Analizando el salto en bungee

Equipo 6
Iván Santiago Hernández Mendoza - A01662556
Moisés Arturo Badillo Álvarez - A00834306
Francisco Fortuna Sanchez - A01782553
Edrick Galicia Villanueva - A01662660
Andres Eugenio Martinez Sanchez - A01656442
Erick Trinidad Limón Ace - A01735902

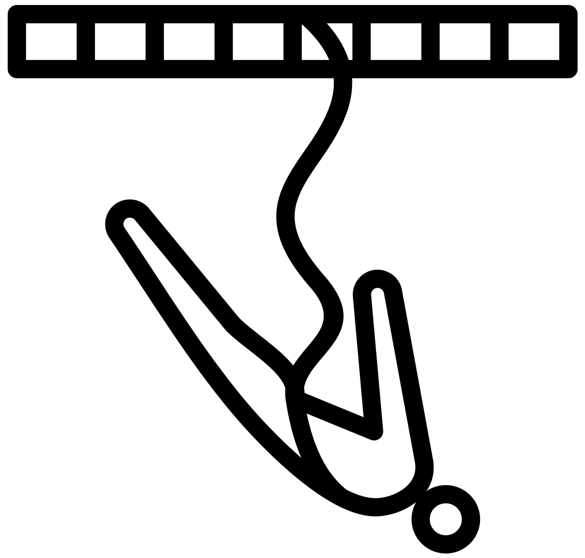
ANÁLISIS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

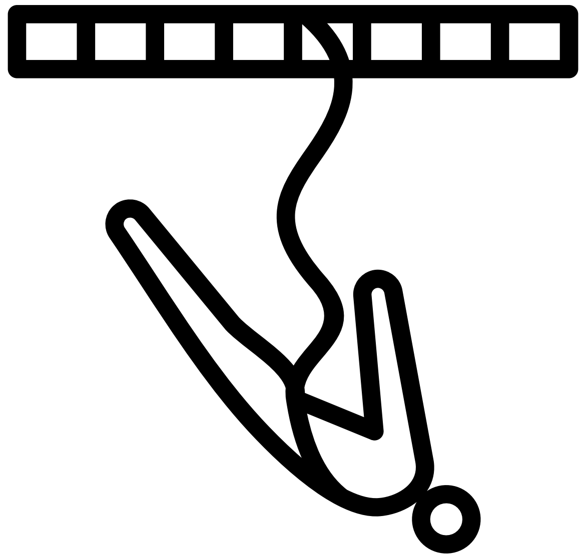
PROFESORA: MARISOL RODRÍGUEZ ARCOS

SIGUIENTE

INTRODUCCIÓN

David Attenborough y la cadena televisiva BBC hicieron un reportaje en la isla de Pentecostés en 1960, sobre jóvenes que saltaban desde altas plataformas con sogas ajustadas a sus tobillos.La filmación inspiró a Chris Baker (Bristol, Inglaterra), a usar las cuerdas elásticas para saltos extremos. El primer salto bungee se realizó el 1 de abril de 1979 desde el puente colgante de Clifton, en Bristol, y fue realizado por cuatro miembros de un club de deportes extremos.





