

# Formulario Fisica (Seconda Parte)

Edoardo Figini

aa 2021-2022

## Indice

<b>1</b>	<b>Dinamica di sistemi di oggetti</b>	<b>3</b>
1.1	Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi . . . . .	3
1.2	Urti - fenomeni d'urto tra due oggetti . . . . .	3
1.2.1	Tipologie di urti . . . . .	3
1.3	Centro di massa . . . . .	3
1.4	Teoremi di König . . . . .	4
1.5	Lavoro ed Energia . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Sistemi Rigidi (Corpo Rigido)</b>	<b>5</b>
2.1	Momento di Inerzia . . . . .	5
2.1.1	Teorema di Huygens-Steiner . . . . .	6
2.2	Sistemi rigidi in moto . . . . .	6
2.2.1	Moto di pura traslazione . . . . .	6
2.2.2	Moto di pura rotazione . . . . .	6
2.2.3	Moto di rotolamento . . . . .	6
2.3	Statica di corpi rigidi . . . . .	7
2.4	Energia Cinetica e Lavoro delle Forze esterne . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Fluidi</b>	<b>7</b>
3.1	Equazione della Statica dei fluidi . . . . .	8
3.2	Legge di Stevino . . . . .	8
3.3	Principio di Archimede . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Termodinamica</b>	<b>8</b>
4.1	Principio 0 della Termodinamica . . . . .	9
4.2	Equazione di stato dei gas perfetti . . . . .	9
4.3	Lavoro . . . . .	10
4.4	Energia interna per i gas ideali . . . . .	11
4.5	Primo principio della termodinamica . . . . .	11
4.6	Calorimetria . . . . .	11
4.7	Realzione di Mayer . . . . .	12
4.8	Trasformazioni Politropiche . . . . .	12
4.8.1	Adiabatica reversibile . . . . .	12
4.8.2	Isoterma Reversibile . . . . .	12
4.8.3	Isocora Reversibile . . . . .	13

4.8.4	Isobara Reversibile . . . . .	13
4.9	Rendimento . . . . .	13
4.10	Secondo Principio della termodinamica . . . . .	13
4.11	Entropia . . . . .	14
4.11.1	Integrale di Clausius . . . . .	14

## 1 Dinamica di sistemi di oggetti

### 1.1 Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi

$$\boxed{\vec{R}^{(e)} = \frac{d\vec{Q}}{dt}} \quad (1)$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_{TOT}}{dt} = \vec{M}_{TOT}^{(e)}} \quad (2)$$

### 1.2 Urti - fenomeni d'urto tra due oggetti

$\vec{Q}$  è costante durante l'urto

#### 1.2.1 Tipologie di urti

- **Urti elastici**

$K_{TOT}$  si conserva:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^{(-)^2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{(-)^2} = \frac{1}{2}m_1v_1^{(+)^2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{(+)^2}$$

→ risolvibile solo in una dimensione

- **Urti anelastici**

$$K_{TOT}^{(-)} \neq K_{TOT}^{(+)}$$

→ energia viene dispersa

- **Urti perfettamente anelastici**

I due oggetti si fondono in uno solo

$$V^{(+)} = \frac{m_1v_1^{(-)} + m_2v_2^{(-)}}{m_1 + m_2}$$

### 1.3 Centro di massa

La posizione del centro di massa è data dalla media pesata delle posizioni di ogni punto rispetto alla massa:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (3)$$

chiamando  $\sum_{i=1}^N m_i = M$ :

$$\begin{cases} \vec{Q} = M \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} \\ \vec{V}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{d\vec{Q}}{dt} = M \frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} \\ \vec{a}_{CM} = \frac{d^2\vec{r}_{CM}}{dt^2} \end{cases} \quad (5)$$

Ogni corpo può essere quindi studiato nel suo Centro di Massa, infatti da (4) e (5):

$$\boxed{\vec{Q} = M\vec{V}_{CM}} \quad (6)$$

$$\boxed{\vec{R}^{(e)} = M\vec{a}_{CM}} \quad (7)$$

Per un sistema isolato:

