PHẠM DUY LÁC

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG PHẦN CƠ NHIỆT

Phần I CƠ HỌC

BÀI MỞ ĐẦU

1. Hệ đo lường quốc tế (SI)

Vật lý học là môn khoa học nghiên cứu các quy luật của giới tự nhiên và đo đạc đánh giá các đại lượng được mô tả trong các quy luật đó. Đồng thời để giải thích các thuộc tính, các định luật của một hiện tượng nào đó, người ta đưa vào các giả thiết khoa học về bản chất của hiện tượng đó. Các hệ thống đó hợp thành một thuyết vật lý, mà xây dựng nó chủ yếu dựa vào thực nghiệm Trong thực nghiệm việc đo một đại lượng vật lý nào đó có nghĩa là so sánh đại lượng vật lý đó với đại lượng vật lý cùng loại làm đơn vị (làm mẫu).

Trị số của đại lượng đó bằng tỷ số:

Đại lượng phải đo

Đại lượng đơn vị

Để có một hệ đơn vị, thường người ta chọn trước một số đại lượng vật lý độc lập với nhau, gọi là "các đại lượng cơ bàn". Đơn vị của các đại lượng này gọi là "đơn vị đại lượng cơ bản". Đơn vị của các đại lượng vật lý khác được suy ra từ các đại lượng cơ bản, gọi là đơn vị dẫn xuất:

Tập hợp các đơn vị cơ bản đã chọn và các đơn vị dẫn xuất tương ứng gọi là "hệ đơn vị". Nhiều nước trên thế giới thống nhất chọn chung một hệ đơn vị, gọi là hệ SI (Systeme International) với 7 đại lượng cơ bản là chiều dài, khối lượng, thời gian, cường độ dòng điện, cường độ ánh sáng, nhiệt độ (chọn năm 1960) và lượng vật chất (mol chọn năm 1971).

Năm 1965 nước ta đã ban hành bảng đơn vị đo lường hợp pháp dựa trên cơ sở hệ SI.

Bảng 1: CÁC ĐẠI LƯỢNG VÀ ĐƠN VỊ CƠ BẢN TRONG HỆ SI

Tên đại lượng	Ký hiệu	Tên đơn vị	Ký hiệu đơn vị
Chiều dài	L	Met	m
Khối lượng	M	Kilôgam	kg
Thời gian	Т	Giây	s
Cường độ dòng điện	I	Ampe	A
Cường độ ánh sáng	J	Candela	cd
Nhiệt độ	0	Kelvil	K
Lượng vật chất	N	Mol	mol

2. Thứ nguyên

Các đơn vị dẫn xuất có thể được định nghĩa từ các đơn vị cơ bản dựa vào công thức thứ nguyên. Thứ nguyên của một lại lượng vật lý là một biểu thức nêu lên sự phụ thuộc của lại lượng đó vào các đại lượng cơ bản:

Thí dụ:

Vận tốc =
$$\frac{\text{Chiều dài}}{\text{Thời gian}}$$

Ta ký hiệu thứ nguyên của vận tốc là:

$$[V\hat{a}n \ t\delta c] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

hoặc thứ nguyên của gia tốc:

[Gia tốc] =
$$\frac{\text{Chiều dài}}{(\text{Thời gian})^2} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Từ đó suy ra đơn vị của vận tốc là m/s. Đơn vị của gia tốc là m/s².

Nhờ giá trị thứ nguyên mà ta có thể kiểm tra lại sự đúng đắn khi viết các biểu thức, công thức vật lý vì các số hạng của một tổng đại số phải có cùng thứ nguyên và hai vế của cùng một biểu thức, một phương trình vật lý phải có cùng thứ nguyên.

Thí dụ: Công thức chu kỳ của con lắc

$$T = 2\pi \frac{1}{g}$$

Thứ nguyên vế trái là T, của vế phải là

$$\left[\frac{\text{[chiêu dài]}}{\text{[Gia tốc]}}\right]^{1/2} = \left[\frac{L}{LT^{-2}}\right]^{1/2} = T$$

Như vậy hai vế cùng thứ nguyên.

Chương 1

ĐÔNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1.1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. Chất điểm và hệ chất điểm

Chất điểm là một vật có khối lượng, nhưng kích thước nhỏ không đáng kể so với khoảng cách, những kích thước mà ta đang khảo sát.

Thí dụ: Khi chuyển động của một viên bi lăn trên mặt bàn, quả đất quay xung quanh mặt trời... ta có thể coi viên bi, quả đất là những chất điểm. Hệ chất điểm là một tập hợp các chất điểm:

Thí dụ: Vật rắn là một hệ chất điểm.

2. Hệ quy chiếu

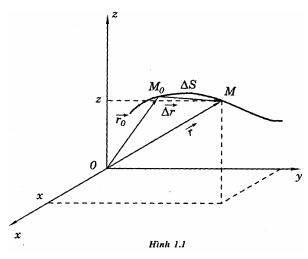
Chuyển động của vật rắn (chất điểm) là sự chuyển dời vị trí của vật đó đối với vật khác trong không gian và thời gian, ta phải chọn một vật khác mà ta quy ước đứng yên làm mốc, gắn vào nó một hệ tọa độ và một cái đồng hồ, nhờ đó ta tìm được khoảng cách từ vật đến vật làm mốc.

Vật được chọn làm mốc, cùng với hệ tọa độ và đồng hổ gắn liền với nó, dùng để xác định vị trí của vật khác được gọi là *hệ quy chiếu* .

Một vật có thể chuyển động đối với hệ quy chiếu này nhưng có thể là đứng yên so với hệ quy chiếu khác. Thí dụ: người trên máy bay đứng yên so với máy bay nhưng lại chuyển động so với sân bay. Như vậy chuyển động, đứng yên chỉ có tính chất tương đối, tùy thuộc vào hệ quy chiếu ta chon.

3. Phương trình chuyển động của chất điểm

Vị trí của chất điểm M tại một thời điểm cho trước trong hệ tọa độ Đề Các Oxyz được xác định bởi 3 tọa độ x, y, z hoặc bán kính véc tơ \vec{r} kể từ gốc tọa độ O đến điểm M (hình l.1).



Khi chất điểm chuyển động vị trí của nó thay đổi theo thời gian, nghĩa là các tọa độ x, y, z hoặc véc tơ \vec{r} là những hàm của thời gian:

x = x(r)

y = y(t)

z = z(t)

hoặc: $\vec{r} = r(\vec{t})$

Các phương trình (1.1) và (1.2) gọi là các phương trình chuyền động của chất điểm.

4. Quỹ đạo, quãng đường và véc tơ dịch chuyển

- Quỹ đạo là đường và chất điểm vạch ra khi chuyển động trong không gian. Để xác định quỹ đạo, ta phải tìm phương trình quỹ đạo, đó là phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các tọa độ của chất điểm. Muốn tìm phương trình quỹ đạo ta khử tham số t trong các phương trình chuyển động (1.1).
- Quãng đường chuyển động của chất điểm Δs là độ dài của đoạn quỹ đạo mà chất điểm vạch ra trong khoảng thời gian chuyển động Δt (hình l.1).
- Véc tơ dịch chuyển $\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r} \overrightarrow{r_o}$ là véc tơ kể từ vị trí ban đầu đến vị trí cuối của chất điểm trong khoảng thời gian chuyển động Δt . Từ hình 1.1, ta thấy:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r} - \vec{r}_o$$

Dịch chuyển $\overrightarrow{\Delta r}$ là đại lượng véc tơ biểu thị sự thay đổi vị trí của chất điểm, giá trị của $\overrightarrow{\Delta r}$ có thể dương, âm hoặc bằng không, còn quãng đường Δs là đại lượng vô hướng, luôn có giá trị dương.

1.2. VẬN TỐC

Để biểu thị cho phương chiều, và độ nhanh chậm của chuyển động, người ta dùng đại lượng vật lý gọi là véc tơ vận tốc (gọi tắt là vận tốc).

1. Vận tốc trung bình

Xét một chất điểm m chuyển động. Giả sử tại thời điểm t_1 chất điểm ở vị trí M_{O_1} ứng với bán kính véc tơ $\overrightarrow{r_1}$, tại thời điểm t_2 chất điểm ở M, ứng với bán kính véc tơ $\overrightarrow{r_2}$. Như vậy, trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ chất điểm đã thực hiện dịch chuyển:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$$

Theo định nghĩa vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt là:

$$\overrightarrow{V}_{tb} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \tag{1.3}$$

Vận tốc trung bình $\overrightarrow{V_{tb}}$ có phương trùng với véc tơ dịch chuyển $\overrightarrow{\Delta r}$.

Trong hệ tọa độ Đề Các, \vec{r} có ba thành phần (x, y, z) nên $\overrightarrow{V_{tb}}$ cũng có ba thành phần:

$$\overline{V}_{x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \ \overline{V}_{y} = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \ \overline{V}_{z} = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

và có độ lớn (ký hiệu \overline{v}):

$$V_{tb} = \overline{v} = \sqrt{\left[\frac{\Delta x}{\Delta t}\right]^2 + \left[\frac{\Delta y}{\Delta t}\right]^2 + \left[\frac{\Delta z}{\Delta t}\right]^2}$$
 (1.4)

Thứ nguyên của vận tốc là:

$$[V] = \frac{[\text{chiêu dài}]}{[\text{thời gian}]} = LT^{-1}$$

Trong hệ SI vận tốc có đơn vị là m/s

- $T \hat{o} c$ độ trung bình: là đại lượng biểu thị cho độ nhanh chậm trung bình của chuyển động, nó đo bằng tỷ số của quãng đường Δs mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian ít và khoảng thời gian đó:

$$\overline{V}_{s} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.5}$$

Tốc độ trung bình là đại lượng vô hướng chỉ biểu thị độ nhanh chậm, còn vận tốc là đại lượng véc tơ không những biểu thị cho độ nhanh chậm, mà còn biểu thị phương chiều của chuyển động.

2. Vận tốc tức thời

Vì độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm trên quãng đường nói chung ở những thời điểm khác nhau là khác nhau, nên muốn vận tốc trung bình đặc trưng chính xác hơn cho độ nhanh chậm và cả phương hiệu của chuyển động (tại từng thời điểm),

ta phải tính tỷ số $\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\overrightarrow{\Delta t}}$ trong những khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ. Khi cho $\Delta t \rightarrow 0$ thì

tỷ số $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ tiến tới một giới hạn, gọi là vận tốc tức thời (gọi tắt là vận tốc) của chất điểm tại thời điểm t:

$$\overrightarrow{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}$$

$$(1.6)$$

$$\overrightarrow{ds} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta r}$$

$$\overrightarrow{M} = \frac{\overrightarrow{dr}}{\Delta r}$$

$$\overrightarrow{M} = \frac{\overrightarrow{dr}}{\Delta r}$$

$$\overrightarrow{M} = \frac{\overrightarrow{dr}}{\Delta r}$$

$$\overrightarrow{M} = \frac{\overrightarrow{dr}}{\Delta r}$$

Vậy vận tốc là đại lượng véc tơ tạo bằng đạo hàm bậc nhất của bán kính véc tơ của chất điểm theo thời gian.

Véc tơ vận tốc có phương tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm ta xét và có trị số:

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} \overrightarrow{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \lim_{\Delta \mathbf{i} \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta \mathbf{t}} & \lim_{\Delta \mathbf{i} \to 0} \frac{\mathbf{i}}{\Delta \mathbf{t}} & \lim_{\Delta$$

Vậy vận tốc có trị số bằng đạo hàm bậc nhất của quãng đường của chất điểm theo thời gian:

$$v = \frac{ds}{dt}$$
 (1.7a)

Trong tọa độ Đề các 3 thành phần của vlà:

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$
; $V_y = \frac{dy}{dt}$; $V_z = \frac{dz}{dt}$

Do đó độ lớn vận tốc:

$$V = \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}$$
 (1.7b)

1.3. GIA TỐC

Trong khi chuyển động vận tốc của chất điểm có thể thay đổi về độ lớn và phương chiều. Để đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc, trong vật lý dùng đại lượng gọi là gia tốc.

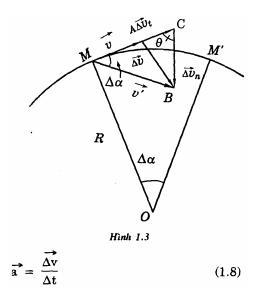
1. Định nghĩa và biểu thức của gia tốc

a) Gia tốc trung bình

Xét một chất điểm chuyển động trong một mặt phẳng. Giả sử ở thời điểm t, chất điểm ở vị trí M, có vận tốc \vec{v} sau thời gian $\Delta t = t' - t$, ở vị trí M' có vận tốc (H.1.3) . Trong khoảng Δt vận tốc chất điểm biến thiên một lượng:

$$\overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{v'} - \overrightarrow{v}$$

Theo định nghĩa gia tốc trung bình của chuyển động trong khoảng thời gian Δt là:



b) Gia tốc tức thời

Muốn gia tốc trung bình càng đặc trưng chính xác cho sự biến thiên của vận tốc (ở từng thời điểm) ta phải xét tỷ số $\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ khi Δt vô cùng nhỏ.

Khi $\Delta t \to 0$, thì $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ dần tới một giới hạn gọi là gia tốc tức thời (gọi tắt là gia tốc) của chất điểm ở thời điểm t:

$$\overrightarrow{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt}$$
 (1.9)

Vậy: gia tốc là một đại lượng véc tơ bằng đạo hàm bậc nhất của vận tốc theo thời gian.

Trong hệ SI đơn vị của gia tốc là m/s2

Trong hệ tọa độ Đề Các véc tơ a có ba thành phần:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

Độ lớn của a là:

$$|\overrightarrow{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$a = \sqrt{\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right]^2 + \left[\frac{d^2y}{dt^2}\right]^2 + \left[\frac{d^2z}{dt^2}\right]^2}$$

2. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Véc tơ gia tốc đặc trưng cho sự thay đổi của véc tơ vận tốc về độ lớn, hoặc về phương chiều, hoặc cả về độ lớn lẫn phương chiều. Ở đây ta sẽ phân tích gia tốc ra thành hai phần, mỗi thành phần đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc riêng về một mặt nào đó.

Xét một chất điểm chuyển động như trên hình 1-3 sao cho trong khoảng thời gian rất nhỏ ít, đoạn quỹ đạo MM' có thể coi như một cung trên đường tròn tâm O bán kính R.

Từ điểm M vẽ véc tơ $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{v'}$. Nối A và B ta được véc tơ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{v'} - \overrightarrow{v}$. Trên phương MA ta ' đặt đoạn MC = v' . Nối C và B từ hình vẽ ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{Dat} : \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{\Delta v}_{t} ; \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{\Delta v}_{n}, \text{ ta co} :$$

$$\overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{\Delta v}_{t} + \overrightarrow{\Delta v}_{n}$$

Khi đó gia tốc:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta v_t}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta v_n}}{\Delta t}$$

Như vậy gia tốc được phân tích thành hai thành phần, ta xét ý nghĩa của từng thành phần:

a) Gia tốc tiếp tuyến

$$X\acute{e}t thành phần : \overrightarrow{a_t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v_t}}{\Delta t}$$

- Phương của $\overrightarrow{a_1}$ là phương của $\overrightarrow{\Delta v_t}$ nghĩa là phương của tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm M, vì vậy $\overrightarrow{a_1}$ được gọi là gia tốc tiếp tuyến.
- Chiều: của $\overrightarrow{a_1}$ là chiều của $\overrightarrow{\Delta v_t}$: cùng chiều \overrightarrow{v} nếu $\overrightarrow{v}' > v$, ngược chiều với v nếu $\overrightarrow{v}' < v$, nghĩa là $\overrightarrow{a_1}$ cùng chiều chuyển động nếu chuyển động nhanh dần và ngược chiều chuyển động nếu chuyển động chậm dần.

Độ lớn của $\overrightarrow{a_1}$:

$$a_{t} = |\overrightarrow{a_{t}}| = \lim_{\Delta t \to 0} |\overrightarrow{\Delta v_{t}}| = \lim_{\Delta t \to 0} |\overrightarrow{v' - v}| = \lim_{\Delta t \to 0} |\overrightarrow{\Delta v}|$$

$$a_{t} = |\overrightarrow{dv}| = |\overrightarrow{dt}|$$

$$(1.10)$$

Vậy gia tốc tiếp tuyến có độ lớn bằng đạo hàm bậc nhất của độ lớn vận tốc theo thời gian. Độ lớn vận tốc biến đổi càng nhiều thì độ lớn của $\overrightarrow{a_1}$ càng lớn, vì thế ta nói gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về mặt độ lớn.

b) Gia tốc pháp tuyến

Thành phần:
$$\overrightarrow{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}_n}{\Delta t}$$

Phương của $\overrightarrow{a_n}$ là phương của $\overrightarrow{\Delta v_n}$ khi $\Delta t \rightarrow 0$ (t' \rightarrow t).

Véc tơ $\overrightarrow{\Delta v_n}$ hợp với phương tiếp tuyến MC một góc:

$$\theta = \frac{\pi - \Delta a}{2}$$
, trong đó $\Delta a = \widehat{BMC} = \widehat{MOM}$

Khi $\Delta t \rightarrow 0$, M' tiến tới trùng M, khi đó $\Delta a \rightarrow 0$, do đó $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$, nghĩa là \overrightarrow{a}_n có

phương trùng với pháp tuyến của quỹ đạo tại M, vì vậy $\overrightarrow{a_n}$ được gọi là gia tốc pháp tuyến.

- Chiều của $\overrightarrow{a_n}$ là chiều của $\overrightarrow{\Delta v_n}$ luôn hướng về phía lôm quỹ đạo nghĩa là hướng về tâm O của đường tròn, vì vậy $\overrightarrow{a_n}$ được gọi là gia tốc hướng tâm.
 - Độ lớn:

$$a_n = \overrightarrow{a_n} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v_n}}{\Delta t}$$

Từ hình 3 ta thấy \triangle MCB ~ \triangle OMM', do đó:

$$\frac{CB}{MM'} = \frac{MC}{OM} \Rightarrow \frac{|\Delta v_n|}{MM'} = \frac{v'}{R}$$

Vì khi $\Delta t \rightarrow 0$ ta coi MM' $\approx \Delta s$ nên:

$$|\overrightarrow{\Delta v_n}| = \frac{v'}{R} \Delta s \Rightarrow a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v'}{R} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} v' \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} v' \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} v' \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} v' \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= v$$

$$\text{K\'et qu\'a}:$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$(1.11)$$

Ta thấy: với một giá trị v xác định, bán kính cong R của quỹ đạo càng nhỏ thì a_n càng lớn, mà R càng nhỏ quy đạo càng cong, nghĩa là phương của vận tốc thay đổi càng nhiều ; nếu R có giá trị xác định, vận tốc v càng lớn a_n càng lớn ; mà v càng lớn thì trong một đơn vị thời gian chất điểm đi được quãng tường càng dài trên quỹ đạo tròn, nghĩa là phương của vận tốc thay đổi càng nhiều.

c) Kết luận

Véc tơ gia tốc có thể phân tích được ra thành hai thành phần:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi về mặt độ lớn của véc tơ vận tốc. Gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi về phương của véc tơ vận tốc.

Đô lớn:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left[\frac{dv}{dt}\right]^2 + \left[\frac{v^2}{R}\right]^2}$$
 (1.12)

- Nếu quỹ đạo của chất điểm là một đường cong bất kỳ thì R ở (1.11) là bán kính

cong của quỹ đạo tại điểm M ta xét.

1.4. MỘT SỐ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ ĐƠN GIẢN

1. Chuyển động thẳng biến đổi đều

Đó là một chuyển động thẳng mà phương chiều của vận tốc không đổi nhưng độ lớn của nó thay đổi một lượng như nhau sau những khoảng thời gian bằng nhau. Vì thế, gia tốc pháp tuyến $a_n = 0$, còn gia tốc toàn phần bằng gia tốc tiếp tuyến:

$$\vec{a} = \vec{a} = const$$

Giả sử trong khoảng thời gian từ 0 đến t, độ lớn của vận tốc biến thiên từ và đến v, ta có:

$$a = \frac{v - v_o}{t - 0}$$

Suy ra độ lớn vận tốc của chất điểm ở thời điểm t:

$$v = v_0 + at at (1.13)$$

Chọn trục tọa độ Ox là đường thẳng chất chuyển động, chiều dương theo chiều chuyển động, ta có:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt = (v_0 + at)dt$$
 (1.14)

Gọi s là quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 đến t, ứng với vị trí của chất điểm biến đổi từ x_0 đến x. Lấy tích phân hai vế của $(1\ .1\ 4)$, ta được:

$$S = \int_{x_{o}}^{x} dx = \int_{0}^{t} (v_{o} + at)dt$$

$$S = x - x_{o} = v_{o}t + \frac{at^{2}}{2}$$
(1.15)

Phương trình chuyển động của chất điểm:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$
 (1.16)

trong đó: x_O là vị trí tọa độ ban đầu của chất điểm.

Rút t từ (1.13) thay vào (1.15) ta được:

$$v^2 - v_o^2 = 2as$$
 (1.17)

Trong chuyển động thẳng nhanh dần đều, gia tốc có giá trị dương, khi đó gia tốc a cùng chiều với vận tốc v cùng chiều với chuyển động); còn trong chuyển động chậm dần đều, gia tốc có giá trị âm, a ngược chiều với v (ngược chiều với chuyển động).

2. Chuyển động tròn

Trong chuyển động tròn quỹ đạo chuyển động của chất điểm là một đường tròn. Để đặc trưng cho chuyển động tròn người ta còn dùng các đại lượng vận tốc góc, gia tốc góc.

a) Vận tốc góc

Giả sử trong khoảng thời gian Δt , chất điểm đi được một cung Δs , bán kính nối với chất điểm quay được một góc $\Delta \theta$. Theo định nghĩa tỷ số $\frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ gọi là vận tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt :

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

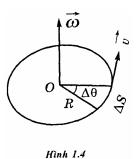
Khi cho $\Delta t \rightarrow 0$, tỷ số $\frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ dần tới một giới hạn gọi là vận tốc góc tức thời (gọi tắt là vân tốc góc):

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$
 (1.18)

Vậy vận tốc góc có giá trị bằng đạo hàm của góc quay theo thời gian.

Trong đơn vị SI, vận tốc góc có đơn vị là Rađian trên giây (Rad/s).

Để đặc trưng cho cả độ nhanh chậm và chiều của chuyển động tròn, người ta đưa ra đại lượng véc tơ vận tốc góc $\overrightarrow{\omega}$, đó là một véc tơ có phương nằm trên trục của đường tròn quỹ dạo, chiều là chiều thuận với chiều quay của chuyển động (H.1.4) và có giá trị bằng ω .



b) Gia tốc góc

Giả sử trong khoảng thời gian $\Delta t = t'$ - t, véc tơ vận tốc góc biến thiên một lượng nhỏ $\overrightarrow{\Delta \omega} = \overrightarrow{\omega}' - \overrightarrow{\omega}$. Tỷ số $\frac{\Delta \overrightarrow{\omega}}{\Delta t}$ được gọi là gia tốc trung bình trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{\Delta \omega}}{\Delta t}$$

Khi cho
$$\Delta t \rightarrow 0 \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \omega}}{\Delta t}$$

được gọi là gia tốc góc tức thời (gọi tắt là gia tốc góc):

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta \omega}}{\Delta t} = \frac{\vec{d\omega}}{dt}$$
 (1.19)

Vậy: gia tốc góc bằng đạo hàm của vận tốc góc theo thời gian.

Gia gốc góc $\vec{\beta}$ phương nằm trên trục quỹ đạo tròn, cùng chiều với vận tốc góc $\vec{\omega}$ nếu chuyển động là nhanh dấn, ngược chiều với $\vec{\omega}$ nếu chuyển động chậm dần, có độ lớn:

$$\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.20}$$

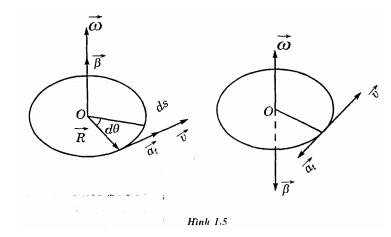
c) Liên hệ giữa vận tốc dài \vec{v} gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_{i} và gia tốc pháp tuyến \vec{a}_{n} với vận tốc góc $\vec{\omega}$ và vận tốc góc $\vec{\beta}$.

Vì ds = $Rd\theta$ nên:

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R.\omega$$

Xét về mặt phương chiều thì \vec{v} là tích véc tơ của $\vec{\omega}$ và $\vec{\beta}$:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \cap \vec{R}$$
 (121)



- Độ lớn của gia tốc pháp tuyến $\overrightarrow{a_n}$:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2.R \tag{1.22}$$

Độ lớn của gia tốc tiếp tuyến $\overline{a_t}$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a_t = R\beta$$
 (1.23)

xét về mặt phương chiêu, thì $\overrightarrow{a_t}$ bằng tích véc tơ của $\overrightarrow{\beta}$ và \overrightarrow{R}

$$\overrightarrow{a}_{i} = \overrightarrow{\beta} \wedge \overrightarrow{R} \tag{1.24}$$

(xem bình 1.5)

d) Chuyển động tròn đều

Trong chuyển động tròn đều vận tốc góc $\omega=$ const, gia tốc góc $\overrightarrow{\beta}=0$, độ lớn của vận tốc dài v= const, do đó gia tốc tiếp tuyến $\overrightarrow{a_b}=0$, chỉ còn gia tốc pháp tuyến $\overrightarrow{a_b}$:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 . R = const$$

Đối với chuyển động tròn đều, người ta còn định nghĩa:

Chu kỳ là khoảng thời gian chất điểm đi được một vòng:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1.25}$$

Tần số là số vòng chất điểm đi được trong một đơn vị thời gian:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \tag{1.26}$$

e) Chuuyển đông tròn biến đổi đều

Trong chuyển động này $\vec{\beta} = \text{const lập luận tương tự như trong chuyển động thẳng biến đổi đều, ta được các công thức:}$

$$\omega = \omega_0 + \beta t \tag{1.27}$$

$$\theta = \theta_{o} + \omega_{o}t + \frac{1}{2}\beta t^{2}$$
 (1.28)

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0) \tag{1.29}$$

trong đó $\beta_{\rm O,}$ $\omega_{\rm O}$ là góc quay và vận tốc góc ở thời điểm ban đầu.

3. Chuyển động theo phương xiên

Xét chuyển động của chất điểm được ném với vận tốc ban đầu $\overrightarrow{v_o}$ hợp với phương nằm ngang một góc a. Bỏ qua sức cản không khí.

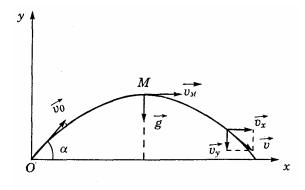
Thực nghiệm và lý thuyết chứng tỏ rằng với độ cao không lớn lắm, mọi vật đều rơi theo phương thẳng đứng xuống dưới với cùng một gia tốc tự do \vec{g} .

Chọn mặt phẳng thẳng đứng xOy là mặt phẳng chứa quỹ đạo chất điểm.

Khi đó ta phân tích chuyển động của chất điểm thành hai chuyển động thẳng độc lập với nhau:

Một theo phương nằm ngang Ox, một theo phương thẳng đứng Oy (góc O là chỗ ném vật).

Chuyển động theo phương nằm ngang Ox là chuyển động thẳng đều (vì theo phương này không có lực tác dụng lên chất điểm)



Hình 1.6

Ta có:

$$v_{Ox} = v_x = v_o \cos \alpha$$
 (1.30)
 $x = (v_o \cos \alpha).t$ (1.31)

Chuyển động theo phương thẳng đứng Oy là chuyển động thống biến đổi đều (dưới tác dụng của trọng lực) với gia tốc a = -g, ta có:

$$v_{Oy} = v_0 \sin \alpha$$

 $v_y = (v_0 \sin \alpha) - gt$ (1.32)

$$y = v_o(\sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$
 (1.33)

$$v^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha = -2gy$$
 (1.34)

- Vận tốc của chất điểm ở thời điểm bất kỳ trên quỹ đạo:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_o \cos \alpha)^2 + (v_o \sin \alpha - gt)^2}$$

Rút t từ phương trình (1.31) thay vào (1.33), ta được phương trình quỹ đạo chất điểm:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (tg\alpha).x$$
 (1.35)

Quỹ đạo là một Parabon.

