

# Đồ họa máy tính

## Tuần 6: Phương pháp vẽ Bezier



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

6.1. Phát biểu bài toán

6.2. Phương pháp

6.3. Giải thuật

## 6.1. Phát biểu bài toán

- Cần tạo **đường cong bậc  $n$**  thuộc lớp  **$C^{(n-1)}$**  với  **$n+1$  điểm điều khiển**.
- Đường cong có khả năng thuộc lớp  **$C^{(n-1)}$**  **tại khớp nối**
- Đường cong có **tính sửa đổi cục bộ**.
- Đường cong có **tính mỹ thuật cao** (độ cong biến thiên liên tục).

## 6.2. Phương pháp

### Dạng tổng quát của đường cong Bezier

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u) \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

$$BEZ_{k,n}(u) = C(n, k) u^k (1-u)^{n-k} \quad (2)$$

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3)$$

$$BEZ_{k,n}(u) = (1-u)BEZ_{k,n-1}(u) + uBEZ_{k-1,n-1}(u), n > k \geq 1 \quad (4)$$

$$BEZ_{k,k}(u) = u^k, BEZ_{0,k}(u) = (1-u)^k$$

## 6.2. Phương pháp

### Dạng tổng quát của đường cong Bezier

$p_k$  là các điểm điều khiển,

$BEZ_{k,n}(u)$  là các hàm uốn bậc  $n$ .

## 6.2. Phương pháp

### Tính chất đường cong Bezier

a. **Đi qua 2 điểm điều khiển đầu mút**

$$P(0) = p_0$$

$$P(1) = p_n$$

b. Đường cong **tiếp xúc** với 2 đoạn điều khiển tại 2 đầu mút

$$P'(0) = n(p_1 - p_0)$$

$$P'(1) = n(p_n - p_{n-1})$$

## 6.2. Phương pháp

### Tính chất đường cong Bezier

c. **Đạo hàm bậc 2** theo thông số tại 2 đầu mút phụ thuộc vào 3 điểm điều khiển liên tiếp.

$$P''(0) = n(n-1)[(p_2 - p_1) - (p_1 - p_0)]$$

$$P''(1) = n(n-1)[(p_{n-2} - p_{n-1}) - (p_{n-1} - p_n)]$$

d. Đường cong Bezier nằm trong **bao lồi của các điểm điều khiển**

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u),$$

$$1 = [u + (1-u)]^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) u^k (1-u)^{n-k} = \sum_{k=0}^n BEZ_{k,n}(u)$$

## 6.2. Phương pháp

### Tính chất đường cong Bezier

#### e. Tính bất biến affine

$$\begin{aligned} A(P(u)) + T &= A\left(\sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u)\right) + T \\ &= \sum_{k=0}^n A(p_k) BEZ_{k,n}(u) + T \sum_{k=0}^n BEZ_{k,n}(u) \\ &= \sum_{k=0}^n (A(p_k) + T) BEZ_{k,n}(u) \end{aligned}$$



## 6.2. Phương pháp

### **Tính chất đường cong Bezier**

#### **f. Tính chất chính xác tuyến tính**

Đường cong Bezier có thể trở thành đoạn thẳng khi tất cả các điểm kiểm soát thẳng hàng vì bao lồi của đường cong Bezier suy biến thành đoạn thẳng.

## 6.2. Phương pháp

### Phương pháp vẽ đường cong Bezier

- Xấp xỉ bằng các đoạn thẳng.
- PP. De Casteljau
- PP. Bresenham.