

Đồ họa máy tính

Tuần 4: Phương pháp vẽ đường tròn



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

4.1. Phát biểu bài toán

4.2. Phương pháp

4.3. Giải thuật

4.1. Phát biểu bài toán

- Vẽ đường tròn dựa vào việc **xác định các điểm** thuộc **phương trình đường tròn trên lưới tọa độ nguyên**.
- Các điểm vẽ cần thỏa yêu cầu **xấp xỉ tốt nhất**.
- Các điểm vẽ cần thỏa yêu cầu **liên tục trong lân cận 8** của điểm ảnh.
- **Điểm vẽ tại bước $i+1$** được xác định từ **điểm vẽ tại bước i** .

4.1. Phát biểu bài toán

Giới hạn bài toán

- Khảo sát đường tròn tâm $O(0, 0)$.
- Khảo sát vẽ cung chắn $1/8$ đường tròn.

(do tính đối xứng của đường tròn qua $y=0$, $x=0$, $y=\pm x$)

4.2. Phương pháp

- Tìm hàm lượng giá để xác định điểm vẽ kế tiếp từ điểm vẽ hiện thời.

Giả sử tại bước k , ta có điểm (x_k, y_k) .

Tại bước $k+1$, cần chọn 1 trong 2 điểm sau:

$$(x_{k+1}, y_k), (x_{k+1}, y_{k+1}).$$

4.2. Phương pháp

Xét hàm $f_{\text{circle}}(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$,

$$f_{\text{circle}}(x, y) = \begin{cases} < 0 & (x, y) \text{ thuộc miền trong của đường tròn} \\ = 0 & (x, y) \text{ thuộc đường tròn} \\ > 0 & (x, y) \text{ thuộc miền ngoài của đường tròn} \end{cases}$$

Để chọn điểm kế, xét đại lượng $f_{\text{circle}}(x, y)$ tại điểm giữa 2 điểm cần chọn:

$$p_k = f_{\text{circle}}(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}) = (x_k + 1)^2 + (y_k - \frac{1}{2})^2 - r^2 \quad (1)$$

4.2. Phương pháp

Nếu $p_k < 0 \Rightarrow$ Chọn điểm (x_k+1, y_k) .

Nếu $p_k \geq 0 \Rightarrow$ Chọn điểm $(x_k+1, y_k - 1)$.

Cần xác định công thức qui nạp để tính p_k ,

$$p_{k+1} = f_{\text{circle}}(x_{k+1}+1, y_{k+1}-\frac{1}{2}) = (x_k+1+1)^2 + (y_{k+1}-\frac{1}{2})^2 - r^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$p_{k+1} = p_k + 2.(x_k+1) + (y_{k+1}^2 - y_k^2) - (y_{k+1} - y_k) + 1 \quad (3)$$

$$p_0 = f_{\text{circle}}(1, r - \frac{1}{2}) = 1 + (r - \frac{1}{2})^2 - r^2 = 5/4 - r$$

4.2. Phương pháp

Từ (3) ta có:

$$\text{Nếu } p_k < 0 \Rightarrow p_{k+1} = p_k + 2 \cdot x_{k+1} + 1 \quad (4)$$

$$2 \cdot x_{k+1} = 2 \cdot x_k + 2$$

$$\text{Nếu } p_k \geq 0 \Rightarrow p_{k+1} = p_k + 2 \cdot x_{k+1} - 2 \cdot y_{k+1} + 1 \quad (5)$$

$$2 \cdot x_{k+1} = 2 \cdot x_k + 2$$

$$2 \cdot y_{k+1} = 2 \cdot y_k - 2$$

4.2. Phương pháp

- Nhận xét.

Và nếu r nguyên thì có thể thay p_0 bởi :

$$p'_0 = 1 - r \quad (6)$$

Từ (4), (5), (6), nếu r nguyên, ta có:

p_k nguyên với mọi k , do đó các phép tính cần thiết để vẽ điểm trên đường tròn là **các phép tính cộng, trừ với số nguyên.**

4.3. Giải thuật

B1. Nhập bán kính r , tâm $C(x_c, y_c)$.

B2. Vẽ điểm đầu $(x_0, y_0) = (0, r)$.

B3. Tính các thông số cơ bản 2. x_0 , 2. y_0 , $p_0 = 5/4 - r$.

B4. $k = 0$

B5. Thực hiện Lặp

B6. Nếu $p_k < 0$ thì Điểm kế $(x=x_k+1, y=y_k)$ và cập nhật
 2. $x_{k+1} = 2 \cdot x_k + 2$,
 $p_{k+1} = p_k + 2 \cdot x_{k+1} + 1$

B7. Nếu $p_k \geq 0$ thì Điểm kế $(x=x_k+1, y=y_k-1)$ và cập nhật
 2. $x_{k+1} = 2 \cdot x_k + 2$, 2. $y_{k+1} = 2 \cdot y_k - 2$,
 $p_{k+1} = p_k + 2 \cdot x_{k+1} - 2 \cdot y_{k+1} + 1$

B8. Xác định 7 điểm đối xứng với (x, y) qua các trục $x=0$, $y=0$, $y=\pm x$

B9. Tịnh tiến 8 điểm vừa xác định theo vector gia số (x_c, y_c) .

B10. $k := k + 1$

B10. Đến khi $x \geq y$