- Khi vật đạt độ cao cực đại (tại M), vận tốc chỉ theo phương Ox nên thành phần vận tốc theo phương thẳng đứng Oy bằng không:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\mathbf{yM}} &= \mathbf{v}_{\mathbf{o}} \mathrm{sin} \alpha - \mathbf{g}. \mathbf{t}_{\mathbf{M}} = 0 \\ &\rightarrow \mathbf{t}_{\mathbf{M}} = \frac{\mathbf{v}_{\mathbf{o}} \mathrm{sin} \alpha}{\mathbf{g}}, \end{aligned}$$

Thay vào (1.31) và (1.33) ta có tọa độ đỉnh M

$$x_{\rm M} = \frac{v_{\rm o}^2 \sin 2\alpha}{2g} \tag{1.36}$$

$$y_{M} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \tag{1.37}$$

- Tầm xa của chất điểm bị ném (trong trường hợp quỹ đạo là một Parabon đối xứng):

$$OD = 2x_{M} = \frac{v_{o}^{2} \sin 2\alpha}{g}$$
 (1.38)

Chương 2

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

2.1. CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTƠN

1. Định luật Niuton thứ nhất (I)

Phát biểu:

Mọi chất điểm cô lập giữ nguyên trạng thái đứng yên hay chuyển động thẳng đều chừng nào chưa có tác dụng bên ngoài.

Tính chất bảo toàn trạng thái đứng yên $(\vec{v}=0)$ hay chuyển động thảng đều $(\vec{v}=$ const) gọi là *quán tính* của vật. Vì vậy định luật Niutơn I còn gọi là định luật quán tính.

2. Hệ quy chiếu quán tính

Dễ xét chuyển động cơ học ta phải chọn hệ quy chiếu. Thực nghiệm chứng tỏ rằng định luật Niutơn I chỉ đúng trong hệ quy chiếu đặc biệt gọi là *hệ quy chiếu quán tính*. Vậy: *Hệ quy chiếu quán tính là hệ quy chiếu trong đó định luật I Niutơn được nghiệm đúng*.

Theo thực nghiệm hệ quy chiếu có gốc tọa độ tại tâm mặt trời và ba trục hướng về 3 ngôi sao xác định là hệ quy chiếu quán tính. Vì quả đất quay xung quanh trục của nó và quay xung quanh mặt trời nên hệ quy chiếu gắn liền với quả đất thực chất không phải hệ quy chiếu quán tính. Nhưng trong nhiều bài toán, ảnh hưởng của sự quay của quả đất không đáng kể có thể bỏ qua. Khi đó hệ quy chiếu gắn với quả đất được coi là hệ quy chiếu quán tính. Những hệ quy chiếu đứng yên hay chuyển động thẳng đều đối với một hệ quy chiếu quán tính nào đó cũng là những hệ quán tính.

3. Định luật Niutơn thứ hai (II)

Định luật Niutơn II đề cập đến chuyển động của chất điểm khi chịu tác dụng của những lực từ bên ngoài (chất điểm không cô lập)

a) Lực

Lực là một đại lượng véc tơ (\vec{F}) đặc trưng cho tác dụng của vật này lên vật khác. Dưới tác dụng của lực, vật có thể biến đổi vận tốc (thu được gia tốc) hoặc bị biến dạng.

b) Gia tốc và lực

Thực nghiệm chứng tỏ trong một hệ quy chiếu quán tính lực tác dụng lên một chất điểm làm chất điểm đó chuyển động có gia tốc và gia tốc này luôn luôn tỷ lệ với lực tác dụng:

c) Gia tốc và khối lượng

Theo thực nghiệm:

Cùng một lực F tác dụng lên các chất điểm khác nhau sẽ gây ra các gia tốc tương ứng khác nhau. Như vậy gia tốc của chất điểm chuyển động còn phụ thuộc vào một tính chất vật lý của bản thân chất điểm đó. Tính chất này được đặc trưng bởi một đại lượng gọi là khối lượng của chất điểm (ký hiệu m). Với một lực tác dụng nhất định, gia tốc chuyển động của chất điểm tỷ lệ nghịch với khối lượng của nó:

$$|\vec{a}| \sim \frac{1}{m}$$

Ta thấy, khi khối lượng m càng lớn thì gia tốc càng nhỏ - trạng thái chuyển động của chất điểm thay đổi càng ít, nghĩa là tính bảo toàn trạng thái chuyển động càng lớn. Như vậy, khối lượng là đại lượng đặc trưng cho quán tính của chất điểm.

Trong cơ học cổ điển khối lượng của một vật không đổi dù vật đó đứng yên hay chuyển động tròng hệ quy chiếu nào.

d) Đinh luật Niutơn thứ hai

- Phát biểu định luật: trong một hệ quy chiếu quán tính véc tơ gia tốc của một chất điểm tỷ lệ với lực tác dụng và tỷ lệ nghịch với khối lượng của chất điểm đó.
 - Biểu thức:

$$\vec{a} = k \frac{\vec{F}}{m} \tag{2.1}$$

Trong hệ đơn vị SI, hệ số .tỷ lệ k = 1 và do đó:

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{F}}{m}$$
hoặc $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma}$ (2.2)

Ý nghĩa: phương trình (2.3) cho phép ta xác định gia tốc của một chất điểm khi biết được các lực tác dụng. Từ đó, nếu biết được vị trí và vận tốc ban đầu của chất điểm, ta có thể xác định vị trí và vận tốc tại thời điểm bất kỳ, nghĩa là xác định trạng thái chuyển động của chất điểm.

Vì vậy, phương trình (2.3) được gọi là phương trình cơ bản của động lực học chất điểm.

e) Lực trong chuyển động cong

Khi chất điểm chuyển động cong, gia tốc của nó có thể phân tích ra hai thành phần:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Khi đó lực tác dụng lên chất điểm $\vec{F} = m\vec{a}$ cũng phân tích ra hai thành phần:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2 \tag{2.4}$$

Thành phần $\overrightarrow{F_t} = \overrightarrow{ma_t}$ gọi là lực tiếp tuyến, gây ra gia tốc tiếp tuyến làm độ lớn của vận tốc thay đổi, còn $\overrightarrow{F_n} = \overrightarrow{ma_n}$ gọi là lực pháp tuyến, gây ra gia tốc pháp tuyến - làm đổi hướng vận tốc. Lực hướng tâm không phải là loại lực mới, nó có thể là lực căng dây, lực hấp dẫn, các loại lực khác hay tổng hợp các loại lực Độ lớn của lực hướng tâm:

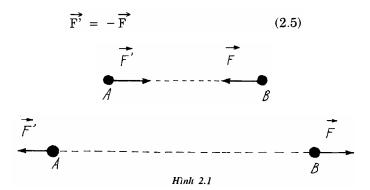
$$F_n = ma_n = m \frac{v^2}{R}$$

v là Vận tốc chất điểm tại thời điểm ta xét ứng với bán kính quỹ đạo cong R.

4. Định luật Niuton thứ ba (III)

Định luật Niutơn thứ ba nghiên cứu mối liên hệ giữa các tương tác với nhau của hai vật.

- Phát biểu: khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực \vec{F} thì chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực \vec{F} cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn với F.



Một trong hai lực được gọi là lực tác dụng, lực còn lại gọi là lực phản tác dụng. Chúng tồn tại đồng thời và tạo thành cặp, "tác dụng - phản tác dụng" hoặc "lực - phản lưc".

Từ (2.5) suy ra: $\vec{F} + \vec{F} = 0$, nghĩa là tổng các lực tác dụng giữa hai chất điểm bằng 0, nhưng tác dụng của chúng không khử nhau vì điểm đặt của chúng khác nhau.

Trường hợp tổng quát: tổng các nội lực của một hệ chất điểu cô lập (không chịu tác dụng của các ngoại lực) bằng không.

2.2. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ ĐỘNG LƯỢNG (XUNG LƯỢNG)

Ta có thể phát biểu định luật Niuton II theo dạng khác tương đương, đó là các định lý về động lượng.

1. Thiết lập các định lý về động lượng

Theo định luật Niutơn II, khi một chất điểm khối lượng m chịu tác dụng của lực

F có gia tốc a thì.

$$\overrightarrow{ma} = \overrightarrow{F},$$

$$\overrightarrow{vi} \overrightarrow{a} = \overrightarrow{dv}. \quad n\hat{e}n \quad \overrightarrow{mdv} = \overrightarrow{F}$$

Theo cơ học cổ điển, khối lượng m của chất điểm không đổi do vậy ta viết:

$$\frac{d(m\overrightarrow{v})}{dt} = \overrightarrow{F} \tag{2.6}$$

Đại lượng $\vec{K} = m\vec{v}$ gọi là véc tơ động lượng (gọi tắt là động lượng hay xung lượng) của chất điểm. Từ (2.6) ta có:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F} \tag{2.7}$$

$$m \quad \vec{V} \qquad \vec{K}$$

Định lý 1: tốc độ biến thiên động lượng của chất điểm bằng lực tác dụng lên nó.

$$T\hat{\mathbf{u}}$$
 (2.7) ta suy ra: $\overrightarrow{dK} = \overrightarrow{F}dt$ (2.8)

Tích phân hai vế của (2.8) trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ứng với sự biến thiên động lượng từ $\overrightarrow{K_1}$ đến $\overrightarrow{K_2}$ ta có:

$$\overrightarrow{\Delta K} = \overrightarrow{K}_2 - \overrightarrow{K}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{F} . dt$$
 (2.9)

Theo định nghĩa: $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt$ gọi là xung lượng của lực \vec{F} trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 .

Định lý 2: độ biến thiên của động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó bằng xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Trường hợp \vec{F} không thay đổi theo thời gian, từ (2.9) ta có:

$$\Delta \overrightarrow{K} = \overrightarrow{F} \Delta t \qquad (2.10)$$
hay:
$$\frac{\overrightarrow{\Delta K}}{\Delta t} = \overrightarrow{F} \qquad (2.11)$$

Theo (2. 11) có thể phát biểu:

Tốc độ biến thiên động lượng trung bình của chất điểm bằng lực tác dụng lên chất điểm đó.

Các định lý động lượng (2.7) và (2.9) là những phát biểu tương đương với định luật Niuton II, nhưng ngoài phạm vi của cơ học Niuton (những vật chuyển động với

vận tốc lớn cỡ vận tốc ánh sáng) thì các biểu thức (2.6), (2.7) vẫn đúng, còn cơ học Niuton không áp dụng được.

2. Ý nghĩa của động lượng và xung lượng của lực

- Ý nghĩa của động lượng:

Như ta đã biết vận tốc là đại lượng đặc trưng cho chuyển động về mặt động học nhưng không đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học. Chính động lượng - đại lượng kết hợp cả khối lượng và vận tốc mới đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học, vì vận tốc và khối lượng liên quan chặt chẽ với nhau, nên khi xét chuyển động không thể xét riêng vận tốc hay khối lượng.

Ý nghĩa xung lượng của lực:

Xung lượng của lực đặc trưng cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian nào đó. Tác dụng của lực phụ thuộc cả vào cường độ lực và thời gian tác dụng.

2.3. CÁC LOẠI LỰC CƠ HỌC THƯỜNG GẶP. ÁP DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTON

1. Trọng lực và trọng lượng.

- Trọng lực:

Do lực hút của Quả đất, nên mọi vật rơi tự do cùng gia tốc rơi tự do g Trong hệ quy chiếu gắn với qủa đất, một vật khối lượng m bị quả đất tác dụng một lực hút

$$\overrightarrow{P} = \mathbf{m} \times \overrightarrow{\mathbf{g}}$$
.

 \vec{P} được gọi là trọng lực và đặt ở trọng tâm của vật, có cùng phương chiều với \vec{g}

- Trọng lượng:

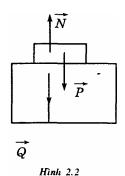
Để vật không rơi, phải đặt vật trên một giá đỡ hoặc treo vật trên một giá treo thẳng đứng. Khi đó trọng lực \vec{P} cân bằng với phản lực \vec{N} của giá đỡ hoặc giá treo: $\vec{N} = -\vec{P}$.

Theo định luật Niutơn III vật tác dụng lên giá đỡ hoặc giá treo một lực (H. 2.2)

$$\vec{Q} = -\vec{N}$$

Lực \overrightarrow{Q} được gọi là trọng lượng.

Vậy trọng lượng của một vật là lực của vật đó, do chịu lực hút của quả đất, tác dụng lên giá đỡ hoặc giá treo.



Trọng lực \vec{P} đặt lên vật, còn trọng lượng \vec{Q} đặt lên giá đỡ hoặc giá treo, khi giá đỡ hoặc cá tạo đứng yên đối với mặt đất (hoặc chuyển động đều) thì \vec{P} và \vec{Q} cùng độ lớn và phương chiều. Khi giá đỡ hoặc giá treo chuyển động có gia tốc so với mặt đất thì trọng lực \vec{P} có độ lớn không đổi, còn trọng lượng \vec{Q} có độ lớn thay đổi, phụ thuộc vào gia tốc của giá đỡ hoặc giá treo (nếu chuyển động hướng lên thì có hiện tượng tăng trọng lượng, còn chuyển động hướng xuống thì có hiện tượng giảm trọng lượng).

2. Lực đàn hồi

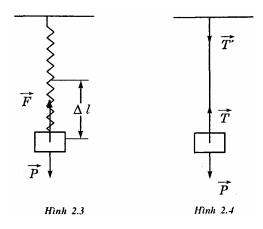
Lực đàn hồi xuất hiện trong vật bị biến dạng đàn hồi. Lực này có xu hướng đưa vật trở lại hình dạng và kích thước ban đầu.

a) Lực đàn hồi của lò xo

Khi một lò xo bị biến dạng (nén hoặc dãn) trong giới hạn đàn hồi một đoạn Δl thì trên lò xo xuất hiện lực đàn hồi \vec{F} (H. 2.3). Theo định luật Húc, lực đàn hồi có độ lớn tỷ lệ với độ biến dạng và có chiều ngược với độ biến dạng:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{k}\Delta\mathbf{l} \tag{2.12}$$

k là độ cứng của lò xo hay hệ số đàn hồi.



b) Lực cặng

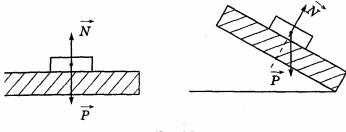
Kéo một sợi dây buộc vào một vật, khi dây bị căng, trên nó xuất hiện những lực tác dụng lên vật gọi là lực căng \vec{T} . Lực căng \vec{T} có phương dọc theo sợi dây, có chiều đi ra từ vật. Lực căng của cùng một đoạn dây tác dụng lên các vật khác nhau có độ lớn bằng nhau T' = T (H. 2.4).

3. Các lực liên kết khác

Các lực tương tác giữa một vật đang chuyển động với các vật khác có liên kết với nó gọi là các lực liên kết. Ngoài các lực liên kết xét ở trên, ta xét các lực liên kết khác thường gặp sau:

a) Phản lực pháp tuyến

Khi một vật nén lên một giá đỡ nào đó thì vật chịu tác dụng của một phản lực vuông góc với mặt tiếp xúc, gọi là phản lực pháp tuyến N (H. 2.5).



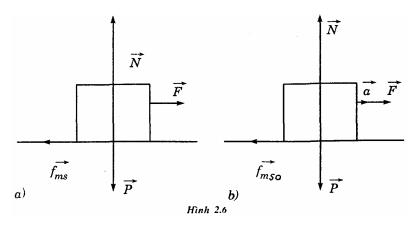
Hình 2.5

b) Lưc ma sát

Khi một vật chuyển động tiếp xúc với một vật khác, thì ở chỗ tiếp xúc xuất hiện các lực cản trở chuyển động của các vật. Các lực cản đó gọi là lực ma sát. Nếu hai vật tiếp xúc là hai vật rắn thì ma sát giữa chúng gọi là ma sát khô, (gồm ma sát nghỉ và ma sát trươt).

- Ma sát nghỉ

Kéo ngột vật trên một bàn nằm ngang bằng một lực \vec{F} , nhưng vật vẫn đứng yên. Điều đó chứng tỏ ở giữa vật và mặt bàn đã xuất hiện một lực ma sát gần bằng với ngoại lực \vec{F} , gọi là lực ma sát nghỉ (hay lực ma sát tĩnh) $\overrightarrow{f}_{\text{mso}}$ (H. 2.6). Khi cường độ ngoại lực tăng thì cường độ lực ma sát nghỉ cũng tăng để cân bằng với ngoại lực (nhưng vật vẫn không chuyển động). Nếu tiếp tục tăng lực \vec{F} cho đến khi cường độ ngoại lực lớn hơn giá trị cực đại của lực ma sát nghỉ thì vật bắt đầu chuyển động trượt $F > F_{\text{msomin}}$.



Lực ma sát nghỉ có phương tiếp tuyến với mặt tiếp xúc giữa hai vật, ngược chiều và có độ lớn bằng thành phần song song với mặt tiếp xúc của lực F. Giá trị cực đại của lực ma sát nghỉ xác định theo công thức:

$$f_{\text{msomax}} = k_0 F_n = k_0 N \tag{2.13}$$

trong đó: Fn là lực nén vuông góc của vật ta xét lên vật tiếp xúc với nó.

N là phản lực tác dụng lên vật ta xét;

k_o là hệ số ma sát nghỉ.

- Ma sát trượt: Lực ma sát tác dụng lên vật khi vật trượt, gọi là lực ma sát trượt. Lực ma sát trượt $\overrightarrow{F_{ms}}$ có phương tiếp tuyến với mặt tiếp xúc, ngược chiều với chuyển động và có độ lớn nhỏ hơn giá trị cực đại của lực ma sát nghỉ. Sau khi vật bắt đầu chuyển động, ta có thể giảm giá trị của ngoại lực \overrightarrow{F} cho đến giá trị $\overrightarrow{F_{ms}}$ để vật chuyển động đều.

Ma sát trượt được xác định bởi công thức:

$$F_{ms} = kF_n = kN (2.14)$$

trong đó k là hệ số ma sát trượt. Hệ số ma sát tĩnh và hệ số ma sát trượt phụ thuộc vào bản chất các vật tiếp xúc, tính chất và trạng thái bề mặt tiếp xúc.

4. Áp dụng các định luật Niutơn để khảo sát chuyển động

Việc giải bài toán khi áp dụng các định luật Nitơn có thể tiến hành theo các bước sau:

 $\mathit{Bu\acute{o}c}\ 1$: Chọn hệ quy chiếu (thường gắn với mặt đất). Tìm và vẽ các véc tơ lực tác dụng lên từng vật.

Bước 2: Viết phương trình định luật Niuton thứ hai dưới dạng véc tơ cho từng vật. Chọn chiểu dương cho chuyển động, của từng vật, sau đó chiếu các phương trình véc tơ của từng vật lên phương chuyển động, hình chiếu của lực nào cùng chiều dương thì lấy dấu cộng, ngược chiều dương thì lấy dấu trừ. Để tìm lực ma sát, ta tìm phản lực pháp tuyến N, bằng cách chiếu phương trình véc tơ lên phương vuông góc với phương chuyển động của vật. Tùy theo từng' trường hợp mà kết hợp thêm điều kiện: lực căng của cùng một đoạn dây tác dụng lên hai vật ở hai đầu có độ lớn như nhau, hai vật nối với nhau bằng sợi dây không dãn có gia tốc như nhau *v.v.*...

Bước 3: Giải phương trình và chỉ nhận các kết quả, các câu trả lời phù hợp với ý nghĩa vật lí.

Thí dụ 1: Bài toán động lực học của một hệ cơ học.

Hai vật m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh, không dãn, vắt qua một ròng rọc. Vật m_2 có thể trượt trên một mặt phẳng nghiêng một góc $a = 30^{\circ}$ so với phương nằm ngang. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và của dây. Biết hệ số ma sát giữa vật m_2 và mặt phẳng nghiêng là K. Tính gia tốc của các vật và lực căng của dây. Cho gia tốc rơi tự do là g.

Giải:

Chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất.

Vật m_1 chịu hai lực tác dụng: trọng lực $\overrightarrow{P_1}$ và lực căng \overrightarrow{T}

Theo định luật Niuton thứ hai:

$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T_1} = \overrightarrow{m_1 a_1}. \tag{1}$$

Vật m₂ chịu bốn lực tác dụng:

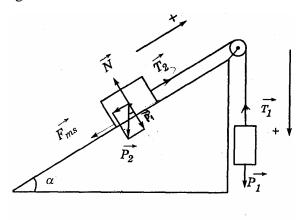
- Trọng lực $\overrightarrow{P_2}$ lực căng $\overrightarrow{T_2}$ phản lực pháp tuyến \overrightarrow{N} từ mặt phảng nghiêng và lực ma sát \overrightarrow{F}_{ms} .

Theo định luật Niutơn thứ hai:

$$\overrightarrow{P}_2 + \overrightarrow{T}_2 + \overrightarrow{N} + \overrightarrow{F}_{ms} = \overrightarrow{m}_2 \overrightarrow{a}_2$$
 (2)

Giả sử vật m_1 chuyển động xuống và m_2 chuyển động lên.

Chọn chiều dương như hình 2.7.



Hình 2.7

Chiếu các phương trình (1) và (2) lên phương chuyển động tương ứng của vật m₁ và vật m_2 và chú ý rằng các lực căng $\overrightarrow{T_1}, \overrightarrow{T_2}$ có cùng độ lớn như nhau $T_1=T_2=T$; các gia tốc $\overrightarrow{a_1}$ và $\overrightarrow{a_2}$ có cùng giá trị $a_1 = a_2 = a$, ta có:

$$P_1 - T = m_1 a.$$
 (3)
- $P_2 \sin \alpha + T - F_{ms} = m_2 a.$ (4)

$$-P_2 \sin \alpha + T - F_{ms} = m_2 a.$$
 (4)

trong đó $F_{ms} = KN$. Để tìm N ta chiếu phương trình (2) lên phương vuông góc với phương chuyển động của m₂ ta được:

$$- P_2 \cos \alpha + N = 0 \rightarrow N = P_2 \cos \alpha$$

 $và F_{ms} = KP_2 cos α$, thay F_{ms} vào (4), ta được:

$$-P_2\sin\alpha + T - KP_2\cos\alpha = m_2a$$
 (5)

công từng vế (3) và (5) ta được:

$$P_1 - P_2(\sin\alpha + K\cos\alpha) = (m_1 + m_2)a$$

suy ra gia tốc của mỗi vật là:

$$a = \frac{m_1 - m_2(\sin\alpha + K\cos\alpha)}{m_1 + m_2} g$$
 (6)

và sức căng của dây:

$$T = P_1 - m_1 a = m_1 (g - a)$$
 (7)

Nhận xét: - Vật m₁ chuyển động xuống và vật m₂ chuyển động lên với điều kiện:

$$P_1 > P_2(\sin\alpha + K\cos\alpha)$$

 $m_1 > m_2(\sin\alpha + K\cos\alpha)$

Nếu vật m_1 chuyển động lên và m_2 chuyển động xuống, thì khi đó \overrightarrow{F}_{ms} cùng phương chiều với \overrightarrow{T} , và nếu chọn chiều dương ngược lại, chiếu phương trình (l) và (2) lên chiều dương vừa chọn, ta được:

$$-P_1 + T = m_1 a \tag{3'}$$

$$P_2 \sin \alpha - T - F_{ms} = m_2 a \qquad (4')$$

từ (3') và (4'), ta suy ra được:

$$a = \frac{m_2(\sin\alpha - K\cos\alpha) - m_1}{m_1 + m_2}g$$

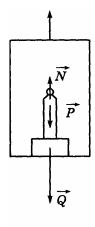
$$v\grave{a} \qquad T = P_1 + m_1a = m_1(g+a)$$

- Thí dụ 2: Sự tăng hai giảm trọng lượng

Một' người có khối lượng m đứng trên một cân đặt trong một thang máy. Xác định trọng lượng của người đó khi:

- a) Thang máy chuyển động đều
- b) Thang máy đi lên với gia tốc a (a < g)
- c) Thang máy đi xuống với gia tốc a (a < g)
- d) Thang máy rơi tự do với gia tốc g

Giải:



Hình 2.8

Chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất, khi đó người chịu tác dụng của trọng lực \vec{P} , phản lực pháp tuyến \vec{N} của cân và chuyển động cùng thang máy với gia tốc \vec{a} . Theo định luật Niuton thứ hai:

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{N} = \overrightarrow{ma} \tag{1}$$

Trọng lượng của người là lực nén \vec{Q} của người lên cân. Theo định luật Niuton thứ ba:

$$\overrightarrow{Q} = -\overrightarrow{N} \rightarrow Q = N$$

Chọn chiều dương hướng lên trên, chiếu phương trình véc tơ (1) lên chiều dương đó:

a) Khi thang máy chuyền động thẳng đều a = 0

$$-P + N = 0$$
, suy ra $N = P$

Vậy: Q = P: Trọng lượng của người giống như khi đang đứng yên.

b) Khi thang máy đi lên (a hướng lên)

-
$$P + N = ma$$
, $\rightarrow N = P + ma$

Q = P + ma = m(g + a): người ở trạng thái tăng trọng lượng.

c) Khi thang máy đi xuống (a hướng xuống)

$$-P + N = m(-a) = -ma$$

$$\rightarrow$$
 N = P - ma = m(g - a)

Q = m(g - a): người ở trạng thái giảm trọng lượng.

d) Khi thang máy rơi tự do a = g:

$$-P + N = -mg, \rightarrow N = m(g - g) = 0$$

Q = 0: người ở trạng thái không trọng lượng.

2.4. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG

Khi sử dụng định lý về động lượng:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

trong nhiều trường hợp người ta dùng nó dưới dạng khác, đó là định lý về mô men động lượng.

1. Mô men của một vec tơ đối với một điểm

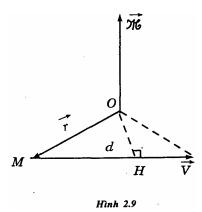
Theo định nghĩa, mô men của một vec tơ \vec{v} đối với điểm O cố định là một véc tơ $\vec{M}/o(\vec{v})$ xác định bởi:

$$\mathfrak{M}_{|O}(\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v} = \overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{v}$$
 (2.15)

trong đó véc tơ $M/o(\vec{v})$ có:

- Gốc tai O
- Có phương vuông góc với mặt phẳng xác định bởi O và \overrightarrow{V} ,
- -Có chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ \overrightarrow{OM} sang \overrightarrow{MA} (H. 2.9)
- Có độ lớn bằng 2 lần diện tích tam giác OMA

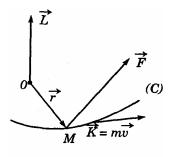
$$(M/o(\vec{v}) = d.MA)$$



2. Định lý về mô men động lượng

Xét điểm M chuyền động trên quỹ đạo (c) dưới tác dụng của một lực \vec{F} (H. 2.10). Theo định lý về động lượng ta có:

$$\frac{\overrightarrow{dK}}{\overrightarrow{dt}} = \frac{\overrightarrow{d(m.v)}}{\overrightarrow{dt}} = \overrightarrow{F}$$



Hình 2.10

Nhân hữu hướng hai vế của phương trình này với $r = \overrightarrow{OM}$ (O là gốc tọa độ)

$$\overrightarrow{r} \wedge \frac{d(\overrightarrow{m.v})}{dt} = \overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{F}$$

Vì:

$$\frac{d}{dt} (\overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{m.v}) = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} \wedge \overrightarrow{m.v} + \overrightarrow{r} \wedge \frac{d}{dt} (\overrightarrow{m.v}),$$

trong đó:

$$\frac{\overrightarrow{dr}}{dt} \wedge \overrightarrow{m.\overrightarrow{v}} = \overrightarrow{\overrightarrow{v}} \wedge \overrightarrow{m.\overrightarrow{v}} = 0 \quad \left(\overrightarrow{vi} \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \overrightarrow{vi} \mid \overrightarrow{m.\overrightarrow{v}} \right)$$

$$\hat{\text{nen}}: \quad \overrightarrow{r} \wedge \frac{d(\overrightarrow{m.v})}{dt} = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{m.v}) = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{K})$$

Kết quả ta có:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} (\overrightarrow{\mathbf{r}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{K}}) = \overrightarrow{\mathbf{r}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{F}}$$
 (2.16)

trong đó: $\vec{r} \cap \vec{K}$ là mô men đối với O của véc tơ động lượng \vec{K} và được gọi là véc tơ mô men động lượng của chất điểm đối với O, kí hiệu \vec{L} :

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{K} \tag{2.17}$$

còn $\vec{r} \cap \vec{F}$ là mô men của lực \vec{F} đối với $O = M/o(\vec{F})$ phương trình (2.16) có thể viết:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \Re(o(\vec{F})) \tag{2.18}$$

Định lý về mô men động lượng: Đạo hàm mô men động lượng đối với O của một chất điểm chuyển động theo thời gian bằng tổng mô men đối với O của các lực tác dụng lên chất điểm.

