

Đồ họa máy tính

Tuần 9: Phép biến đổi hình học hai chiều



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Nội dung

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.3. Ứng dụng của phép biến đổi hình học

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.1.1. Định nghĩa phép biến đổi affine 2D

Phép biến đổi affine 2D là phép biến đổi có dạng

$$w : R^2 \rightarrow R^2,$$

$$w(x, y) = (ax + by + e, cx + dy + f),$$

$$a, b, c, d, e \in R.$$

$$w(X) = w\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = AX + T$$

9.1. Phép biến đổi affine 2D

9.1.2. Tính chất

- Biến các **đường thẳng song song** thành các **đường thẳng song song**.
- Biến các **điểm hữu hạn** thành các **điểm hữu hạn**.
- Phép biến đổi affine được tạo sinh từ các phép biến đổi hình học cơ sở (**phép biến đổi tuyến tính** và **phép tịnh tiến**: phép tịnh tiến, quay, co giãn, đối xứng, trượt).

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.1. Phép tịnh tiến.

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = T(t_x, t_y) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.2. Phép quay.

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = R(\theta) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.3. Phép co giãn.

Tâm co $O(o, o, o)$

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = S(O, s_x, s_y) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Trục đối xứng: Ox

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = MIR(Ox) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Trục đối xứng: Oy

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = MIR(Oy) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.4. Phép đối xứng.

Tâm đối xứng: $O(0,0)$

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = MIR(O) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.5. Phép trượt.

Trượt theo hướng x đối với trục Ox

$$P(x, y) \rightarrow P(x', y')$$

$$P' = SHX(Ox) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & shx & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.2. Phép biến đổi hình học cơ sở

9.2.5. Phép trượt.

Trượt theo hướng y đối với trục Oy

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

$$P' = SHY(Oy) \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ shy & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thể giới thực vào tọa độ màn hình .

Giả sử vùng **window** được xác định trong hệ tọa độ thể giới thực bởi 2 điểm trên đường chéo của window là: w_{min} và w_{max} .

Vùng **viewport** được xác định trong hệ tọa độ màn hình bởi 2 điểm trên đường chéo của viewport là: v_{min} và v_{max} .

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thế giới thực vào tọa độ màn hình .

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

$$P' = WTV \cdot P$$

$$WTV = S(v_{\min}, s_x, s_y) \cdot T(t_x, t_y)$$

$$s_x = \frac{v_{\max} \cdot x - v_{\min} \cdot x}{w_{\max} \cdot x - w_{\min} \cdot x}, \quad s_y = \frac{v_{\max} \cdot y - v_{\min} \cdot y}{w_{\max} \cdot y - w_{\min} \cdot y},$$

$$t_x = v_{\min} \cdot x - w_{\min} \cdot x, \quad t_y = v_{\min} \cdot y - w_{\min} \cdot y$$

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.1. Biến đổi tọa độ thế giới thực vào tọa độ màn hình .

$$WTV = \begin{pmatrix} s_x & 0 & v_{\min}.x - s_x.v_{\min}.x \\ 0 & s_y & v_{\min}.y - s_y.v_{\min}.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & v_{\min}.x - w_{\min}.x \\ 0 & 1 & v_{\min}.y - w_{\min}.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} s_x & 0 & v_{\min}.x - s_x.w_{\min}.x \\ 0 & s_y & v_{\min}.y - s_y.w_{\min}.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.2. Biến đổi tọa độ màn hình vào tọa độ thế giới thực.

$$P'(x', y') \rightarrow P(x, y)$$

$$P = VTW \cdot P'$$

$$VTW = S(w_{\min}, s_x, s_y) \cdot T(t_x, t_y)$$

$$s_x = \frac{w_{\max} \cdot x - w_{\min} \cdot x}{v_{\max} \cdot x - v_{\min} \cdot x}, \quad s_y = \frac{w_{\max} \cdot y - w_{\min} \cdot y}{v_{\max} \cdot y - v_{\min} \cdot y},$$

$$t_x = w_{\min} \cdot x - v_{\min} \cdot x, \quad t_y = w_{\min} \cdot y - v_{\min} \cdot y$$

9.3. Ứng dụng phép biến đổi hình học

9.3.2. Biến đổi tọa độ màn hình vào tọa độ thể giới thực.

$$VTW = \begin{pmatrix} s_x & 0 & wmin.x - s_x.wmin.x \\ 0 & s_y & wmin.y - s_y.wmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & wmin.x - vmin.x \\ 0 & 1 & wmin.y - vmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} s_x & 0 & wmin.x - s_x.vmin.x \\ 0 & s_y & wmin.y - s_y.vmin.y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$