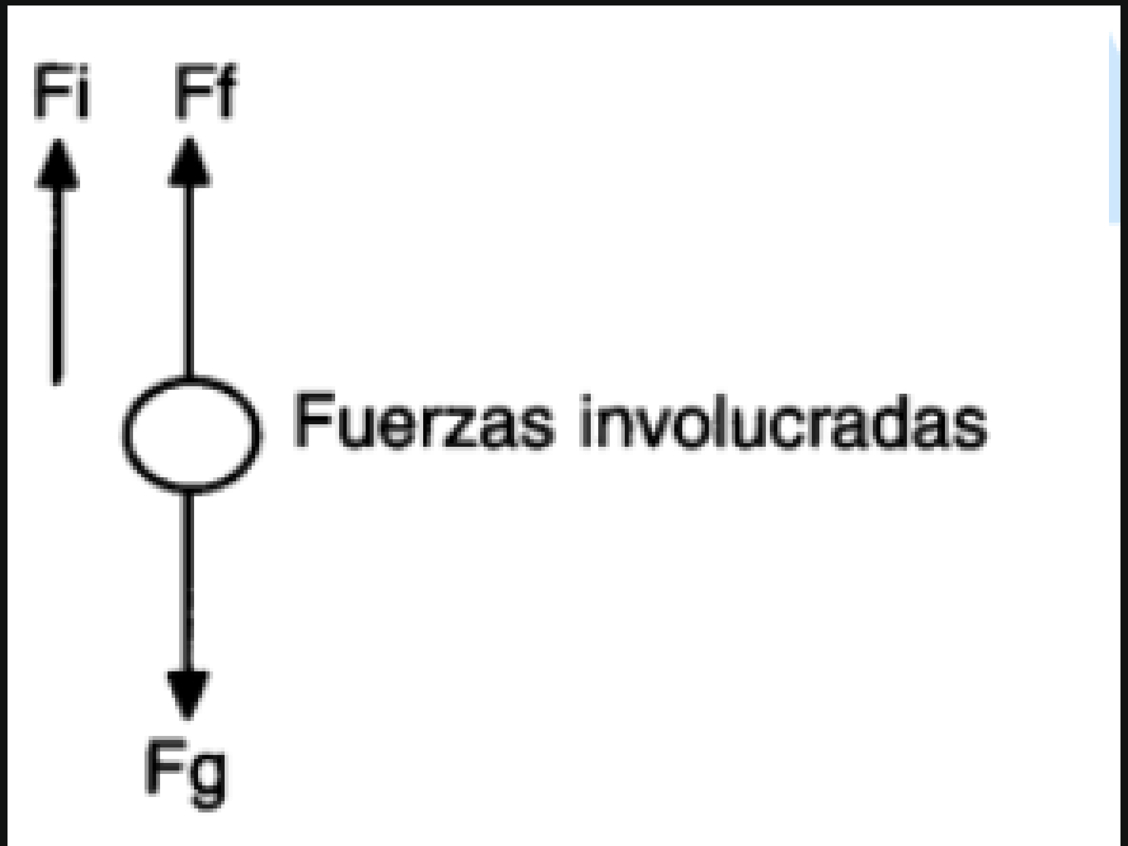
Análisis de lo que sucede desde el lanzamiento hasta que la cuerda llega a su longitud natural

Fase 1

Fuerzas que actuan

- La fuerza de la gravedad (Fg) es la principal fuerza, pero existen otras fuerzas involucradas:
- La fuerza de fricción (Ff) entre el cuerpo del saltador y el aire. Esta fuerza se desprecia debido a que no es representativa sino a altas velocidades.

La fuerza de inercia (Fi)



Condiciones iniciales

Ecuación diferencial

$\sum F = mx''$

$F_{neta} = F_{gravedad} - F_{aire}$

$my'' = mg - Qy'$

1.-

$\frac{my''}{m} = \frac{mg}{m} - \frac{Qy}{m}$

$y'' = g - Qy'$

2.-

$y'' + Qx = g$

3.-

$$a\frac{d^2y}{dx^2} + b\frac{dy}{dx} + cy = g(x),$$

4.-

$mr^2 + Qr = 0 \rightarrow Ar^2 + Br = 0$

5.-

$B^2 - 4(m)(0) = B^2 > 0$ **Caso 1: Raíces reales diferentes**

6.-

R1=0

R2=$-\frac{Q}{m}$

7.-

$y = C1 + C2^{-\frac{Q}{m}x}$

8.-

$g(x) = mg$ **Donde mg es constante**

9.-

Yp'=A

$Yp'' = 0$

Q.A=(mg)⟶A=$-\frac{mg}{Q}$

Yp=$-\frac{mg}{Q}$x

10.-

$y = C1 + C2^{-\frac{Q}{m}x} - \frac{mg}{Q}x$

11.-

Fase 2

Análisis de lo que sucede desde que la cuerda llega a su longitud natural e inicia su alargamiento, hasta que la persona llegue al punto más bajo.