 $H\hat{e}$ $qu\dot{a}$:: Khi chất điểm chuyển động luôn luôn chịu tác dụng của lực \vec{F} có phương đi qua O cố định (lực xuyên tâm) thì:

$$\label{eq:model} \text{NG/o}(\overrightarrow{F}) \,=\, 0.$$
 Do dó :
$$\frac{\overrightarrow{dL}}{dt} \,=\, 0, \; \overrightarrow{L} \,=\, \text{const}$$

Véc tơ \vec{L} có phương không thay đổi theo thời gian, nhưng \vec{L} luôn luôn vuông

góc với mặt phẳng tạo bởi O và véc tơ $\vec{k} = mx\vec{v}$. Nói cách khác chất điểm M luôn luôn chuyển động trong một mặt phẳng cố định.

3. Trường họp chuyển động tròn

Độ lớn của mô men động lượng \vec{L} của chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo tròn là (H. 2.11):

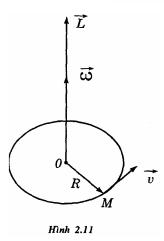
$$|\overrightarrow{II}| = OM.mv = Rmv = (mR^2)\omega = I\omega$$
 (2.19)

trong đó: $I = mR^2$ được gọi là mô men quán tính của chất điểm đối với O

Dạng véc tơ:

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{L\omega} \qquad (2.20)$$

$$(\overrightarrow{\omega} \uparrow \uparrow \overrightarrow{L})$$



Mặt khác lực tác dụng F có thể phân tích ra hai thành phấn tiếp tuyến và pháp tuyến:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_n$$

vì lực Fn luôn luôn hướng về tâm, nên:

$$\begin{array}{rcl} \mathfrak{N} \text{No}(\overrightarrow{F_n}) &=& 0 \\ \\ \text{như vậy :} \\ \mathfrak{N} \text{No}(\overrightarrow{F}) &=& \mathfrak{N} \text{No}(\overrightarrow{Ft}) \end{array}$$

Khi đó, định lý về mô men động lượng đối với chất điểm chuyển động tròn có dạng.

$$\frac{\overrightarrow{dL}}{dt} = \frac{d}{dt} (I.\overrightarrow{\omega}) = \mathfrak{M} \circ (\overrightarrow{F_t})$$
 (2.21)

2.5. NGUYÊN LÝ TƯƠNG ĐỐI GALILÊ

1. Thời gian và không gian theo cơ học cổ điển

Cơ học cổ điển xây dựng trên cơ sở những quan điểm của Niutơn về không gian, thời gian và chuyển động. Để cụ thể và đơn giản ta xét hệ O'x'y'z' chuyển động so với hệ Oxyz đứng yên, sao cho O'x' luôn luôn trượt dọc theo Ox:

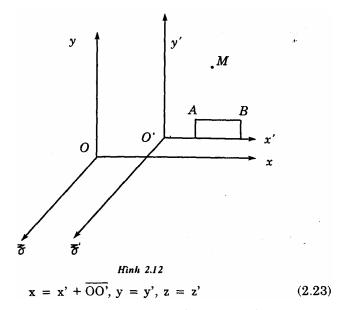
xét một điểm M bất kỳ. Theo các quan điểm của Niutơn:

a) Tại một lúc t thời gian chỉ bởi đồng hồ gắn trong hệ O và t' chỉ bởi đồng hồ gắn trong hệ O' là như nhau:

$$t = t' (2.22)$$

Nghĩa là: Thời gian có tính tuyệt đối không phụ thuộc vào hệ quy chiếu .

b) Từ hình 2.12 ta có các tọa độ không gian của M trong hệ O(x, y, z) và O'(x', y', z') liên hệ với nhau:



Như vậy: vị trí không gian có tính chất tương đối, phụ thuộc hệ quy chiếu. Do đó: chuyển động có tính tương đối, phụ thuộc hệ quy chiều.

c) Giả thiết có một cái thước AB đặt dọc theo trục O'x', gắn liền với hệ O'. Chiều dài của thước đó trong hệ O' và trong hệ O tương ứng là:

$$I_o = x_B - x_A;$$

 $1 = x_B - x_A;$

theo (2.23)

$$x_A = \overline{OO'} + x_A';$$

$$x_B = \overline{OO'} + x_B';$$

do đó:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{B}} - \mathbf{x}_{\mathbf{A}} = \mathbf{x}_{\mathbf{B}} - \mathbf{x}_{\mathbf{A}}$$

như vậy: $l = l_0$.

Nói cách khác: Khoảng không gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ quy chiếu.

- Phép biến đổi Galilê:

Xét trường hợp hệ O' chuyển động thẳng đều, vận tốc v với hệ O và tại t=0, O' trùng với O, thì:

$$\overline{OO'} = v.t$$

Theo (2.22) và (2.23) ta có:

$$x = x' + vt'$$
; $y = y'$; $z = z'$; $t = t'$; (2.24)

và ngược lại:

$$x' = x - vt$$
; $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$ (2.25)

Các công thức (2.24) và (2.25) cho phép ta chuyển các tọa độ không gian, thời gian từ hệ quy chiếu O' sang hệ quy chiếu O và ngược lại, và gọi là các phép biến đổi Galilê.

2. Tổng họp vận tốc và gia tốc

Vì chuyển động có tính chất tương đối, nên vận tốc và gia tốc chuyển động của một chất điểm phụ thuộc vào hệ quy chiếu. Xét chuyển động của một chất điểm M đối với hai hệ tọa độ Oxyz và O x y,z

Giả sử hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến với hệ Oxyz sao cho ta luôn luôn có:

$$O'x' \uparrow \uparrow Ox ; O'y' \uparrow \uparrow Oy ; O'z' \uparrow \uparrow Oz.$$

Gọi \vec{v} là véc tơ vận tốc của M đối với hệ O, \vec{v}' là véc tơ vận tốc của M đối với hê O'.

V là véc tơ vận tốc tịnh tiến của hệ O' đối với hệ O Ta có:

$$\vec{\overline{v}} = \vec{v'} + \vec{V} \tag{2.26}$$

Véc tơ vận tốc của một chất điểm đối với hệ quy chiếu O bằng tổng hợp véc tơ vận tốc của chất điểm đó đối với hệ quy chiếu O' chuyển động tịnh tiến đối với hệ O và véc tơ vận tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu O' đối với hệ quy chiếu O.

Tương tự: véc tơ gia tốc \vec{a} của một chất đ em đối với một hệ quy chiếu O bằng tổng hợp véc tơ gia tốc \vec{a} của chất điểm đó với hệ quy chiếu O' chuyển động tịnh tiến đổi với hệ quy chiếu O và véc tơ gia tốc tịnh tiến \vec{A} của hệ quy chiếu O' đối hệ quy chiếu O.

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a'} + \overrightarrow{A} \tag{2.27}$$

3. Nguyên lý tương đối Galilê

Xét chuyển động của một chất điểm trong hai hệ quy chiếu: Hệ Oxyz quy ước là hệ đứng yên và là hệ quán tính, hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến với gia tốc \overrightarrow{A} so với hệ O.

Gọi a là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O dưới tác dụng của tổng hợp lực F, theo định luật II Niuton ta có:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma}$$
 (2.28)

Gọi a là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O', theo (2.27) ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

Nếu O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O thì $\vec{A} = 0$, $\vec{a} = \vec{a'}$ và (2.28) có thể viết:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma'} \qquad (2.29)$$

Đây là phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O', cùng một dạng như (2.28), nghĩa là định luật Niutơn cũng thoả mãn trong hệ O' và do đó O' cũng là một hệ quán tính. Từ đó, ta có các cách phát biểu khác nhau của nguyên lý tương đối Galilê:

- + Mọi hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với một hệ quy chiếu quán tính cũng là hệ quy chiếu quán tính.
- + Các định luật Niutơn được nghiệm đúng trong hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ quy chiếu quán tính. Điều đố có nghĩa là:
- Các phương trình động lực học trong các hệ quy chiếu quán tính có dạng như nhau hay các hiện tượng, các quá trình cơ học trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau đều xảy ra giống nhau.

Liên hệ giữa phép biến đổi Galilê và nguyên lý tương dối Galilê.

Theo nguyên lý Galilê trong hệ quán tính O' định luật II Niton có dạng:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma'} \qquad (2.30)$$

Chiếu lên ba trục tọa độ O'x', O y', O'z' ta được:

$$F_{x} = ma'_{x} = m \frac{d^{2}x'}{dt^{2}}$$

$$F_{y} = ma'_{y} = \frac{md^{2}y'}{dt^{2}}$$

$$F_{z} = ma'_{z} = m \frac{d^{2}z'}{dt^{2}}$$

Những phương trình này cũng có dạng như phương trình biểu diễn định luật II Niuton trong hệ quy chiếu quán tính O:

$$\vec{F} = \vec{ma}$$

Nhưng qua phép biến đổi Galilê (2.24) và (2.25) ta nhận thấy: hệ các phương trình (2.28) và (2.30) có thể suy ra như nhau.

Như vậy phương trình biểu diễn định luật Niuton giữ nguyên dạng qua phép biến đổi Galilê.

4. Lực quán tính

Bây giờ ta xét các định luật động lực học trong một hệ quy chiếu O' tịnh tiến với

gia tốc \overrightarrow{A} đối với hệ quy chiếu quán tính O Gọi véc tơ $\overrightarrow{a'}$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O' thì gia tốc chuyển động của chất điểm với hệ O là:

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a'} + \overrightarrow{A}$$
Nhân hai vế với m:
$$\overrightarrow{ma} = \overrightarrow{ma'} + \overrightarrow{mA}$$

Vì hệ O là hệ quy chiếu quán tính nên trong đó định luật Niutơn nghiệm đúng

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma}$$

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{ma}' + \overrightarrow{mA}$$

$$\overrightarrow{ma}' = \overrightarrow{F} + (-\overrightarrow{mA})$$
(2.31)

 $\overrightarrow{ma'} = \overrightarrow{F} + (-\overrightarrow{mA})$ (2.31) Ta thấy phương trình này không cùng dạng như (2.28) và (2.30) nói cách khác:

trong hệ O' chuyển động tịnh tiến có gia tốc đối với hệ quán tính O ngoài các lực \vec{F} tác dụng lên chất điểm, phải kể thêm lực:

$$\overrightarrow{F}_{at} = -\overrightarrow{mA} \qquad (2.32)$$

Lực $\overrightarrow{F_{qt}}$ gọi là lực quán tính. Hệ quy chiếu O', gọi là $h\hat{e}$ không quán tính.

Phương trình động lực của chất điểm trong hệ O':

do đó:

$$\overrightarrow{\text{ma'}} = \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F}_{\text{qt}}$$
 (2.33)

Như vậy lực quán tính chỉ quan sát được trong hệ quy chiếu không quán tính, cùng phương và ngược chiều với ta tốc chuyển động của hệ quy chiếu không quán tính $(\overrightarrow{F}_{qt} \uparrow \downarrow \overrightarrow{A})$: Nhờ khái niệm lực quán tính ta có thể giải thích được nhiều hiện tượng trong thực tế chẳng hạn hiện tượng tăng hay giảm trọng lượng.

Chương 3

NĂNG LƯƠNG

3.1. NĂNG LƯỢNG

- Vận động = năng lượng:

Vật chất luôn vận động. Sự vận động của vật chất luôn gắn liền với một đặc trưng tổng quát quan trọng đó là năng lượng. Năng lượng là một thước đo mức độ vận động của vật chất dưới mọi hình thức. Mỗi hình thức vận động cụ thể tương ứng với một dạng năng lượng cụ thể: vận động cơ tương ứng với cơ năng, vận động điện từ tương ứng với năng lượng điện từ, v.v...

Một vật (một hệ) ở trạng thái xác định thỉ có một năng lượng xác định. Khi các hệ khác nhau tương tác với nhau thì chủng trao đổi với nhau một năng lượng nào đó. Có hai dạng truyền năng lượng, đó là *công và nhiệt. Công* là dạng truyền năng lượng làm tăng mức độ chuyển động có trật tự của một vật còn *nhiệt* là dạng truyền năng lượng trực tiếp giữa các phân tử chuyển động hỗn loạn của những vật tương tác với nhau.

Một trạng thái của hệ, tương ứng với một giá trị xác định của năng lượng cụ thể, nên ta nói năng lượng là *một hàm trạng thái*, còn công và nhiệt đặc trưng cho sự biến thiên năng lượng của hệ trong một quá trình nào đó, nên công và nhiệt được gọi là *những hàm của quá trình*. Cần chú ý rằng: công và nhiệt không phải là một dạng năng lượng mà chỉ là những đại lượng dùng để đo mức độ trao đổi năng lượng.

Giả thiết trong một quá trình nào đó hệ nhận từ bên ngoài một công A để biến đổi từ trạng thái 1 (có năng lượng W_1) sang trạng thái 2 (có năng lượng W_2). Theo thực nghiệm thì: độ biến thiên năng lượng W_2 - W_1 của hệ trong quá trình nào đó giá trị bằng công A mà hệ nhận được từ bên ngoài trong quá trình đó: ..

$$W_2 - W_1 = A$$
 (3.1)

Nếu hệ cô lập (tức không tương tác với bên ngoài, không trao đổi năng lượng với bên ngoài) thì A=0.

Từ (3.1) ta có:

$$W_2 = W_1 = const (3.2)$$

Như vậy: năng lượng của một hệ cô lập được bảo toàn.

Các biểu thức (3.1) hay (3.2) chính là *nội dung của định luật bảo toàn năng lượng*. Một cách tổng quát: *Năng lượng không tự nhiên mất đi mà cũng không tự nhiên sinh ra, năng tượng chỉ chuyển từ dạng này sang dạng khác*. Đó chính là nội dung của định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.

Trong phần cơ học ta chỉ xét năng lượng cơ học (cơ năng) tức năng lượng tương

ứng với chuyển động cơ của các vật. Cơ năng gồm hai phần:

Động năng phụ thuộc cao chuyển động của vật (vận tốc vật) và vật chuyển động (khối lượng), thế năng phụ thuộc vào tương tác giữa các vật. Khi vật hay hệ vật chịu tác dụng của lực và vực này sinh công thì trạng thái chuyển động của nó thay đổi, làm năng lượng của vật cũng thay đồi theo. Khi đó giữa công của lực với động năng và thế năng có mối liên hệ với nhau.

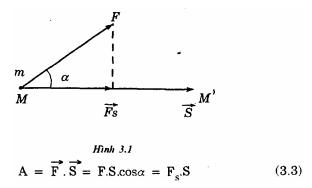
3.2. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

1. Công:

 \vec{F} chất điểm chuyển động trên quỹ đạo. Tác dụng làm chuyển dời vật của lực được đặc trưng bởi đại lượng đó gọi là công.

a) Trường hợp lực không đổi, đoạn dịch chuyển là thẳng

Giả sử dưới tác dụng của một lực \vec{F} không đổi, chất điểm M được dịch chuyển một đoạn thẳng MM' = S. Công A do lực sinh ra trong dịch chuyển MM' được định nghĩa là:



với F_s là hình chiếu của \vec{F} lên phương dịch chuyển và $F_s = F_{\cos\alpha}$.

Công A là đại lượng vô hướng:

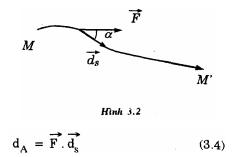
- Nếu
$$\alpha < \frac{\pi}{2}$$
, $\cos \alpha > 0$, $A > 0$: lực sinh công phát động ;

- Nếu
$$\alpha > \frac{\pi}{2}$$
, $\cos \alpha < 0$, $A < 0$: lực sinh công cản ;

- Nếu
$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$
, $\cos \alpha = 0$, A = 0: lực không sinh công.

b) Trường hợp lực thay đổi, đoạn dịch chuyển là công

Để tính công A trong dịch chuyển MM' ta chia đường cong MM' thành các đoạn dịch chuyển vô cùng nhỏ $\overrightarrow{d_s}$ sao cho trên mỗi đoạn này có thể coi như thẳng và lực \overrightarrow{F} coi như không đổi (H. 3.2). Công nguyên tố hay công vi phân của lực \overrightarrow{F} trong đoạn dịch chuyển vô cung nhỏ $\overrightarrow{d_s}$ có thể tính theo công thức định nghĩa:



Công do lực F thực hiện trên cả đoạn dịch chuyển MM' là:

$$A = \int_{MM'} dA = \int_{MM'} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d}_{s}$$
 (3.5)

2. Công suất

Trong thực tế để đặc trưng cho sức mạnh của máy người ta chỉ dùng khái niệm công suất, đó là công thực hiện trong một đơn vị thời gian.

Giả sử trong khoảng thời gian Δt lực sinh công ΔA . Theo định nghĩa:

$$\overline{P} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \tag{3.6}$$

Gọi là công suất trung bình của lực đó trong khoảng thời gian Δt .

Theo định nghĩa công suất tức thời (gọi tắt là công suất, ký hiệu là P) của lực là:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$
 (3.7)

Như vậy công suất có giá trị bằng đạo hàm của công theo thời gian.

Theo (3.4) ta có:

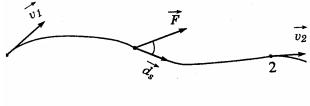
$$dA = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{d_s}$$
 nên $P = \overrightarrow{F}.\frac{\overrightarrow{d_s}}{dt} = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{v}$ (3.8)

Công suất bằng tích vô hướng của lực tác dụng với véc tơ vận tốc của chuyển dời. Trong hệ đơn vị SI đơn vị của công là Niutơn met gọi là Jun (J), đơn vị của công suất Jun/giây gọi là oát (W).

3.3. ĐỘNG NĂNG

Động năng là phần cơ năng tương ứng với sự dịch chuyển của các vật. Sự dịch chuyển đó liên quan đến công của ngoại lực tác dụng lên vật.

Giả sử dưới tác dụng của \vec{F} , chất điểm khối lượng m dịch chuyển từ vị trí 1 đến vị trí 2 và có vận tốc thay đổi từ $\overrightarrow{v_1}$ đến $\overrightarrow{v_2}$ (H. 3.3)



Hình 3.3

Công của lực \vec{F} trong dịch chuyển từ vị trí 1 sang vị trí 2 là:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Theo đinh luât Niuton thứ II:

$$\vec{F} = \vec{ma} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

do dó:

$$A \ = \int \limits_{(1)}^{(2)} m \overrightarrow{dv} \, \overrightarrow{\frac{ds}{dt}} \, , \ m \grave{a} \ \overrightarrow{\frac{ds}{dt}} \ = \ \overrightarrow{v}$$

$$\mathbf{nen} : \qquad \qquad \mathbf{A} = \int\limits_{(1)}^{(2)} \overrightarrow{mv} \cdot \overrightarrow{dv} = \int\limits_{(1)}^{(2)} \mathbf{md} \left(\frac{\overrightarrow{v^2}}{2} \right)$$

$$A \,=\, \int\limits_{(1)}^{(2)} \, md \, \left(\, \frac{\overrightarrow{v^2}}{2} \,\right) \,\,=\, \int\limits_{v_1}^{v_2} \, md \, \left[\, \frac{v^2}{2} \,\right]$$

Tích phân ta được:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \tag{3.9}$$

Đại lượng $W_a=\frac{mv^2}{2}$ gọi là động năng của chất điểm có khối lượng m, chuyển động với vận tốc \vec{v} .

Nếu gọi $W_{al} = \frac{mv_1^2}{2}$ là động năng của chất điểm ở vị trí 1

 $W_{a2} = \frac{mv_2^2}{2}$ là động năng của chất điểm ở vị trí 2

Từ (3.9) ta có :
$$W_{a2} - W_{a1} = A \eqno(3.10)$$

Định lý về động năng: Độ biến thiên của động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó có giá trị bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm sinh ra trong quãng đường đó.

Từ đây, ta suy ra rằng: nếu ban đầu vật đứng yên, thì bằng tác dụng ngoại lực lên vật và lực đó sinh công, ta có thể truyền cho vật một động năng. Mặt khác, vật có động

năng thì có khả năng sinh công.

Ví dụ: dòng nước chảy làm quay guồng nước, hòn bi chuyển động có thể nén một lò so v.v...

3.4. TRƯỜNG LỰC THẾ VÀ THẾ NĂNG

1. Trường lực thế

Khái niệm về trường lực thế:

Trường lực: Khi tồn tại một khoảng không gian mà chất điểm ở mỗi vị trí trong nó đều xuất hiện lực \vec{F} tác dụng lên chất điểm ấy. Khi đó ta nói trong không gian ấy có *tồn tại trường lực*.

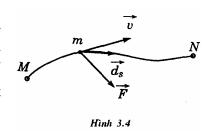
Lực \vec{F} tác dụng lên chất điểm nói chung phụ thuộc vào vị trí, tức là một hàm của tọa độ và có thể là một hàm của thời gian t. Khi chỉ xét \vec{F} là hàm của tọa độ ta có:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F(r)} = \overrightarrow{F(x, y, z)}$$
 (3.11)

Công của lực \vec{F} khi chất điểm chuyển động từ vị trí M đến vị trí N bất kỳ bằng (H. 3.4):

$$A_{MN} = \int_{(M)}^{(N)} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Nếu công A_{MN} của lực \vec{F} không phụ thuộc đường di chuyển MN mà chỉ phụ thuộc vị trí điểm đầu M và điểm cuối N thì ta nói rằng: trường lực đó là một trường lực $th\acute{e}$ và lực $\vec{F}(\vec{r})$ gọi là *lực thế*:



(3.12)

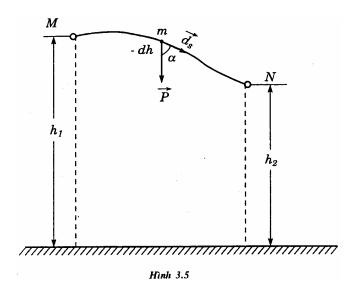
- Tính chất của trường lực thế:

Công của lực thế khi dịch chuyển chất điểm trong một trường lực thế theo một đường cong kín bằng không.

$$\oint \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds} = 0 \tag{3.13}$$

2. Thí dụ về trường lực thế

Mọi vật khi đứng gần quả đất đều chịu lực tác dụng của trọng trường: $\vec{P} = m\vec{g}$. Trong phạm vi không gian không lớn, trọng lực \vec{P} không đổi về phương chiều và độ lớn, ta nói trong không gian đó có một *trọng trường đều*. Ta chỉ ra rằng: trọng trường đều là một *trường lực thế*. Muốn vậy ta tính công của trọng lực \vec{P} khi chất điểm khối lượng m dịch chuyển từ vị trí M có độ cao h_1 đến vị trí N có độ cao h_2 (H. 3.5).



Công của trọng lực khi đó là:

$$A_{MN} = \int_{(M)}^{(N)} \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_{(M)}^{(N)} P i \overrightarrow{ds} \cos \alpha$$

Vì $|\overrightarrow{ds}|\cos\alpha = -dh$: là độ giảm chiều cao ứng với dịch chuyển vô cùng nhỏ \overrightarrow{ds} nên:

$$A_{MN} = \int_{h_1}^{h_2} -mg.dh = mg.h_1 - mgh_2$$
 (3.14)

Ta thấy công A_{MN} chỉ phụ thuộc h_1 , h_2 nghĩa là chỉ phụ thuộc vào vị trí của M, N mà không phụ thuộc vào đường dịch chuyển, nên trọng trường đều là một trường lực thế, và trọng lực là một lực thế.

3. Thế năng

a) Định nghĩa

Vì công của lực thế chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu M và vị trí cuối N, nên ứng với mỗi vị trí người ta đưa vào một đại lượng gọi là thế năng W_t và theo định nghĩa:

Thế năng của chất điểm trong trường lực thế là một hàm W_t phụ thuộc vị trí của chất điểm sao cho:

$$A_{MN} = W_{t}(M) - W_{t}(N)$$
 (3.15)

Từ (3.15) ta thấy: Nếu $W_t(M)$ và $W_t(N)$ đồng thời cộng với cùng một hằng số C thì hệ thức định nghĩa trên vẫn nghiệm đúng, nói cách khác:

Thế năng của chất điểm tại một vị trí được định nghĩa sai khác một hằng số cộng.

Như vậy, trong trọng trường đều từ (3.14) ta suy ra biểu thức thế năng của chất điểm tại vị trí có độ cao h:

$$W_{t}(h) = mgh + C (3.16)$$

Hằng số C phụ thuộc vào việc chọn mốc tính thế năng.

- b) Tính chất
- Tại một vị trí thế năng được xác định bởi sai khác một hằng số cộng, nhưng hiệu thế năng giữa hai vị trí thì hoàn toàn xác định.
 - Quan hệ giữa thế năng và lực thế:

Công của lực thế bằng độ giảm thế năng:

$$A_{MN} = \int_{(M)}^{(N)} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds} = W_t(M) - W_t(N)$$
 (3.17)

c) Ý nghĩa của thế năng

Thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác.

3.5. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG TRONG TRƯỜNG LỰC THẾ. SƠ ĐỒ THẾ NĂNG

1. Định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế

Xét một chất điểm khối lượng m- chuyển động trong một trường lực. Giả thiết ngoài lực thế $\overrightarrow{F_t}$ chất điểm còn chịu tác dụng của lực không phải là lực thế $\overrightarrow{F_{kt}}$. Khi chất điểm dịch chuyển từ vị trí M sang vị trí N động năng của chất điểm thay đổi. Theo định lý về động năng, ta có độ biến thiên động năng của chất điểm bằng tổng công của tất cả các lực tạc dụng lên nó:

$$W_{aN} - W_{aM} = A_t + A_{kt}$$

trong đó A_t và A_{kt} là công của lực thế và công của lực không phải lực thế. Vì công của lực thế bằng độ giảm thế năng:

$$A_t = W_{tM} - A_{tN}$$
 nên :
$$W_{dN} - W_{dM} = W_{tM} - W_{tN} + A_{kt}$$
 hay :
$$(W_{dN} + W_{tN}) - (W_{tM} + W_{dM}) = A_{kt}$$

Tổng động năng và thế năng gọi là cơ năng:

$$W = W_{d} + W_{t} \tag{3.18}$$
 Do đó :
$$W_{N} - W_{M} = A_{k} \tag{3.19}$$

Vậy: độ biến thiên cơ năng của chất điểm bằng công của lực không phải là lực thế. Đó là nội dung định lý biến thiên cơ năng.

Trong thực tế ta thường gặp vật chịu tác dụng của lực ma sát, lực ma sát không phải là lực thế, do đó độ biến thiên cơ năng của chất điểm bằng công của lực ma sát.

$$W_N - W_M = A_{ms} \tag{3.20}$$

Nếu chất điểm chỉ chịu tác dụng của lực thế, không chịu tác dụng của các lực không phải là lực thế, thì $A_{kt}=0$, do đó từ (3.19) ta có:

$$W_{N} = W_{M} = const (3.21)$$

Vậy: cơ năng của chất điểm chuyển động trong một trường lực thế không đổi theo thời gian, nghĩa là cơ năng được bảo toàn. Đó là nội dung của định luật bảo toàn cơ năng.

Thí dụ: Chất điểm chuyển động trong trọng trường đều, không có ma sát, thì cơ năng bảo toàn,nghĩa là:

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = const$$
 (3.22)

Chú ý: Nếu ngoài lực thế, còn có các lực khác tác dụng lên chất điểm, nhưng công của lực này bằng không, thì cơ năng vẫn bào toàn.

2. Sơ đồ thế năng

Giới hạn của chuyền động: trong trường hợp tổng quát thế năng của một chất điểm trong trường lực thế là hàm của các tọa độ x, y, z của chất điểm đó: $W_t = W_t(x, y, z)$.

Để đơn giản ta xét trường hợp thế năng chỉ phụ thuộc vào tọa độ x. Đường biểu diễn W_t phụ thuộc vào tọa độ x. Gọi là sơ đồ thế năng (H. 3.6). Giả sử năng lượng toàn phần của chất điểm là W, nếu chuyển động trong trường lực thế thì cơ năng của chất điểm bảo toàn:

$$W = W_{a}(x) + W_{t}(x) = const$$

$$W_{t}(x)$$

$$D$$

$$E$$

$$W_{d}$$

Trên đồ thị W được biểu diễn bằng đường thẳng song song với trục Ox

Vì động năng
$$W_a(x) = \frac{mv^2}{2} \ge 0$$
, nên ta có điều kiện

 $W_t(x) \leq W. \text{ Từ đó suy ra rằng: chất điểm chỉ có thể chuyển động trong miền, mà ở đó } W_t(x) \leq W, \text{ nghĩa là trong miền } I(x_A \leq x \leq x_C \text{ và miền } (x_E \leq x). \text{ Chất điểm không thể đi từ miền I sang miền III hoặc ngược lại vì bị hàng rào thế CDE cản trở. Muốn vượt qua hàng rào thế, chất điểm cần phải được cung cấp năng lượng bổ sung.}$

- Điều kiện cân bằng của hệ cơ học trong trường lực thế

Tại các điểm B (thế năng có giá trị cực tiểu) và D (thế năng có giá trị cực đại) $\frac{dW_{_t}}{dx}, \text{ do đó lực tác dụng lên chất điểm } F_{_x} = -\frac{dW_{_t}}{dx} = 0).$

Nghĩa là tại các vị trí B và D chất điểm có thể nằm cân bằng. Tuy nhiên vị trí B là vị trí cân bằng bền, vì khi làm lệch chất điểm khỏi vị trí đó sẽ xuất hiện lực kéo nó trở về vị trí cân bằng, còn vị trí D là vị trí cân bằng không bền, vì khi chất lệch khỏi vị trí đó sẽ xuất hiện lực kéo nó đi khỏi vị trí cân bằng. Vì mọi vật đều có xu hướng trở về trạng thái có thế năng cực tiểu, nên có thể nói:

Điều kiện cân bằng của một hệ cơ học cô lập là thế năng của nó phải cực tiểu.