- $\vec{R}^{(e)} = 0$
- $\vec{v}_{CM}$  costante
- $\vec{a}_{CM}$  costante

#### 1.4 Teoremi di König

$$\boxed{\vec{L}_{TOT(o)} = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \vec{L}_{TOT_{CM}}} \quad (8)$$

$$K_{TOT} = \frac{1}{2}M_{TOT}\vec{V}_{CM}^2 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2}m_i v_i'^2$$

$$\boxed{K_{TOT} = \frac{1}{2}M_{TOT}\vec{V}_{CM}^2 + K_{TOT}'} \quad (9)$$

#### 1.5 Lavoro ed Energia

$$\Delta K_{TOT} = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(i)} + \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)}$$

$V \rightarrow$  energia potenziale interna al sistema

$$\mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(i)} = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(inc)} - \Delta V^{(i)}$$

$$\mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)} = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(enc)} - \Delta V^{(e)}$$

$$E_m = K_{TOT} + V^{(i)} + V^{(e)}$$

$$\Delta E_m = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(inc)} + \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(enc)}$$

In assenza di forze non conservative

$$\Delta E_m = 0$$

$$K_{TOT} = K_{CM} + K_{TOT}'$$

$$K_{CM} + K_{TOT}' + \Delta V^{(i)} = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)}$$

Introducendo l'energia interna del sistema  $U = K_{TOT}' + \Delta V^{(i)}$

$$\Delta K_{CM} + \Delta U = \mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)} \quad (10)$$

## 2 Sistemi Rigidi (Corpo Rigido)

La distanza tra due oggetti puntiformi qualsiasi del sistema rimane costante nel tempo

$$\begin{aligned} \vec{v} &= V_{(O')} + \omega \times (\vec{r} - R_{(O')}) \\ \vec{v}_P &= \vec{V}_{CM} + \omega \times (\vec{r}_P - \vec{r}_{CM}) \end{aligned} \quad (11)$$

- Se  $O'$  è in quiete rispetto a O

$$\begin{aligned} \vec{V}_{(O')} &= 0 \\ \frac{d\vec{L}_{TOT(O')}}{dt} &= \vec{M}_{(O')}^{(e)} \end{aligned} \quad (12)$$

- Se  $O' \equiv CM$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{(O')} &= \vec{V}_{CM} \rightarrow \vec{V}_{(O')} \times M\vec{V}_{CM} = 0 \\ \frac{d\vec{L}_{TOT_{CM}}}{dt} &= \vec{M}_{CM}^{(e)} \\ \vec{L}_{TOT_{CM}} &= \vec{L}_{TOT(O')} - \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} \\ \vec{L}_{TOT(O)} &= \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \vec{L}_{TOT_{CM}} \end{aligned} \quad (13)$$

I teorema di König (8)

### 2.1 Momento di Inerzia

Chiamando  $r_i$  la distanza del punto  $m_i$  dall'asse di rotazione e  $\rho$  la densità:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad (14)$$

$$\rho(P) = \frac{dm}{dV} \quad (15)$$

Da (14) e (15):

$$\begin{aligned} I &= \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2 \\ I &= \iiint r^2 \rho dV \end{aligned} \quad (16)$$

### 2.1.1 Teorema di Huygens-Steiner

Per trovare  $I$  su un asse parallelo:

$$\boxed{I = I_{CM} + Md^2} \quad (17)$$

dove  $d$  è la distanza tra i due assi

## 2.2 Sistemi rigidi in moto

### 2.2.1 Moto di pura traslazione

$$\begin{aligned} \vec{Q} &= M\vec{V}_{CM} \\ \vec{L}_{TOT(O)} &= \vec{r}_{CM} \times \vec{Q} \end{aligned} \quad (18)$$

### 2.2.2 Moto di pura rotazione

$\vec{r}_i$  scomposto in componenti:

- $z_i \vec{u}_z$  lungo asse  $z$
- $\rho_i$  perpendicolarmente a  $z$

$$\vec{L}_{TOT(O)} = I\vec{\omega} - \sum_{i=1}^N m_i z_i \omega \vec{\rho}_i \quad (19)$$

Se asse di rotazione è anche asse di simmetria:

$$\boxed{\vec{L}_{TOT(O)} = I\vec{\omega}} \quad (20)$$

considerata  $\vec{M}_z$  la proiezione di  $\vec{M}_{(O)}^{(e)}$  lungo  $z$ :

$$\boxed{\vec{M}_z^{(e)} = I\vec{\alpha}} \quad (21)$$

### 2.2.3 Moto di rotolamento

Moto studiato nel punto di contatto del sistema con il suolo  $Q$ , chiamato *centro di istantanea rotazione*

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (22)$$

$$|\vec{v}_{CM}| = \omega R \quad (23)$$

da (23):

$$|\vec{Q}| = MR\omega \quad (24)$$

## 2.3 Statica di corpi rigidi

Condizioni necessarie per la quiete:

$$R^{(e)} = 0$$

$$M_{TOT(O')}^{(e)} = 0$$

## 2.4 Energia Cinetica e Lavoro delle Forze esterne

$$\boxed{K_{TOT} = \frac{1}{2} M \vec{v}_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2} \quad (25)$$

$$\mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)} = \int_{\substack{A_{CM} \\ \gamma_{CM}}}^{B_{CM}} \vec{R}^{(e)} d\vec{r}_{CM} + \int_{\theta_B}^{\theta_A} \vec{M}_z^{(e)} d\theta = \Delta K_{TOT}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{i \rightarrow f}^{(e)} = \Delta K_{CM} + \Delta K_{ROT} = \Delta K_{TOT}} \quad (26)$$

## 3 Fluidi

Def. Fluido Ideale: non ha viscosità

Def. Pressione:

$$p = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{F_{\perp}}{S} = \frac{dF_{\perp}}{dS}$$

- unità di misura nel SI

$$p \rightarrow [Pa] = \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

- Altre unità di misura

$$[bar] \rightarrow 1bar = 10^5 Pa$$

$$[atm] \rightarrow 1atm \simeq 1,013bar \simeq 101300Pa$$

Def. Isotropia della Pressione: La pressione non dipende dall'orientazione del sistema

Def. Densità:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

in generale:

$$\rho = \rho(T, p)$$

Def. Fluidi perfetti:  $\rho$  è costante  $\rightarrow$  **incomprimibili** e **indilatabili**  
 $\rho$  non dipende da  $T$  o  $p$

Def. *Forze di volume*: Forze che agiscono sul volume (es. Forza peso)

$$\vec{f}_v = \frac{\vec{F}_v}{m} \rightarrow \left[ \frac{N}{kg} \right]$$

Def. *Equilibrio statico*:

$$\sum F = 0 \rightarrow \vec{F}_v + \vec{F}_s = 0$$

$\vec{F}_s \rightarrow$  forze di superficie

### 3.1 Equazione della Statica dei fluidi

$$\boxed{\vec{\nabla} p = \vec{f}_v \cdot \rho} \quad (27)$$

- Se  $\nexists \vec{f}_v$ , allora  $\vec{\nabla} p = 0$ , quindi  $p$  è omogenea
- Se  $\exists \vec{f}_v$ , allora  $\vec{\nabla} p \neq 0$  e punta verso  $\vec{f}_v$

### 3.2 Legge di Stevino

La pressione varia in base alla quota:

$$\boxed{p = p_0 + \rho gh} \quad (28)$$

dove  $\rho gh$  è detta *pressione idrostatica*.

