LABORATORIO 7

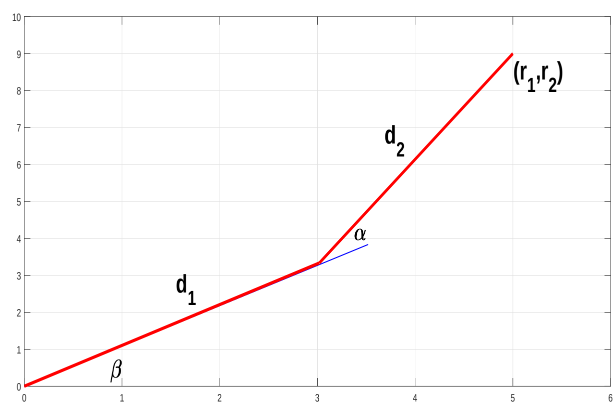
Argomento: sistemi di equazioni non lineari

1. Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineari:

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1x_2 + x_3 & = & 0 \\ x_2^3 + x_3^2 & = & 0 \\ x_1x_3 & = & 1 \end{cases}$$

   la cui soluzione esatta è $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (1, -1, 1)^T$. Si risolva il sistema con il metodo di Newton usando il vettore $x_0 = (0.5, -0.5, 0.1)^T$ come approssimazione iniziale. Eseguire un numero massimo di iterazioni $n_{\max} = 20$ e arrestare il metodo quando la norma euclidea dell'errore assoluto soddisfa la disuguaglianza $||x - x_n||_2 \le tol||x||_2$ con $tol = 1.0e - 10$. Sperimentare, prendendo approssimazioni iniziali diverse, il comportamento del metodo.

2. Un braccio meccanico è formato da due parti collegate da uno snodo ed è incernierato per un estremo a un punto fisso. Il braccio è vincolato a muoversi nel primo quadrante di un sistema di assi cartesiani come illustrato nella figura.

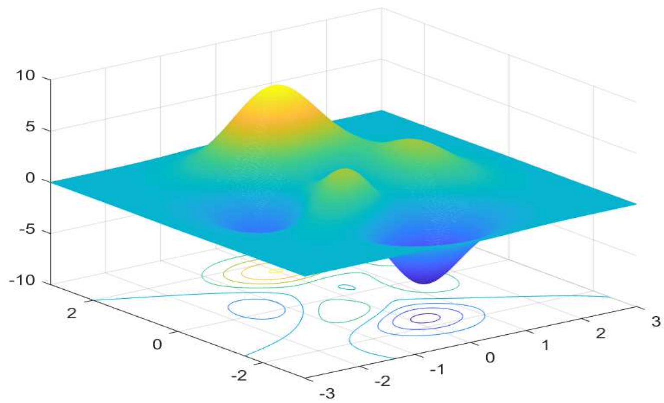


   Le coordinate (r_1, r_2) dell'appendice del braccio sono funzioni degli angoli α e β e soddisfano il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} d_1 \cos\beta + d_2 \cos(\alpha + \beta) - r_1 & = & 0 \\ d_1 \sin\beta + d_2 \sin(\alpha + \beta) - r_2 & = & 0 \end{cases}$$

   in cui $d_1 = 4.5$ e $d_2 = 6$ sono le lunghezze dei due bracci. Determinare gli angoli α e β affinché l'appendice del braccio raggiunga la posizione $(r_1, r_2) = (5, 9)$. Utilizzare il metodo di Newton. Successivamente approssimare le derivate della matrice Jacobiana con dei rapporti incrementali, scegliendo incrementi delle variabili indipendenti sempre piú piccoli, e riapplicare il metodo di Newton. Commentare i risultati.

3. Determinare il massimo della superficie



di equazione

$$z = 3(1-x^2)e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\,(x/5 - x^3 - y^5)\,e^{-x^2-y^2} - 1/3\,e^{-(x+1)^2-y^2}$$

nel dominio $T = \{-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}$, utilizzando sia la *function* `fsolve` di MATLAB che il metodo di Newton. Partire dal vettore $x_0 = (0.4, 1.5)^T$ e poi da $x_0 = (0.5, 1.5)^T$. Commentare i risultati.