Chuong 4

ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM - VẬT RẮN

4.1. KHỐI TÂM - CHUYỂN ĐỘNG CỦA KHỐI TÂM

- 1. Khối tâm (trọng tâm)
- Định nghĩa

Xét một hệ hai chất điểm M_1 và M_2 có khối lượng tương ứng là m_1 và m_2 đặt trong trường đều. Theo định nghĩa: khối tâm G của hệ hai chất điểm M_1 , M_2 là điểm đặt của tổng hợp hai trọng lực m_1g_1 và m_2g_2 tương ứng tác dụng lên chất điểm M_1 và M_2 nằm trên đoạn M_1M_2 sao cho:

$$\frac{M_{1}G}{M_{2}G} = -\frac{m_{2}g}{m_{1}g} = -\frac{m_{2}}{m_{1}}$$

$$m_{1}\overline{M_{1}G} + m_{2}\overline{M_{2}G} = 0$$

$$M_{1} \qquad G_{1} \qquad M_{2}$$

$$m_{1}\overline{g} \qquad \qquad M_{2}\overline{g}$$

$$(m_{1} + m_{2})\overline{g} \qquad \qquad m_{2}\overline{g}$$

$$Hinh 4.1$$

Đẳng thức có thể viết dưới dạng véc tơ:

$$\overrightarrow{m_1 M_1 G} + \overrightarrow{m_2 M_2 G} = 0 \tag{4.1}$$

Trong trường hợp tổng quát, khối tâm của hệ được định nghĩa như sau:

Khối tâm của một hệ chất điểm $M_1, M_2..., M_n$ lần lượt có khối lượng $m_1, m_2, ..., m_n$ là một điểm G xác định bởi đẳng thức sau:

Chỉ số i chạy từ 1 đến n là chỉ số các chất điểm.

- $Toa\ d\hat{\phi}$ của $kh\acute{o}i\ tâm\ G$ đối với một gốc tọa độ O nào đó, được xác định bởi đẳng thức:

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_iG} = 0}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$
(4.3)

Đặt $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{R}$ (bán kính véc tơ xác định vị trí của khối tâm G) với 3 tọa độ X, Y, Z $\overrightarrow{OM}_i = \overrightarrow{r_i}$ (bán kính véc tơ xác định vị trí của chất điểm thứ i với 3 tọa độ X_i , Y_i , Z_i):

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_{i}$$

Tổng khối lượng của các chất điểm trong hệ. Khi đó (4.3) có dạng:

$$\overrightarrow{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_{i} \overrightarrow{r_{i}}}{M} = \frac{1}{M_{i}} \sum_{i=1}^{n} m_{i} \overrightarrow{r_{i}}$$
(4.4)

Và 3 tọa độ tương ứng:

$$X = \frac{1}{M_i} \sum_{i=1}^{n} m_i x_i ; Y = \frac{1}{M_i} \sum_{i=1}^{n} m_i y_i ; X = \frac{1}{M_i} \sum_{i=1}^{n} m_z z_i$$
 (4.5)

Từ đẳng thức (4.4) và (4.5) ta tính được tọa độ khối tâm của một hệ chất điểm.

2. Các tính chất của khối tâm về mặt động lực học

a) Vận tốc của khối tâm

Gọi v là vận tốc của khối tâm. Theo (l.6) và từ (4.4) ta có:

$$\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{dR}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\overrightarrow{dr_i}}{dt}$$

trong đó: $\frac{\overrightarrow{dr_e}}{dt} = \overrightarrow{v_i}$ là véc tơ vận tốc của chất điểm M_i

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{m_i v_i} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{P_i}$$

là tồng động lượng \vec{P} của hệ.

do đó vận tốc khối tâm:

$$\overrightarrow{v} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{m_i v_i} = \frac{\overrightarrow{P}}{M}$$
 (4.6)

Như vậy: khối tâm chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng tổng cộng M của hệ.

Từ (4.6) ta có:

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{Mv}$$
 (4.7)

Vậy: tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.

b) Phương trình động lực học của khối tâm

Giả sử hệ chất điểm M_1 , M_2 , M_n lần lượt chịu tác dụng của những ngoại lực F_1 , F_2 , ..., F_n và chuyển động với những gia tốc tương ứng: $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \dots, \overrightarrow{a_n}$ thỏa mãn các phương trình:

$$\mathbf{m}_{1}\overrightarrow{\mathbf{a}_{1}} = \overrightarrow{\mathbf{F}}_{1}, \ \mathbf{m}_{2}\overrightarrow{\mathbf{a}_{2}} = \overrightarrow{\mathbf{F}}_{2} \dots \ \mathbf{m}_{n}\overrightarrow{\mathbf{a}_{n}} = \overrightarrow{\mathbf{F}}_{n}$$

Đạo hàm (4.6) theo t:

$$\frac{\overrightarrow{dv}}{\overrightarrow{dt}} = \frac{\sum_{i} m_{i} \frac{\overrightarrow{dv_{i}}}{\overrightarrow{dt}}}{\sum_{i} m_{i}} \rightarrow (\sum_{i} m_{i}) \frac{\overrightarrow{dv}}{\overrightarrow{dt}} = \sum_{i} m_{i} \frac{\overrightarrow{dv_{i}}}{\overrightarrow{dt}} = \sum_{i} \overrightarrow{F_{i}}$$
(4.8)

trong đó: $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ là véc tơ gia tốc của khối tâm,

 $\frac{d\overrightarrow{v_i}}{dt} = \overrightarrow{a_i}$ là véc tơ gia tốc của chất điểm Mi

$$T\mathring{\mathbf{u}}$$
 (4.8) ta có:
$$(\sum m_i) \overrightarrow{\mathbf{a}} = \sum_i \overrightarrow{\mathbf{F}}_i$$
 (4.9)

Đây là phương trình động lực học của khối tâm.

Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ. (tổng hợp các nội lực tương tác của hệ bằng không, nên ta không xét). Chuyển động của khối tâm của một hệ được gọi là chuyển động toàn thể của hệ.

4.2. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG (XUNG LƯỢNG)

1. Thiết 1ập

Xét một hệ chất điểm $M_1,\,M_2,\ldots,\,M_n$ chuyển động dưới tác dụng của tổng hợp các ngoại lực \vec{F} (vì theo định luật Niuton III tổng hợp các nội lực tác dụng lên hệ bằng không). Khi đó động lượng tổng cộng của hệ là:

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{m_1}\overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{m_2}\overrightarrow{v_2} + \dots + \overrightarrow{m_n}\overrightarrow{v_n}$$

Theo định lý về động lượng ta có:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\mathbf{m}_{1} \overrightarrow{\mathbf{v}}_{1} + \mathbf{m}_{2} \overrightarrow{\mathbf{v}}_{2} + \dots + \mathbf{m}_{n} \overrightarrow{\mathbf{v}}_{n} \right) = \mathbf{F}$$
 (4.10)

Nếu hệ là cô lập, nghĩa là $\vec{F} = 0$ thì:

$$\frac{d}{dt} (m_1 \overrightarrow{v_1} + m_2 \overrightarrow{v_2} + ... + m_n \overrightarrow{v_n}) = \frac{d\overrightarrow{P}}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \overrightarrow{P} = \text{const}$$
(4.11)

Phát biểu: tổng động lượng của một hệ cô lập được bảo toàn.

Theo (4. 7):

$$\overrightarrow{P} = (\sum_{i} m_{i}) \overrightarrow{v}$$

Nên đối với một hệ cô lập thì vận tốc chuyển động của khối tâm của hệ là:

$$\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{P}}{\sum_{i} m_{i}} = \text{const}$$
 (4.12)

Vậy khối tâm của một hệ cô lập hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều $(\vec{a}=0)$

2. Bảo toàn động lượng theo phương

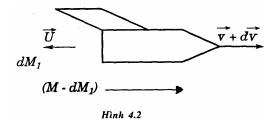
Trường hợp một hệ chất điểm không cô lập (ngoại lực $\vec{F} \neq 0$), nhưng hình chiếu của \vec{F} lên một phương x nào đó luôn luôn bằng không, thì theo phương đó tổng động lượng của hệ vẫn được bảo toàn.

Khi đó hình chiếu phương trình véc tơ (4.10) lên phương x ta được:

$$P_v = m_1 v_{1v} + m_2 v_{2v} + ... + m_n v_{nv} = const$$
 (4.13)

3. Chuyển động của một vật có khối lượng thay đổi

Xét chuyển động phản lực của tên lửa. Cơ sở để giải thích các chuyển động phản lực là định luật Niuton III và đinh luật bảo toàn động lượng. Gọi khối lượng tổng cộng ban đấu của tên lửa là $M_{\rm O}$ Trong quá trình chuyển động tên lửa luôn luôn phụt hỗn hợp khí ra phía sau, khối lượng của nó giảm dần, tên lửa tiến lên phía trước, vận tốc của nó tăng dần. Tính vận tốc của tên lửa khi khối lượng của nó bằng M.



Giải: Giả sử tại thời điểm t tên lửa có khối lượng M, vận tốc đối với hệ quy chiếu mặt đất. Động lượng của tên lửa là:

$$\vec{P}_1 = \vec{M} \vec{v}$$

Su khoảng thời gian dt tên lửa phụt ra phía sau một khối lượng khí d $M_1 = -dM$: độ giảm khối lượng của tên lửa (d $M_1 < 0$, vì khối lượng tên lửa giảm). Nếu vận tốc phụt khí đối với tên lửa là \vec{u} thì vận tốc đối với hệ quy chiếu mặt đất là $\vec{u} + \vec{v}$. Sau khoảng thời gian dt, khối lượng của tên lửa là $M - dM_1 = M + dM$, vận tốc của nó là $\vec{v} + d\vec{v}$ (tăng). Sau khi phụt khí động lượng của hệ (tên lửa + khối lượng khí phụt ra) đối với hệ quy chiếu gắn với mặt đất là:

$$\overrightarrow{P_2} = (M + dM)(\overrightarrow{v} + d\overrightarrow{v}) + dM_1(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})$$

$$= (M + dM)(\overrightarrow{v} + d\overrightarrow{v}) - dM(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})$$

Giả sử không có thành phần lực tác dụng theo phương chuyển động (hoặc nội lực lớn hơn rất nhiều so với ngoại lực). Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$\overrightarrow{P}_2 = \overrightarrow{P}_1 \rightarrow (M + dM)(\overrightarrow{v} + d\overrightarrow{v}) - dM(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = M\overrightarrow{v}$$

Khai triển phép tính, bò qua số hạng vô cùng bé bậc 2 dM.dv, ta được:

$$Md\overrightarrow{v} = \overrightarrow{ud}M$$
 (4.14)

Chọn chiều chuyển động làm chiều dương, vì \vec{dv} và \vec{u} cùng phương ngược chiều, nên chiếu (4.14) lên chiều dương đó, ta có:

$$Mdv = -udM \rightarrow dv = -u \frac{dM}{M}$$

Tích phân hai vế phương trình trên từ thời điểm t=0 tên lửa đứng yên $(v_O=O)$ và có khối lượng M_O đến thời điểm t tên lửa có vận tốc v và có khối lượng M, ta được:

$$v = u \ln \frac{M_o}{M} \tag{4.15}$$

Công thức (4.13) g o i là công thức Xiôncốpxki. Theo công thức này, muốn cho vận tốc của tên lửa lớn thì khối lượng của khí phụt ra phải lớn ($\frac{M_o}{M}$ lớn) và vận tốc phụt khí u phải lớn.

4.3. VA CHAM

Một cách hình thức, ta có thể định nghĩa va chạm như sau: va chạm giữa các vật là hiện tượng các vặt đâm vào nhau, trong đó các vật tác dụng lên nhau một lực rất lớn trong một khoảng thời gian rất ngắn.

Trong các va chạm lý tưởng chỉ có nội lực do các vật va chạm tác dụng lên nhau đóng vai trò chủ yếu.

Để đơn giản ta xét va chạm của hai quả cầu nhỏ khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 chuyển động cùng phương nối liền hai tâm của chúng (va chạm xuyên tâm). Trước va chạm chúng có véc tơ vận tốc $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$; sau va chạm chúng có vận tốc $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ cùng phương ban đầu. Giả sử hệ (m_1+m_2) cô lập. Tính v_1 và v_2 ?

Vì hệ cô lập nên động lượng của hệ bảo toàn khi va chạm và không phụ thuộc vào loại va chạm là đàn hồi hay không đàn hồi, do các lực xuất hiện khi va chạm là nội lực. Phương trình biểu diễn sư bảo toàn đông lương của hệ trước và sau va cham:

$$m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2} = m_1 \vec{v_1}' + m_2 \vec{v_2}'$$
 (4.16)

Vì $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_1}'$ và $\overrightarrow{v_2}'$ Cùng phương nên phương trình đối với trị đại số của véc tơ đó có thể viết:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
 (4.17)

Ta tìm v_1 ' và v_2 ' cho hai trường hợp sau:

1. Va chạm đàn hối

Va cham đàn hồi là va cham mà đông năng của hệ trước và sau va cham được bảo toàn.

Áp dụng cho hệ $(m_1 + m_2)$ ở trên ta có:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$
 (4.18)

Từ (4.17), (4.18) ta rút ra:

$$v_{1}' = \frac{(m_{1} - m_{2})v_{1} + 2m_{2}v_{2}}{m_{1} + m_{2}}$$

$$v_{2}' = \frac{(m_{2} - m_{1})v_{2} + 2m_{1}v_{1}}{m_{1} + m_{2}}$$
(4.19)

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$
 (4.20)

Nhân xét các kết quả (4. 19), (4.20):

Trường hợp $m_1 = m_2$ thì $v_1' = v_2$; $v_2' = v_1$: Ta nói hai quả cầu trao đổi vận tốc cho nhau.

- Trường hợp ban đầu quả cầu m_2 đứng yên $(v_2 = 0)$, thì

$$v_{1} = \frac{m_{1} - m_{2}}{m_{1} + m_{2}} v_{1}$$

$$v_{2} = \frac{2m_{1}}{m_{1} + m_{2}} v_{1}$$
(4.21)

và nếu $m_1 = m_2$ thì $v_1' = 0$, $v_2' = v_1$: Chúng trao đổi vận tốc cho nhau ; và nếu $m_1 <<$ m_2 thì theo (4.21)

$$\vec{v_1} \approx -\vec{v_1}$$
; $\vec{v_2} \approx 0 \rightarrow$

Quả cầu m_2 vẫn đứng yên, còn quả cầu m_1 bị bắn ngược trở lại với vận tốc bằng vân tốc tức thời của nó trước lúc va cham.

2. Va chạm mềm.

Va chạm mềm là va chạm mà sau khi va chạm hai vật dính vào nhau chuyển

động cùng vận tốc v. Khi đó:

$$v_1 = v_2 = v$$
:
Vây (4.17) thành :
 $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v \rightarrow v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ (4.22)

Trong va chạm mềm động năng không được bản toàn mà lại bị giảm đi.

Độ giảm động năng của hệ có trị số bằng:

$$\Delta W_{d} = \frac{1}{2} m_{1} v_{1}^{2} + \frac{1}{2} m_{2} v_{2}^{2} - \frac{1}{2} (m_{1} + m_{2}) v^{2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_{1} m_{2}}{m_{1} + m_{2}} (v_{1} - v_{2})^{2}$$

Độ giảm động năng này dùng để làm cho hai quả cầu biến dạng và nóng lên.

4.4. CHUYỀN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Vật rắn là một hệ chất điểm có khoảng cách giữa chất điểm luôn luôn không đổi. Chuyển động phức tạp của một vật rắn nói chung có thể quy về hai chuyển động cơ bản: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

1. Chuyển động tịnh tiến

Khi một vật rắn chuyển động tịnh tiến mọi chất điểm của nó vạch những quỹ đạo giống nhau và tại mỗi thời điểm có cùng véc tơ vận tốc \vec{v} và véc tơ gia tốc \vec{a} . Giả sử các chất điểm $M_1,\ M_2,\ ...,\ M_i$... của một vật rắn tương ứng có khối lượng $m_1,\ m_2,...m_i$... và tương ứng chịu tác dụng của các ngoại lực tác dụng $\vec{F_1},\vec{F_2},...\vec{F_I}$... Theo định luật II Niutơn ta có:

$$\overrightarrow{F}_{1} = \overrightarrow{m}_{1}\overrightarrow{a}$$

$$\overrightarrow{F}_{2} = \overrightarrow{m}_{2}\overrightarrow{a}$$

$$(4.23)$$

$$\overrightarrow{F}_{i} = \overrightarrow{m}_{i}\overrightarrow{a}$$

cộng các phương trình (4.23) vế với vế:

$$\sum \vec{F_i} = \left[\sum_i m_i \vec{a}\right] \tag{4.24}$$

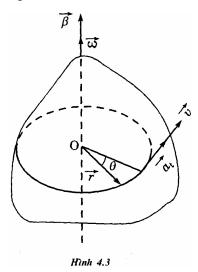
Nếu tổng hợp các ngoại lực $\sum \overrightarrow{F_I}$ có giá qua khối tâm thì vật rắn chuyển động tịnh tiến, còn nếu giá của tổng hợp lực không đi qua khối tâm thì vật rắn vừa chuyển động tịnh tiến vừa chuyển động quay.

Phương trình (4.24) là phương trình động lực học của vật rắn tịnh tiến. Đó cũng là phương trình động lực của khối tâm vật rắn. Vì the khi xét chuyển động tịnh tiến của một vật rắn, ta. chỉ cần xét chuyển động của khối tâm của nó.

2. Các đặc trưng của chuyển động quay về mặt động học

Khi một vật rắn chuyển động quay quanh một trục cố định Δ (gọi là trục quay) thì:

- Mỗi điểm của vật rắn vạch một đường tròn có tấm nằm trên trục Δ.
- Trong một khoảng thời gian mọi điểm của vật rắn đều quay được một góc θ .



Tại cùng một thời điểm) mọi điểm của vật rắn được quay cùng một vận tốc góc ?

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

và cùng gia tốc góc :

$$\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

Tại một thời điểm véc tơ vận tốc thẳng \vec{v} và véc tơ gia tốc tiếp tuyến $\vec{a_t}$ của một chất điểm bất kỳ của vật rắn cách trục quay một khoảng r được xác định theo hệ thức:

$$\overrightarrow{\mathbf{v}} = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{\mathbf{r}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{a}}_{1} = \overrightarrow{\beta} \wedge \overrightarrow{\mathbf{r}}$$

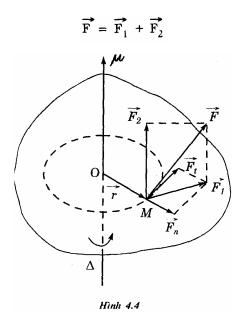
4.5. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẨN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA MỘT VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CÓ ĐỊNH

Để khảo sát những tính chất động lực học của chuyển động quay trước hết ta xét đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyến động quay.

1. Tác dụng của lực trong chuyển động quay

a) Tác dụng làm qua) của lực

Giả sử tác dụng lên vật rắn lực \vec{F} (để tại điểm M) làm vật rắn quay quanh trục Δ Phân tích lực \vec{F} ra hai thành phần:



- Trong đó thành phần $\overrightarrow{F_2}$ song song trục Δ không gây ra chuyển động quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn chuyển động trượt dọc theo trục quay, theo giả thiết chuyển động này không có.
- Còn thành phần $\overrightarrow{F_i}$ nằm trong mặt phẳng vuông góc trục Δ lại được phân tích ra hai thành phần:

$$\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_n} \rightarrow \text{k\'et qu'a} \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_n} + \overrightarrow{F_2}$$

Thành phần $\overrightarrow{F_n}$ nằm theo bán kính OM không gây ra chuyển động quay chỉ có tác dụng làm vật rắn rời khỏi trục quay, chuyển động này cũng không có.

- Như vậy chỉ có thành phần \vec{F}_t nằm theo phương tiếp tuyến của vòng tròn tâm O bán kính OM của lực \vec{F} mới có tác dụng thực sự trong chuyển động quay.

Kết luận: trong chuyển động quay của một vật rắn xung quanh một trực cố định chỉ những thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng thực sự.

Vì vậy để đơn giản ta giả thuyết: vật rắn chuyển động quay là do các lực tiếp tuyến tác dụng lên.

b) Tác dụng của lực trong chuyển động quay

Để đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay người ta đưa ra một đại lượng gọi là *mô men lực*.

Định nghĩa: mô men của lực $\vec{F_t}$ đối với trục Δ là một véc tơ $\vec{\mu}$ (hình 4.4) xác đinh bởi:

$$\overrightarrow{\mu} = \overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{F_t} \tag{4.25}$$

 \to véc tơ $\overrightarrow{\mu}$ có phương của trục quay, có chiều thuận đối với véc tơ quay từ r sang $\overrightarrow{F_t}$ có trị số:

$$\mu = r.F_t.sin(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{F_t}) = r.F_t$$

Nhằm xét: mô men $\overrightarrow{\mu}$ của lực $\overrightarrow{F_t}$ đối với trục Δ là mô men của $\overrightarrow{F_t}$ đối điểm O (giao điểm của Δ và mặt phẳng chứa $\overrightarrow{F_t}$ vuông góc với Δ)

2. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay

Giả sử chất điểm M_i (có khối lượng m_i), cách trục một khoảng r_i ứng với bán kính véc tơ $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{r_i}$ chịu tác dụng của ngoại lực tiếp tuyến $\overrightarrow{F_t}$ và chuyển động quay với véc tơ gia tốc tiếp tuyến tại. Theo định luật Niutơn II:

$$m_i \overrightarrow{a}_{ti} = \overrightarrow{F}_{ti}$$

Nhân hữu hướng hai vế với bán kính véc tơ

$$\overrightarrow{\mathbf{r}_{i}} = \overrightarrow{\mathrm{OM}}_{i} \rightarrow \overrightarrow{\mathbf{m}_{i}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{r}_{i}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{a}_{t_{i}}} = \overrightarrow{\mathbf{r}_{i}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{F}_{t_{i}}}$$
 (4.26)

trong đó $\overrightarrow{r_i} \wedge \overrightarrow{F_{ti}} = \overrightarrow{\mu_i}$ chính là mô men của lực Fti đối với trục quay, còn vế trái ta có:

$$\overrightarrow{\mathbf{r}_{i}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{a}_{ti}} = \overrightarrow{\mathbf{r}_{i}} \wedge (\overrightarrow{\beta} \wedge \overrightarrow{\mathbf{r}_{i}}) \tag{4.27}$$

Khai triển ngoại tích kép ở vế phải của (4.27), ta được:

$$\overrightarrow{r_i} \wedge \overrightarrow{a_{ti}} = (\overrightarrow{r_i} \overrightarrow{r_i}) \overrightarrow{\beta} - (\overrightarrow{r_i} \overrightarrow{\beta}) \overrightarrow{r_i} = \overrightarrow{r_i} \overrightarrow{2} \overrightarrow{\beta} - 0 = \overrightarrow{r_i} \overrightarrow{\beta}$$

 $(\vec{r_i}.\vec{\beta} = 0 \text{ vì vuông góc với } \vec{\beta}) \text{ Vậy}$ (4.26) có dạng:

$$\mathbf{m}_{i}\mathbf{r}_{i}^{2}\overrightarrow{\beta} = \overrightarrow{\mu_{i}} \qquad (4.28)$$

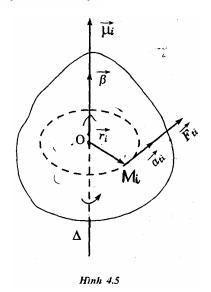
Cộng các phương trình (4-28) vế với vế theo i (tức theo tất cả các chất điểm của vật rắn) ta có:

$$\left(\sum_{i} m_{i} r_{i}^{2}\right) . \overrightarrow{\beta} = \sum_{i} \overrightarrow{\mu_{i}} (4.29)$$

$$\text{grong do} :$$

$$\sum_{i} \overrightarrow{\mu_{i}} = \overrightarrow{\mu}$$

là tổng hợp mô men các ngoại lực tác dụng lên vật rắn ; còn $(\sum m_i r_i^2) = i$ là đại



lượng gọi là *mô men quán tính* của vật rắn đối với trục Δ (nó bằng tổng mô men quán tính của các chất điểm của vật rắn). Vậy (4.29) có thể viết .

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mu} \tag{4.30}$$

Đây là phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục cố định. Phương trình này tương tự như phương trình của định luật Niuton II $\vec{ma} = \vec{F}$ đối với chuyển động tịnh tiến. Trong đó $\vec{\mu}$ đặc trưng cho tác dụng của ngoại lực đối với vật rắn quay có ý nghĩa tương tự như \vec{F} ; $\vec{\beta}$ đặc trưng cho sự thay đổi trạng thái chuyển động của vật rắn quay có ý nghĩa tương tự như gia tốc \vec{a} ; mô men quán tính I có ý nghĩa tương tự như khối lượng m, nghĩa là I là đại lượng đặc trưng cho quán tính của vật rắn trong chuyển động quay.

3. Tính mô men quán tính

Mô men quán tính I của vật rắn đối với trục Δ được tính theo công thức:

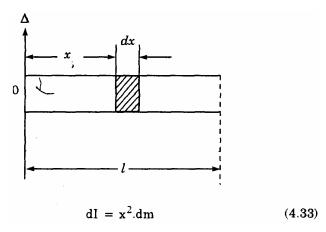
$$I - \sum_{i} m_{i} r_{i}^{2} \tag{4.31}$$

trong đó $m_i r_i^2$ là mô men quán tính của chất điểm M_i của vật rắn đối với trục quay Δ . Nếu khối lượng của vật rắn phân bố một cách liên tục để tính mô men quán tính I, ta chia vật rắn thành những phân tử vô cùng nhỏ, mỗi phân tử có khối lượng vi phân dm và cách trục Δ một khoảng r, khi đó phép cộng ở vế phải của (4.31) trở thành phép lấy tích phân cho toàn bộ vật rắn:

$$I = \int r^2 dm \tag{4.32}$$

Thí dụ: tính mô men quán tính của một thanh đồng chất chiều dài là l, khối lượng m đối với trục Δ đi qua đầu thanh và vuông góc với thanh.

Xét một phân tử của thanh khối lượng dm chiều dài dx cách đầu O của thanh một đoạn x. Mô men quán tính của tìm đối với trực Δ là:



Vì thanh là đồng chất nên khối lượng của các đoạn trên thanh tỷ lệ với chiều dài của đoạn đó:

$$\frac{dm}{m} = \frac{dx}{1} \rightarrow dm = \frac{mdx}{1}$$

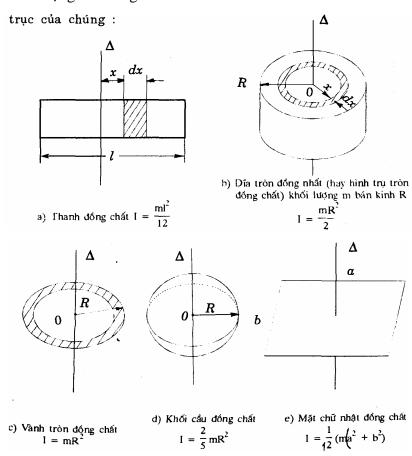
Khi đó (4.33) thành:

$$dI = \frac{m}{1} x^2 dx$$

Mô men quán tính I của toàn bộ thanh đối với trục Δ bằng:

$$I = \int dI = \int_{0}^{1} \frac{m}{l} x^{2} dx = \frac{ml^{2}}{3}$$
 (4.34)

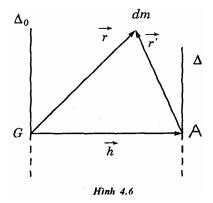
Bằng cách tính tương tự ta có thể tìm được mô men quán tính của những vật đồng chất có hình dạng đối xứng đối với



Định lý Stene - Huy ghen

"Mô men quán tính của một vật rắn đối với một trục Δ bất kỳ bằng mô men quán tính của vật đối với trục Δ_O đi qua khối tâm G của vật song song với Δ cộng với tích của khối lượng m của vật với bình phương khoảng cách h giữa hai trục:

$$I = I_o + mh^2 \tag{4.35}$$



Giả sử mặt cắt ngang của vật rắn vuông góc với hai trục song song đi qua khối tâm $G(\Delta_O)$ và điểm $A(\Delta)$ như hình 4.6.

