{M}_{(O')}^{(e)} \tag{12}$$

- Se $O' \equiv CM$

$$\vec{V}_{(O')} = \vec{V}_{CM} \quad \rightarrow \quad \vec{V}_{(O')} \times M\vec{V}_{CM} = 0$$

$$\frac{d\vec{L}_{TOT_{CM}}}{dt} = \vec{M}_{CM}^{(e)}$$

$$\vec{L}_{TOT_{CM}} = \vec{L}_{TOT_{(O')}} - \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM}$$

$$\vec{L}_{TOT_{(O)}} = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \vec{L}_{TOT_{CM}} \tag{13}$$

I teorema di König (8)

2.1 Momento di Inerzia

Chiamando r_i la distanza del punto m_i dall'asse di rotazione e ρ la densità:

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \tag{14}$$

$$\rho(P) = \frac{dm}{dV} \tag{15}$$

Da (14) e (15):

$$I = \lim_{\Delta V \to 0} \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_i^2$$

$$\boxed{I = \iiint r^2 \rho dV} \tag{16}$$

2.1.1 Teorema di Huygens-Steiner

Per trovare I su un asse parallelo:

$$\boxed{I = T_{CM} + Md^2} \tag{17}$$

dove d è la distanza tra i due assi

2.2 Sistemi rigidi in moto

2.2.1 Moto di pura traslazione

$$\vec{Q} = M\vec{V}_{CM}$$
$$\vec{L}_{TOT_{(O)}} = \vec{r}_{CM} \times \vec{Q} \tag{18}$$

2.2.2 Moto di pura rotazione

$\vec{r_i}$ scomposto in componenti:

- $z_i\vec{u_z}$ lungo asse z
- ρ_i perpendicolarmente a z

$$\vec{L}_{TOT_{(O)}} = I\vec{\omega} - \sum_{i=1}^{N} m_i z_i \omega \vec{\rho_i} \tag{19}$$

Se asse di rotazione è anche asse di simmetria:

$$\boxed{\vec{L}_{TOT_{(O)}} = I\vec{\omega}} \tag{20}$$

considerata $\vec{M}_z$ la proiezione di $\vec{M}^{(e)}_{(O)}$ lungo z:

$$\boxed{\vec{M}^{(e)}_z = I\vec{\alpha}} \tag{21}$$

2.2.3 Moto di rotolamento

Moto studiato nel punto di contatto del sistema con il suolo Q, chiamato *centro di istantanea rotazione*

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{22}$$

$$|\vec{v}_{CM}| = \omega R \tag{23}$$

da (23):

$$|\vec{Q}| = MR\omega \tag{24}$$

2.3 Statica di corpi rigidi

Condizioni necessarie per la quiete:

$$R^{(e)} = 0$$

$$M^{(e)}_{TOT_{(O')}} = 0$$

2.4 Energia Cinetica e Lavoro delle Forze esterne

$$\boxed{K_{TOT} = \frac{1}{2}M\vec{v}_{CM}{}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2} \tag{25}$$

$$\mathscr{L}^{(e)}_{i\to f} = \int_{\substack{A_{CM} \\ \gamma_{CM}}}^{B_{CM}} \vec{R}^{(e)} d\vec{r}_{CM} + \int_{\theta_B}^{\theta_A} \vec{M}^{(e)}_z d\theta = \Delta K_{TOT}$$

$$\boxed{\mathscr{L}^{(e)}_{i\to f} = \Delta K_{CM} + \Delta K_{ROT} = \Delta K_{TOT}} \tag{26}$$

3 Fluidi

<u>*Def.*</u> *Fluido Ideale*: non ha viscosità <u>*Def.*</u> *Pressione*:

$$p = \lim_{S\to 0} \frac{F_\perp}{S} = \frac{dF_\perp}{dS}$$

- unità di misura nel SI

$$p \to [Pa] = \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

- Altre unità di misura

$$[bar] \to 1bar = 10^5 Pa$$

$$[atm] \to 1atm \simeq 1,013bar \simeq 101300Pa$$

<u>*Def.*</u> *Isotropia della Pressione*: La pressione non dipende dall'orientazione del sistema <u>*Def.*</u> *Densità*:

$$\rho = \lim_{\Delta V\to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

in generale:

$$\rho = \rho(T, p)$$

<u>*Def.*</u> *Fluidi perfetti*: ρ è costante $\to$ **incomprimibili** e **indilatabili**
ρ non dipende da T o p