Def. *Legge di Pascal*: Variazione di pressione in un punto di un liquido si trasmette inalterata a tutti i punti del liquido

### 3.3 Principio di Archimede

Ogni corpo immerso in un fluido subisce una forza diretta dal basso verso l'alto di intensità equivalente alla forza peso del volume di fluido spostato.

$$\boxed{F_A = -\rho g V_f} \quad (29)$$

## 4 Termodinamica

Def. *Sistema Aperto*: sia scambi di calore sia di lavoro

Def. *Sistema Chiuso*: solo scambi di calore

Def. *Sistema Isolate*: non avvengono scambi

Def. *Regola fasi di Gibbs*:

$$N = C + 2 - F \quad (30)$$

dove

- $N$  è il numero di coordinate indipendenti

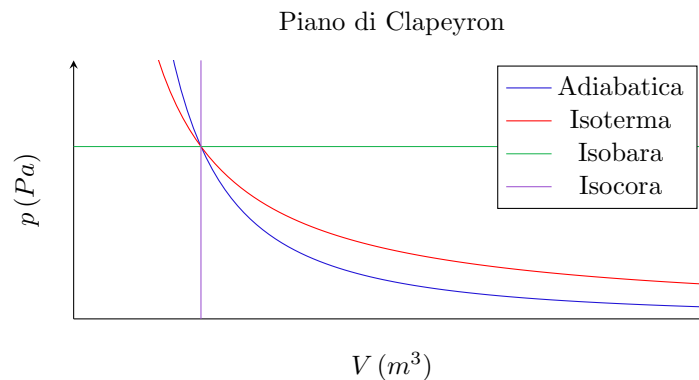


- $C$  è il numero di specie chimiche
- $F$  è il numero di fasi

Def. Equilibrio Termodinamico:

- Def. Eq. meccanico: equilibrio delle forze e dei momenti
- (Eq. chimico)
- Def. Eq. termico: i due sistemi hanno le stesse coordinate termodinamiche

Def. Trasformazioni: evoluzione di un sistema termodinamico



#### 4.1 Principio 0 della Termodinamica

Def. : Due sistemi in equilibrio termico con un terzo sono in equilibrio tra di loro

#### 4.2 Equazione di stato dei gas perfetti

Def. Legge di Boyle:

$$V \propto \frac{1}{p} \quad (T = \text{cost}, n = \text{cost}) \quad (31)$$

Def. Legge di Charles/ I legge di Gay-Lussac:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad (32)$$

$$V \propto T \quad (p = \text{cost}, n = \text{cost})$$

Def. (II) Legge di Gay-Lussac:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \quad (33)$$

Def. Legge di Avogadro: Volumi uguali di gas diversi nelle stesse condizioni di temperatura contengono lo stesso numero di molecole.

una mole di qualsiasi sostanza contiene sempre lo stesso numero di atomi/molecole:

$$N_A = 6.022 * 10^{23} \quad (34)$$

$$V \propto n$$

Def. *Equazione di stato dei gas perfetti:*

$$\boxed{pV = nRT} \quad (35)$$

$R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K}$  è la costante universale dei gas

$R = N_A + K_B$ , dove  $N_A$  è il *Numero di Avogadro* (34) e  $K_B$  è detta *costante di Boltzmann* e vale  $K_B = 8,3145 \frac{J}{mol \cdot K}$

Forma differenziale:

$$Vdp + pdV = nRdT \quad (36)$$

Def. *Legge di Dalton per i gas ideali (Legge delle pressioni parziali):* permette di trattare miscele di gas perfetti

$$\boxed{p = \sum_{i=1}^N \frac{n_i RT}{V}} \quad (37)$$

### 4.3 Lavoro

Def. *Lavoro compiuto dal sistema:*  $\mathcal{L} > 0$ , detto lavoro fatto  $\mathcal{L}_F$

Def. *Lavoro subito dal sistema:*  $\mathcal{L} < 0$ , detto lavoro subito  $\mathcal{L}_S$

Def. *Lavoro compiuto dal Gas:*

$$\boxed{\mathcal{L}_{GAS} = \int p_e dV} \quad (38)$$

- per *espansioni*:  $dV > 0 \rightarrow \mathcal{L} > 0$
- per *compressioni*:  $dV < 0 \rightarrow \mathcal{L} < 0$