Xét phần tử âm của vật rắn, ta có:

$$\overrightarrow{r} = \overrightarrow{h} + \overrightarrow{r'}$$

$$\overrightarrow{r'} = \overrightarrow{r} - \overrightarrow{h}$$

$$\overrightarrow{r'^2} = \overrightarrow{r^2} + \overrightarrow{h^2}^2 - 2(\overrightarrow{r.h})$$

$$\overrightarrow{r'^2} = \overrightarrow{r^2} + h^2 - 2(\overrightarrow{r.h})$$

Khi đó mô men quán tính của vật đối với trục Δ là:

$$\begin{bmatrix}
= \int_{(V_{\tilde{q}1} \text{ rắn})} \mathbf{r}^{2} d\mathbf{m} = \int_{(V_{\tilde{q}1} \text{ rắn})} \mathbf{r}^{2} d\mathbf{m} + \int_{(V_{\tilde{q}1} \text{ rắn})}^{2} d\mathbf{m} - 2(\vec{h} \cdot \int_{(V_{\tilde{q}1} \text{ rắn})} \vec{r} d\mathbf{m})$$

trong đó: $\int r^2 dm = I_O$ chính là mô men quân tính của vật đối với trục Δ_O đi qua khối tâm:

$$h^2 \int dm = mh^2;$$
(Vật rắn)

Còn theo (4.4) thì:

$$\int \overrightarrow{r} \cdot dm = \overrightarrow{mr_G}, \ \mathring{\sigma} \ \mathring{day} \ \overrightarrow{r_G} \ la bán kính véc tơ (Vật rắn)$$

Xác định vị trí của khối tâm G đối với trục quay qua G, nhưng theo giả thiết ban đầu trục quay qua điểm G chính là trục quay đi qua khối tâm nên $\overrightarrow{r_G} = 0$ do đó:

$$I = I_o + mh^2$$

4. Công và công suất của lực trong chuyển động quay

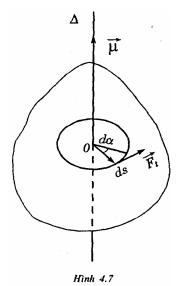
Khi một vật rắn quay xung quanh một trục Δ thì công vi phân của một lực tiếp tuyến $\overrightarrow{F_t}$ (H. 4.7) ứng với chuyển dời vi phân \overrightarrow{ds} là:

 $dA = F_t ds \; ; \; d = r d\alpha, \; d\alpha \; l \grave{a} \; g \acute{o} c \; quay \\$ ứng với chuyển dời $\overset{\longrightarrow}{ds} \; v \hat{a} y :$

$$da = rF_t d\alpha$$

 \mathring{O} đây r $F_t = \mu$ là mô men của lực F_t đối với trục quay Δ , kết quả:

$$dA = \mu d\alpha \qquad (4.36)$$



Từ đây ta suy ra biểu thức của công suất:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\mu d\alpha}{dt} = \mu \omega ;$$

hay:

$$P = \overrightarrow{\mu} \cdot \overrightarrow{\omega} \tag{4.37}$$

5. Động năng trong trường hợp vật rắn quay

Trong chuyển động quay quanh một trục biểu thức công vi phân:

$$dA = Pdt = \overrightarrow{\mu} \cdot \overrightarrow{\omega} \cdot dt$$

Theo phương trình cơ bản của chuyển động quay.

$$\overrightarrow{\mu} = I \cdot \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}$$

$$V_{Ay} :$$

$$dA = I \cdot \overrightarrow{\omega} \cdot \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt} dt = I \cdot \overrightarrow{\omega} \cdot d\overrightarrow{\omega} = Id \left(\frac{\overrightarrow{\omega}^2}{2}\right)$$

Nghĩa là:

$$dA = Id \left(\frac{\omega^2}{2}\right)$$

Tích phân hai vế trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 trong đó vận tốc góc $\overrightarrow{\omega}$ biến thiên từ $\overrightarrow{\omega_1}$ đến $\overrightarrow{\omega_2}$ ta được công của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay trên khoảng thời gian ấy bằng:

$$A = \int_{t_1}^{t_2} dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} Id\left(\frac{\omega^2}{2}\right)$$

$$\rightarrow A = \frac{I.\omega_2^2}{2} - \frac{I.\omega_1^2}{2}$$
(4.38)

Ta suy ra biểu thức động năng của vật rắn quay quanh một trục với vận tốc ω :

$$W_{d} = \frac{I\omega^2}{2} \tag{4.39}$$

Trong trường hợp tổng quát: vật rắn vừa quay vừa tịnh tiến, thì động năng toàn phần của vật rắn bàng tổng động năng quay và động năng tịnh tiến:

$$W_{d} = \frac{1}{2} mv^{2} + \frac{1}{2} I\omega^{2}$$
 (4.40)

Trường hợp riêng vật rắn đối xứng tròn xoay lăn không trượt; khi đó vận tốc tịnh tiến (v) liên hệ với vận tốc góc (ω) bởi hệ thức v = R. ω , với R là bán kính tiết diện vật rắn (ở điểm tiếp xúc với mặt phẳng ở đó vật rắn lăn không trượt). Khi đó động năng toàn phần bằng:

$$W_d = \frac{1}{2} \left(m + \frac{I}{R^2} \right) v^2$$
 (4.41)

4.6. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA HỆ CHẤT ĐIỂM

1. Định nghĩa

Mô men động lượng của một hệ chất điểm M_1 , M_2 , ... M_i ... đối với một hệ quy chiếu gốc O bằng tổng các mô men động lượng của các chất điểm trong hệ đối với O:

$$\overrightarrow{L} = \sum_{i} \overrightarrow{L_{i}} = \sum_{i} \overrightarrow{r_{i}} \wedge \overrightarrow{m_{i}} \overrightarrow{v_{i}}$$

trong đó m_i là khối lượng của chất điểm M_i ở tại thời điểm t chuyển động với vận tốc $\overrightarrow{v_i}$ và vị trí được xác định bởi véc tơ bán kính $\overrightarrow{r_i}$ đối với O.

Trường hợp riêng

a) Hệ chất điểm quay quanh một trục cố đinh Δ

Khi đó mô men động lượng của hệ bằng:

$$\overrightarrow{L} = \sum_{i} \overrightarrow{L_{i}} = \sum_{i} I_{i} \overrightarrow{\omega_{i}}$$
 (4.42)

 $\mathring{\text{O}}$ đây $\overrightarrow{L_i} = I_i \overrightarrow{\omega_i}$ là mô men động lượng của chất điểm $(m_i, \overrightarrow{r_i})$; $I_i = m_i r_i^2$, là mô men quán tính của chất điểm M_1 đối với trục quay Δ còn $\overrightarrow{\omega_i}$ là vận tốc góc của chất điểm trong chuyển động quay quanh trục Δ .

b) Trường hợp vật quan xung quanh một trục cố định Δ

Khi đó mọi chất điểm của vật rắn đều quay cùng vận tốc góc:

$$\overrightarrow{\omega_1} = \overrightarrow{\omega_2} = ...\overrightarrow{\omega_i} = ... = \overrightarrow{\omega}$$

$$\overrightarrow{L} = \left(\sum_i I_i\right) \overrightarrow{\omega} = \overrightarrow{I\omega}$$
 (4.43)

trong đó: $I - = \sum_i I_i = \sum_i \ m_i r_i^2$ là mô men quán tính của vật rắn đối với trục quay Δ .

2. Định lý về mô men động lượng của một hệ chất điểm

Áp dụng định lý về mô men động lượng (2.18) cho chất điểm ($m_i\,r_i$) của hệ ta có:

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{\mu/o}(\vec{F_i})$$

Với $\overrightarrow{\mu}o(\overrightarrow{F_i})$ là tổng mô men đối với O của các lực tác dụng lên chất điểm (m_i) . Cộng các phương trình trên theo i ta được:

$$\sum_{i} \frac{d\overrightarrow{L_{i}}}{dt} = \sum_{i} \overrightarrow{u/o}(\overrightarrow{F_{i}})$$

$$\sum_{i} \frac{d\overrightarrow{L_{i}}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i} \overrightarrow{L_{i}} = \frac{d\overrightarrow{L}}{dt}$$
(4.44)

là đạo hàm theo thời gìan của tổng mô men động lượng của hệ (\vec{L}) ; còn tổng $\sum \vec{\mu} o(\vec{F_i}) = \vec{\mu}$ là tổng mô men đối với bậc o Của Các ngoại lực tác dụng lên chất điểm của hệ và các nội lực tương tác giữa các chất điểm trong hệ.

Vì tổng các nội lực tương tác giữa các chất điểm trong hệ bằng 0, nên tổng mô men đối với 0 của các nội lực bằng 0. Do đó $\vec{\mu}$ là tổng mô men đối với 0 của các ngoại lực tác dụng lên hệ, kết quả:

$$\frac{\vec{dL}}{dt} = \vec{\mu} \tag{4.45}$$

Định lý: Đạo hàm theo thời gian của mô men động lượng của một hệ bằng tổng mô men các ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với một điểm O bất kỳ).

Trường hợp riêng

Hệ chất điểm là một vật rắn quay xung quanh một trục cố định Δ thì:

$$\vec{L} = \vec{l}\omega$$

Khi đó định lý về mô men động lượng có thể viết:

$$\frac{\overrightarrow{dL}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{Lw})}{dt} = \overrightarrow{\mu}$$
 (4.46)

 \vec{O} đây $\vec{\mu}$ là tổng mô men các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay. Tích phân hai vế (4.46) từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 tương ứng với sự biến thiên của \vec{L} từ $\vec{L_1}$ đến $\vec{L_2}$ ta có:

$$\Delta \overrightarrow{L} = \overrightarrow{L}_2 - \overrightarrow{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{\mu} dt$$
 (4.47)

Tích phân $\int \overrightarrow{\mu} dt$ gọi là xung lượng của mô men lực $\overrightarrow{\mu}$ trong khoảng thời gian Δt = t_2-t_1 '

- Nếu $\vec{\mu}$ = const ta được:

$$\overrightarrow{\Delta L} = \overrightarrow{\mu \Delta} t \tag{4.48}$$

- Đối với một vật rắn quay xung quanh một trục cố định thì mô men quán tính: I = const. Vây (4.46) có thể viết:

$$\frac{d(\overrightarrow{lw})}{dt} = I \frac{d\overrightarrow{w}}{dt} = I \overrightarrow{\beta} = \overrightarrow{\mu}$$

$$\left(\frac{d(\overrightarrow{w})}{dt} = \overrightarrow{\beta}\right).$$

Như vậy ta lại thu được phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục.

4.7. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Thiết lập

- Giả sử có một hệ chất điểm cô lập nghĩa là hệ không chịu tác dụng của các ngoại lực hoặc có chịu tác dụng nhưng tổng mô men các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng 0. Khi đó theo định lý về mô men động lượng:

$$\frac{\overrightarrow{dL}}{dt} = \overrightarrow{\mu} = 0$$

$$\overrightarrow{L} = \text{const.}$$
(4.49)

Vậy: Đối với một hệ chất điểm cô lập hoặc chịu tác dụng của các ngoại lực sao cho tổng mô men các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng không thì tổng mô men động lượng của hệ là một đại lượng bảo toàn.

2. Vài thí dụ ứng dụng

Đối với một hệ cô lập quay xung quanh một trực với vận tốc góc ω thì mô men động lượng của hệ được bảo toàn:

$$I.\omega = const$$

Nếu mô men quán tính I của hệ tăng thì ω giảm (hệ quay chậm lại). Nếu I giảm thì ω tăng hệ quay nhanh lên.

Thí du 1:

Một người múa quay tròn (nếu bỏ qua ma sát) thì ngoại lực tác dụng là trọng lực và phản lực của đất song song với trục quay nên mô men của chúng đối với trục quay bằng 0 nghĩa là hệ cô lập, nếu dang tay ra (I tăng do r tăng) thì vận tốc góc quay sẽ giảm, nếu hạ tay xuống và thu người lại (I giảm) thì vận tốc quay tăng lên.

Thí du 2:

Một người cầm hai quả tạ đứng trên ghế Giucôpxki đang quay quanh một trục thẳng đứng: nếu người đó dang tay ra ghế sẽ quay chậm lại; hạ tay xuống ghế sẽ quay nhanh lên.

Chương 5

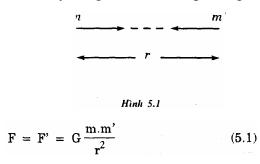
TRƯỜNG HẤP DẪN

5.1. ĐỊNH LUẬT NIUTON VỀ TRƯỜNG HẤP DẪN VŨ TRỤ

Nhiều hiện tượng trong tự nhiên chứng tỏ rằng các vật có khối lượng tác dụng lên nhau những lực hút. Quả bóng rơi là do quả đất hút nó, nhờ lực hút của quả đất mà mặt trăng quay xung quanh quả đất. Quả đất quay xung quanh mặt trời là do lực hút của mặt trời v.v.. Các lực hút đó gọi là lực hấp dẫn vũ trụ. Niutơn là người đầu tiên nêu lên định luật cơ bản về lực hấp dẫn vũ trụ.

1. Định luật Niuton về lực hấp dẫn vũ trụ

"Hai chất điểm khối lượng m và m' đặt cách nhau một khoảng r sẽ hút nhau bằng những lực có phương là đường thẳng nối hai chất điểm đó có cường độ tỷ lệ thuận với tích hai khối lượng m và m', và tỷ lệ nghịch với bình phương với khoảng cách ra:



Trong đó G là hằng số hấp dẫn vũ trụ, trong hệ SI

$$G = 6.67.10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

Chú ý:

- Công thức (5.1) chỉ áp đụng cho các chất điểm. Nhưng vì lý do đối xứng công thức (5.1) cũng áp dụng cho trường hợp hai quả cầu đống chất, với r là khoảng cách giữa hai tâm của hai quả cầu đó.
- Muốn tính lực hấp dẫn giữa hai vật có kích thước, ta phải đùng phương pháp tích phân.

2. Khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn

Trong chương II ta đã định nghĩa khối lượng là một đại lượng đặc trưng cho quán tính của vật, ta gọi là khối lượng quán tính (m_{qt}) khối lượng quán tính một được xác định theo gia tốc a, mà vật thu được dưới tác dụng của lực \vec{F} :

$$m_{qt} = \frac{F}{a}$$

Mặt khác, khối lượng cũng có thể tính được theo lực hấp dẫn, khối lượng này đặc trưng cho khả năng hấp dẫn của vật, nên gọi là khối lượng hấp dẫn (m_{hd}) .

Thí dụ: từ lực hấp dẫn giữa quả đất khối lượng M và vật khối lượng m_{hd}:

$$F_{hd} = G \frac{M.m_{hd}}{r^2}$$

Ta suy ra :
$$m_{hd} = \frac{F_{hd} \cdot r^2}{G.M}$$

Như vậy: khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn phải chăng là hai đại lượng khác nhau, đặc trưng cho hai thuộc tính khác nhau của một vật. Nhiều kết quả thí nghiệm cho thấy: khối lượng quán tính = khối lượng hấp dẫn và được gọi chung là khối lượng, mà không cần phân biệt hai khái niệm ấy.

3. Vài ứng dụng

a) Sự hấp dẫn ở mặt ngoài trái đất

Giả sử quả đất là một khối cầu đồng tính, không quay. Cường độ lực hấp dẫn tác dụng lên một chất điểm có khối lượng m ở ngoài quả đất, cách mặt đất một khoảng h là:

$$F_{hd} = G \frac{M.m}{(R+h)^2}$$

trong đó: M, R là khối lượng và bán kính quả đất.

Nhưng lực trọng trường tác dụng lên chất điểm đó cũng bằng:

$$P = G \frac{M.m}{(R+h)^2} = mg$$

 $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$ (5.2)

Giá trị gia tốc trọng trường trên mặt đất (h =0 là:

$$g_{o} = G \frac{M}{R^2} \tag{5.3}$$

Từ (5.2) và (5.3), ta có:

$$g = g_o \left[\frac{R}{R+h} \right]^2 = g_o \frac{1}{(1+h/R)^2} = g_o \left(1 + \frac{h}{R} \right)^{-2}$$

Ta chỉ xét các độ cao h «R, do đó $\frac{h}{R}$ «1, và lấy gần đúng

$$\left[1+\frac{h}{R}\right]^{-2}\approx 1-2\frac{h}{R}.$$

khi đó:

$$g = g_o \left(1 - 2 \frac{h}{R} \right) \tag{5.4}$$

Công thức này cho thấy: càng lên cao (h tăng), gia tốc trọng trường *g* càng giảm. Ở trên ta đã giả thiết quả đất là quả cầu đồng tính và không quay. Nhưng thực ra, quả đất thật không đồng tính, khối lượng riêng của nó thay đổi từ tâm ra, quả đất thật cũng không phải là một khối cầu, mà nó dẹt ở hai cực và phình ra ở xích đạo; quả đất thật luôn luôn quay quanh trục đi qua cực Bắc và cực Nam. Vì vậy gia tốc trọng trường nói trên sẽ khác gia tốc rơi tự do mà ta đo được đối với một vật rơi trên quả đất.

- b) Tính khối lượng của các thiên thể
- Từ công thức (5.3) ta có thể tính khối lượng M của quả đất.

$$M = \frac{g_o.R^2}{G}$$

Lấy trung bình R = 6370 km: $6,370.10_6 \text{m}$, $g_o = 9,8 \text{ m/s2}$.

Vậy:

$$M = \frac{9,8.(6,370.10^6)^2}{6,67.10^{-11}} \approx 6.10^{24} \text{ kg}.$$

- Quả đất quay xung quanh mặt trời là do lực hấp dẫn của mặt trời đối với quả đất, lực này đóng vai trò lực hướng tâm (nếu coi quỹ đạo của quả đất quay xung quanh mặt trời là tròn):

$$F = G \frac{M.M'}{R'^2} = M \frac{v^2}{R'}$$
 (5.5)

$$V\acute{o}i: \qquad v = \frac{2\pi R'}{T}$$
 (5.6)

Trong đó M' là khối lượng mặt trời; R' coi như không đổi và lấy bằng khoảng cách trung bình từ quả đất đến mặt trời; v là vận tốc chuyển động của quả đất trên quỹ đạo; T là chu kỳ quay của quả đất:

Từ (5.5) và (5.6), ta tính được khối lượng mặt trời:

$$M' = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{R'^3}{G} \approx 2.10^{30} \text{kg}$$

5.2. TRƯỜNG HẤP DẪN

1. Khái niệm trường hấp dẫn

Để giải thích khả năng tương tác hấp dẫn của các vật, người ta cho rằng trong không gian xung quanh một vật có khối lượng tồn tại một dạng vật chất gọi là trường hấp dẫn. Biểu hiện của trường hấp dẫn là tác dụng lực hấp dẫn vào một vật bất kỳ có khối lượng đặt trong đó.

2. Thế năng hấp dẫn

- Trường hấp dẫn là trường lực thế:

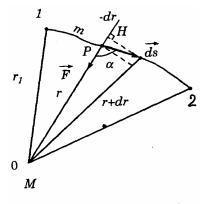
Muốn chứng minh điều đó, ta tính công của lực hấp dẫn khi dch chuyển chất điểm khối lượng m từ vị trí 1 đến vị trí 2 trong trường hấp dẫn của chất điểm khối lượng M (H. 5.2).

Theo (3.12) công của lực hấp dẫn F khi đó là:

$$\mathbf{A} = \int_{(1)}^{(2)} \overrightarrow{\mathbf{F}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{ds}} = \int_{(1)}^{(2)} \mathbf{F} \cdot \overrightarrow{\mathbf{ds}} \cdot \mathbf{L} \cdot \cos\alpha$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{\hat{n}}) \cdot \mathbf{L}(\mathbf{\hat{s}}) \cdot \cos\alpha = -\mathbf{dr}$$

trong đó $|\overrightarrow{ds}|$ là chiều dài của véc tơ dịch chuyển vi phân \overrightarrow{ds} , -dr là hình chiếu của véc tơ \overrightarrow{ds} lên phương của lực \overrightarrow{F} vì \overrightarrow{ds} là một chuyển dời vi phân, nên ta có:



Hình 5.2

$$\overline{OQ} = \overline{OH} = r + dr \text{ và } \overline{PH} = dr;$$

còn cường độ lực hấp dẫn:

$$F = G \cdot \frac{M.m}{r^2}$$

kết quả ta có:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} -G.M.m \frac{dr}{r^2} = G.\frac{M.m}{r_2} - G\frac{M.m}{r_1}$$

$$A = \left[-G\frac{M.m}{r_1} \right] - \left[-G\frac{M.m}{r_2} \right]$$
 (5.7)

Như vậy: công của lực hấp dẫn không phụ thuộc vào dạng đường dịch chuyển, mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu và điểm cuối. Vậy trường hấp dẫn là một trường lực thế. Từ (3-17) ứng với mỗi điểm trong trường lực thế có một giá trị thế năng, công của lực thế bằng độ giảm của thế năng:

$$A = W_{t1} - W_{t2} = \left[-G \frac{M.m}{r_1} \right] - \left[-G \frac{M.m}{r_2} \right]$$

Ta có thể định nghĩa thế năng của chất điểm (m) trong trường hấp dẫn của chất điểm (M), tại vị trí (l) và (2) là:

$$W_{t1} = \left[-G \frac{M.m}{r_1} \right] + C$$

$$W_{t2} = \left[-G \frac{M.m}{r_2} \right] + C$$

Tổng quát: *thế năng* của chất điểm (m) tại một điểm cách chất điểm (M) một khoảng r là:

$$W_{t}(r) = -G \frac{M.m}{r} + C$$
 (5.8)

Với C là một hằng số tùy ý chọn, $C = W_t(\infty)$.

Nếu quy ứng thế năng hấp dẫn ở vô cùng $(r \to \infty)$ bằng 0:

$$W_{t}(\infty) = 0 \rightarrow C = 0.$$

Khi đó (5.8) có thể viết:

$$W_{t}(r) = -G \frac{M.m}{r}$$
 (5.9)

3. Bảo toàn cơ năng trong trường hấp dẫn

Vì trường hấp dẫn là một trường thế, nên khi chất điểm (m) chuyển động trong trường hấp dẫn, cơ năng của nó được bảo toàn:

$$W = W_a + W_t = \frac{mv^2}{2} + \left(-G\frac{M.m}{r}\right) = const$$
 (5.10)

Ta thấy: khi r tăng (thế năng tăng) thì động năng giảm và ngược lại.

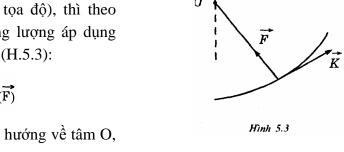
4. Bảo toàn mô men động lượng trong trường hấp dẫn

Khi chất điểm khối lượng m chuyển động trong trường hấp dẫn của một chất điểm khối lượng M đặt cố định tại một điểm O (chọn làm gốc tọa độ), thì theo định lý về mô men động lượng áp dụng cho chất điểm (m), ta có (H.5.3):

$$\frac{\vec{dL}}{dt} = \mu/o(\vec{F})$$

Vì lực \vec{F} luôn luôn hướng về tâm O, nên $\mu/o(\vec{F})=0$

$$\frac{\overrightarrow{dL}}{dt} = 0$$
, suy ra $\overrightarrow{L} = const$



- Mô men động lượng của chất điểm (m) chuyển động trong trường hấp dẫn của chất điểm M là một đại lượng bảo toàn.
 - Chất điểm (m) chuyển động trên một quỹ đạo phẳng \perp véc tơ $\stackrel{\rightarrow}{L}$

Thí du:

Quỹ đạo của quả đất quay xung quanh mặt trời được tác dụng của lực hấp dẫn mặt trời là một quỹ đạo phẳng.

Khi đó mô men động lượng của quả đất là:

$$L = M.R^{2}.\omega = const$$
 (5.11)

Như vậy: khi quả đất chuyển động càng gần mặt trời (R' càng nhỏ), thì vận tốc góc ω của nó càng lớn và ngược lại.

5.3. CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN CỦA QUẢ ĐẤT

Dựa vào định luật hấp dẫn vũ trụ của Niuton, ta có thể tính được vận tốc tối thiểu cần phải cung cấp cho một vật để nó trở thành vệ tinh quay xung quanh một thiên thể nào đó (vận tốc vũ trụ cấp I), hoặc để nó rời khỏi trường hấp dẫn của thiên thể đó (vận tốc vũ trụ cấp II). Ở đây ta chỉ xét trường hợp chuyển động của vật trong trường hấp dẫn của quả đất.

1. Vận tốc vũ trụ cấp $I(v_I)$

Giả sử ta phóng một tên lửa khối lượng m sao cho nó quay tròn xung quanh quả đất ở khoảng cách không xa mặt đất lắm để có thể coi bán kính quỹ đạo tròn của nó bằng bán kính R của quả đất. Khi đó, lực hấp dẫn của quả đất đóng vai trò lực hướng tâm:

$$G\frac{M.m}{R^2} = \frac{m.v_I^2}{R}$$

Vân tốc chuyển đông của tên lửa trên quỹ đao là:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\mathrm{G.M}}{\mathrm{R}}} \tag{5.12}$$

Thay hằng số hấp dẫn G=6,67. $1~0^{-11}~Nm^2/kg^2$, khối lượng quả đất $M=6.10^{24}kg$, $R=6,37.10^6m$) ta được: $v_I=7,9~km/s$.

Đây là vận tốc tối thiểu cần cung cấp cho tên lửa để nó trở thành vệ tinh của quả đất, và được gọi là vận tốc vũ trụ cấp I. Nếu tên lửa được bắn với vận tốc ban đầu v_o < 7,9 km/s thì tên lửa sẽ rơi trở về mặt đất.

2. Vận tốc vũ trụ cấp \mathbf{II} ($\mathbf{v}_{\mathbf{II}}$)

Giả sử từ mặt đất tên lửa được phóng với vận tốc v_{II} sao cho nó bay ngày càng xa quả đất ra vô cùng. Theo định luật bảo toàn cơ năng: cơ năng của tên lửa ở mặt đất và ở vô cùng phải bằng nhau:

$$\frac{mv_{II}^2}{2} + \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right) = \frac{mv_{\infty}^2}{2} + \left(\underline{-G\frac{M \cdot m}{\infty}}\right) = \frac{mv_{\infty}^2}{2}$$

vì
$$\frac{mv_{\infty}^2}{2} \ge 0$$
 (bằng 0 khi tên lửa dừng lại ở vô cùng)

nên:

$$v_{II} \ge \sqrt{\frac{2.M.G}{R}} = 11.2 \text{ km/s}$$

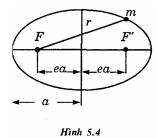
Vậy vận tốc tối thiểu cần phải cung cấp cho tên lửa để nó đi khỏi trường hấp dẫn của quả đất là 11,2 km/s và được gọi là vận tốc vũ trụ cấp II. Nếu tên lửa phóng lên với vận tốc ban đầu v_o với 7,9 km/s < v_o < 11,2 km/s thì tên lửa không thể đi ra xa vô cùng mà chuyển động quanh quả đất với quỹ đạo Elip.

5.4. CÁC ĐỊNH LUẬT KEPLE

Từ những kết quả quan sát thực nghiệm về chuyển động của các hành tinh trong hệ mặt trời, Keple đã tổng kết và phát biểu thành 3 định luật mang tên ông.

Niutơn dựa trên cơ sở định luật hấp dẫn vũ trụ đã chứng minh được rằng: các định luật mà Keple tìm ra bằng thực nghiệm là hệ quả của định luật hấp dẫn vũ trụ. Nói cách khác chính lực hấp dẫn vũ trụ đã chi phối chuyển động của các hành tinh. Sau đây chúng ta sẽ nhắc lại một cách sơ lược ba định luật của Keple.

1. Định luật về quý dạo



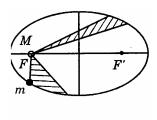
Mọi hành tinh đều chuyển động trên quỹ đạo Elip, với mặt trời ở một tiêu điểm.

Hình 5.4 mô tả quỹ đạo của một hành tinh khối lượng m quay quanh mặt trời khối lượng M. Mặt trời ở tiêu điểm F của Elip, còn tiêu điểm F' bỏ trống. Mỗi tiêu điểm ở cách tâm Elip một khoảng ea; với a là bán kính trục lớn của Elip, e là tâm sai của quỹ đạo.

