

Contrôle Continu N° 3

PARTIE A : Évaluation des ressources 15 points .

Cette partie est constituée de quatre exercices indépendants numérotés de 1 à 4.

Exercice 1 : (4.5 points)

1) a) Vérifier que $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$ 0.25pt

b) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $\begin{cases} x + y = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ xy = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$ 0.75pt

En déduire les solutions dans $]0; \pi[\times]0; \pi[$ du système $\begin{cases} \cos x + \sin x = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \\ \cos x \sin x = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$ 1pt

2) Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5), 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4) et 6 jetons oranges (numérotés de 1 à 6).

On tire successivement et au hasard 2 jetons du sac, sans remettre le jeton dans ce sac.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles. 0,5pt

b) Déterminer le nombre de tirages pour lesquels :

i) Les 2 jetons sont unicolores. 0.5pt

ii) Exactement 2 jetons sont rouges 0.5pt

iii) Au plus 2 jetons sont verts. 0.5pt

iv) Au moins 2 jetons sont oranges 0.5pt

EXERCICE 2 : (03,25 points)

ABC est un triangle rectangle de sens direct tel que : $AB=8\text{cm}$; $AC=6\text{cm}$ et $BC=10\text{cm}$.

On considère les point I et G tels que $\overrightarrow{4BG} + 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ et I le milieu du segment [BC]

- 1) Montrer que $G = \text{Bar}\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$
- 2) En déduire que les points A, G et I sont alignés.
- 3) Faire une figure puis montrer que $AI = BI = 5\text{cm}$.
- 4) Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 100$.
 - a) Montrer que $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 50$
 - b) En déduire que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 75$
 - c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E).

Exercice 3 : (5.25pts)

Le graphe ci-contre représente la courbe (C_f) d'une fonction f dans un repère orthonormé du plan.

- 1) Par lecture graphique :
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de f . **0,5pt**
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f'(x) = 0$. **0,5pt**
 - c) Déterminer $f(1)$ et $f(3)$. **0,5pt**
 - d) Dresser tableau de variation de la fonction f . **1pt**
- 2) On suppose que $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}$; où a, b, c et d sont des nombres réels.
 - a) Justifier que $d = -2$. **0,25pt**
 - b) Montrer que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f , $f'(x) = \frac{ax^2-4ax-2b-c}{(x-2)^2}$. **0,5pt**
 - c) En utilisant les questions 1-b) et 1-c), démontrer
 - que $a = 1$; $b = -3$; $c = 3$. **1,5pt**
 - d) Montrer que le point $\Omega(2; 1)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f). **0,5pt**