Fuerzas que actuan

Fn = Fuerza neta
m = masa del saltador
g = gravedad terrestre = 9.8 m/s2
Q = constante de fricción entre el aire y el saltador
t = tiempo en segundos
k = constante elástica(Ley de Hook)

Condiciones inciales

L1 longitud de la cuerda elástica.
L2 Elongación máxima de la cuerda elástica
L3 MaRgen de seguridad
L4 Distancia de la plataforma al piso

Fn = Fuerza neta
m = masa del saltador
g = gravedad terrestre = 9.8 m/s2
Q = constante de fricción entre el aire y el saltador
t = tiempo en segundos

Ecuacion diferencial

Fase 2

$\sum F = my''$

$F_{neta} = F_{gravedad} - F_{aire} - F_{cuerda}$

$my'' = mg - Qy' - ky$

Dividimos todo entre m

$\frac{my''}{m} = \frac{mg}{m} - \frac{Qy}{m} - \frac{ky}{m}$

Realizamos el mismo procedimiento que en fase 1 pero se agrega la constante elástica(k)

$mg - Qy' - ky = my''$

$my'' + Qy' + ky = mg$

Dividiendo ambos lados de la ecuación entre m, nos queda:

$y'' + Q/m * y' + k/m * y = g$

En donde la solución en Y=Yc+Yp está dada por:

$Yc = Ar^2 + Br + C = 0$

Donde A=1 B=Q/m y C=k/m

Analizamos el determinante de nuestra respuesta de tipo Yc:

Determinante: $(b)^2 - 4(a)(c)$

Sustitución:

$(Q/m)^2 - 4(1)(k/m) = Q^2/m^2 - 4k/m < 0$

Consideramos un Caso 3: Raíces complejas conjugadas.

Usamos el Caso 3 porque conlleva senos y cosenos, ya que para esta Fase buscamos que el movimiento de la persona en el salto sea oscilatorio.

Usando ecuación general:

$R = \frac{-Q/m +- \sqrt{(Q/m)^2 - 4(k/m)}}{2}$ **donde debemos considerar: r = λ±iμ**

$R = -Q/2m +- \frac{\sqrt{(Q/m)^2 - 4(k/m)}}{2}$

$\lambda = -Q/2m$

$\mu = +- \frac{\sqrt{(Q/m)^2 - 4(k/m)}}{2}$

Sustituyendo en nuestro modelo Caso III:

$Yc = C1e^{(-Q/m*2)*x} \cos(\frac{\sqrt{(Q/m)^2 - 4(k/m)}}{2} * x) + C2e^{(-Q/m*2)*x} \sin(\frac{\sqrt{(Q/m)^2 - 4(k/m)}}{2} * x)$