2. Định luật về tốc độ điện tích

Đường nối một hành tinh với mặt trời, quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau.

Nói một cách định tính định luật này cho ta biết hành tinh sẽ chuyển động nhanh nhất khi nó ở gần mặt trời và chuyển động chậm nhất khi nó ở xa mặt trời (H. 5.5).



Hình 5.5

3. Định luật về chu kỳ

Bình phương của chu kỳ quay (T) của bất kỳ hành tinh nào cũng tỷ lệ với lập phương của bán trục lớn (a) của quỹ dạo của nó.

$$T^2 \sim a^3$$

Chương 6

CƠ HỌC CHẤT LƯU

6.1. TĨNH HỌC CHẤT LƯU

1. Định nghĩa chất lưu

Vật chất được cấu tạo từ các nguyên tử và phân tử; chúng tương tác với nhau bằng những lực liên kết. Tùy thuộc vào điều kiện nhiệt độ và áp suất, vật chất có thể tồn tại dưới dạng chất rắn, chất lỏng và chất khí. Trong chất rắn, các nguyên tử và phân tử liên kết với nhau rất mạnh; chúng sắp xếp có trật tự ở những vị trí xác định, hình thành mạng tinh thể trong không gian, nhờ đó chất rắn có thể giữ nguyên hình dạng và thể tích nhất định.

Trong chất lỏng các phân tử ỡ xa nhau hơn so với chất rắn, nên lực liên kết giữa các phân tử chất lỏng yếu hơn và do đó chúng có thể dịch chuyển tương đối với nhau, nghĩa là chất lòng có thể chảy được, chất lỏng không có hình dạng nhất định, chúng có hình dạng của bình chứa và thường có mặt thoảng nằm ngang. Chất lỏng có thể tích nhất định và nói chung rất khó nén vì các phân tử của chúng khá gần nhau.

Trong chất khí các phân tử ở cách nhau xa so với trong chất lỏng, nên lực liên kết giữa chúng rất yếu, do đó chất khí chảy được dễ dàng, chất khí không có hình dạng nhất định, chúng có hình dạng của bình chứa, dễ chịu nén và không có thể tích nhất đinh .

Những chất có thể chảy được gọi là chất lưu.

Như vậy: chất lỏng và chất khí đều là chất lưu.

Để đơn giản ta chỉ xét chất lưu lý tưởng là chất lưu không chịu nén và không có lực ma sát giữa các phân tử chất lỏng (lực nội ma sát). Một chất lỏng rất lưu động (không nhớt) hoặc một chất lưu ở trạng thái nằm yên (không xuất hiện lực nội ma sát) có thể coi như một chất lưu lý tưởng.

2. Khối lượng riêng và áp suất

Khi nghiên cứu chất rắn ta thường xét một khối chất nhỏ (như mẩu gỗ, viên bi,...), khi đó các đại lượng dùng để mô tả chuyển động của chúng (thể hiện qua các định luật Niuton) là khối lượng và lực.

Còn khi nghiên cứu chất lưu người ta thường quan tâm đến các tính chất thay đổi từ điểm này đến điểm khác trong một khối chất lưu lớn hơn là quan tâm đến một khối lượng nhỏ chính vì vậy mà các đại lượng thường được sử dụng là khối lượng riêng và áp suất thay cho khối lượng và lực.

Khối lượng riêng của chất lưu tại một điểm là tỷ số giữa khối lượng (Δm) của một yếu tố thể tích nhỏ bao quanh điểm đó và thể tích (ΔV) của yếu tố đó.

$$\rho = \frac{\Delta m}{N} \tag{6.1}$$

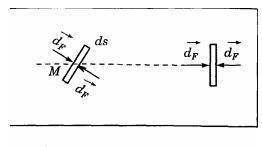
Nếu vật chất trong chất lưu phân bố đồng đều thì:

$$\rho = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{V}} \tag{6.1'}$$

Với m và V là khối lượng và thể tích của toàn khối chất lưu. Trong hệ đơn vị SI khối lượng riêng đo bằng (kg/m³).

- Áp suất của chất lưu:

Nếu đặt trong lòng một chất lưu đứng yên một tấm mỏng (chẳng hạn bộ biến cảm đo áp suất), thì các phân tử chất lưu từ mọi phía tác dụng lên tấm mỏng những lực có đô lớn như



Hình 6.1

nhau và hướng vuông góc với tấm mỏng, bất kể tấm mỏng (hay biến cảm áp suất) định hướng như thế nào (H. 6.1).

Đại lượng vật lý đo bằng tỷ số giữa cường độ lực vuông góc \overrightarrow{dF} do chất lưu tác dụng lên một điện tích vi phân bao quanh một điểm M và độ lớn của điện tích đó gọi là áp suất tại điểm M trong chất lưu:

$$P = \frac{dF}{ds} \tag{6.2}$$

Nếu lực \vec{F} tác dụng lên mọi điểm của diện tích S đều như nhau, thì công thức (6.2) có dạng:

$$P = \frac{F}{S} \tag{6.2'}$$

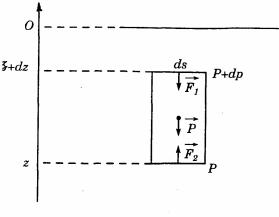
Trong hệ SI đơn vị đo áp suất là N/m^2 , gọi là Paxcan ($Pa = 1 N/ni^2$). Ngoài ra trong kỹ thuật còn dùng các đơn vị khác nhau như milimét thủy ngân (mmHg), át mốt phe (atm):

lmmHg = 133,3Pa

 $1atm = 1,013.10^5 Pa = 760mmHg$

3. Công thức cơ bản của tĩnh học chất lưu - áp suất thủy tinh

Xét khối chất lưu chứa trong một hình trụ thẳng đứng độ cao dz, đáy là ds trong một chất lưu không chịu nén nằm yên



Hinh 6.2

(ở trạng thái tĩnh) trong trọng trường. Gọi áp suất ở đáy dưới là P, ở đáy trên là P + dP. Vì chất lưu nằm cân bằng (ở trạng thái tĩnh), nên lực tác dụng lên đáy dưới F_2 = Pds (hướng lên trên) cân bằng với lực tác dụng lên đáy trên F_1 = (P + dp).ds và trọng lực của khối chất lưu P = (dm).g = ($\rho\rho$ dsdz). (\vec{F} , \vec{P} hướng xuống dưới) (H. 6.2) ta có:

$$Pds = (P + dP)ds + \rho dsdz.g$$

$$dp = -\rho.g.dz$$
(6.3)

Đó là công thức cơ bản của tĩnh học chất lưu, (ở đây ρ là khối lượng riêng của chất lưu và ds.dz là thể tích của khối chất lưu).

Hệ quả:

- Nếu chất lưu hoàn toàn không nén được (ρ không đổi ỡ trạng thái tĩnh) và gia tốc trọng trường g coi như không đổi. tích phân hai vế của (6-3.) ứng với hai điểm ở độ cao z_o và z, có được:

$$P(z) - P(z_{o}) = -\int_{z_{o}}^{z} \rho.g.dz = -\rho.g(z - z_{o})$$

$$P(z) = P(z_{o}) - \rho.g.\Delta z \qquad (6.4)$$

$$(\Delta z = z - z_{o})$$

$$P(z) + \rho.g.z = P(z_{o}) + \rho.g.z_{o} \qquad (6.5)$$

Như vậy: điểm nào càng ở dưới thấp thì ở đó áp suất càng lớn.

- Từ công thức (6.5) suy ra:

Hai điểm trong chất lưu trên cùng một mặt phẳng nằm ngang $(z=z_o)$ thì áp suất tương ứng bằng nhau. Như vậy mặt thoáng (P=const) của một chất lỏng nằm yên, phải là một mặt phẳng nằm ngang (z=const). Kết quả này chỉ đúng với các mặt thoáng cỡ trung bình, còn mặt thoáng của các đại lượng lại uốn cong theo luật cong quả đất, mặt thoáng của chất lỏng đựng trong các ống nhỏ do hiện tượng mao dẫn mà có dạng lõm xuống hoặc lối lên.

- Nếu mặt đáy trên là mặt thoáng tiếp xúc giữa chất lỏng mà không khí, thì từ (6.4) cần thay:

 $z_o=0$, $P(z_o)=P_o$ (áp suất của khí quyển trên mặt thoáng chất lỏng), $\Delta z=-h$ (h là độ sâu của chất lỏng so với mặt thoáng), ta có áp suất chất lỏng ở độ sâu h là:

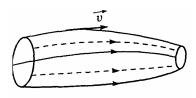
$$P = P_0 + \rho.g.h \tag{6.6}$$

Áp suất này gọi là áp suất thủy tĩnh. Từ (6.6) ta thấy: áp suất thủy tĩnh chỉ phụ thuộc vào độ sâu, mà không phụ thuộc vào hình dạng bình chứa.

6.2. ĐÔNG LỰC HỌC CHẤT LỰU LÝ TƯỞNG

1. Đường dòng và ống dòng. Sự chảy ổn định

Khi một chất lưu chuyển động, mỗi chất điểm (phần tử rất nhỏ) của chất lưu vạch ra một quỹ đạo mà ta gọi là đường - dòng. Véc tơ vận tốc của mỗi chất điểm tại mỗi điểm bất kỳ trên đường dòng bao giờ cũng tiếp tuyến với đường dòng tại điểm đó (H. 6.3).



Hình 6.3

Các đường dòng không cắt nhau, vì nếu chúng cắt nhau thì tại điểm giao nhau phần tử chất lưu có hai vận tốc khác nhau.

Điều này không thể xảy ra. Như vậy trạng thái chuyển động của một chất lưu có thể được biểu diễn một cách hình ảnh bằng tập hợp các đường dòng. Trong tập hợp các đường dòng đó, ta tưởng tượng tách ra một ống dòng gồm các đường cong tựa trên một đường cong kín (H. 6.3).

Vì các đường dòng không cắt nhau nên các phần tử chất lưu không đi ra ngoài cũng không đi vào trong ống dòng. Theo nghĩa đó ta có thể coi chất lưu chuyển động trong ống dòng như trong ống thực. Nói chung khi chất lưu chuyển động, vận tốc của các phần tử chất lưu qua một vị trí xác định có thể thay đổi theo thời gian về cả độ lớn và hướng, trong trường hợp lý tưởng vận tốc của các phần tử chất lưu qua mỗi vị trí nhất định không đổi theo thời gian, ta nói chất lưu chuyển động dừng, hoặc sự chảy như thế gọi là sự chảy ổn định, sự chảy theo lớp. Trong chuyển động dừng đường dòng và ống dòng không thay đổi theo thời gian.

2. Phương trình liên tục

Xét một khối chất lưu chuyển động dừng trong một ống dòng, tại tiết diện S_1 các phần tử chất lưu có vận tốc $\overrightarrow{v_1}$ tại S_2 có vận tốc $\overrightarrow{v_2}$ (H. 6.4). Trong thời gian Δt các

phần tử chất lưu ở S₁ đi được đoạn đường:

$$\Delta l_1 = v_1 \cdot \Delta t$$
 và thể tích chất lưu đi qua S_1 là :
$$\Delta V_1 = S_1 \Delta l_1 = S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$$

$$S_1 = S_2 = v_1 \cdot \Delta t$$

Hình 6.4

Tương tự trong khoảng thời gian Δt , thể tích chất lưu chảy qua S_2 là:

$$\Delta V_2 = S_2.\Delta l_2 = S_2.v_2.\Delta t$$

Vì chất lưu không chịu nén và không thoát qua thành ống dòng, nên có bao nhiều chất lưu qua S_1 thì sẽ có bấy nhiều qua S_2 , nghĩa là:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$
Suy ra:
$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$
(6.7)

Vì S_1 , S_2 là hai tiết diện bất kỳ trên ống dòng, nên tổng quát có thể viết:

$$S.v = const (6.8)$$

Phương trình (6.8) gọi là phương trình liên tục của chất lưu.

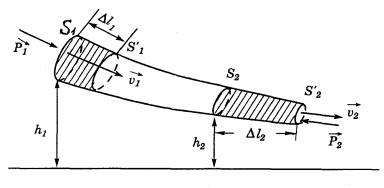
Đại lượng $Q = S.v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ là thể tích chất lưu chảy qua tiết điện S trong một đơn vị thời gian, được gọi là *lưu lượng* của chất lưu chảy qua tiết diện S (trong hệ đơn vị SI có đơn vị là m³/s).

Vậy: lưu lượng của chất lưu qua một tiết diện bất kỳ trong cùng một ống dòng là một đại lượng không đổi. Đây cũng là nội dung của định luật bảo toàn dòng chất lưu.

Từ (6.8) ta thấy: tại chỗ tiết diện ống dòng bé (S bé) chất lưu chảy nhanh (v lớn); tại chỗ tiết diện ống dòng lớn, chất lưu chảy chậm (v bé).

3. Phương trình Becnuli

Xét một khối chất lưu khối lượng riêng ρ chuyển động ở trạng thái dừng trong một ống dòng, giới hạn bởi tiết diện S_1 ở độ cao h_1 và S_2 ở độ cao h_2 . Tại S_1 chất lưu chảy với vận tốc $\overrightarrow{v_1}$, chịu áp suất $\overrightarrow{P_1}$; tại S_2 chất lưu chảy với vận tốc $\overrightarrow{v_2}$ chịu áp suất $\overrightarrow{P_2}$; (H. 6.5).



Hình 6.5

Sau khoảng thời gian rất nhỏ Δt khối chất lưu chuyển động lên vị trí giới hạn bởi các tiết diện $S_1^{'}$ và $S_2^{'}$ Ta có:

$$\overline{S_1S_1'} = \Delta l_1 = v_1.\Delta t ; \overline{S_2S_2'} = \Delta l_2 = v_2.\Delta t ;$$

Vậy trong khoảng thời gian Δt thể tích chất lưu chảy qua S_1 và S_2 là:

$$\Delta V_1 = S_1.\Delta l_1$$
; $\Delta V_2 = S_2.\Delta l_2$.

Vì chất lỏng không chịu nén và không thoát qua thành ống dòng, nên:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V.$$

Ta hãy tính công thực hiện khi khối chất lưu chuyển từ vị trí S_1S_2 sang vị trí S_1S_2 '.

Lực tác dụng lên tiết diện S_1 là:

$$F_1 = P_1 S_1$$

Công của lực F₁ là:

$$A_1 = F_1$$
. $\Delta l_1 = P_1 . S_1 . \Delta l_1 = P_1 \Delta V$.

Lực tác dụng lên tiết diện S_2 là:

$$F_2 = P_2 S_2$$

Công của lực F₂ là:

$$A_2 = -F_2$$
. $\Delta l_2 = -P_2$. S_2 . $\Delta l_2 = -P_2 \Delta V$.

(Có dấu (-) vì lực F ngược chiều dịch chuyển)

ông tổng cộng trong quá trình trên là:

$$A = A_1 + A_2 = P_1 \cdot \Delta V - P_2 \cdot \Delta V = (P_1 - P_2) \cdot \Delta V$$
 (6.9)

Chính công này đã làm biến thiên cơ năng của khối chất lưu:

$$A = W_{S_1 S_2} - W_{S_1 S_2}$$
 (6.10)

trong đó: Ws_1 ' s_2 '. là cơ năng của khối chất lưu giữa hai tiết diện S_1 và S_2 và bằng:

$$W_{S_1S_2} = W_{S_1S_2} + W_{S_2S_2}$$

và $W_{S_1S_2}$ là Cơ năng của khối chất lưu giữa hai tiết diện S_1 và S_2 , và bằng:

$$W_{S_1S_2} = W_{S_1S_1} + W_{S_1S_2}$$

Vì sự chảy của chất lưu là ổn định (trạng thái dừng) nên cơ năng của chất lưu giữa hai tiết diện S_1 ', S_2 là $W_{S_1S_2}$ không đổi nên ta có:

$$W_{S_1S_2} - W_{S_1S_2} = W_{S_2S_2} - W_{S_1S_1}$$

Do đó từ (6.10) suy ra :

$$A = W_{S_2S_2} - W_{S_1S_1} \qquad (6.11)$$

Với $W_{s_1s_2}$ là cơ năng của phần chất lưu giữa tiết diện S_2 và S_2 ' và bằng:

$$W_{S_2S_2} = \Delta V \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + \Delta V \rho \cdot g \cdot h_2$$
 (6.12)

Và $W_{s_is_i}$ là cơ năng của phần chất lưu giữa hai tiết diện S_1 và S_1 ' và bằng:

$$W_{S_1S_1} = \Delta V \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \Delta V \rho \cdot g \cdot h_1$$
 (6.13)

Thay các biểu thức (6.9), (6.12), (6.13) vào (6.II) ta được

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \Delta V \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + \Delta V \rho \cdot g \cdot h_2 - \Delta V \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} - \Delta V \rho \cdot g \cdot h_1$$

Kết quả ta có:

$$P_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$
 (6.14)

hay:
$$P + \rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho gh = const$$
 (6.15)

Các phương trình (6.14) và (6.15) được gọi là phương trình Becnuli - phương trình cơ bản của động lực học chất lưu lý tưởng trong trường đều. Trong đó P là áp suất tĩnh, $\rho \frac{v^{2t}}{2}$ là áp suất động.

Như vậy, về thực chất phương trình Becnuli là định luật bảo toàn cơ năng đối với dòng chất lưu chuyển động.

4. Vài ứng dụng của phương trình Becnuli

a) Trường hợp chất lưu cháy trong một ống nằm ngang $h_1 = h_2$

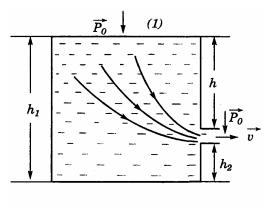
$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$
 (6.16)

Như vậy: ở đâu chất lưu chảy nhanh ở đó áp suất tĩnh nhỏ.

b) Công thức Toricelli (Tôrixeeli)

Một bình đáy rộng chứa một chất lỏng, độ cao mức chất h_1 là h_1 . Một vòi nhỏ được mắc ở độ cao h_2 hãy tính vận tốc v của chất lỏng chảy ra ở vòi.

Gọi mặt thoáng là vị trí (1) có áp suất bằng áp suất khí P_O , vận tốc $v_1 \approx 0$ vì mặt thoáng rất rppmgk, mực chất lỏng hak thấp rất chậm ; vòi vị trí (2) có áp suất P_O cũng bằng áp suất khí quyển P_O vận tốc $v_2 = v$ (H. 6.6) . Thay vào công thức (6.14) ta. được:



Hình 6.6

Kết quả:

$$P_{o} + 0 + \rho \cdot g \cdot h_{1} = P_{o} + \rho \frac{v^{2}}{2} + \rho \cdot g \cdot h_{2}.$$

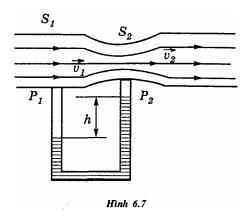
$$\rho \cdot g(h_{1} - h_{2}) = \rho \cdot \frac{v^{2}}{2}$$

$$gh = \frac{v^{2}}{2}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot gh}$$
(6.17)

Đây là công thức Trixêli. Từ đây ta thấy: vận tốc của phần tử chất lỏng khi ra khỏi bình cótrị số bằng vận tốc của nó khi rơi tự do từ mặt thoáng đến vòi .

c) Tốc kế Văngtuyri



Tốc kế Văngtuyri dùng để đo tốc độ chảy của chất lỏng hay chất khí. Nó gồm một ống nằm ngang ở giữa có một ống thắt lại và một áp kế để đo hiệu áp suất của chất lỏng giữa phần rộng và phần hẹp của ống (H. 6.7). Giả sử phần rộng có tiết diện S_1 tại đó chất lỏng chảy với vận tốc $\overrightarrow{v_1}$ có áp suất P_1 và phần hẹp có tiết diện S_2 tại đó chất lỏng có vận tốc $\overrightarrow{v_2}$, có áp suất P_2 .

Vì ống nằm ngang nên theo công thức (6.16), ta có:

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

theo phương trình liên tục thì:

$$\mathbf{v}_2 = \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{v}_1}{\mathbf{S}_2}$$

do dó:

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)$$

suy ra:

$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$
 (6.18)

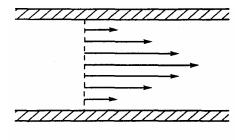
Biết v_1 ta có thể tính được lưu lượng của chất lỏng.

$$Q = S_1.v_1$$

6.3. HIỆN TƯỢNG NHỚT - ĐỊNH LUẬT NIUTON

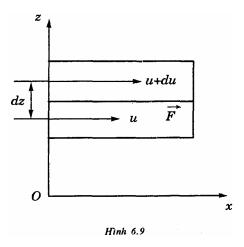
1. Hiện tượng nội ma sát (nhớt) và định luật Nitơn

Thực nghiệm cho biết: trong chất lưu thực ngoài những lực căng tác dụng theo phương pháp tuyến của bề mặt giới hạn của các phần chất lưu chuyển động, còn có những lực tác dụng theo phương tiếp tuyến của mặt tiếp xúc giữa hai lớp chất lưu. Những lực này có khuynh hướng cản lại sự chuyển động tương đối của các lớp chất lưu: lớp chuyển động nhanh kéo lớp chuyển



Hinh 6.8

động chậm, lớp chuyển động chậm ngăn cản lớp chuyển động nhanh. Những lực xuất hiện giữa các lớp chất lưu đó gọi là lực nội ma sát (lực nhớt) và hiện tượng này gửi hiện tượng nội ma sát.



Thực nghiêm cũng chứng tỏ rằng:

- + Khi một dòng chất lưu chuyển động trong một ống hình trụ theo một hướng xác định Ox thì vận tốc định hướng của các phần tử giảm dần từ điểm giữa ống đến điểm gần thành ống (H. 6.8).
- + Lực nội ma sát F giữa hai lớp chất lưu vuông góc với Oz có cường độ tỷ lệ với độ biến thiên của vận tốc định hướng u theo phương z và tỷ lệ với diện tích tiếp xúc Δs giữa hai lớp chất lưu.

$$F = \eta \frac{du}{dz} \Delta s \tag{6.19}$$

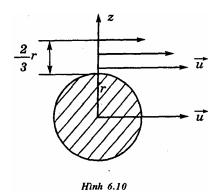
trong đó n là một hệ số tỷ lệ gọi là hệ số nội ma sát (hay hệ số nhớt). Công thức (6.19) gọi là định luật Niuton.

Trong hệ đơn vị SI, hệ số nội ma sát η tính ra: Ns/m² = kg/ms.

Độ nhớt của chất lỏng giảm khi nhiệt độ tăng và không phụ thuộc vào áp suất khi áp suất không quá lớn. Chất khí có hệ số nhớt tăng tỷ lệ với căn bậc hai của nhiệt độ tuyệt đối và không phụ thuộc vào áp suất khi chất khí còn tuân theo định luật Bôilơ - Mariốt.

2. Công thức Stốc

Giả sử có một quả cấu nhỏ bán kính r chuyển động tịnh tiến với vận tốc \vec{u} trong một chất lưu (H. 6.10). Theo thực nghiệm, do hiện tượng nội ma sát, quả cầu lôi kéo một lớp chất lưu ở gần mặt của nó chuyển động theo (bề dày của lớp chất lưu này cỡ $\frac{2}{3}$ r). Phần tử chất lưu ở ngay sát mặt cầu có



vận tốc định hướng \vec{u} đối với các phần tử ở xa hơn, vận tốc giảm dần và đến khoảng cách $\frac{2}{3}$ r vận tốc ấy bằng không. Vậy có thể tính độ biến thiên của vận tốc định hướng \vec{u} theo z:

$$\frac{du}{dz} = \frac{u-0}{2/3.r} = \frac{3}{2} \frac{u}{r}$$

Theo (6.19) lực nội ma sát (bằng lực cản tác dụng lên quả cầu) được tính là:

$$F = \eta \frac{du}{dz} \Delta s = \eta \frac{3}{2} \frac{u}{r} 4\pi r^{2}$$

$$F = 6\pi \eta r u$$
(6.20)

Đây là công thức Stốc. Nó đúng khi vận tốc u không lớn-lắm.

3. Số Râynôn và hai chế độ chảy của chất lưu.

Nghiên cứu sự chảy của chất lưu trong ống người ta thấy ảnh hưởng của lực cản nhớt còn được thể hiện qua tỷ số không thứ nguyên sau được gọi là số Râynôn R_e:

$$R_{e} = \frac{\rho.v.l}{\eta}$$
 (6.21)

trong đó ρ là khối lượng riêng của chất lưu ; v là vận tốc tương đối của chất lưu hay của vật chuyển động trong chất lưu, l là đơn vị dài đặc trưng, nó có thể là đường kính của ống, cũng có thể là căn bậc hai của diện tích ống.

Số Râynôn còn có thể biểu diễn dưới dạng khác:

$$R_{e} = \frac{v.l}{\nu} \tag{6.22}$$

trong đó:
$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{6.23}$$

được gọi là độ nhớt động (có thứ nguyên là vận tốc nhân với độ dài). Chú ý rằng: theo định nghĩa trên số Râynôn không phải là một số xác định chính xác, mà ta chí đánh giá được cỡ lớn của nó mà thôi. Để thấy rõ ý nghĩa của số Râynôn ta đánh giá tỷ số động năng của một khối chất lỏng và công của lực cản nhớt gây ra cho khối chất lỏng đó

Dộng năng có thể đánh giá như $W_d \approx \rho l^3 \cdot \frac{v^2}{2}$;

Công cản :
$$A = F.1 \approx \eta \cdot \frac{v}{l} \cdot l^2.1 = \eta \cdot v \cdot l^2$$

Do đó:

$$\frac{W_d}{A} \approx \frac{\rho \cdot l^3 \cdot v^2}{n \cdot v \cdot l^2} = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta} = R_e$$
 (6.24)

Như vậy tỷ số $\frac{W_d}{A}$ tỷ lệ với số Râynôn và do đó số Râynôn xác định vai trò tương đối giữa quán tính và tính nhớt của chất lưu trong chuyển động của nó. Khi số Râynôn lớn, quán tính đóng vai trò chủ yếu. Khi số Râynôn nhỏ, tính nhớt của chất lưu đóng vai trò chủ yếu.

Nghiên cứu chuyển động của chất lưu trong ống ta thấy: khi R_e nhỏ vận tốc tại mọi điểm của dòng đều song song với trục ống, chứng tỏ rằng các lớp mỏng của chất lưu trượt lên nhau mà không trộn lẫn với nhau. Sự chảy này gọi là sự chảy thành lớp (chảy tầng).

Khi R_e lớn (dòng chảy với vận tốc lớn độ nhớt nhỏ) trong dòng xuất hiện những chỗ xoáy mạnh khiến các lớp chất lưu nhanh chóng trộn lẫn với nhau sự chảy này gọi là sự chảy xoáy (chế độ xoáy) .

Nếu đặc trưng cho sự chuyển chế độ chảy bằng một giá trị tới hạn của số Râynôn ký hiệu R_c^* thì:

- + R $_{\rm e}$ < R $_{\rm e}^{*}$: Dòng chất lưu chảy thành lớp \sim
- + R_e > R_e*: Dòng chất lưu chảy xoáy.
- + $R_e \approx R_e^*$ Dòng chất lưu chảy không ồn định.

Chương 7

DAO ĐÔNG - SÓNG CƠ

Dao động là chuyển động được lặp đi lặp lại nhiều lần qua một vị trí xác định trong không gian. Trong thực tế có nhiều dạng dao động khác nhau về bản chất vật lý như:

- Dao động cơ (dao động của quả lắc đống hồ, dao động của dây đàn, ...).
- Dao động điện (dao đống của dòng điện...).

Trong mỗi dạng dao động cũng có nhiều loại khác nhau: dao động điều hòa, dao động tắt dần, dao động cưỡng bức...

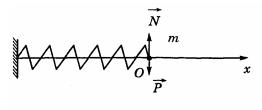
Dưới đây chúng ta sẽ nghiên cứu quy luật vật lý chung cho dao động cơ.

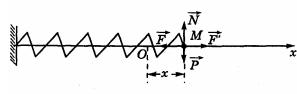
7.1. DAO ĐỘNG CƠ ĐIỀU HÒA

1. Hiện tượng

Xét một con lắc lò xo gồm một lò xo một đầu cố định, đầu kia gắn với quả cầu nhỏ khối lượng m có thể trượt không ma sát dọc theo một thanh đỡ nằm ngang xuyên qua tâm của nó.

