



Domanda 1 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$1 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = -225 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} - 390.$$

Si dica per quali valori di k il sistema "è stabile

- ☐ $k > 26/15 \vee k < -26/15.$
- ☐ $k > 15/26 \vee k < -15/26.$
- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $k > 15/26.$
- ☐ $k > 26/15.$

Domanda 2 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$1 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = k \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} - 390.$$

Si dica per quali valori di k il sistema "è stabile

- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $-\sqrt{390} < k < 0.$
- ☐ $k < -\sqrt{390} \vee k > \sqrt{390}.$
- ☐ $-\sqrt{390} < k < \sqrt{390}.$
- ☐ $k < 0.$

Domanda 3 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$k \frac{d^4 y(t)}{dt^4} = -k \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 10 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} + 5.$$

Si dica per quali valori di k il sistema "è stabile

- ☐ $-10 < k < -15.$
- ☐ $k < 15.$
- ☐ $k > 0.$
- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $k < 0.$

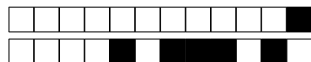
1 Soluzioni Esercizi

Domanda 1

$$1 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = -225 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} - 390.$$

La trasformata di laplace é:

$$s^3 Y(s) = -225 s^2 Y(s) - k s Y(s) - 390 Y(s) + U(s).$$



Quindi possiamo scrivere:

$$Y(s) = \frac{1}{s^3 + 225s^2 + ks + 390} U(s)$$

La tabella di routh relativa a $s^3 + 225s^2 + ks + 390$ é:

$$\begin{pmatrix} 1 & k \\ 225 & 390 \\ \frac{225k-390}{225} & 0 \\ \frac{390k-676}{k-26/15} & 0 \end{pmatrix}$$

Ad ogni variazione di segno che presentano i termini della prima colonna della tabella di Routh corrisponde una radice a parte reale positiva, ad ogni permanenza una radice a parte reale negativa. Quindi cerchiamo k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é costante. In questo caso visto che il primo elemento é positivo li vogliamo tutti positivi.

$$\begin{cases} \frac{225k-390}{225} > 0 \\ \frac{390k-676}{k-26/15} > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$k > 26/15$$

Alla luce di quanto sopra possiamo moltiplicare la seconda equazione da entrambe le parti per $k - 26/15$ mantenendo il $>$ poiché $k - 26/15 > 0$.

$$\frac{390k-676}{k-26/15} (k-26/15) > 0 (k-26/15)$$

$$390k - 676 > 0$$

$$k > 26/15$$

Quindi possiamo dire che il sistema é stabile per $k > 26/15$.

Domanda 2

$$1 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = k \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} - 390.$$

La tabella di routh é:

$$\begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 390 \\ \frac{k^2-390}{k} & 0 \\ 390 & 0 \end{pmatrix}$$

Cerchiamo il k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é positivo

$$\begin{cases} -k > 0 \\ \frac{k^2-390}{k} > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$k < 0$$

Alla luce di quanto sopra possiamo moltiplicare la seconda equazione da entrambe le parti per k invertendo il simbolo di eguaglianza poiché $k < 0$.

$$k^2 - 390 < 0$$

$$k^2 < 390$$

$$-\sqrt{390} < k < \sqrt{390}$$

Quindi possiamo dire che il sistema é stabile per $-\sqrt{390} < k < 0$.

**Domanda 3**

$$k \frac{d^4 y(t)}{dt^4} = -k \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 10 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + k \frac{d^1 y(t)}{dt^1} + 5.$$

La tabella di routh é:

$$\begin{pmatrix} k & -10 & 5 \\ k & k & 0 \\ -\frac{k^2+10k}{k} & 5 & 0 \\ \frac{k(k^2+15k)}{k^2+10k} & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cerchiamo il k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é positivo

$$\begin{cases} k > 0 \\ -\frac{k^2+10k}{k} > 0 \\ \frac{k(k^2+15k)}{k^2+10k} > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$\begin{cases} k > 0 \\ -(k+10) > 0 \\ k+15 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k > 0 \\ k < -10 \\ k > -15 \end{cases}$$

Quindi possiamo dire che il sistema non é stabile.