Casi particolari:

- ambiente a pressione costante:  $\mathcal{L} = p_e \Delta V$
- ambiente a pressione nulla (vuoto):  $\mathcal{L} = 0$
- trasformazione quasi statica:  $\mathcal{L} = \int p dv$  (equilibrio meccanico)

Trasformazioni reversibili di gas perfetti:

- *Isobara*:  $\boxed{\mathcal{L}_{A \rightarrow B} = p \Delta V}$
- *Isocora*:  $\boxed{\mathcal{L}_{A \rightarrow B} = 0}$
- *Isoterma*:  $\boxed{\mathcal{L}_{A \rightarrow B} = nRT \cdot \ln \left( \frac{V_B}{V_a} \right)}$

#### 4.4 Energia interna per i gas ideali

Def. Energia interna: energia potenziale associata alle trasformazioni adiabatiche (funzione di stato)

$$\Delta U = mc_v \Delta T \quad (39)$$

#### 4.5 Primo principio della termodinamica

$$Q = \mathcal{L}_{A \rightarrow B} + \Delta U \quad (40)$$

Forma differenziale:

$$\delta Q = \delta \mathcal{L}_{A \rightarrow B} + dU \quad (41)$$

Def. Capacità termica:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad \left( \frac{J}{K} \right)$$

Def. Calore specifico:

$$c = \frac{C}{m} \quad \left( \frac{J}{Kg \cdot K} \right)$$
$$c = \frac{C}{n} \quad \left( \frac{J}{mol \cdot K} \right)$$

#### 4.6 Calorimetria

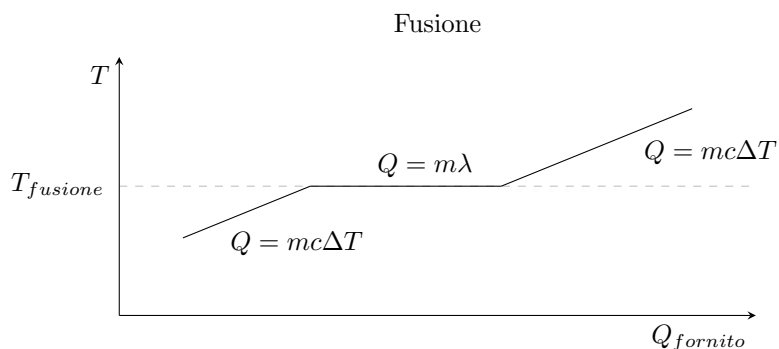
Def. Calore: Energia trasferibile tra i sistemi

$$Q = mc\Delta T \quad (42)$$

Durante un cambio di fase il Calore è definito come:

$$Q = m\lambda \quad (43)$$

Dove  $\lambda$  è detto *calore latente* ed è specifico per ogni sostanza.



## 4.7 Realzione di Mayer

$$c_p = c_v + R \quad (44)$$

## 4.8 Trasformazioni Politropiche

Trasformazioni notevoli reversibili

$$pV^\alpha = \text{cost}$$

- Adiabatica:  $\alpha = \gamma$
- Isoterma:  $\alpha = 1$
- Isocora:  $\alpha = 0$
- Isobara:  $\alpha = \infty$

### 4.8.1 Adiabatica reversibile

$$T \cdot V^{(\gamma-1)} = \text{cost} \quad (45)$$

$$pV^\gamma = \text{cost} \quad (46)$$

Def.  $\gamma$ :  $\frac{c_p}{c_v}$

Gas	$c_p$	$c_v$	$\gamma$
Monoatomico	$3/2R$	$5/2R$	$5/3$
Biatomico	$5/2R$	$7/2R$	$7/5$
Poliatomico	$3R$	$4R$	$4/3$

