Soluzioni prova parziale Teoria dei Segnali 5/11/2015

Soluzione esercizio 1

1) Il segnale è sicuramente causale, infatti è identicamente nullo per t<=4 sec.
2) Per provare se il segnale ha simmetria pari occorre verificare che:

$s(t) = s(-t)$, ovvero:
$5e^{-t/6}1(t-4) = 5e^{t/6}1(-t-4) \quad \forall t$

Questo non è vero. Infatti, le due funzioni, calcolate nei due istanti, sono chiaramente differenti.

3) L'energia di *s(t)* si calcola nella seguente maniera:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t)dt = \int_{4}^{+\infty} 25e^{-t/3}\,dt = 75e^{-4/3} \approx 19.77J$$

Soluzione esercizio 2

1) Per verificare la linearità del sistema, occorre provare che:

dato:

$x_1(t) \to y_1(t)$ e $x_2(t) \to y_2(t)$, allora: $\alpha x_1(t) + \beta x_1(t) \to \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

La risposta all'ingresso dato dalla combinazione lineare dei due ingressi è data da:

$$z(t) = a\alpha x_1(t-t_0) + a\beta x_2(t-t_0) + b\alpha \frac{dx_1(t)}{dt} + b\beta \frac{dx_2(t)}{dt} +$$
$$+c\left[\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\right]^3 \neq \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

Infatti, nell'elevamento alla terza potenza dell'ingresso, ci sono anche i doppi prodotti tra potenze di ordine diverso da 3 di x1(t) e di x2(t). Questo ci dice che il sistema non è sicuramente lineare.

2) Per verificare la tempo-invarianza occorre verificare che:

$$x(t) \to y(t) \Rightarrow x(t-\tau) \to y(t-\tau)$$

$$z(t) = ax(t-\tau) + +b\frac{dx(t-\tau)}{dt} + c\left[x(t-\tau)\right]^3 = y(t-\tau)$$

Quindi il sistema è tempo-invariante.

Data la risposta alla domanda 1), la parte che produce non linearità del sistema è quella relativa all'elevamento al cubo dell'ingresso. Se *c*=0, qualunque siano i valori di *a* e di *b*, il sistema è lineare e tempo-invariante.

Soluzione esercizio 3

Applicando le formule di duplicazione, otteniamo il seguente processo aleatorio parametrico:

$$x(t) = A\left\{\frac{1+\cos(2\omega_0 t+\beta)}{2}\right\} = \frac{A}{2}+\frac{A}{2}\cos(2\omega_0 t+\beta)$$

Che è la somma di una costante e di un processo aleatorio co-sinusoidale.

Il processo è sicuramente stazionario in senso lato. Valor medio ed autocorrelazione sono le seguenti:

$$E\{x(t)\} = \frac{A}{2}$$

$$R_x(\tau) = \frac{A^2}{4}+\frac{A^2}{8}\cos(2\omega_0\tau)$$

La potenza media del processo aleatorio è pari all'autocorrelazione calcolata in 0, ovvero:

$$\overline{P}_x = \frac{A^2}{4}+\frac{A^2}{8} = \frac{3A^2}{8}$$