Def. *Forze di volume*: Forze che agiscono sul volume (es. Forza peso)

$$\vec{f_v} = \frac{\vec{F_v}}{m} \quad \rightarrow \quad \left[\frac{N}{kg}\right]$$

Def. *Equilibrio statico*:

$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{F_v} + \vec{F_s} = 0$$

$$\vec{F_s} \rightarrow \text{forze di superficie}$$

3.1 Equazione della Statica dei fluidi

$$\boxed{\vec{\nabla} p = \vec{f_v} \cdot \rho} \tag{27}$$

- Se $\nexists\ \vec{f_v}$, allora $\vec{\nabla} p = 0$, quindi p è omogenea
- Se $\exists\ \vec{f_v}$, allora $\vec{\nabla} p \neq 0$ e punta verso $\vec{f_v}$

3.2 Legge di Stevino

La pressione varia in base alla quota:

$$\boxed{p = p_0 + \rho g h} \tag{28}$$

dove $\rho g h$ è detta *pressione idrostatica*.
Def. *Legge di Pascal*: Variazione di pressione in un punto di un liquido si trasmette inalterata a tutti i punti del liquido

3.3 Principio di Archimede

Ogni corpo immerso in un fluido subisce una forza diretta dal basso verso l'alto di intensità equivalente alla forza peso del volume di fluido spostato.

$$\boxed{F_A = -\rho g V_f} \tag{29}$$

4 Termodinamica

Def. *Sistema Aperto*: sia scambi di calore sia di lavoro

Def. *Sistema Chiuso*: solo scambi di calore

Def. *Sistema Isolate*: non avvengono scambi

Def. *Regola fasi di Gibbs*:

$$N = C + 2 - F \tag{30}$$

dove

- N è il numero di coordinate indipendenti

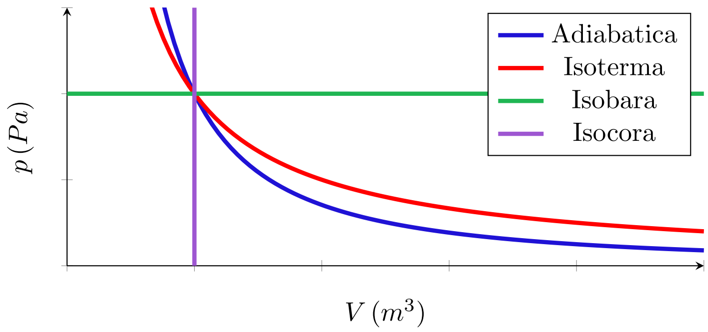
- C è il numero di specie chimiche
- F è il numero di fasi

<u>*Def.*</u> *Equilibrio Termodinamico*:

- <u>*Def.*</u> *Eq. meccanico*: equilibrio delle forze e dei momenti
- (*Eq. chimico*)
- <u>*Def.*</u> *Eq. termico*: i due sistemi hanno le stesse coordinate termodianmiche

<u>*Def.*</u> *Trasformazioni*: evoluzione di un sistema termodinamico

Piano di Clapeyron



4.1 Principio 0 della Termodinamica

<u>*Def.*</u> : Due sistemi in equilibrio termico con un terzo sono in eqilibrio tra di loro

4.2 Equazione di stato dei gas perfetti

<u>*Def.*</u> *Legge di Boyle*:

$$V \propto \frac{1}{p} \ \ (T = cost, n = cost) \tag{31}$$

<u>*Def.*</u> *Legge di Charles/ I legge di Gay-Lussac*:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \tag{32}$$

$$V \propto T \ \ (p = cost, n = cost)$$

<u>*Def.*</u> *(II) Legge di Gay-Lussac*:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \tag{33}$$

<u>*Def.*</u> *Legge di Avogadro*: Volumi uguali di gas diversi nelle stesse condizioni di temperatura contengono lo stesso numero di molecole.

