Teoria dei Sistemi - Note del Corso

Edoardo Lenzi

September 27, 2017

Contents

1 Introduction **2**
1.1 Time space 2

2 Sistemi **4**

Chapter 1

Introduction

Un sistema é un entitá artificiale o fisica che evolve nel tempo. Spesso conviene definire un sistema come la relazione fra segnali in input e in output.

Un **segnale** é una funzione che descrive il sistema nel suo evolvere di quantitá col passare del tempo.

Segnale: *time_space* $T \rightarrow \mathbb{U}$, dove U é la quantitá in questione.

Denoto una classe di segnali come: $\mathcal{U} = \{u(\cdot) : \mathcal{T} \rightarrow \mathbb{U}\}$

1.1 Time space

Per il time space $\mathcal{T}$ posso far riferimento a **continuous time, discrete event o discrete time**.

1.1.1 Continuous Time Signals

In continuous time descrivo quantitá fisiche. Un time space dev'essere totalmente ordinato, metrico (misurabile) e continuo (posso fare calcolo differenziale). Tipicamente $\mathcal{T} \subset \mathbb{R}$. Lo uso se devo descrivere un circuitino ad esempio.

1.1.2 Discrete Events Signals

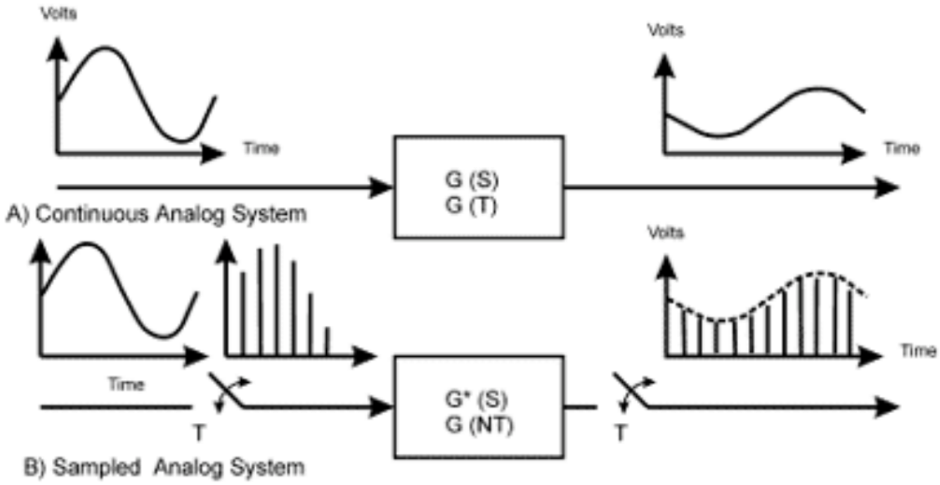
Nel caso di discrete events signals sono slegato dal tempo fisico, tutto quello che so é l'ordine degli eventi. Indipendentemente dal tempo fisico una sequenza in input deve dare lo stesso output. Il time space $\mathcal{T}$ dev'essere ordinato e finito (tra due eventi devo aver un numero finito di altri eventi); pertanto uso $\mathbb{N}$. Lo uso per state transition diagrams.

1.1.3 Discrete Time Signals

Nel caso di discrete time signals ho una classe di discrete event signals con synchronous time instants. Tipicamente si sicronizzano gli istanti su un periodic time base. Il set dev'essere ordinato e abeliano (per poter computare somme e differenze di eventi). Solitamente uso $\mathbb{Z}$.

Un sistema é formato da associazioni di sottosistemi eterogenei. DT (Discrete Time) systems sono ottenuti da CT (Continuous Time) systems con restrizioni temporali a quando certe quantitá si possono misurare o certe variabili in input cambiano.

Una quantitá fisica come il tempo viene campionata in molti periodi.



Solitamente uso calligraphic letter per denotare classi di segnali $\mathcal{U} = \{\sqcap(\cdot) : \mathcal{T} \to \mathbb{U}\}$.

Time spaces:

Continuous time (CT) signals	**Discrete Events (DE)** signals	**Discrete Time (DT)** signals
totally ordered	totally ordered	totally ordered
metric	fra due eventi posso averne finiti altri	sequenze di eventi associati a istanti
a continuum		gli eventi devono essere **sincroni**
		gruppi abeliani

CT si usa per rappresentare l'evoluzione di quantitá fisiche pertanto solitamente uso $\mathbb{R}$.

Per discrete events la storia é diversa, mi interessa solo l'ordine degli input, quanto tempo passa fra un input e l'altro non cambia l'output, solitamente uso $\mathbb{N}$. Ho una sequenza di eventi totalmente ordinati che posso mappare su $\mathbb{N}$.

Avendo DT eventi mappati su gruppi abeliani uso $\mathbb{Z}$.

Infine ho sistemi che sono collection di sottosistemi ogniuno con potenzialmente differenti time spaces.

Chapter 2

Sistemi

Considero $\mathcal{U}$ la classe dei segnali di input e $\mathcal{Y}$ la classe dei segnali di output che prendono valore da Y. Allora posso definire il **sistema** come una relazione binaria fra $\mathcal{U}$ e $\mathcal{Y}$: $S \subset \mathcal{U} \otimes \mathcal{Y}$ (una relazione binaria sará un set di coppie (input, output)).

Naturalmente posso avere lo stesso output per diversi input e viceversa (se, ad esempio, cambio lo stato iniziale).

Denoto:

$\mathcal{T}(t_0) = \{t \in \mathcal{T} : t \geq t_0\}$	il sottoinsieme del time space contenente gli istanti.
$\mathcal{W}^{T(t_0)} = \{w_0(\cdot) : \forall t \geq t_0,\ t \to w_0(t) \in W$	il set di funzioni definite su $T(t_0)$ a valori in W.
$w_0\|_{T(t_1)}$	la truncation della funzione che valuto da $t_1 > t_0$.

An **abstract dynamic system** is a 3-tuple $\{T,\ \mathcal{U} \otimes \mathcal{Y},\ \sum\}$ con

$$\sum = \{\sum(t_0) \subset \mathcal{U}^{T(t_0)} \otimes \mathcal{Y}^{T(t_0)} : t_0 \in \mathcal{T}\ AND\ CRT\ is\ satisfied\}$$

dove CRT é la chiusura rispetto alla truncation (i.e. $\forall\ t_1 \geq t_0$).

$(u_0,\ y_0) \in \sum(t_0) \implies (u_0|_{T(t_1)},\ y_0|_{T(t_1)}) \in \sum(t_1)$, in pratica CRT property significa che se una coppia di funzioni appartiene al sistema da t_0 in poi esse vengono troncate da t_1 in poi.