



Ejercicio 2

Inducción Electrostática

Nombre: Edrian Cobian Lufin
Profesores: Nelson Morales
Raúl Álvarez
Fecha.: 20 de abril de 2021
Santiago, Chile

Desarrollo

Pregunta 1

En esta pregunta se tiene una camioneta que se encuentra en las cercanías de un campo eléctrico no perturbado de magnitud $0.8 \frac{kV}{m}$, las medidas del vehículo se encuentran en la siguiente figura.

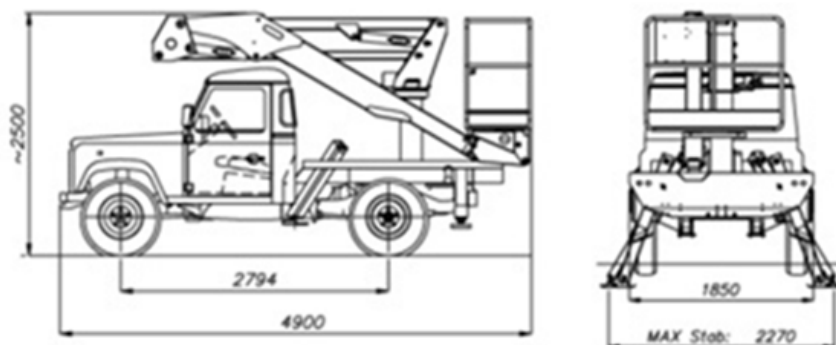


Figura 1: Medidas del vehículo

Las medidas de la imagen son utilizadas para determinar los cálculos siguientes en los ábacos de tensión inducida y capacitancia del objeto frente al campo eléctrico. Para obtener estos parámetros, se toma en cuenta que el auto es un paralelepípedo cuyas medidas de largo/ancho/alto y diferencia de altura con respecto al piso son:.

- $a = 4.90 \text{ m}$
- $b = 2.27 \text{ m}$
- $c = 2.45 \text{ m}$
- $\Delta = 0.5 \text{ m}$

A partir de estos datos se obtienen las proporciones entre la separación y las medidas de largo, ancho y alto.

- $\frac{\Delta}{a} = 0.102$
- $\frac{c}{a} = 0.51$

Con estos datos, y junto a los ábacos que se encuentran en el anexo, se procede a desarrollar las siguientes variables.

Parte a

En esta parte, se pide determinar la capacitancia que se forma por el vehículo y el voltaje inducido por el campo eléctrico no perturbado. Se utiliza entonces el voltaje inducido corregido cuya expresión es:

$$V_o = K_1 \cdot E_o \cdot h; \quad K_1 = 0.76 \quad (1)$$

Como $h = 1.2 \text{ m}$ es la altura media del objeto, para esta expresión resulta que el voltaje inducido corregido es: $1.06 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$.

Ya determinado el potencial inducido en el cuerpo, se procede a determinar la capacitancia formada por el conductor en cuestión, para esto se utiliza la expresión que se encuentra en la Fig. 3

$$C_o = K_3 \cdot 4\pi \cdot \epsilon_o \cdot \frac{a + b + c}{3} \quad (2)$$

Con esta expresión, y junto a los valores conocidos de la permitividad eléctrica ($\epsilon_o = 8.85 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$) y $K_3 = 2.5$, resulta que la capacitancia tiene un valor de $C_o = 886.91 \text{ pF}$

Parte b

Existe un operador que entra en contacto con el vehículo, por lo tanto el vehículo al estar levantado de tierra se produce una corriente que circula por el operador, considerando que su resistencia presenta un valor de $5 \text{ k}\Omega$, entonces el valor de esta corriente se determina usando la siguiente ecuación.

$$I_o = \frac{V_o}{\sqrt{Z_c^2 + R^2}} \quad (3)$$

A partir de esta expresión, se logra obtener el valor de la corriente, siendo $I_o = 5.75 [\mu\text{A}]$.

