Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione (DISI)

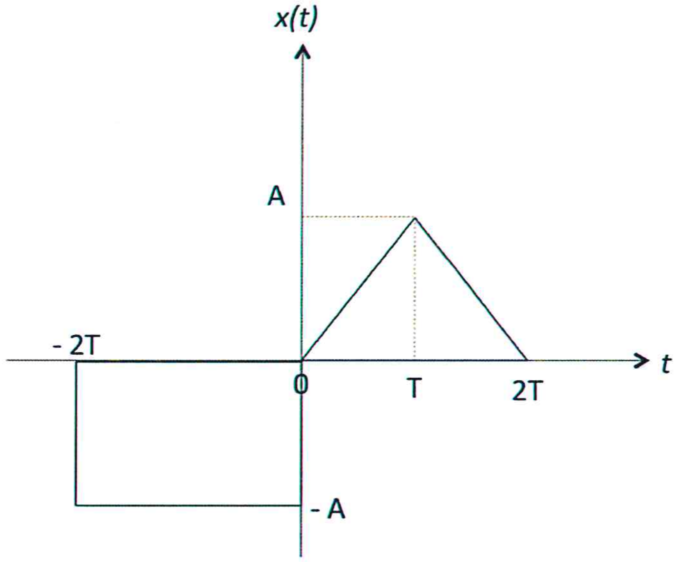
Corso di TEORIA DEI SEGNALI
Anno accademico 2017-2018

ESAME IN ITINERE: PRIMA PROVA PARZIALE
2 Novembre 2017

Cognome	***Nome***

Esercizio 1 (Segnali deterministici)

Sia dato il segnale *x(t)* mostrato in figura:



1) Il segnale *x(t)* è causale? (motivare la risposta);
2) Calcolare l'energia del segnale *x(t)*;
3) Calcolare la parte pari del segnale *x(t)* e disegnarne il grafico (si consiglia, per questa domanda, di rappresentare *x(t)* in termini di somma di segnali elementari noti).

Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione (DISI)

Corso di TEORIA DEI SEGNALI
Anno accademico 2017-2018

ESAME IN ITINERE: PRIMA PROVA PARZIALE
2 Novembre 2017

Cognome	*Nome*

Esercizio 2 (Segnali aleatori)

Sia dato il seguente processo aleatorio:

$$u(t) = x(t)cos(2\pi f_0 t + \theta)$$

x(t) è il processo binario causale, di ampiezza V_0 e periodo di commutazione T, mentre f_0 e θ sono due parametri deterministici, fissati.

1) Calcolare il valor medio di *u(t)*;
2) Calcolare l'autocorrelazione di *u(t)*;
3) Indicare se il processo *u(t)* è stazionario in senso lato e, qualora non lo fosse, indicare come si potrebbe renderlo tale.

Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione (DISI)

Corso di TEORIA DEI SEGNALI
Anno accademico 2017-2018

ESAME IN ITINERE: PRIMA PROVA PARZIALE
2 Novembre 2017

Cognome	***Nome***

Esercizio 3 (Sistemi LTI)

Sia dato il seguente sistema, di cui viene fornita la relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = 2|u(t)| + 3u(t)$$

1) Il sistema è lineare? (motivare la risposta)
2) Il sistema è tempo-invariante? (motivare la risposta)

SOLUZIONE ESERCIZIO 1

Domanda 1

Il segnale NON È CAUSALE, poiché il suo istante di inizio $t = -2T < 0$

Domanda 2

È conveniente esprimere il segnale in maniera analitica:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < -2T \\ -A & 2T \leq t < 0 \\ At/T & 0 \leq t < T \\ -A(t-2T)/T & T \leq t < 2T \\ 0 & t \geq 2T \end{cases}$$

$$E_x = \int_{-2T}^{2T} x^2(t)\,dt = \int_{-2T}^{0} A^2 dt + 2\int_{0}^{T} \left(\frac{At}{T}\right)^2 dt =$$

$$= A^2 2T + 2\frac{A^2 t^3}{3T^2}\Bigg|_0^T = 2A^2T + \frac{2A^2 \cancel{T^3}}{3\cancel{T^2}} = \frac{8A^2T}{3}\ [J]$$

Domanda 3

$$x_P(t) \triangleq \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$x(t) = -A\Pi\left(\frac{t+T}{2T}\right) + A\Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right)$$