una mole di qualsiasi sostanza contiene sempre lo stesso numero di atomi/molecole:

$$N_A = 6.022 * 10^{23} \tag{34}$$

$$V \propto n$$

<u>Def.</u> *Equazione di stato dei gas perfetti*:

$$\boxed{pV = nRT} \tag{35}$$

$R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K}$ è la costante universale dei gas

$R = N_A + K_B$, dove N_A è il *Numero di Avogadro* (34) e K_B è detta *costante di Boltzmann* e vale $K_B = 8,3145 \frac{J}{mol \cdot K}$

Forma differenziale:

$$Vdp + pdV = nRdT \tag{36}$$

<u>Def.</u> *Legge di Dalton per i gas ideali (Legge delle pressioni parziali)*: permette di trattare miscele di gas perfetti

$$\boxed{p = \sum_{i=1}^{N} \frac{n_i RT}{V}} \tag{37}$$

4.3 Lavoro

<u>Def.</u> *Lavoro compiuto dal sistema*: $\mathscr{L} > 0$, detto lavoro fatto $\mathscr{L}_F$

<u>Def.</u> *Lavoro subito dal sistema*: $\mathscr{L} < 0$, detto lavoro subito $\mathscr{L}_S$

<u>Def.</u> *Lavoro compiuto dal Gas*:

$$\boxed{\mathscr{L}_{GAS} = \int p_e dV} \tag{38}$$

- per *espansioni*: $dV > 0 \rightarrow \mathscr{L} > 0$
- per *compressioni*: $dV < 0 \rightarrow \mathscr{L} < 0$

Casi particolari:

- ambiente a pressione costante: $\mathscr{L} = p_e \Delta V$
- ambiente a pressione nulla (vuoto): $\mathscr{L} = 0$
- trasformazione quasi statica: $\mathscr{L} = \int pdv$ (equilibrio meccanico)

Trasformazioni reversibili di gas perfetti:

- *Isobara*: $\boxed{\mathscr{L}_{A \rightarrow B} = p\Delta V}$
- *Isocora*: $\boxed{\mathscr{L}_{A \rightarrow B} = 0}$
- *Isoterma*: $\boxed{\mathscr{L}_{A \rightarrow B} = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_a}\right)}$

4.4 Energia interna per i gas ideali

Def. Energia interna: energia potenziale associata alle trasformazionio adiabatiche (funzione di stato)

$$\boxed{\Delta U = mc_v \Delta T} \tag{39}$$

4.5 Primo principio della termodinamica

$$\boxed{Q = \mathscr{L}_{A \to B} + \Delta U} \tag{40}$$

Forma differenziale:

$$\boxed{\delta Q = \delta \mathscr{L}_{A \to B} + dU} \tag{41}$$

Def. Capacità termica:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad \left(\frac{J}{K} \right)$$

Def. Calore specifico:

$$c = \frac{C}{m} \quad \left(\frac{J}{Kg \cdot K} \right)$$

$$c = \frac{C}{n} \quad \left(\frac{J}{mol \cdot K} \right)$$

4.6 Realzione di Mayer

$$c_p = c_v + R \tag{42}$$

4.7 Trasformazioni Politropiche

Trasformazioni notevoli reversibili

$$pV^{\alpha} = cost$$

- Adiabatica: $\alpha = \gamma$
- Isoterma: $\alpha = 1$
- Isocora: $\alpha = 0$
- Isobara: $\alpha = \infty$

4.7.1 Adiabatica reversibile

$$T \cdot V^{(\gamma-1)} = cost \tag{43}$$

$$pV^{\gamma} = cost \tag{44}$$

Def. γ: $\frac{c_p}{c_v}$

Gas	c_p	c_v	γ
Monoatomico	$^3/_2R$	$^5/_2R$	$^5/_3$
Biatomico	$^5/_2R$	$^7/_2R$	$^7/_5$
Poliatomico	$3R$	$4R$	$^4/_3$