Compressione Adiabatica	Espansione Adiabatica
$\mathcal{L}_S < 0 \rightarrow$	$\rightarrow \mathcal{L}_F > 0$
$\Delta U > 0$	$\Delta U < 0$
$\Delta T > 0$	$\Delta T < 0$
$\Delta V < 0$	$\Delta V > 0$
$\Delta p > 0$	$\Delta p < 0$

### 4.8.2 Isoterma Reversibile

Espansione Isoterma	Compressione Isoterma
$Q_A > 0 \rightarrow$	$\rightarrow Q_C < 0$
$\rightarrow \mathcal{L}_F > 0$	$\mathcal{L}_S < 0 \rightarrow$
$\Delta U = 0$	$\Delta U = 0$
$\Delta T = 0$	$\Delta T = 0$
$\Delta V > 0$	$\Delta V < 0$
$\Delta p < 0$	$\Delta p > 0$

#### 4.8.3 Isocora Reversibile

Riscaldamento Isocoro	Raffreddamento Isocoro
$Q_A > 0 \rightarrow$	$\rightarrow Q_C < 0$
$\mathcal{L} = 0$	$\mathcal{L} = 0$
$\Delta U > 0$	$\Delta U < 0$
$\Delta T > 0$	$\Delta T < 0$
$\Delta V = 0$	$\Delta V = 0$
$\Delta p < 0$	$\Delta p > 0$

#### 4.8.4 Isobara Reversibile

Espansione Isobara	Compressione Isobara
$Q_A > 0 \rightarrow$ $\rightarrow \mathcal{L}_F > 0$	$Q_C < 0 \rightarrow$ $\rightarrow \mathcal{L}_S < 0$
$\Delta U > 0$	$\Delta U < 0$
$\Delta T > 0$	$\Delta T < 0$
$\Delta V > 0$	$\Delta V < 0$
$\Delta p = 0$	$\Delta p = 0$

### 4.9 Rendimento

Def. Rendimento: percentuale di calore assorbito che la macchina riesce a trasformare in Lavoro netto.

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_A} \quad (47)$$

Def. Coefficiente di prestazione (COP):

- Per Pompa di Calore:

$$COP_C = \left| \frac{Q_C}{\mathcal{L}} \right| \quad (48)$$

- Per Frigorifero:

$$COP_F = \frac{Q_A}{|\mathcal{L}|} \quad (49)$$

Def. Ciclo di Carnot: Ciclo Termodinamico *Reversibile* sia termico sia frigorifero

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (50)$$

### 4.10 Secondo Principio della termodinamica

Def. Enunciato di Kelvin-Planck: è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di convertire completamente in lavoro il calore assorbito dal sistema termodinamico

Def. Enunciato di Clausius: è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di trasferire (spontaneamente) calore da un corpo freddo a uno caldo

Def. Teorema di Carnot: date due sorgenti  $T_1$  e  $T_2 > T_1$

- tutte le macchine reversibili operanti tra queste due sorgenti hanno lo stesso rendimento

$$\eta_{REV} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

- le macchine irreversibili che operano tra queste due sorgenti hanno rendimento

$$\eta_{IRR} < \eta_{REV}$$

Def. Teorema di Clausius:

$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad (51)$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (52)$$

Il  $<$  vale per le trasformazioni *irreversibili*, = vale per le trasformazioni *reversibili*

## 4.11 Entropia

Def. Entropia: funzione di stato

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} \quad (53)$$

$$\Delta S = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} \quad (54)$$

### 4.11.1 Integrale di Clausius

$$\begin{cases} \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} \equiv \Delta S \\ \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{IRR} < \Delta S \end{cases} \quad (55)$$

Formulazione alternativa del II principio della termodinamica

Def. Variazione di entropia di un gas perfetto:

$$\Delta S = nc_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \left(\frac{T_f}{T_i}\right) \quad (56)$$

Def. Principio di aumento dell'entropia: L'entropia dell'universo aumenta sempre per trasformazioni *irreversibili*, al più resta costante per trasformazioni *reversibili*.

$$\Delta S_U \geq 0$$