1 Domande Teoria su capitolo 5

Domanda 1 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione di stato.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3\\ 5\end{bmatrix}u$$

Si dica quale delle seguenti alternative è quella giusta.

- [ ] Il sistema è instabile secondo Lyapunov e BIBO stabile.
- [ ] Il sistema è BIBO instabile.
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] Il sistema è stabile secondo Lyapunov e BIBO instabile.
- [x] Il sistema è instabile secondo Lyapunov ma non si può sapere se è BIBO stabile visto che non viene fornita l'equazione per l'uscita.

Domanda 2 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione di stato.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3\\ 5\\ 1\end{bmatrix}u$$

Si dica quale delle seguenti alternative è quella giusta.

- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [x] Il sistema è BIBO stabile.
- [ ] Il sistema è BIBO instabile.
- [ ] Il sistema è instabile secondo Lyapunov ma non si può sapere se è BIBO stabile visto che non viene fornita l'equazione per l'uscita.
- [ ] Il sistema è stabile secondo Lyapunov ma non si può sapere se è BIBO stabile visto che non viene fornita l'equazione per l'uscita.

Domanda 3 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente dinamica autonoma

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} x$$

Si dica quale delle seguenti alternative corrisponde alla evoluzione libera del sistema.

- [ ] $$x(t) = \frac{e^t}{3} \begin{bmatrix} 2 + e^{3t} & -1 + e^{3t} \\ 2(-1 + e^{3t}) & 1 + 2e^{3t} \end{bmatrix} x(0).$$
- [ ] $$x(t) = \frac{e^t}{3} \begin{bmatrix} 2 - e^{3t} & -1 + e^{3t} \\ 2(-1 - e^{3t}) & 1 + 2e^{3t} \end{bmatrix} x(0).$$
- [ ] $$x(t) = \frac{e^t}{3} \begin{bmatrix} 2 + e^{3t} & 1 + e^{3t} \\ 2(-1 + e^{3t}) & 1 + 2e^{3t} \end{bmatrix} x(0).$$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $$x(t) = \frac{e^t}{3} \begin{bmatrix} 2 + e^{3t} & -1 + e^{3t} \\ 2(-1 + e^{3t}) & 1 - 2e^{3t} \end{bmatrix} x(0).$$

Domanda 4 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente dinamica autonoma

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x$$

Si dica quale delle seguenti alternative corrisponde alla evoluzione libera del sistema.

- [ ] $$x(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2}}}{3} \begin{bmatrix} 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) - \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \\ -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \end{bmatrix} x(0).$$
- [x] $$x(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2}}}{3} \begin{bmatrix} 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \\ -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) - \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \end{bmatrix} x(0).$$
- [ ] $$x(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2}}}{3} \begin{bmatrix} 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \\ -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) - \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \end{bmatrix} x(0).$$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $$x(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2}}}{3} \begin{bmatrix} 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) - \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \\ -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \end{bmatrix} x(0).$$

Domanda 5 Si consideri un sistema lineare Tempo Continuo tempo invariante avente la seguente risposta libera a partire dalle condizioni iniziali $x(0) = [1,\ 0]$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}e^{-\frac{t}{2}}(3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2})) \\ -\frac{2e^{-\frac{t}{2}}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2})}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

Si indichino gli autovalori corrispondenti alla matrice dinamica che genera tale risposta libera.

- [ ] $\lambda_1 = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [x] $\lambda_1 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [ ] $\lambda_1 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2 = +\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $\lambda_1 = -\frac{1}{3} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$

Domanda 6 Si consideri un sistema Tempo Discreto con la seguente rappresentazione di stato.

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 3u.$$

Si dica la funzione di trasferimento corretta.

- [ ] $\dfrac{3z^2+9z-10}{z-3}$
- [ ] $\dfrac{3z^2-9z+10}{z^2+3}$
- [ ] $\dfrac{3z^2+9z-10}{z^2-3}$
- [x] $\dfrac{3z^2+9z+10}{z^2-3z}$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte

Domanda 7 Si consideri un sistema Tempo Continuo con la seguente rappresentazione di stato.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0u.$$

Si dica la funzione di trasferimento corretta.

- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $\dfrac{4s+3}{s^2-2s-1}$
- [ ] $\dfrac{4s+3}{s^2-2s+1}$
- [ ] $\dfrac{4s-3}{s^2-2s-1}$
- [ ] $\dfrac{4s-3}{s^2+2s-1}$

Domanda 8 Si consideri un sistema lineare Tempo Continuo tempo invariante avente la seguente risposta libera a partire dalle condizioni iniziali $x(0) = [1,\, 0]$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}e^t(2+e^{3t}) \\ \frac{2}{3}e^t(e^{3t}-1) \end{bmatrix}$$

Si indichino gli autovalori corrispondenti alla matrice dinamica che genera tale risposta libera.

- [ ] $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = -4$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = -4$
- [ ] $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = 4$
- [x] $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 4$

Domanda 9 Si consideri un sistema lineare Tempo Discreto tempo invariante avente la seguente risposta libera a partire dalle condizioni iniziali $x(0) = [1,\, 0]$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} + \frac{4^t}{3} \\ -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} 2^{2t+1} \end{bmatrix}$$

Si indichino gli autovalori corrispondenti alla matrice dinamica che genera tale risposta libera.

- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [ ] $\lambda_1 = 1,\, \lambda_2 = 2$
- [ ] $\lambda_1 = 2,\, \lambda_2 = 4$
- [x] $\lambda_1 = 1,\, \lambda_2 = 4$
- [ ] $\lambda_1 = 2,\, \lambda_2 = 1$

Domanda 10 Si consideri un sistema Tempo Continuo con la seguente dinamica autonoma

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

Si dica quale delle seguenti alternative corrisponde alla forma di Jordan del sistema.

- [ ] $$J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
- [ ] Nessuna delle alternative proposte
- [x] $$J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
- [ ] $$J = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
- [ ] $$J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2 Soluzioni esercizi sul capitolo 3

1. Il sistema è instabile secondo Lyapunov ma non si può sapere se è BIBO stabile visto che non viene fornita l'equazione per l'uscita.

2. Il sistema è BIBO stabile.

3. $$x(t) = \frac{e^t}{3}\begin{bmatrix} 2+e^{3t} & -1+e^{3t} \\ 2(-1+e^{3t}) & 1+2e^{3t} \end{bmatrix} x(0).$$

4. $$x(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2}}}{3}\begin{bmatrix} 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) + \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \\ -2\sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) & 3\cos(\frac{\sqrt{3}t}{2}) - \sqrt{3}\sin(\frac{\sqrt{3}t}{2}) \end{bmatrix} x(0).$$

5. $\lambda_1 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\dfrac{3z^2+9z+10}{z^2-3z}$

7. $\dfrac{4s+3}{s^2-2s-1}$

8. $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 4$

9. $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 4$

10. $$J = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$