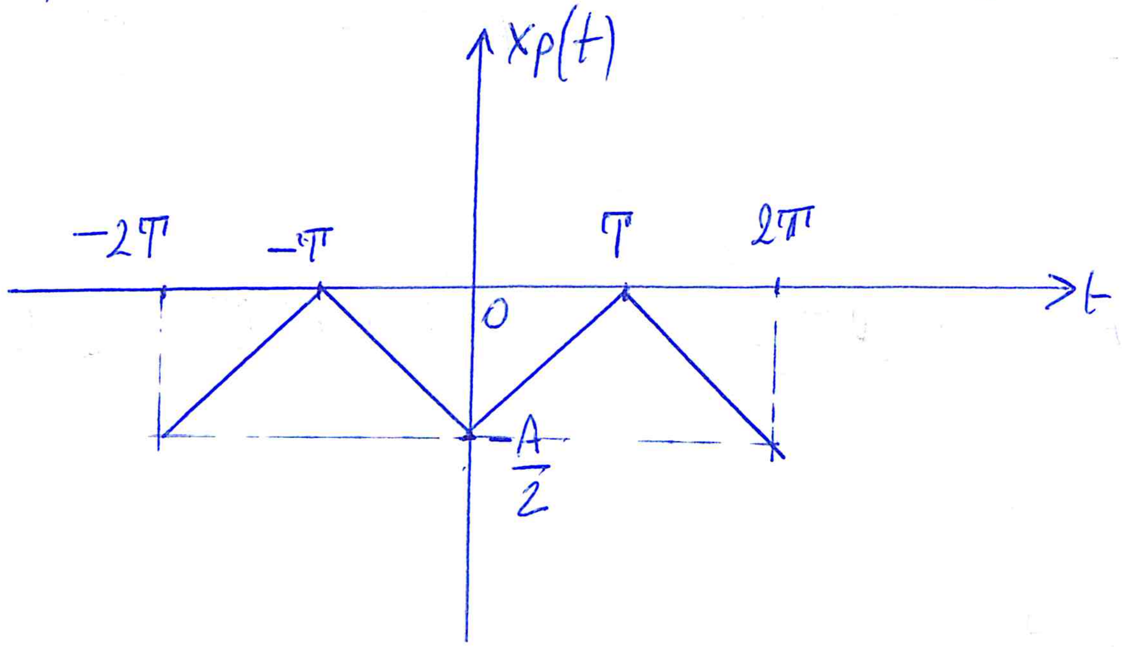
$$x(-t) = -A\Pi\left(\frac{-t+T}{2T}\right) + A\Lambda\left(\frac{-t-T}{T}\right) =$$

$$= -A\Pi\left(\frac{t-T}{2T}\right) + A\Lambda\left(\frac{t+T}{T}\right)$$ poiché $\Pi(\cdot)$ e $\Lambda(\cdot)$ sono due FUNZIONI PARI

Quindi:

$$x_p(t) = \frac{1}{2}\left[-A\Pi\left(\frac{t+T}{2T}\right) + A\Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right) - A\Pi\left(\frac{t-T}{2T}\right) + A\Lambda\left(\frac{t+T}{T}\right)\right] = -\frac{A}{2}\Pi\left(\frac{t+T}{2T}\right) + \frac{A}{2}\Lambda\left(\frac{t+T}{T}\right) - \frac{A}{2}\Pi\left(\frac{t-T}{2T}\right) + \frac{A}{2}\Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right)$$

Da cui, si ricava immediatamente il grafico:



SOLUZIONE ESERCIZIO 2

Domanda 1

$$E\{u(t)\} = E\{x(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta)\} =$$

$$= E\{x(t)\}\cos(2\pi f_0 t + \theta) = 0 \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta) = 0$$

$\Downarrow$

poichè è deterministico ed "esce" dalla media.

Domanda 2

$$R_u(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\} = E\{x(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta) \cdot$$

$$\cdot\, x(t+\tau)\cos(2\pi f_0 (t+\tau) + \theta)\} =$$

$$= E\{x(t)x(t+\tau)\}\cos(2\pi f_0 t + \theta)\cos(2\pi f_0 (t+\tau) + \theta) =$$

$\Downarrow$

(vedi sopra)

$$= R_x(\tau)\cos(2\pi f_0 t + \theta)\cos(2\pi f_0 (t+\tau) + \theta) =$$

$$= V_0^2 \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\left[\frac{1}{2}\cos(2\pi f_0 \tau) + \frac{1}{2}\cos(2\pi f_0 (2t+\tau) + 2\theta)\right]$$

in realtà, quindi, dovrei scrivere $R_u(t,\tau)$, perchè c'è la dipendenza da entrambi i parametri.

Domanda 3

Evidentemente il processo NON È SSL. Potrebbe diventarlo se $\cos(2\pi f_0 t + \Theta)$ fosse un PROCESSO COSINUSOIDALE con Θ v.a. indipendente da $x(t)$ e uniformemente distribuita in $[0, 2\pi]$.

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

Domanda 1

$$y(t) = 2|u(t)| + 3u(t)$$

vediamo se verifica la linearità:

$$u_1(t) \longrightarrow y_1(t) = 2|u_1(t)| + 3u_1(t)$$
$$u_2(t) \longrightarrow y_2(t) = 2|u_2(t)| + 3u_2(t)$$

$$u_1(t) + u_2(t) \longrightarrow 2|u_1(t) + u_2(t)| + 3(u_1(t) + u_2(t))$$

$\neq y_1(t) + y_2(t)$ poiché: $|u_1(t) + u_2(t)| \leq |u_1(t)| + |u_2(t)|$ (disuguaglianza di Schwartz)

Il sistema <u>non</u> è quindi lineare

Domand. 2

Il sistema è tempo-invariante $\Longleftrightarrow$

$$u(t) \longrightarrow 2|u(t)| + 3u(t) = y(t)$$
$$u(t-\tau) \longrightarrow 2|u(t-\tau)| + 3u(t-\tau) = y(t-\tau)$$, ok

lo verifica. Quindi è un sistema tempo-invariante.