CORSO DI TEORIA DEI SEGNALI
ESERCIZI SU ANALISI DI SISTEMI E PROCESSI ALEATORI NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA – ANNO ACCADEMICO 2017-2018

ESERCIZIO 1

Sia dato un sistema lineare e tempo-invariante, avente la seguente funzione di trasferimento:

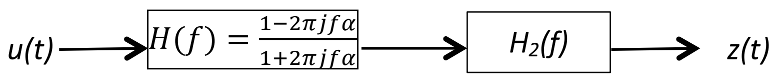
$$H(f) = \frac{1 - 2\pi j f \alpha}{1 + 2\pi j f \alpha}$$

Ove α è un parametro costante. Si richiede di:

1) Calcolare l'espressione analitica della risposta in ampiezza e della risposta in fase del sistema LTI di cui sopra;
2) Si supponga di porre in ingresso al sistema LTI, di cui è stata fornita la funzione di trasferimento *H(f)*, una sinusoide con ampiezza *A*, periodo *T* e fase ϕ. Si calcoli, dapprima, l'espressione dello spettro *Y(f)* del segnale prodotto in uscita dal sistema e, poi, l'espressione analitica della stessa uscita, ma nel dominio del tempo (ovvero *y(t)*);

Si supponga di porre in cascata al sistema LTI di cui sopra un altro sistema LTI, la cui risposta in frequenza $H_2(f)$ deve essere ricavata (vedi figura sottostante). Il segnale *u(t)* è generico e non assegnato. Si richiede di:

3) Calcolare $H_2(f)$ tale per cui: $z(t) = Ku(t - t_0)$ con *K* e t_0 costanti assegnate.



ESERCIZIO 2

Sia dato il seguente segnale deterministico:

$$x(t) = Asinc^2(tf_s)sin^2(\omega_0 t)$$

dove: *A*=10 [microvolt], f_s=15 [KHz], mentre $\omega_0 = 12.566 \times 10^6$ [rad./sec]. Supponiamo di inviare il segnale *x(t)* in ingresso ad un sistema lineare e tempo-invariante la cui risposta è da ricavare. Si calcoli la risposta in frequenza del sistema LTI a cui *x(t)* è inviato in ingresso, affinché, in uscita dal suddetto sistema, si ottenga il segnale $y(t) = 100Asinc^2(tf_s)$.

ESERCIZIO 3

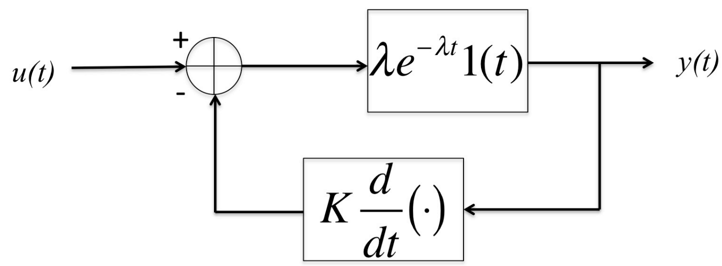
Sia dato un processo aleatorio Gaussiano bianco di densità spettrale di potenza bilatera assegnata pari a $\eta/2$. Si richiede di calcolare la densità spettrale di potenza e l'autocorrelazione del processo aleatorio uscente da un filtro RC, la cui costante di tempo è pari a RC sec. (detto anche processo di *Ornstein-Uhlenbeck*).

ESERCIZIO 4

Un processo aleatorio, gaussiano, stazionario in senso lato, la cui funzione di autocorrelazione è: $R_x(\tau) = 1 + 2sinc(Bt)$, dove B=10 KHz viene inviato in ingresso ad un filtro passa-alto ideale, la cui banda passante è 1 KHz e il cui guadagno in ampiezza è pari a 2. Si richiede di calcolare la funzione di autocorrelazione del processo aleatorio *y(t)* uscente dal filtro passa-alto.

ESERCIZIO 5

Si consideri un processo aleatorio Gaussiano bianco *u(t)* la cui densità spettrale di potenza bilatera $N_0/2 = 1.36\times10^{-12}$ [W/Hz]. Tale processo viene mandato in ingresso al blocco lineare e tempo invariante mostrato in figura sottostante:



dove: $\lambda = 880$ [KHz] e K=3 [nsec]. Sotto queste ipotesi, è richiesto di:

1) Calcolare il valor medio del processo aleatorio *y(t)*;
2) Calcolare l'autocorrelazione del processo aleatorio *y(t)*.

ESERCIZIO 6

Sia dato un sistema lineare e tempo-invariante la cui risposta all'impulso ha la seguente formulazione:

$$h(t) = \frac{1}{a}\left[e^{-|t|/T_0} + sinc(t/T_1)\right]$$

dati numerici: a=80 microsecondi, T_0=120 microsecondi e T_1 = 20 microsecondi. Supponendo che, in ingresso al sistema LTI, venga posto un processo aleatorio cosinusoidale di ampiezza pari a 10 millivolt e periodo pari a 60 microsecondi, si calcoli l'espressione analitica della densità spettrale di potenza del processo uscente dal sistema e la potenza media di tale processo.