Fase 2

Ecuacion diferencial

Caso 1: Sustituimos en ED inicial

$my'' + Qy' + ky = mg$

$y'' + (Q/m)y' + (k/m)y = g$

Yp=Ax

Y´=0

Y´´=0

Sustituimos en ED Inicial

Y”(t)+B/m*y’(t)+k/m*y(t)=g

$(0) + (Q/m)(0) + (k/m)A = g$

$(k/m)A = g$

Despejamos para encontrar el valor de A

$kA/m = g$

$kA = mg$

$A = mg/k$

Yp= mg/k

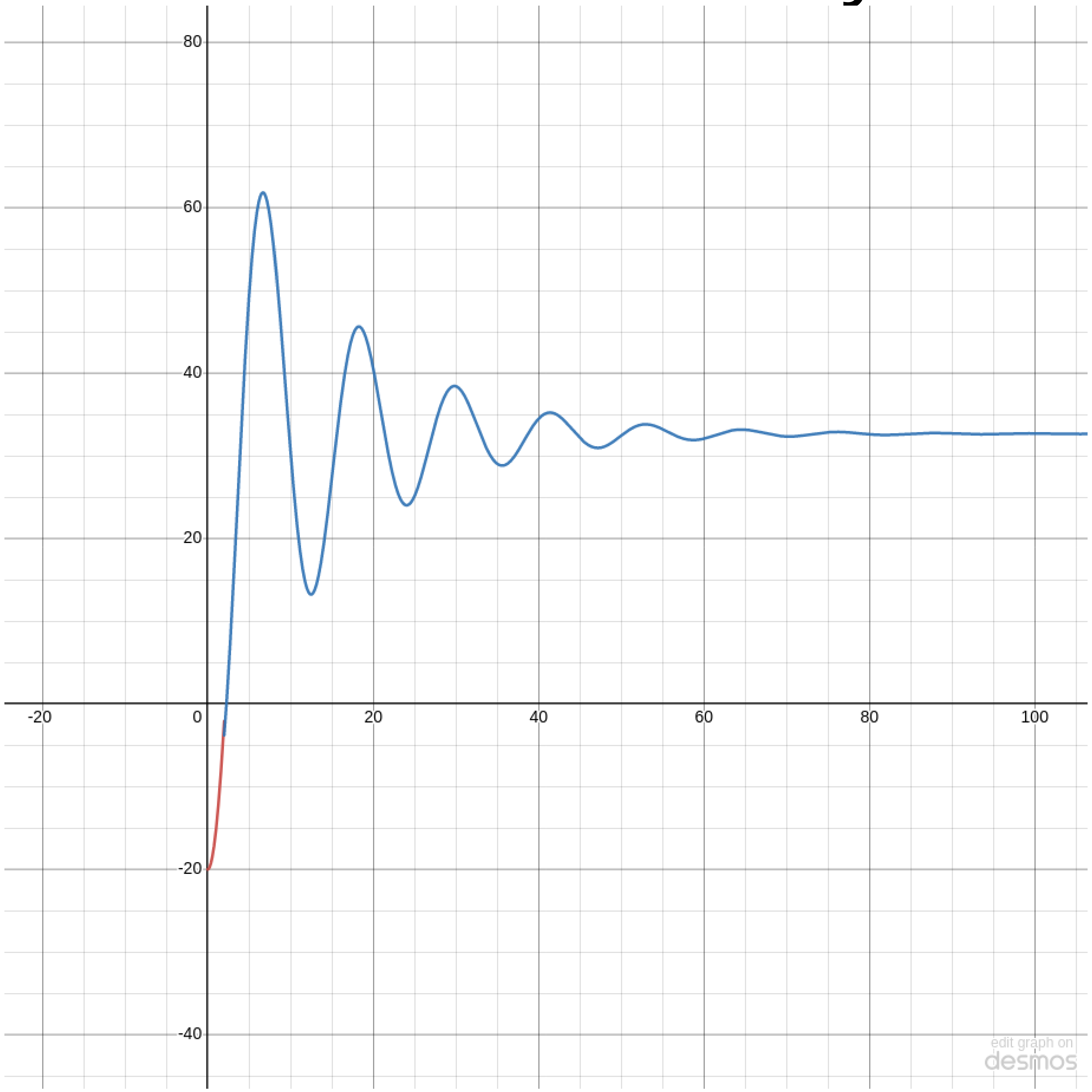
Reiteramos que nuestro resultado va a tener la estructura:

Y=Yc+Yp

Por lo tanto:

$$Y = C1e^{(-Q/m*2)*x} \; cos(\frac{\sqrt{(Q/m)^2-4(k/m)}}{2} * x) + C2e^{(-Q/m*2)*x} \; sin(\frac{\sqrt{(Q/m)^2-4(k/m)}}{2} * x) + gm/k$$