Compressione Adiabatica	**Espansione Adiabatica**
$\mathscr{L}_S < 0 \rightarrow$	$\rightarrow \mathscr{L}_F > 0$
$\Delta U > 0$ $\Delta T > 0$ $\Delta V < 0$ $\Delta p > 0$	$\Delta U < 0$ $\Delta T < 0$ $\Delta V > 0$ $\Delta p < 0$

4.7.2 Isoterma Reversibile

Espansione Isoterma	**Compressione Isoterma**
$Q_A > 0 \rightarrow$ $\rightarrow \mathscr{L}_F > 0$	$\rightarrow Q_C < 0$ $\mathscr{L}_S < 0 \rightarrow$
$\Delta U = 0$ $\Delta T = 0$ $\Delta V > 0$ $\Delta p < 0$	$\Delta U = 0$ $\Delta T = 0$ $\Delta V < 0$ $\Delta p > 0$

4.7.3 Isocora Reversibile

Riscaldamento Isocoro	**Raffreddamento Isocoro**
$Q_A > 0 \rightarrow$	$\rightarrow Q_C < 0$
$\mathscr{L} = 0$ $\Delta U > 0$ $\Delta T > 0$ $\Delta V = 0$ $\Delta p < 0$	$\mathscr{L} = 0$ $\Delta U < 0$ $\Delta T < 0$ $\Delta V = 0$ $\Delta p > 0$

4.7.4 Isobara Reversibile

Espansione Isobara	**Compressione Isobara**
$Q_A > 0 \rightarrow$ $\rightarrow \mathscr{L}_F > 0$	$Q_C < 0 \rightarrow$ $\rightarrow \mathscr{L}_S < 0$
$\Delta U > 0$ $\Delta T > 0$ $\Delta V > 0$ $\Delta p = 0$	$\Delta U < 0$ $\Delta T < 0$ $\Delta V < 0$ $\Delta p = 0$

4.8 Rendimento

Def. *Rendimento*: percentuale di calore assorbito che la macchina riesce a trasformare in Lavoro netto.

$$\boxed{\eta = \frac{\mathscr{L}}{Q_A}} \tag{45}$$

Def. *Coefficiente di prestazione (COP)*:

- Per Pompa di Calore:

$$COP_C = \left|\frac{Q_C}{\mathscr{L}}\right| \tag{46}$$

- Per Frigorifero:

$$COP_F = \frac{Q_A}{|\mathscr{L}|} \tag{47}$$

Def. *Ciclo di Carnot*: Ciclo Termodinamico *Reversibile* sia termico sia frigorifero

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \tag{48}$$

4.9 Secondo Principio daella termodinamica

Def. *Enunciato di Kelvin-Plank*: è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di convertire completamente in lavoro il calore assorbito dal sistema termodinamico

Def. *Enunciato di Clausius*: è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di trasferire (spontaneamente) calore da un corpo freddo a uno caldo

Def. *Teorema di Carnot*: date due sorgenti T_1 e $T_2 > T_1$

- tutte le macchine reversibili operanti tra queste due sorgenti hanno lo stesso rendimento

$$\eta_{REV} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

- le macchine irreversibili che operano tra queste due sorgenti hanno rendimento

$$\eta_{IRR} < \eta_{REV}$$

Def. *Teorema di Clausius*:

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \tag{49}$$

$$\boxed{\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0} \tag{50}$$

Il $<$ vale per le trasformazioni *irreversibili*, $=$ vale per le trasformazioni *reversibili*

4.10 Entropia

Def. *Entropia*: funzione di stato

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} \tag{51}$$

$$\boxed{\Delta S = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV}} \tag{52}$$

4.10.1 Integrale di Clausius

$$\begin{cases} \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} \equiv \Delta S \\ \\ \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{IRR} < \Delta S \end{cases} \tag{53}$$

Formulazione alternativa del II principio della termodinamica

Def. *Variazione di entropia di un gas perfetto*:

$$\boxed{\Delta S = nc_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\left(\frac{T_f}{T_i}\right)} \tag{54}$$

Def. *Principio di aumento dell'entropia*: L'entropia dell'universo aumenta sempre per trasformazioni *irreversibili*, al più resta costante per trasformazioni *reversibili*.

$$\Delta S_U \geq 0$$