Parte c

En esta parte, se considera que el vehículo se encuentra conectado a tierra, por lo tanto, es necesario determinar la corriente que se deriva a tierra, para esto se utiliza la expresión dada por el ábaco de la Fig. 4.

$$I_o = j \cdot w \cdot C_o \cdot V_o \quad (4)$$

Por lo tanto, al usar la Ec. 4 se obtiene un valor para la corriente de $I_o = 288.7 [\mu\text{A}]$

Parte d

Para esta parte, se utiliza el modelo de 2 cargas para un ser humano que se encuentra en presencia de un campo no perturbado E_o . Este modelo divide la cabeza con el cuerpo, tomando en cuenta que cada zona posee una carga distinta. Las expresiones para estas zonas son:

$$q_1 = \frac{16}{9} \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot E_o \cdot h_1^2 \quad (5)$$

$$q_2 = \frac{8}{9} \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot E_o \cdot h_1^2 \quad (6)$$

Las variables h_1 y h_2 son la altura respectiva para cada carga, siendo $h_1 = 1.7[m]$ y $h_2 = 0.85[m]$. Lo que resulta en que la carga del cuerpo $q_1 = 2.86 \cdot 10^{-8}$ y la carga de la cabeza $q_2 = 1.29 \cdot 10^{-8}$. Finalmente, la corriente que se deriva a tierra tiene un valor de $I_o = 12.2[\mu A]$

Parte e

Con respecto a los resultados obtenidos en las partes previas, se menciona que el voltaje inducido corregido en el vehículo se encuentra dentro de lo esperado, asimismo ocurre con la capacitancia de este, además a partir del resultado de la parte b), c) y d) se observan los cambios de magnitud de la corriente bajo distintas configuraciones y modelos.

Con respecto a lo anterior, la corriente de un objeto que se encuentra con un voltaje inducido V_o y existe un conductor que lo lleva a tierra (operador) es aproximadamente 50 veces menor a cuando esta conectado a tierra y se descarga una corriente ya que al estar presente la resistencia disminuye la corriente proporcionalmente. Asimismo en la parte d) la corriente del operador cuando es independiente del vehículo es cercana al obtenido cuando se deriva a tierra. En todas estas configuraciones la corriente que circula esta bajo la norma al ser menor a 1 [mA]

Pregunta 2

En esta pregunta, se aborda el problema de que una bodega se encuentra cercana a una línea de 220 [kV], con un campo eléctrico no perturbado $E_o = 1.2 \frac{kV}{m}$ y posee un techo conductivo de zinc y paredes de madera que actúan como aislante. Las medidas de la bodega se presentan a continuación.



Figura 2: Medidas de la bodega

Bajo estas características físicas se busca determinar los parámetros de importancia para la bodega, evaluando una serie de escenarios que cambian la configuración a estudiar.

A partir de esta imagen, se rescatan las siguientes medidas:

- $a = 4 \text{ m}$
- $b = 3 \text{ m}$
- $c = 0.75$
- $\Delta = 2.5 \text{ m}$

Parte a

Para esta parte se busca determinar el voltaje inducido en el techo de zinc, para esto se necesitan la altura del objeto y su separación del piso normalizada por su largo para determinar el voltaje inducido corregido.

- $\frac{\Delta}{a} = 0.65$
- $\frac{c}{a} \approx 0.2$
- $K_1 = 0.9$

A partir de la modelación del techo como un bloque paralelepípedo, se utiliza la expresión del voltaje inducido que se encuentra en la Ec. 1; se obtiene $V_o = 3.105[kV/m]$. El valor de K_1 se determina utilizando el ábaco que esta en la Fig. 5

Parte b

En esta parte se busca determinar la corriente en régimen permanente que se produce una vez una escalera de madera se encuentra en contacto con el techo, como la escalera presenta una resistencia $R_{escal} = 1M\Omega$, esto quiere decir que junto al techo y las paredes se conecta una resistencia en serie que es bastante grande como para actuar como un circuito abierto.

Para determinar esta corriente se utiliza el modelo del generador que se produce una vez se encuentra conectada una impedancia (escalera) al circuito (techo + paredes), es por esto que la expresión a utilizar es:

$$V_s = I_o \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_i}{Z_1 + Z_i} = V_o \frac{Z_1}{Z_1 + Z_i} \quad (7)$$

Como Z_i es la impedancia de la capacitancia, se debe calcular a través del ábaco respectivo. Utilizando los valores determinados previamente se busca el factor de corrección de capacitancia siendo $K_3 = 1.5$. Este valor se obtiene de la Fig. 6

Con este valor determinado se utiliza la Ec.2 para obtener la capacitancia, cuyo valor es: $C_o = 430.73pF$. Así con este valor obtenido se calcula la impedancia de esta capacitancia y se continúa utilizando la Ec. 7 para finalmente determinar $V_s = 416.073V$. Con este voltaje ya es posible determinar la corriente a través de la ley de Ohm.

$$I_{permanente} = \frac{V_s}{R_{escalera}} = 208.04\mu A$$

Parte c

En este caso la escalera que se utiliza no es de madera, sino que es de metal, por lo tanto se puede considerar como un conductor perfecto, dicho de otra forma, se genera un corto-circuito, por lo tanto, la corriente de régimen permanente se puede obtener haciendo uso de la Ec. 4, que entrega el valor de $I_o = 420.16\mu A$.

