

Algoritmi Avanzati  
**Provetta intercorso**

Roberto Battiti

Paolo Campigotto

15 novembre 2011

**Istruzioni e regole:**

Si usino unicamente una penna ed i fogli protocollo forniti dai docenti.

Si scriva subito il proprio nome su ciascun foglio e lo si firmi.

Segnare con chiarezza a quale quesito si sta rispondendo. Si scriva con chiarezza la propria risposta e si dimostri-  
no i propri risultati. **(I risultati senza dimostrazione o spiegazione non verranno presi in considerazione).**

Un atteggiamento disonesto (come copiare) porterà all'espulsione immediata dall'aula.

*Buon lavoro!*

**Esercizio 1**

**1.1)** Dimostrare il seguente:

Dato  $n > 0$  pari, nel campo complesso i quadrati delle  $n$  radici  $n$ -esime dell'unità sono le  $n/2$  radici  $(n/2)$ -esime dell'unità.

**1.2)** Calcolare la trasformata discreta di Fourier del seguente polinomio utilizzando l'algoritmo per la trasformata veloce di Fourier (FFT):

$$A(x) = 3x^3 - x^2 + 3.$$

Mostrare con chiarezza i passi di esecuzione dell'algoritmo.

**Esercizio 2**

**2.1)** Risolvere il seguente programma lineare utilizzando il metodo grafico (mostrare i vincoli, il simplesso, il gradiente e la soluzione ottima, qualora esista):

$$\text{minimize} \quad f(x_1, x_2) = -10x_1 - x_2 \quad (1)$$

subject to

$$x_1 + x_2 \geq 3 \quad (2)$$

$$5x_1 - 2x_2 \leq -8 \quad (3)$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 1 \quad (4)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (5)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (6)$$

**2.2)** Il gestore di un sito Web decide di noleggiare un certo numero di server per coprire il proprio fabbisogno durante un periodo di punta di  $n$  giorni. In particolare, sia  $q_i$  il fabbisogno (espresso come numero di server) al giorno  $i$ -esimo,  $i = 1 \dots n$ . A tale scopo si rivolge ad una ditta di Elettronica che fornisce un preventivo con il costo di affitto (in Euro) in funzione della durata (espressa in numero di giorni consecutivi):

durata (giorni)	1	2	3	...	$m$
costo per server	$c_1$	$c_2$	$c_3$	...	$c_m$

Scrivere un modello di programmazione matematica per determinare una politica di affitto che minimizzi il costo complessivo di noleggio da parte del gestore del sito Web.

**Esercizio 3**

**3.1)** Dare la definizione di problema di ottimizzazione combinatoria.

**3.2)** Definire il problema del commesso viaggiatore (TSP) e mostrare che è un problema di ottimizzazione combinatoria (ossia soddisfa la definizione data al punto 3.1).

**Esercizio 4**

**4.1)** Dare la definizione di matrice non-singolare.

**4.2)** Data una matrice quadrata non-singolare e simmetrica, dimostrare che la sua inversa è simmetrica.