Dùng lực \vec{F} kéo con lắc lò xo dời khỏi vị trí cân bằng 0 một đoạn OM = x. Khi đó trong lò xo xuất hiện lực đàn hồi \vec{F} có xu đồng kéo con lắc về vị trí cân bằng 0. Nếu thả quả cấu ra $(\vec{F} = 0)$, dưới tác dụng của lực đàn hồi \vec{F} , quả cầu sẽ dao động quanh vị trí cân bằng 0 (quả cầu vượt qua vị trí cân





Hinh 7.1

bằng 0 do quán tính) . Nếu không có ma sát, dao động đó sẽ tiếp tục mãi và được gọi là dao động điều hòa .

2. Phương trình dao động cơ điều hòa

Vì quả cầu chuyển động thẳng theo phương nằm ngang Ox, nên khi áp dụng định luật Niutơn II cho quả cầu ta có thể viết:

$$\overrightarrow{F'} + \overrightarrow{F} = \overrightarrow{m\gamma} \tag{7.1}$$

Chọn chiều dịch chuyển làm chiều dương (chiều từ O đến x) và chiều phương trình véc tơ (7.1) lên chiều dương đó ta có:

$$F' - F = m\gamma$$

Khi thả quả cầu ra thì F' = 0, nên ta có:

$$-F = m\gamma \tag{7.2}$$

Với độ dời x nhỏ (ly độ nhỏ) thì độ lớn của lực đàn hối \vec{F} (lực kéo về) tỷ lệ với độ dời x:

F = kx với k là độ cứng của lò xo, còn γ là gia tốc của quả cầu:

$$\gamma = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{x}}{\mathrm{dt}^2} \tag{7.3}$$

Khi đó (7.2) có dạng:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$
hay:
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$
 (7.4)

vì $\frac{k}{m} > 0$ nên ta đặt: $\frac{k}{m} = \omega_0^2$

$$\omega_{\rm o} = \sqrt{\frac{\rm k}{\rm m}} \tag{7.5}$$

vậy (7.4) có dạng:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{x}}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 \mathbf{x} = 0 \tag{7.6}$$

Đây là phương trình vi phân của dao động cơ điều hòa. Nghiệm tổng quát của phương trình này là:

$$x = a\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{7.7}$$

và được gọi là phương trình dao động cơ điều hòa.

trong đó (a > 0) và ϕ là biên độ dao động và pha ban đầu của dao động ; a và ϕ đều phụ thuộc vào điều kiện ban đầu ; và được xác định từ điều kiện ban đầu.

Từ (7.7) có thể kết luận dao động điều hòa là dao động trong đó độ dời x có dạng sin hay cosin của thời gian t. Tính chất này là chung cho bất kỳ hệ vật nào dao động (không có ma sát cản) dưới tác dụng duy nhất của lực kéo hệ về vị trí cân bằng của nó.

3. Khảo sát dao động cơ diều hòa

- a) Độ dời, biên độ và pha của dao động
- + x trong phương trình (7.7) xác định độ dời của con lắc lò xo tại thời điểm t bất

$$k\dot{y} (x > 0, x = 0, x < 0)$$
.

+ Đại lượng a là biên độ dao động, vì:

$$|\cos(\omega_{o}t + \varphi)| \le 1 \text{ nên a} = |x_{max}| = \text{const}$$
 (7.8)

(biên độ a không đổi và bằng độ dời lớn nhất).

+ Đại lượng
$$\omega_{_{\mathrm{O}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}\,$$
 gọi là tần số góc của dao động

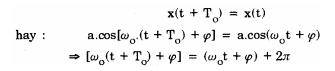
 $+ \varphi$ là pha ban đầu của dao động, xác định trạng thái ban đầu (có thể chọn thời điểm ban đầu t = 0).

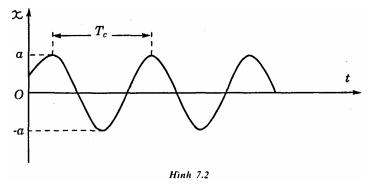
 $(\omega_O t + \phi)$ là pha dao động thời điểm t: nó xác định trạng thái dao động ở thời điểm đó.

- b) Tần số và chu kỳ của dao động
- Chu kỳ:

Chu kỳ của dao động là khoảng thời gian ngắn nhất T_o để hệ từ trạng thái chuyển động nào đó biến đổi trở lại trạng thái ấy.

Như vậy ở thời điểm t và $(t+T_o)$ độ dời x của hệ vật dao động điều hòa phải có cùng giá trị nghĩa là:





Suy ra:

$$T_{o} = \frac{2\pi}{\omega_{o}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
 (7.9)

Chu kỳ T_o biểu thị tính chất tuần hoàn theo thời gian của dao động cơ điều hòa (H. 7.2).

- Tan só: để đặc trưng cho tính chất tuần hoàn của dao động, người ta còn dùng đại lượng tần số (f_o) Tần số f_o của dao động là số dao động toàn phần mà hệ thực hiện được trong một đơn vị thời gian. Theo định nghĩa này thì:

$$f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{\omega_o}{2\pi} \tag{7.10}$$

Đơn vị đo của f_o là héc (Hz) (với To đo bằng giây)

- c) Vận lốc và gia tốc của dao động
- Vận tốc của đao động điều hòa:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 asin(\omega_0 t + \varphi)$$
 (7.11)

- Gia tốc của dao động điều hòa là:

$$\gamma = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt} = -\omega_0^2 \cdot \mathbf{a} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$
 (7.12)

Như vậy: độ dời x, vận tốc v và gia tốc γ của dao động điều hòa là những hàm tuần hoàn theo thời gian t.

4. Năng lượng của dao động điều hòa

Dao động cơ là một dạng chuyển động cơ, nên năng lượng đao động cơ là cơ năng W gồm động năng W_d và thế năng W_t :

$$W = W_d + W_t \tag{7.14}$$

Ta hãy tính năng lượng dao động điều hòa của con lắc lò xo:

Theo (7.11), động năng của con lắc lò xo tại thời điểm t là:

$$W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m.a^2 \omega_o^2 sin^2(\omega_o t + \varphi)$$
 (7.15)

Khi con lắc lò xo dời khỏi vị trí cân bằng 0 một đoạn x, thì công của lực kéo về \vec{F} ngược chiều với chiều chuyển dời OM (OM - x) sẽ là:

$$A_t = -\int_0^x F dx = -\int_0^x kx.dx = -\frac{1}{2}kx^2$$
 (7.16)

(công của lực kéo về F là công cản)

Công này có trị số bằng độ giảm thế năng của con lắc lò xo từ vị trí cân bằng 0 đến vị trí M:

$$W_{to} - W_{tM} = -\frac{kx^2}{2}$$
 (7.17)

trong đó W_{to} là thế năng tại O, W_{tM} là thế năng tại M (viết tắt là W_t) Nếu chọn thế năng tại vị trí cân bằng 0 bằng 0 ($W_{to} = 0$) thì:

$$W_t = \frac{kx^2}{2} \tag{7.18}$$

hay:
$$W_t = \frac{1}{2} ka^2 .cos^2 (\omega_0 t + \varphi)$$
 (7.19)

Thay (7.15), (7.19) và $m\omega_0^2 = k$ vào (7.14)

Kết quả ta có:

$$W = \frac{1}{2} ka^{2} \cdot \sin^{2}(\omega_{o}t + \varphi) + \frac{1}{2} ka^{2} \cdot \cos^{2}(\omega_{o}t + \varphi) =$$

$$= \frac{1}{2} ka^{2} = \frac{1}{2} ma^{2} \omega_{o}^{2}$$
(7.20)

Như vậy: năng lượng của hệ dao động điều hòa được bảo toàn trong quá trình dao động. Nhưng luôn luôn có sự chuyển hóa qua lại giữa động năng và thế năng. Những kết quả trên đây cũng đúng đối với một hệ bất kỳ dao động điều hòa.

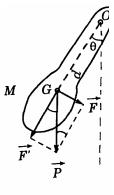
5. Con lắc vật lý

Con lắc vật lý là một vật rắn khối lượng M, có để quay xung quanh một trục cố định nằm ngang qua O; O cách khối tâm G của vật rắn một đoạn d. Trọng lực $\vec{P} = \overrightarrow{Mg}$ tác dụng lên con lắc đặt tại khối tâm G (trong phạm vi không gian không rộng lắm) (H. 7.3).

Trọng lực $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{Mg}$ có thể phân tích ra thành phần:

$$\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}'$$

trong đó thành phần \vec{F} theo phương OG và bị triệt tiêu bởi các phản lực của trục O; còn thành phần \vec{F} có tác đụng gây ra đao động của con lắc (như vậy tác dụng của trọng lực \vec{P} tương đương với lực tác dụng \vec{F}). Xét trường hợp con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ $\theta(\theta)$ là



Hình 7.3

góc hợp bởi đường OG và phương thẳng đứng) và gọi là độ dời góc: bỏ qua ma sát và lưc cản.

Từ hình 1.49 ta có:

$$|\overrightarrow{F}| = F = Mgsin\theta$$

Vì θ nhỏ, $\sin \theta \approx \theta$ nên:

$$|\overrightarrow{F}| = F = Mg\theta$$

Theo phương trình cơ bản của vật rấn quay xung quanh một trục:

$$I\beta = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = \mu \tag{7.21}$$

trong đó I là mô men quán tính của con lắc đối với trục O: $\beta = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$ là gia tốc của con lắc, μ là mộ men của ngoại lực. Ở đây μ là mô men của lực \vec{F} đối với O và về giá trị:

$$\mu = -d.F$$

(dấu - ý nói: mô men $\vec{\mu}$ của lực có chiều ngược với chiều dời của góc θ)

$$\Rightarrow \mu = -dMg\theta \tag{7.22}$$

Thay (7.22) vào (7.21) ta được:

Đây là phương trình vi phân của dao động điếu hòa, trong đó tần số góc:

$$\omega_{o} = \sqrt{\frac{\text{Mgd}}{\text{I}}}$$
 (7.25)

 $\emph{K\'et luận:}$ trong những điều kiện góc θ nhỏ và không có lực cản trở, dao động của con lắc vật lý là dao động điều hòa với chu kỳ dao động:

$$T_{o} = \frac{2\pi}{\omega_{o}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$$
 (7.26)

7.2. DAO ĐỘNG CƠ TẮT DẦN

1. Hiện tượng

Xét dao động của con lắc trong môi trường nhớt (khí hoặc lỏng), khi đó ngoài lực tác dụng làm cho con lắc dao động, con lắc còn chịu thêm tác dụng của lực cản F_c của môi trường nhớt. Nếu vận tốc của con lắc nhỏ, thì giá trị của lực cản của môi trường

nhớt tỷ lệ với vận tốc của con lắc:

$$F_c = -rv (7.27)$$

trong đó r là hệ số cản của môi trường: còn dấu - biểu thị lực cản F_c hướng ngược chiều với vận tốc của con lắc.

Do phải sinh công chống lại công của lực cản, nên năng lượng của con lắc giảm dần theo thời gian. Do đó biên độ dao động của con lắc cũng giảm đần theo thời gian, ta nói rằng: dao động của con lắc là *dao động cơ tắt dần*.

2. Phương trình dao động cơ tắt dần

Xét trường hợp con lắc lò xo. Khi đó lực tác dụng lên quả cầu theo phương nằm ngang (Ox) là: lực đàn hồi . F = -kx và lực cản $F_c = -rv$.

Theo đinh luật Niuton II đối với quả cầu, ta có:

$$m\gamma = -kx - rv$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$
(7.28)

Đặt:

$$\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{m}} = 2\beta \tag{7.29}$$

$$\frac{k}{m} = \omega_o^2 \tag{7.30}$$

Như vây (2.28) có dang:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 ag{7.31}$$

Đây là phương trình vi phân của dao động tắt dần. Theo giải tích: Khi $\omega > \beta$ nghiệm của phương trình (7.31) có dạng:

$$x = a_0.e^{-\beta t}.\cos(\omega t + \varphi)$$
 (7.32)

Đó chính là phương trình của dao động tắt dần. Trong đó biên độ của dao động tắt dần là:

$$a = a_0 e^{-\beta t} \tag{7.33}$$

và tần số góc của dao động là:

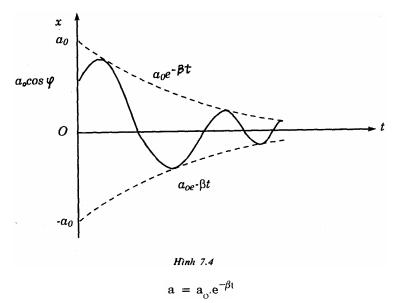
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{7.34}$$

Như vậy: độ dời x của dao động tắt dần cũng biến đổi tuần hoàn theo thời gian với quy luật của hàm cosin (hay hàm sin), nhưng có biên độ giảm dần theo thời gian.

3. Khảo sát dao động cơ tắt dần

a) Biên độ - giảm lượng lôga

Theo (7.33) biên độ của dao động cơ tắt dần giảm nhanh dần theo thời gian với quy luật hàm số mũ:



Như vì
$$-1 \le \cos(\omega t + \varphi) \le 1$$
 nên $-a_0 e^{-\beta t} \le x \le a_0 e^{-\beta t}$

Như thế đồ thị biểu diễn độ dời x theo thời gian t là đường cong nằm tiếp tuyến giữa hai đường cong $a_o.e^{-\rho t}$ và - $a_o.e^{-\rho t}$ (H. 7.4).

Về mặt lý thuyết, biên độ a \rightarrow 0 khi t \rightarrow α . Thực tế chỉ sau một khoảng thời gian t đủ lớn, biên độ a coi như bằng không. Để đặc trưng cho mức độ tắt dần của dao động, người ta đưa ra một đại lượng gọi là giảm lượng loạn, ký hiệu δ .

Theo định nghĩa: giảm lượng loạn δ có trị số bằng loạn tự nhiên của tỷ số giữa các giá trị của hai biên độ dao động cách nhau một chu kỳ T:

$$\delta = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \ln \frac{a_o e^{-\beta t}}{a_o e^{-\beta (t+T)}} = \ln e^{\beta T}$$

$$\Rightarrow \delta = \beta T \tag{7.35}$$

 β gọi là hệ số tắt dần.

Như vậy biên độ của dao động tắt dần có dạng:

$$a = a_0 e^{-\beta} \frac{t}{T} \tag{7.36}$$

trong đó tỷ số t/T là số dao động toàn phần trong thời gian t.

b) Chu kỳ của dao động cơ tắt dần

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}} \tag{7.37}$$

Nếu lực cản của môi trường nhỏ không đáng kể (r nhỏ) thì $\beta^2 << \omega_o^2$ và khi đó tần số góc của dao động tắt dấn $\omega \approx \omega_o$ (tần số góc của dao động riêng) và chu kỳ dao động tất dần T \approx T $_o$ (chu kỳ dao động riêng của dao động điều hòa):

$$\Gamma_{\rm o} = \frac{2\pi}{\omega_{\rm o}} \tag{7.38}$$

Từ (7.37) và (7.38), ta thấy $T > T_{o.}$

Nghĩa là chu kỳ dao động tắt dần lớn hơn chu kỳ dao động riêng của dao động điều hòa của hệ.

Nếu $\omega_0 \le \beta$ nghĩa là lực cản quá lớn, hệ không thể dao động được, mà chỉ chuyển động tiến dần về vị trí cân bằng (độ dời x = x(t) có dạng hàm mũ theo thời gian).

7.3. DAO ĐỘNG CƠ CƯỚNG BỨC

1. Hiện tượng

Khi hệ dao động, do có các lực ma sát nên dao động của hệ tắt dần. Để hệ tiếp tục dao động (dao động của hệ được duy trì) ta phải liên tục cung cấp năng lượng cho hệ nhằm bù lại phần năng lượng đã mất do sinh công thắng công lực ma sát. Việc cung cấp năng lượng đó được thực hiện bằng cách tác dụng lên hệ một ngoại lực biến thiên tuần hoàn theo thời gian:

$$F = F_{\Omega} \cos \Omega t \tag{7.39}$$

trong đó F_o là cường độ lực cực đại: $F_o = \left| F_{\max} \right|$; Ω là tần số góc của ngoại lực F.

Dao động mà hệ thực hiện dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn gọi là dao động cưỡng bức.

Thực tế khi hệ bắt đầu dao động dưới tác dụng của hệ ngoại lực tuần hoàn, thì trong hệ tồn tại đồng thời hai dao động: dao động riêng tắt dần dưới tác dụng của nội lực và dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn, nhưng sau một thời gian quá độ, dao động riêng tắt dần không còn nữa ; khi đó hệ chỉ dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn và có chu kỳ bằng chu kỳ của ngoại lực tuần hoàn đó $(T = \frac{2\pi}{O})$.

2. Phương trình dao động cưỡng bức

Xét trường hợp con lắc lò xo dao động cưỡng bức. Khi con lắc lò xo dịch chuyển một đoạn x, quả cầu chịu các lực tác dụng: lực kéo về $F_k = -kx$; lực cản $F_c = -rv$ và ngoại lực tuần hoàn $F = F_o cos \Omega t$. Áp dụng định luật Niutơn II đối với quả cầu ta có:

$$m\gamma = -kx - rv + F_o cos\Omega t$$
 hay:
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx - r\frac{dx}{dt} + F_o cos\Omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{K}{m}x = \frac{F_o}{m} \cdot cos\Omega t$$
 và đặt:
$$\frac{r}{m} = 2\beta : \frac{K}{m} = \omega_o^2,$$
 ta có:
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_o^2x = \frac{F_o}{m} \cdot cos\Omega t$$
 (7.40)

Đây là phương trình vi phân của dao động cưỡng bức. Theo giải tích, nghiệm của (7.40) là tổng của hai nghiệm: Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không vế phải (tức phương trình của dao động cơ tắt dần):

$$x = a_0 e^{-\beta t} . \cos(\omega t + \varphi) ;$$

Và nghiệm riêng của phương trình có vế phải (tức là phương trình của dao động cơ cưỡng bức):

$$x = A.\cos(\omega t + \phi) \tag{7.41}$$

trong đó A và ϕ là biên độ và pha ban đấu của dao động cưỡng bức, được xác định theo công thức:

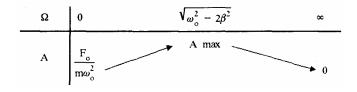
$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$
 (7.42)

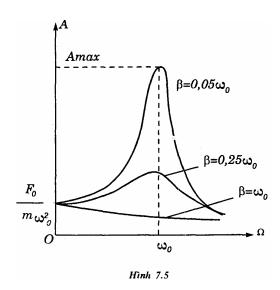
$$tg\phi = -\frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2}$$
 (7.43)

Sau khoảng thời gian quá độ, dao động tắt dần không còn nữa, khi đó chi còn dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn, mà độ dời x tính theo (7.41) cũng biến đổi tuần hoàn theo thời gian với quy luật của hàm số cosin (hay sin) và có biên độ A thay đổi phụ thuộc vào tần số góc Ω của ngoại lực (theo 7.42); còn pha ban đầu ϕ phụ thuộc vào Ω theo (7.43).

3. Khảo sát dao động cơ cưỡng bức. Cộng hưởng cơ

Khảo sát sự phụ thuộc của biên độ A của dao động cơ cưỡng bức vào tần số góc Ω của ngoại lực tác dụng, ta được kết quả:





Theo kết quả này, thì khi tần số góc Ω của ngoại lực tuần hoàn đạt giá trị:

$$\Omega = \Omega_{c,h} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \tag{7.44}$$

thì biên độ A của dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại:

$$A_{\text{max}} = \frac{F_{\text{o}}}{2m\beta \sqrt{\omega_{\text{o}}^2 - \beta^2}} \tag{7.45}$$

Hiện tượng này gọi *là cộng hưởng cơ*, giá trị $\Omega_{c.h}$ và A_{max} gọi là tần số góc và biên độ cộng hưởng.

Với giá trị của hệ số tắt dần β xác định, đồ thị đường cộng hưởng biểu diễn biên độ A phụ thuộc tần số góc Ω như hình 7.5. Ta thấy khi β càng nhỏ (hệ số cản r càng nhỏ) thì $\Omega_{c,h}$ càng tăng dần tới giá trị tần số góc riêng ω_o của hệ vật dao động ; đồng thời giá trị A_{max} cũng càng tăng nhanh. Đặc biệt khi lực cản càng nhỏ không đáng kể ($\beta \approx 0$) thì theo (7.44) ta có:

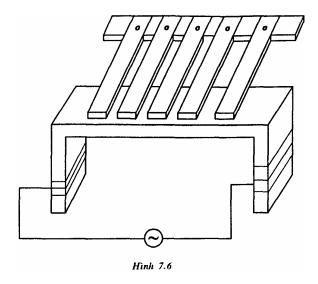
$$\Omega_{\rm ch} = \omega_{\rm o} \tag{7.46}$$

Khi đó biên độ A_{max} có giá trị rất lớn và đường cong cộng hưởng tương ứng có một đỉnh nhọn (gọi là cộng hưởng nhọn).

4. Ứng dụng của hiện tượng cộng hưởng cơ

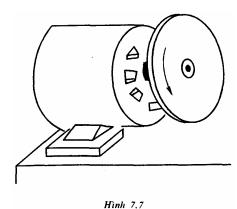
a) Chế tạo tần số kế để đo tần số dòng điện

Tần số kế có cấu tạo như hình 7.6 gồm một dãy những thanh sắt ngắn song song có tần số dao động riêng khác nhau, các thanh này bị nam châm điện hút vào nhả ra hai lấn liên tục trong một chu kỳ của dòng điện xoay chiều có tẩn số cần đo. Nghĩa là các thanh thép bị cưỡng bức dao động với tần số bằng hai lần tần số của dòng điện xoay chiều. Thanh thép nào có tẩn số riêng đúng bằng hai lần tần số của dòng điện xoay chiều sẽ rung động mạnh nhất (cộng hưởng nhọn), từ đó biết được tần số của dòng điện xoay chiều.



- b) Ngăn ngừa sự phá hỏng vì cộng hưởng cơ
- Dổi với cầu: nếu cầu chịu một lực tác dụng tuần hoàn có tần số gần bằng tần số riêng của cầu thì cầu sẽ rung rất mạnh và có thể làm đổ cầu hoặc gẫy cầu (cầu treo).

Đối với động cơ gắn trên nền xi măng (H. 7.7)



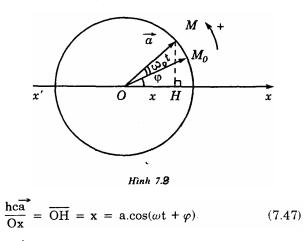
Khi động cơ quay, nền xi măng rung động. Nếu một tần số quay nào đó của động cơ gần bằng tần số rung riêng của nền xi măng thì nền xi măng sẽ rung động mạnh nhất và có thể làm nền xi măng bị phá vỡ và động cơ bị hỏng. Vận tốc góc của động cơ khi đó gọi là *vận tốc góc nguy hiểm*. Để tránh sự phá hỏng, ta chế tạo sao cho các bộ phận quay trong động cơ thật đối xứng để trọng tâm của chúng nằm trên trục quay; đống thời khi mở máy, ta cho động cơ quay thật nhanh qua án tốc góc quay nguy hiểm này, sau đó cho động cơ quay với vận tốc gấp hai, gấp ba lần vận tốc góc nguy hiểm.

7.4. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

Trong thực tế một vật có thể đồng thời tham gia nhiều dao động. Để xét chuyển động của vật, ta phải tổng hợp các dao động đó, ở đây ta áp dụng phương pháp biểu diễn dao động điều hòa bằng véc tơ quay để nghiên cứu việc tổng hợp các dao động điều hòa.

1 . Phương pháp biểu diễn của dao động điều hòa bằng véc tơ quay

Giá sử có một dao động điều hòa: $x = a.\cos(\omega t + \varphi)$ theo phương x'x. Để biểu diễn dao động điều hòa này ta làm như sau: trên phương x'x ta lấy điểm O làm gốc, vẽ một véc tơ chiều dài đúng bằng biên độ a không đổi của dao động ; tại thời điểm t = 0 ; véc tơ \vec{a} hợp với trục Ox một góc bằng ($\vec{\phi}$) pha ban đầu của dao động (vị trí \vec{M}_o). Cho a quay quanh O theo chiều dương đã chọn trong một mặt phẳng với vận tốc không đổi bằng tẩn số góc ω của dao động (H. 7.8): Tại thời điểm t véc tơ \vec{a} quay được một góc ω_t và hợp với trục Ox một góc ($\omega t + \varphi$) bằng pha của dao động ở thời điểm t (vị trí \vec{M}). Khi đó hình chiếu của trên Ox bằng:



Như vậy hình chiếu của véc tơ quay trên trục Ox tại mọi thời điểm bằng độ dời x của dao động điều hòa. Ta nói rằng: véc tơ quay đã biểu diễn dao động điều hòa ấy.

2. Tổng hai dao động diều hòa cùng phương và cùng tần số góc

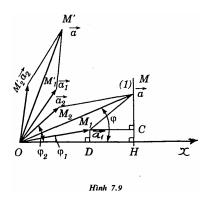
Để đơn giản ta xét trường hợp một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương và cùng tần số góc ; giả sử có dạng:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{a}_1 \cdot \cos(\omega \mathbf{t} + \varphi_1)$$
$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{a}_2 \cdot \cos(\omega \mathbf{t} + \varphi_2)$$

Ta xác định dao động tổng hợp bằng phương pháp véc tơ quay.

Muốn vậy ta biểu diễn:

+ Dao động x_1 bằng véc tơ $\overrightarrow{a_1}$ có độ dài bằng a_1 có góc $(Ox, \overrightarrow{a_1}) = \phi_1$ (thời gian t=0) và quay theo chiều dương với vận tốc góc ω .



+ Dao động x_2 bằng véc tơ $\overrightarrow{a_2}$ có độ đài bằng a_2 có góc $(Ox, \overrightarrow{a_2}) = \varphi_2$ (thời điểm t = 0) và quay theo chiều dương với vận tốc góc ω .

Tại vị trí (1), theo quy tắc cộng véc tơ (quy tắc hình bình hành) ta vẽ véc tơ tổng hợp (H. 7.0):

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2}$$

Vì hai véc tơ $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$ quay cùng vận tốc góc ω theo chiều dương, nên sau thời gian t, chúng tới vị trí (2), và hợp với trục Ox những góc:

$$(Ox, \overrightarrow{a_1}) = \omega t + \varphi_1;$$

$$(Ox, \overrightarrow{a_2}) = \omega t + \varphi_2;$$

Khi đó véc tơ tổng hợp cũng bằng:

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2}$$

Chiếu đẳng thức véc tơ trên xuống trục Ox, ta được:

$$\frac{hc}{ox}\overrightarrow{a} = \frac{hc}{ox}\overrightarrow{a_1} + \frac{hc}{ox}\overrightarrow{a_2}$$

nhưng:

$$\frac{hc}{ox}\overrightarrow{a} = x$$
; $\frac{hc}{ox}\overrightarrow{a_1} = x_1$; $\frac{hc}{ox}\overrightarrow{a_2} = x_2$

và $x_1 + x_2 = x$. Kết quả ta được:

$$\frac{hc}{ox} \overrightarrow{a} = x = x_1 + x_2$$

Như vậy: véc tơ tổng hợp \vec{a} đã biểu diễn dao động tổng hợp x của hai dao động thành phần x_i và x_2 .

Bây giờ ta tìm dạng của dao động tổng hợp x. Vì hai véc to $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}$ cùng quay theo chiều dương với cùng vận tốc góc ω , nên hình bình hành OM_1MM_2 không bị biến dạng trong khi quay. Do đó véc tơ có độ dài không đổi (bằng đường chéo OM của hình bình hành) và cũng quay với vận tốc góc ω .

Như vậy, dao động điều hòa có biên độ a và cùng tần số góc ω với hai dao động thành phần x_1 , x_2 ; và có pha ban đầu φ . \mathring{O} thời điểm t (ở vị trí 2), véc tơ \vec{a} hợp với trục Ox một góc (Ox, \vec{a}) = ω t + φ .

