+0/1/60+

January 13, 2018

1 Esercizi criterio Routh

Domanda 1 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$1\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} = -225\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} - k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} - 390.$$

Si dica per quali valori di k il sistema ‘’e stabile

- ☐ $k > 26/15 \bigvee k < -26/15$.
- ☐ $k > 15/26 \bigvee k < -15/26$.
- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $k > 15/26$.
- ☐ $k > 26/15$.

Domanda 2 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$1\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} = k\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} - k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} - 390.$$

Si dica per quali valori di k il sistema ‘’e stabile

- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $-\sqrt{390} < k < 0$.
- ☐ $k < -\sqrt{390} \bigvee k > \sqrt{390}$.
- ☐ $-\sqrt{390} < k < \sqrt{390}$.
- ☐ $k < 0$.

Domanda 3 Si consideri un sistema Tempo Continuo lineare tempo invariante con la seguente rappresentazione ingresso uscita:

$$k\,\frac{d^4\,y(t)}{dt^4} = -k\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} + 10\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} + k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} + 5.$$

Si dica per quali valori di k il sistema ‘’e stabile

- ☐ $-10 < k < -15$.
- ☐ $k < 15$.
- ☐ $k > 0$.
- ☐ nessuna delle precedenti.
- ☐ $k < 0$.

1 Soluzioni Esercizi

Domanda 1

$$1\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} = -225\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} - k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} - 390.$$

La trasformata di laplace é:

$$s^3Y(s) = -225s^2Y(s) - ksY(s) - 390Y(s) + U(s).$$

Quindi possiamo scrivere:

$$Y(s) = \frac{1}{s^3 + 225s^2 + ks + 390} U(s)$$

La tabella di routh relativa a $s^3 + 225s^2 + ks + 390$ é:

$$\begin{pmatrix} 1 & k \\ 225 & 390 \\ \frac{225k-390}{225} & 0 \\ \frac{390k-676}{k-26/15} & 0 \end{pmatrix}$$

Ad ogni variazione di segno che presentano i termini della prima colonna della tabella di Routh corrisponde una radice a parte reale positiva, ad ogni permanenza una radice a parte reale negativa. Quindi cerchiamo k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é costante. In questo caso visto che il primo elemento é positivo li vogliamo tutti positivi.

$$\begin{cases} \frac{225k-390}{225} > 0 \\ \frac{390k-676}{k-26/15} > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$k > 26/15$$

Alla luce di quanto sopra possiamo moltiplicare la seconda equazione da entrambe le parti per $k - 26/15$ mantenendo il $>$ poiché $k - 26/15 > 0$.

$$\frac{390k - 676}{k - 26/15}(k - 26/15) > 0(k - 26/15)$$
$$390k - 676 > 0$$
$$k > 26/15$$

Quindi possiamo dire che il sistema é stabile per $k > 26/15$.

Domanda 2

$$1\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} = k\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} - k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} - 390.$$

La tabella di routh é:

$$\begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 390 \\ \frac{k^2-390}{k} & 0 \\ 390 & 0 \end{pmatrix}$$

Cerchiamo il k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é positivo

$$\begin{cases} -k & > 0 \\ \frac{k^2-390}{k} & > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$k < 0$$

Alla luce di quanto sopra possiamo moltiplicare la seconda equazione da entrambe le parti per k invertendo il simbolo di eguaglianza poiché $k < 0$.

$$k^2 - 390 < 0$$
$$k^2 < 390$$
$$-\sqrt{390} < k < \sqrt{390}$$

Quindi possiamo dire che il sistema é stabile per $-\sqrt{390} < k < 0$.

Domanda 3

$$k\,\frac{d^4\,y(t)}{dt^4} = -k\,\frac{d^3\,y(t)}{dt^3} + 10\,\frac{d^2\,y(t)}{dt^2} + k\,\frac{d^1\,y(t)}{dt^1} + 5.$$

La tabella di routh é:

$$\begin{pmatrix} k & -10 & 5 \\ k & k & 0 \\ -\frac{k^2+10k}{k} & 5 & 0 \\ \frac{k(k^2+15k)}{k^2+10k} & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cerchiamo il k per cui il segno di tutti gli elementi della prima colonna é positivo

$$\begin{cases} k & > 0 \\ -\frac{k^2+10k}{k} & > 0 \\ \frac{k(k^2+15k)}{k^2+10k} & > 0 \end{cases}$$

Per soddisfare la prima equazione

$$\begin{cases} k & > 0 \\ -(k+10) & > 0 \\ k+15 & > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k & > 0 \\ k & < -10 \\ k & > -15 \end{cases}$$

Quindi possiamo dire che il sistema non é stabile.