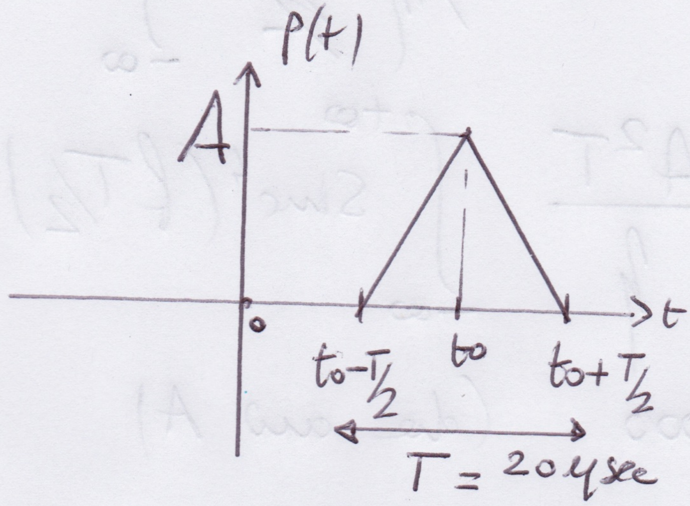
ESERCIZIO PER INTEGRAZIONE – PARTE FILTRO ADATTATO (SETTEMBRE 2016)

Sia dato un impulso triangolare di ampiezza pari ad *A* (da determinare) e di durata pari a 10 microsecondi, ritardato rispetto all'origine dei tempi di 20 microsecondi. Supponendo che il rumore additivo, Gaussiano, bianco, che contamina la forma d'onda abbia densità spettrale di potenza monolatera pari a 2.25×10^{-14} W/Hz Si richiede di:

1) Calcolare la risposta all'impulso del filtro adattato alla forma d'onda di cui sopra e disegnarne il grafico (lasciando indicato il parametro incognito *A*);
2) Calcolare *A* in maniera tale che il rapporto segnale/rumore in uscita dal filtro adattato sia pari a 30dB.

Risoluzione

1



$$p(t) = A \, \Lambda\left(\frac{t - t_0}{T/2}\right)$$

$$h_{opt}(t) = \frac{2k}{\eta} p(t_d - t) = \frac{2k}{\eta} A \, \Lambda\left(\frac{t_0 - t + t_d}{T/2}\right)$$

$$h_{opt}(t) = \frac{2k}{\eta} \Lambda\left(\frac{t_1 - t}{T/2}\right) \qquad t_1 = t_0 + t_d$$

t_d e k arbitrari

poiché $\Lambda\left(t/\tfrac{T}{2}\right)$ ha simmetria pari:

$$h_{opt}(t) = 2k/\eta \; \Lambda\left(t - t_1 / \tfrac{T}{2}\right)$$

② $\left(\frac{S}{N}\right) = 2\frac{A^2}{\eta}\int_{-\infty}^{+\infty}|P(f)|^2\,df = 1000$ (30 dB in scala lin.)

$$P(f) = \mathcal{F}\left\{\Lambda\left(\frac{t}{T/2}\right)\right\} = \frac{T}{2}\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \cancel{2}\frac{A^2}{\eta}\,\frac{T}{\cancel{2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}^4\left(f\frac{T}{2}\right)df =$$

$$= \frac{A^2 T}{\eta}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}^4\left(f\frac{T}{2}\right)df$$

formalmente corretto, ma non risolubile in forma numerica.

$= 1000$ (da cui A)

Tuttavia, per il teorema di Parseval si sa che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|P(f)|^2\,df = \int_{-\infty}^{+\infty}p^2(t)\,dt = 2\int_0^{T/2}\Lambda\left(\frac{t}{T/2}\right)dt$$

$\Downarrow$

questo integrale è risolubile,

poiché $\Lambda\left(\frac{t}{T/2}\right) = 1 - \frac{|t|}{T/2}$