Parte d

En esta parte, resulta que el niño entra en contacto indirecto con el circuito formado por el techo de zinc y la tierra, ya que coloca la escalera de metal en el techo sin haberla colocado en el piso, esto genera que la corriente de régimen permanente circula través de el, la resistencia que opone el niño al paso de la corriente es de $R_{niño} = 1k\Omega$.

Análogamente a la parte b), se reemplaza la resistencia de la escalera de madera, por la del niño, obteniendo un valor de $I_o = 0.419A$

Parte e

Con respecto a los cálculos hechos previamente se observa que los resultados son consistentes con el sentido físico del problema, por ejemplo, al estar presente una escalera de madera es lógico pensar que la corriente que circula disminuirá, por el contrario con una escalera de aluminio esta aumentará y consistentemente lo hará si una impedancia como la de un niño se encuentra conectada.

Anexo

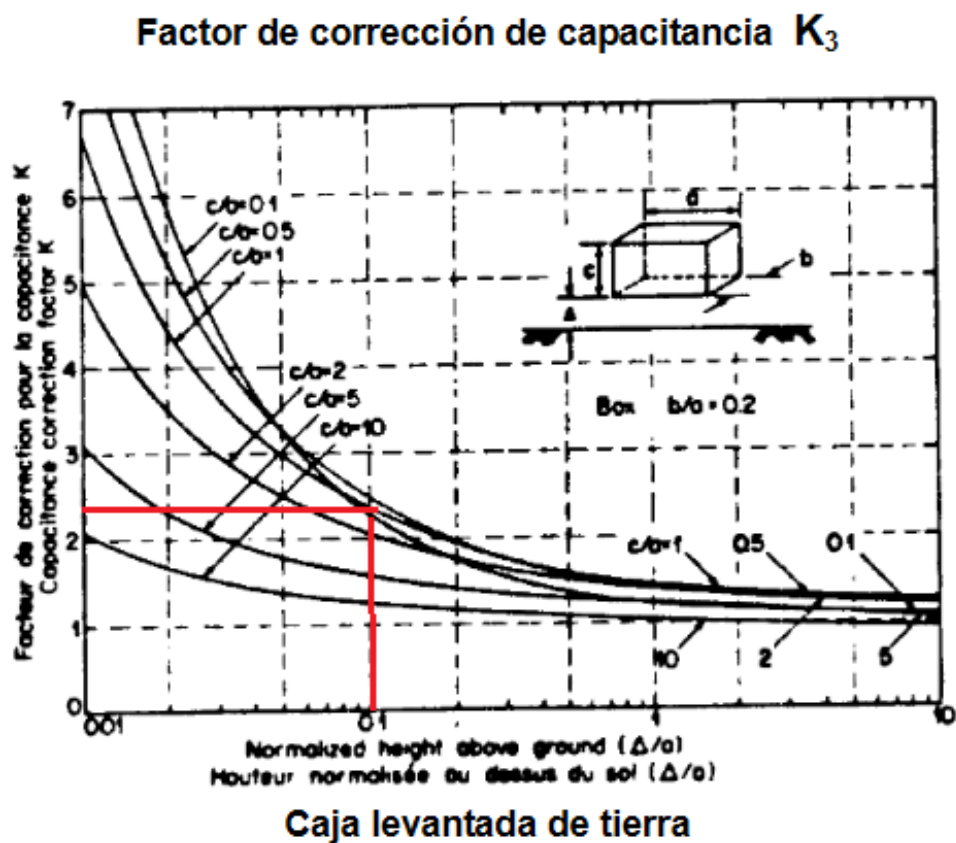


Figura 3: Ábaco correspondiente a la capacitancia

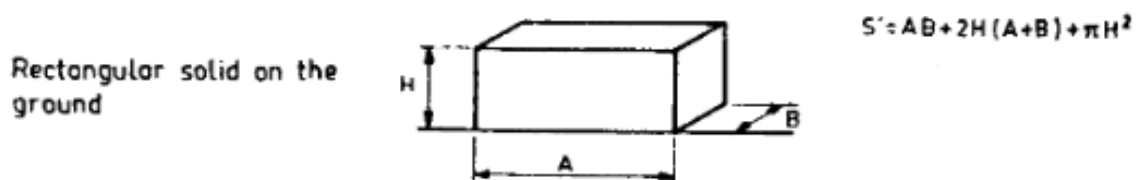


Figura 4: Ábaco correspondiente a la corriente de régimen permanente

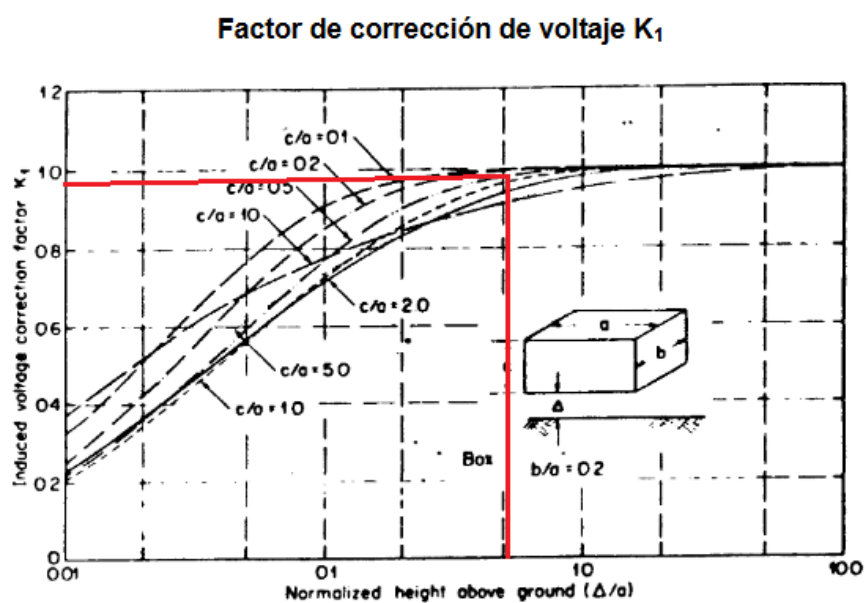


Figura 5: Ábaco correspondiente al voltaje de una caja levantada de tierra

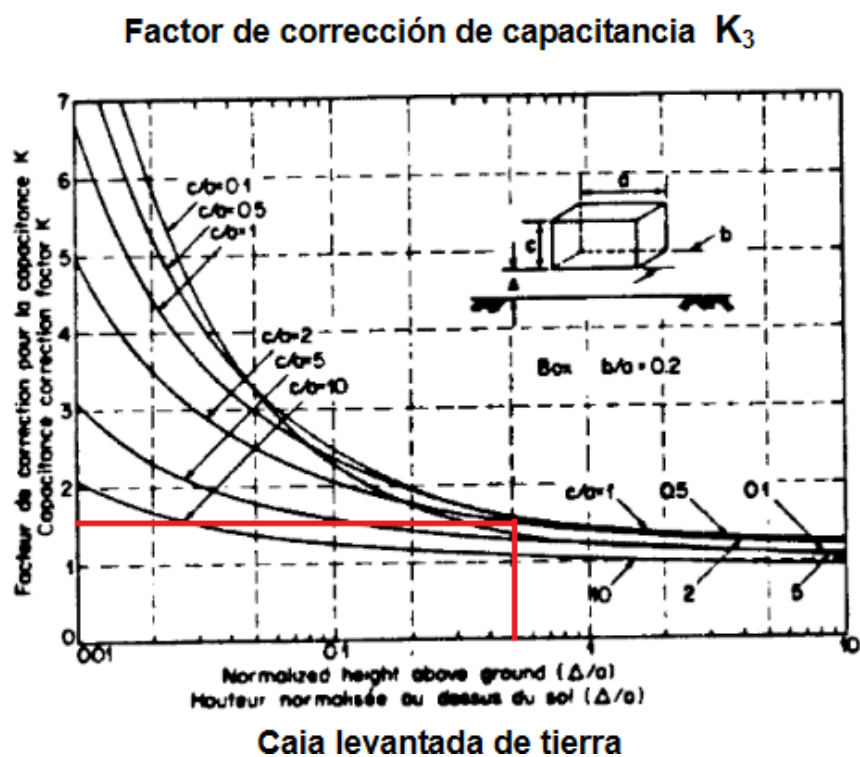


Figura 6: Ábaco correspondiente a la capacitancia del techo