Resultados Fase 1 y 2



Análisis Y discusión

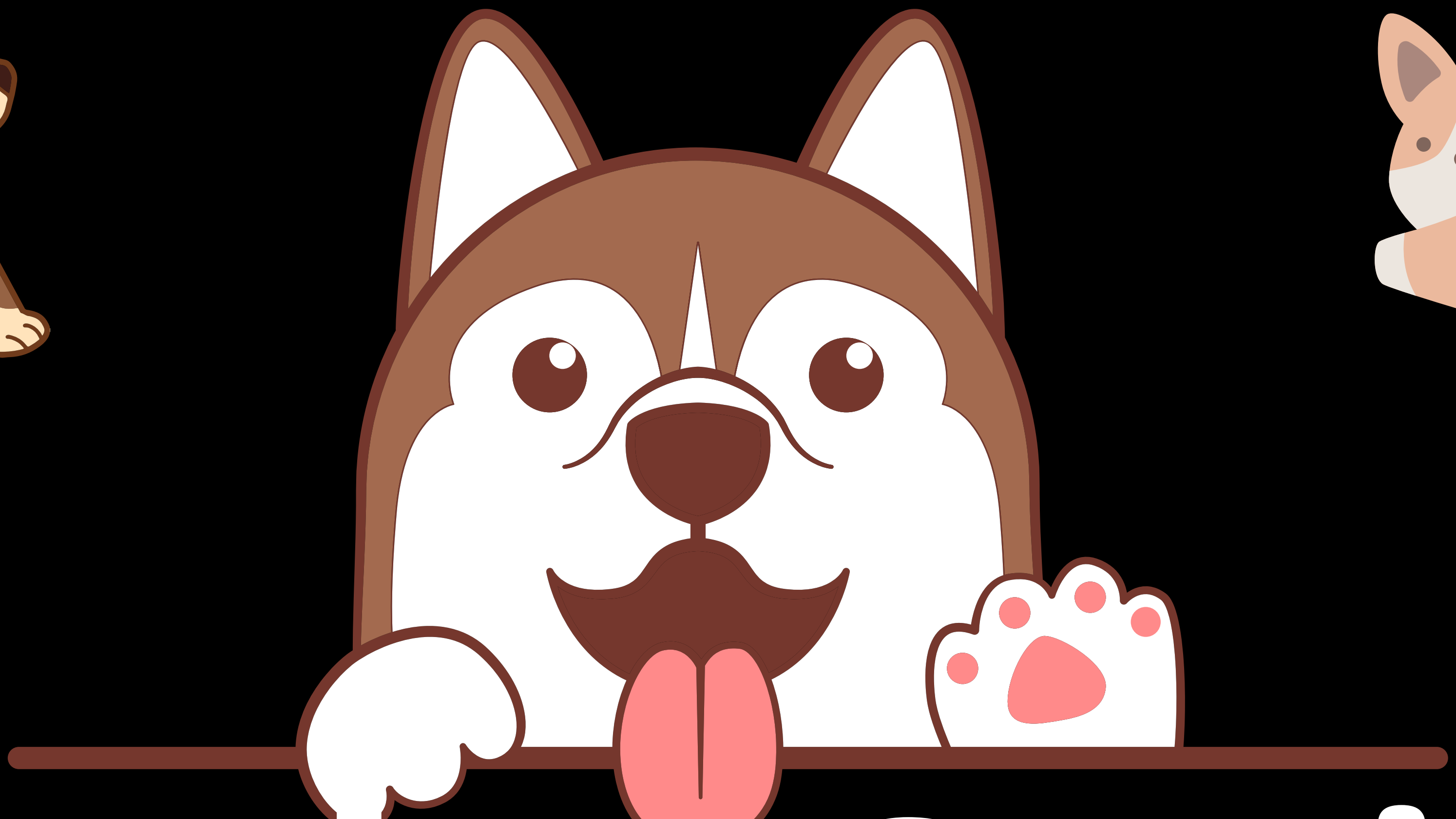
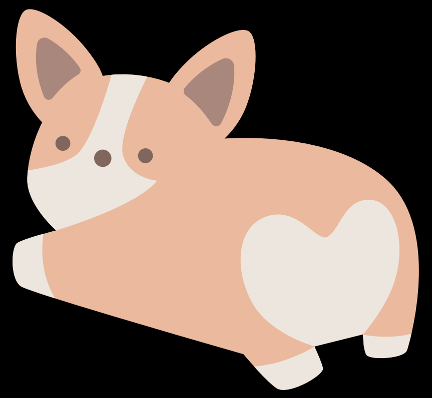
Ambas leyes, tanto la segunda de Newton, como la de Hooke, se relacionan directamente con el resultado de la ecuación diferencial. Para la primera fase calculamos la ecuación del lanzamiento de la cuerda cuando llega a su longitud natural con la segunda ley de newton. Para la segunda fase agregamos la ley de Hooke a la ecuación para obtener la constante de elasticidad, también tenemos la fuerza neta, la masa del saltador, la gravedad, la constante de fricción entre el aire y el saltador, así como también el tiempo. Sabiendo esto, pudimos obtener las variables de la ecuación diferencial.

$$F_{neta} = F_{gravedad} - F_{aire} - F_{cuerda}$$

$$my'' = mg - Qy' - ky$$

Conclusiones

Pudimos analizar la diferencia entre la fase 1 y la fase 2 cuando la ley de Hooke (la constante de elasticidad) entra en la ecuación. Aunado a esto, decidimos usar el caso 3 para las raíces complejas conjugadas (<0) y así conseguir un movimiento oscilatorio con senos y cosenos.

!Muchas Gracias Por Su Atencion¡