Vậy phương trình của dao động tổng hợp x có dạng:

$$x = \frac{hc}{ox} \overrightarrow{a} = a.\cos(\omega t + \varphi)$$
 (7.48)

Ta phải tính a và φ từ điều kiện ban đầu (t = 0, ở vị trí (1)):

Tính a:

Trong ΔOM_1 M ta có:

$$a^{2} = a_{1}^{2} + a_{2}^{2} - 2a_{1}a_{2}\cos\hat{M}_{1}:$$

$$V\acute{o}i \quad \hat{M}_{1} = \pi - (\varphi_{2} - \varphi_{1}) \Rightarrow$$

$$a^{2} = a_{1}^{2} + a_{2}^{2} + 2a_{1}a_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1});$$

$$k\acute{e}t \ qu\'{a}:$$

$$a = \sqrt{a_{1}^{2} + a_{2}^{2} + 2a_{1}a_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})}; \qquad (7.49)$$

$$\mathring{O} \ d\mathring{a}y:$$

$$(\varphi_{2} - \varphi_{1}) = (\omega_{1} + \varphi_{2}) - (\omega_{1} + \varphi_{1})$$

gọi là hiệu pha giữa hai dao động x_1 , x_2 :

Tính φ :

Xét ΔOMH, ta có:

$$g\varphi = \frac{MH}{OH}.$$
 (7.50)

MH - HC + CM

MH: $a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2$;

OH - OD + DH = $a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2$

vậy:

$$tg\varphi = \frac{a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2}{a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2}$$
 (7.51)

Nhận xét: Biên độ a của dao động tổng hợp phụ thuộc vào hiệu pha $(\varphi_2 - \varphi_1)$ của hai dao động thành phần. Trong trường hợp đặc biệt:

- Nếu $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2k\pi$ (hai dao động x_1 , x_2 cùng pha và lúc này luôn cùng dấu) thì biên độ dao động tổng hợp a đạt giá trị cực đại:

$$a_{\text{max}} = a_1 + a_2$$

- Nếu $(\varphi_2 - \varphi_1) = (2k + 1)\pi$ (hai dao động x_1 , x_2 ngược pha và lúc này hàm

ngược dấu) thì biên độ tổng hợp a đạt giá trị cực tiểu:

$$\mathbf{a}_{\min} = |\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2|$$

Trong trường hợp tổng quát:

$$|a_1 - a_2| \le a \le a_1 + a_2$$

Tóm lại: Khi tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương và cùng tần số góc, ta được một dao động điều hòa có cùng phương và cùng tần số góc với các dao động thành phần, còn biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp được xác đỉnh theo các công thức (7.49) và (7.51).

7.5. SÓNG CƠ HỌC

1. Sự tạo thành sóng cơ học

Sóng cơ chỉ hình thành trong môi trường đàn hồi (rắn, lỏng, khí). Các môi trường đàn hồi có thể coi như những môi trường liên tục cấu tạo bởi những phần tử liên kết chặt chẽ với nhau bằng những lực tương tác đàn hồi và bình thường mỗi phần tử có một vị trí cân bằng bền.

Nếu một phần tử S nào đó bị kích động do tác dụng bên ngoài và dao động quanh vị trí cân bằng của nó, thì do tương tác đàn hồi giữa các phần tử, dao động của phần tử S sẽ được truyền đi trong môi trường từ phần tử này đến phần tử khác. Quá trình truyền dao động trong môi trường đàn hồi gọi là *sóng cơ*.

Nguồn kích động gây ra dao động ban đầu của phần tử S gọi là *nguồn sóng*. Bản thân phấn tử S (thực hiện dao động đầu tiên) gọi là *tâm sóng*. Hướng truyền sóng gọi là *tia sóng*. Không gian có sóng truyền gọi là *trường sóng*.

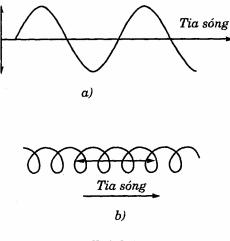
sóng cơ học tạo bởi những kích động nhỏ không kèm theo quá trình vận chuyển vật chất, vì các phần tử môi trường chỉ dao động quanh vị trí cân bằng của chúng mà không bị cuốn đi theo sóng, mà chỉ có pha của sóng là được truyền đi.

Sóng cơ không thể truyền đi trong chân không vì chân không không phải là môi trường đàn hồi.

2. Sóng ngang và sóng dọc

Tùy theo cách truyền sóng trong môi trường đàn hồi mà sóng cơ chia thành hai loại: sóng ngang và sóng dọc. *Sóng ngang* là sóng mà phương dao động của các phần tử môi trường vuông góc với tia sóng (H. 7.10a). Thí dụ sóng truyền trên một sợi dây dài khi ta rung nhẹ một đầu. Sóng ngang truyền trong môi trường có *tính đàn hồi về hình dạng* (chỉ có ở vật rắn).

 $S\acute{o}ng~doc$ là sóng mà phương dao động của các phần tử môi trường trùng với tia sóng.



Hình 7.10

Thí dụ: hình ảnh những đoạn lò xo bị nén lại và đoạn lò xo dãn ra truyền dọc theo lò xo là sóng dọc (H. 7.10b).

Sóng dọc truyền trong môi trường *chịu biến dạng về mặt thể tích* (vật rắn, chất lỏng, chất khí) .

Ngoài ra còn có sóng mặt xuất hiện trên mặt thoáng chất lỏng hoặc trên mặt phân cách lỏng - lỏng, khi mà các phân tử chất lỏng đồng thời thực hiện các dao động dọc và ngang.

3. Các đặc trưng của sóng

a) Vận tốc sóng

Vận tốc sóng là quãng đường mà sóng truyền được trong một đơn vị thời gian. Theo lý thuyết đàn hồi, thì trong môi trường đẳng hướng:

Vận tốc sóng dọc là:

$$V_{\rm d} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{7.52}$$

trong đó $E = \frac{1}{\alpha}$ là suất đàn hồi (suất YVăng), a là hệ số đàn hồi, ρ là khối lượng riêng của môi trường.

- Còn vận tốc sóng ngang bằng:

$$V_{n} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{7.53}$$

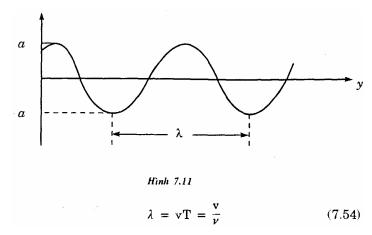
với G là suất trượt của môi trường.

b) Chu kỳ và tần số

Chu kỳ (T) và tần số (v) của sóng là chu kỳ và tần số các phân tử dao động của môi trường.

c) Bước sóng λ :

Bước sóng của sóng là quãng đường mà sóng truyền được sau khoảng thời gian bằng một chu kỳ. Bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa các điểm có dao động cùng pha (H. 7.II).

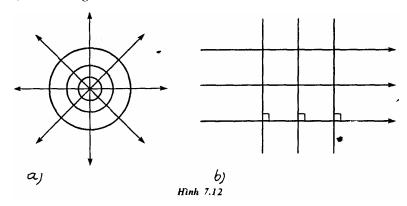


4. Hàm sóng

a) Mặt sóng và mặt đầu sóng

Mật sóng: quỹ tích của những điểm trong trường sóng tại đó dao động của các phần tử môi trường có củng một giá trị pha (cùng trạng thái dao động) gọi là *mặt sóng.*

Mặt phân cách giữa phần môi trường mà sóng đã truyền qua và phần chưa bị kích động gọi là nhặt *đầu sóng*.



Tùy theo hình dạng của mặt đầu sóng, ta chia sóng thành hai loại: sóng cầu và sóng phẳng.

Sóng cầu có mặt đầu sóng là mặt cầu, có tâm tại nguồn sóng và các tâm sóng hướng theo bán kính vuông góc với mặt đầu sóng (H. 7.12a); còn sóng phẳng có mặt đầu sóng là mặt phẳng song song và các tia sóng là những đường thẳng song song vuông góc với các mặt sóng đó (H. 7.12b).

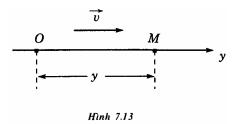
b) Biểu thức của hàm sóng

Để đơn giản, ta xét một sóng phẳng truyền trong môi trường đồng nhất và đang

hướng theo phương y

Giả sử dao động x của một phần tử ở tâm sóng O(y=0) biến thiên theo thời gian theo dạng: x=f(t); y=0;

Nếu v là vận tốc truyền sóng trong môi trường thì dao động của một phần tử ở điểm M



cách tâm O một khoảng y sẽ xảy ra chậm hơn dao động của phần tử ở điểm O một khoảng thời gian $\tau = \frac{y}{v}$.

Như vậy dao động của phần tử ở điểm M, tại thời điểm t sẽ giống hệt dao động của phần tử ở điểm O, nhưng tại thời điểm:

$$t' = t - \tau = t - \frac{y}{y}$$

Nói cách khác:

$$x(y, t) = x(0, t')$$
 hay $x(y, t) = f(t - \frac{y}{y})$ (7.55)

Biểu thức (7.55) mô tả sóng phẳng truyền theo trục y gọi là *hàm sóng*. Sóng đơn giản nhất là *sóng phẳng đơn sắc*. Một đại lượng x bất kỳ trong sóng đó dao động tại mỗi thời điểm là dao động điều hoà:

$$x = a.\cos\left[\omega\left(t - \frac{y}{v}\right) + \varphi_{o}\right] \tag{7.56}$$

Với a là biên độ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v$ là tần số góc;

$$\left[\omega \left(t - \frac{y}{v} \right) + v_{o} \right]$$

là pha của sóng ; ϕ_o là pha ban đầu và thường chọn $\phi_o=0$. Khi đó (7.56) có dạng:

$$x = a.\cos\omega \left(t - \frac{y}{y}\right) = a.\cos\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$
 (7.57)

Để tiện tính toán, người ta có thể biểu diễn hàm sóng dưới dạng số phức. Với cách hiểu x là phần thực của số phức:

$$a.e^{i}\left(\omega t-2\pi\frac{y}{\lambda}\right),$$

ta biểu diễn x dưới dạng:

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}.\mathbf{e}^{\mathbf{i} \left(\omega \mathbf{t} - 2\pi \frac{\mathbf{y}}{\lambda}\right)}$$
 (7.58)

Nếu gọi \vec{n} là véc tơ đơn vị trên hướng truyền sóng, và bán kính véc tơ vẽ từ tâm sóng tới điểm ta khảo sát dao động, thì $\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ gọi là véc tơ sóng và ta có $\frac{2\pi\pi}{\lambda} = \vec{K}.\vec{r}$. Do đó (7.58) có dạng:

$$x = a.e^{i(\omega t - \overrightarrow{K.r})}$$
 (7.59)

Ta thấy các sóng biểu diễn qua giá trị của x trong những biểu thức ở trên có tính chất tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ và theo cả không gian với chu kỳ $\lambda = vT$:

$$x(t + T) = x(t) ; x(y + \lambda) = x(y).$$

Chú thích: đối với sóng cầu, hàm sóng có dạng:

$$x = k \frac{a}{v} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$
 (7.60)

với k là hệ số tỷ lệ, $\frac{a}{y}$ là biên độ sóng, y là khoảng cách từ tâm sóng.

- Nếu sóng truyền theo phương ngược lại, thì điểm M lại dao động trước điểm O một thời gian $t' = \frac{y}{v}$, do đó biểu thức hàm sóng sẽ là:

$$x = a.cos \left(\omega t + \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

hay dưới dạng phức $x = a.e^{i(\omega t + \overrightarrow{Kr})}$

5. Năng lượng của sóng cơ. Mật độ năng lượng sóng

a) Năng lượng của sóng cơ

Năng lượng sóng là năng lượng dao động của các phần tử trong môi trường khi sóng truyền đến. Vì dao động được truyền đi tạo thành sóng trong môi trường, nên năng lượng sóng cũng được truyền đi trong môi trường.

Bây giờ ta tìm biểu thức năng lượng của sóng.

Xét một phần của môi trường đồng chất và đẳng hướng, có thể tích nhỏ ΔV , nằm trên phương truyền sóng y và giả sử sóng truyền có dạng:

$$x = a.\cos\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

Khi đó năng lượng ΔW của sóng trong thể tích ΔV gồm động năng W_d và thể thế năng tương tác W_t của các phần tử môi trường trong thể tích đó:

$$\Delta W = W_d + W_t$$

trong đó động năng: $W_d = \frac{1}{2} mu_2$;

với m là khối lượng tổng cộng của các phần tử và với u là vận tốc của chuyển động dao động của mỗi phần tử trong thể tích ΔV .

Vì m = $ρ\Delta V$ (ρ là khối lượng riêng của môi trường)

và
$$u = \frac{dx}{dt} = -\omega a.\sin\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$
 nên :
$$W_d = \frac{1}{2}\rho\Delta Va^2\omega^2.\sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right) \qquad (7.61)$$

Còn thế năng tương tác W_t được tính theo lý thuyết đàn hồi:

$$W_{t} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{dx}{dy} \right)^{2} . \Delta V$$

trong đó dx là hiệu độ dời của các phần tử cách nhau một đoạn dy.

 $\begin{array}{c} \text{Ta c\'o} : \\ & \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{v}} = \frac{d}{d\mathbf{v}} \left[\text{ a.cos}\omega \mathbf{t} - \frac{2\pi \mathbf{y}}{\lambda} \right] = \frac{\mathbf{a}\omega}{\mathbf{v}} \sin\left(\omega \mathbf{t} - \frac{2\pi \mathbf{y}}{\lambda}\right) \end{array}$

và vận tốc v được tính theo (7.52):

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}}$$
 kết quả :
$$\mathbf{W_t} = \frac{1}{2} \rho \Delta V. \mathbf{a}^2. \omega^2. \sin^2 \left(\omega \mathbf{t} - \frac{2\pi \mathbf{y}}{\lambda}\right) \tag{7.62}$$

Từ (7.61) và (7.62) ta nhận thấy: $W_t = W_d$

Như vậy năng lượng của sóng trong phần thể tích ΔV được tính theo biểu thức:

$$\Delta W = \rho \Delta V.a^2.\omega^2.\sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$
 (7.63)

b) Mật độ năng lượng sóng

Mật độ năng lượng sóng W là phần năng lượng có trong một đơn vị thể tích của môi trường (có sóng truyền).

Từ (7.61) ta có:

$$W = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho a^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$
 (7.64)

Như vậy mật độ năng lượng sóng biến thiên theo thời gian và vì giá trị trung bình của $\sin^2(\omega\omega - \frac{2\pi\pi}{\lambda})$ trong một chu kỳ bằng 1/2, nên mật độ năng lượng trung bình của sóng bằng:

$$W = \frac{1}{2} \rho \cdot a^2 \cdot \omega^2 \tag{7.65}$$

6. Hiệu ứng Đôpple

Xét một nguồn sóng A phát ra sóng âm có tần số v truyền tới một máy thu sóng B. Nếu nguồn sóng A hoặc máy thu sóng B, hoặc cả hai đều chuyển động với nhau, thì tần số vị của sóng mà máy thu nhận được sẽ có giá trị khác với tần số v của sóng do nguồn phát ra. Hiện tượng này gọi là hiện tượng Đôpple (hiệu ứng Đôpple).

Ta hãy tìm hệ thức giữa v' và v.

Gọi: - u là vận tốc chuyển động của nguồn A

- u là vận tốc chuyển động của nguồn B

 v là vận tốc truyền âm (v chỉ phụ thuộc vào môi trường, mà không phụ thuộc vào chuyển động của nguồn sóng). Ta quy ước rằng:

u > 0 khi nguồn A đi tới gần máy thu B

u < 0 khi nguồn A đi xa dần máy thu B

u > 0 khi máy thu B đi gần tới nguồn A

u < 0 khi máy thu B đi xa dần nguồn A

Đồng thời để ý thêm rằng: tần số v của sóng do nguồn A phát ra có giá trị số bằng số sóng đã truyền đi trong một đơn vị thời gian ; ta có:

$$\lambda = vT = \frac{v}{v} \Rightarrow v = \frac{v}{\lambda} \tag{7.66}$$

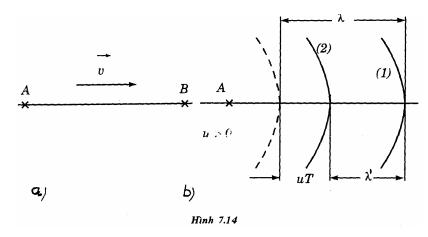
Rõ ràng tỷ số xác định số sóng truyền đi trong một đơn vị thời gian. Vì vậy, muốn tính tần số vị của sóng mà máy thu nhận được, ta chỉ cần xác định số sóng mà máy thu đã nhận được trong một đơn vị thời gian.

a) Trường hợp tổng quát

Nguồn âm A và nguồn thu B đều chuyển động $(u \neq 0, u' \neq 0)$

- Trường hợp nguồn âm và máy thu đi tới gặp nhau (u > 0, u' > 0) (H. 7.14a). Vì máy thu đi tới gần nguồn âm A, nên vận tốc truyền sóng v coi như được tăng thêm một lượng u' bằng: v' = v + u'. Vì vận tốc sóng v không phụ thuộc vào chuyển động của nguồn A, nên khi nguồn A chuyến động, thì vận tốc sóng v không thay đổi, mà chỉ có bước sóng λ của sóng phát ra bị thay đổi. Quả vậy, nếu như nguồn A đứng yên, thì hai sóng liên tiếp do nguồn A phát ra chậm sau nhau một chu kỳ T, sẽ cách nhau một đoạn đúng bằng bước sóng $\lambda = u$.T (H. 7.14b). Nhưng vì trong khoảng thời gian T này, nguồn A đã rời đi một đoạn bằng utT nên sóng thứ (2) do nguồn A phát ra chậm sau sóng thứ nhất (1) một đoạn:

$$\lambda' = \lambda - u.T \tag{7.67}$$



Nghĩa là có thể coi bước sóng λ của nguồn A phát ra đã bị giảm bớt một đoạn u.T và trở thành λ '. Như vậy theo (7.66) ta suy ra tần số mà máy thu B nhận được trong trường hợp nguồn âm A và máy thu B đi tới gặp nhau:

$$v' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{v + u'}{\lambda - u.T} \tag{7.68}$$

thay $\lambda = vT$ và $\frac{1}{T} = v$, ta được:

$$v' = \frac{v + u'}{v - u} \cdot v \tag{7.69}$$

Ta thấy v' > v; nghĩa là khi nguồn âm A và máy thu B đi tới gặp nhau, thì tần số v' của sóng mà máy thu nhận được sẽ lớn han tần số v của sóng do nguồn A phát ra.

b) Trường hợp nguồn A đứng yên (u = 0), còn máy thu B chuyển động $(u' \neq 0)$ từ (7.67) ta có

$$v' = \frac{v + u'}{v} v = \left(1 + \frac{u'}{v}\right) v \tag{7.70}$$

Ta thấy v'>v khi u'>0 nghĩa là âm nhận được cao hơn âm phát ra khi máy thu B đi tới gặp nguồn A: còn máy thu đi ra xa nguồn A (u'<0) thì v'< v (âm nhận được thấp hơn âm phát ra).

Nếu nguồn A chuyển động $(u \neq 0)$, còn máy thu B đứng yên (u' = 0) ta có:

$$v' = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v} - \mathbf{u}} \mathbf{v} \tag{7.71}$$

Ta thấy:

- v' > v khi u > 0 (khi nguồn A tới gần máy thu B)
- -v' < v khi u < 0 (khi nguồn A đi xa nguồn B)

Hiệu ứng Đôpple được ứng dụng nhiều trong khoa học và kỹ thuật: như trong kỹ thuật vô tuyến điện, trong quang học,...

Phần II NHIỆT HỌC

Chương 8

NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Trong phần cơ học ta đã nghiên cứu dạng chuyển động cơ, ở đó chỉ để ý đến sự thay đổi của vị trí các vật vĩ mô trong không gian, nhưng chưa chú ý đến những quá trình xảy ra bên trong vật có liên quan đến cấu tạo của vật. Ở phần này ta sẽ nghiên cứu những hiện tượng liên quan đến chuyển động bên trong của vật, đó là *chuyển động nhiệt*. Chuyển động nhiệt chính là đối tượng nghiên cứu của nhiệt học và được nghiên cứu bằng hai phương pháp:

Phương pháp thống kê (ứng dụng trong vật lý phân tử) và phương pháp nhiệt động (ứng dụng trong phần nhiệt động lực học).

Ở đây ta sẽ nghiên cứu phương pháp nhiệt động dựa trên hai nguyên]ý cơ bản rút ra từ thực nghiệm, đó là nguyên lý thứ nhất và nguyên lý thứ hai của nhiệt động lực học. Trước hết ta nhắc lai một số khái niêm cơ bản.

8.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. Hệ nhiệt động

Hệ nhiệt động là hệ gồm các vật (hoặc một khoảng không gian chứa đầy vật chất) được xác định hoàn toàn bởi một số các thông số vĩ mô, độc lập với nhau.

Hệ nhiệt động gọi là cô lập nếu nó hoàn toàn không tương tác và không trao đổi năng lượng với môi trường bên ngoài.

Hệ không cô lập, nếu có tương tác với môi trường bên ngoài.

Nếu hệ không trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài thì hệ *cô lập về phương diện nhiệt*.

Nếu hệ trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài nhưng không sinh công thì hệ cô *lập* về *phương diện cơ học*.

2. Thông số trạng thái và phương trình trạng thái

Khi nghiên cứu một hệ nhiệt động, người ta có thể dùng một tập hợp các tính chất để xác định trạng thái của hệ. Mỗi tính chất thường được đặc trưng bởi một đại lượng vật lý. Các đại lượng vật lý này được gọi là các thông số trạng thái. Như vậy trạng thái của một hệ được xác định bởi nhiều thông số trạng thái. Những hệ thức giữa

các thông số trạng thái của một hệ gọi là những phương trình trạng thái của hệ đó.

Chẳng hạn, để biểu diễn trạng thái của một khối khí nhất định, người ta thường dùng ba thông số trạng thái: thể tích V, áp suất P và nhiệt độ T của khối khí. Nhưng theo thực nghiệm chỉ có hai thông số độc lập, nghĩa là ba thông số đó có liên hệ với nhau qua một phương trình trạng thái dạng tổng quát sau:

$$F(P, V, T) = 0$$
 (8.1)

Đối với một khối khí lý tưởng có khối lượng m, co thể tích V và có nhiệt độ tuyệt đối T, thì tphương trình trạng thái của khối khí đó là:

$$P.V = \frac{m}{\mu} RT \tag{8.2}$$

trong đó μ là khối lượng phân tử, $\frac{m}{\mu}$ là số một hay kmol khí ; R là hằng số khí lý tưởng và có giá trị:

$$R = 8.31.10^3 \frac{\text{jun}}{\text{kmol K}}$$

Nếu áp suất đo bằng atmốtphe, thì:

$$R = 0.0848 \frac{m^3.at}{kmol.K}$$

Chú ý:

- Trong quá trình khối khí biến đổi đẳng nhiệt (T = const), từ (8.2) ta có: PV = const. Đây là biểu thức biểu diễn định luật Bôil σ Mariốt được tìm ra bằng thực nghiệm.
- Trong quá trình khối khí biến đổi đẳng tích (V=const) và đẳng áp (P=const) . Từ (8 .2) ta có:

$$\frac{P}{T}$$
 = const và $\frac{V}{T}$ = const

Các biểu thức này biểu diễn các định luật Gay - Luytrắc được tìm ra bằng thực nghiệm.

3. Khái niệm áp suất và nhiệt độ

a) Áp suất

Áp suất (P) là áp lực nén vuông góc lên một đơn vị diện tích. Theo định nghĩa thì áp suất:

$$P = \frac{F}{\Delta s} \tag{8.3}$$

trong đó F là lực nén vuông góc lên diện tích Δs . Trong hệ SI đơn vị của áp suất là

Niuton trên mét vuông (N/m^2) hay Paxcan $(Pa ; P_a = 1 \frac{N}{m^2})$. Ngoài ra để đo áp suất, người ta còn dùng các đơn vị: atmôtphe kỹ thuật (gọi tắt là atmôtphe, viết tắt là at và milimet thủy ngân (viết tắt là mmHg, còn gọi là Tor):

$$1at = 760 \text{mmHg} = 9.81.10^4 \text{ N/m}^2$$

b) Nhiệt đô

Nhiệt độ là đại lượng đặc trưng cho mức độ chuyển động hỗn loạn của các phân tử cấu tao nên vật chất.

Khi nhiệt độ của vật thay đổi thì một số tính chất của vật chất cũng thay đổi theo: ví dụ như thể tích, áp suất, độ cứng, tính dẫn điện, ... Để đo nhiệt độ người ta dùng nhiệt kế. Nhiệt độ là một trong bảy đơn vị cơ bản của hệ SI. Trong hệ này người ta dùng thang nhiệt độ Kelvin (viết tắt là K). Quốc tế đã chọn nhiệt độ ứng với 273,16K làm điểm chuẩn của nhiệt giai Kelvin (273,16 ứng với 0°C); mỗi độ chia của thang nhiệt độ tuyệt đối bằng mỗi độ chia của nhiệt độ bách phân, nhưng độ không của thang tuyệt đối (OK) ứng với -273,16°c của thang bách phân. Giữa nhiệt độ tuyệt đối T và nhiệt độ bách phân t có hệ thức:

$$T = t + 273.16$$
.

Trong các tính toán đơn giản, ta thường lấy: T = t + 273.

8.2. NỘI NĂNG CỦA MỘT HỆ NHIỆT ĐỘNG. CÔNG VÀ NHIỆT - NỘI NĂNG CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

1. Nội năng

Ta biết rằng ở mỗi trạng thái hệ có một năng lượng xác định. Năng lượng của hệ có thể thay đổi khi trạng thái của hệ thay đổi và độ biến thiên năng lượng của hệ trong một quá trình biến đổi chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối mà không phụ thuộc vào quá trình biến đổi đó. Như vậy năng lượng là một hàm trạng thái.

Năng lượng của hệ gồm cơ năng (động năng ứng với chuyển động cơ và thế năng của hệ trong trường lực) và phần năng lượng ứng với vận động bên trong hệ (gọi là nội năng của hệ, ký hiệu U):

$$W = W_{d} + W_{t} + U \tag{8.4}$$

trong đó nội năng gồm các phần sau đây:

- -Động năng chuyển động hỗn loạn của các phân tử (tịnh tiến và quay);
- Thế năng tương tác giữa các phân tử ;
- Động năng và thế năng chuyển động dao động của các nguyên tử trong phân tử;

Năng lượng các vỏ điện tử của các nguyên tử và con, năng lượng trong hạt nhân nguyên tử.

Đối với khí lý tưởng nội năng là tổng động năng chuyển động nhiệt của các phần tử cấu tạo nên hệ.

Trong nhiệt động học, ta giả thiết rằng chuyển động có hướng của hệ không đáng kể $(W_d=0)$ và hệ không đạt trong trường lực nào $(W_t=0)$, nên năng lượng và nội năng của hệ đúng bằng nhau. Cũng như năng lượng, *nội năng U của hệ và một hàm trạng thái* . Thường người ta giả thiết nội năng của hệ bằng không ở nhiệt độ không tuyết đối (T=0K).

2. Công và nhiệt

Cùng với khái niệm về nội năng, công và nhiệt là hai khái niệm quan trọng trong nhiệt động học. Công và nhiệt là hai dạng truyền năng lượng. Chúng là những đại lượng đo mức độ trao đổi năng lượng giữa các hệ, nhưng giữa công và nhiệt có sự khác nhau cơ bản, đó là: công có liên quan tới chuyển động có trật tự của vật vĩ mô (vật có kích thước lớn hơn rất nhiều kích thước phân tử). Thí dụ: khí truyền năng lượng cho pittông dưới dạng công, khi khí dãn nở trong xi lanh làm pittông chuyển động. Còn nhiệt liên quan đến chuyển động hỗn loạn của các phân tử của hệ. Thí dụ: khi vật lạnh tiếp xúc với vật nóng, các phân tử của vật nóng chuyển động nhanh va chạm với các phân tử của vật lạnh chuyển động chậm hơn và truyền cho chúng một phần động năng, làm cho nội năng của vật nóng giảm đi.

Theo thực nghiệm: công và nhiệt có thể chuyển hóa cho nhau. Nhưng sự chuyển hóa đó giữa công và nhiệt luôn luôn tuân theo một hệ thức định lượng xác định: cứ tốn một công bằng 4,18J thì sẽ thu được một nhiệt lượng 1 calo (nhưng thực tế chuyển hóa ngược lại không thực hiện được). Công và nhiệt chỉ xuất hiện liên quan đến cả quá trình biến đổi trạng thái của hệ. Nếu quá trình biến đổi trạng thái đó theo những con đường khác nhau thì công và nhiệt có những giá trị khác nhau. Như vậy, công và nhiệt là những hàm của quá trình, chứ không phải là hàm của trạng thái: nghĩa là ở một trạng thái xác định hệ có một năng lượng xác định, chứ không thể có công và nhiệt. Vì thế công và nhiệt không phải là một dạng của năng lượng mà chỉ là các dạng để truyền năng lượng.

3. Nôi năng khí lý tưởng

Khí lý tưởng theo quan điểm của thuyết động học phân tử gồm các phân tử giống nhau, kích thước nhỏ không đáng kể, chỉ tương tác với nhau khi va chạm, chúng chuyển động hỗn loạn không ngừng và có tính đẳng hướng, mật độ phân tử khí phân bố đều. Các phân tử khí chuyển động hỗn loạn va chạm vào thành bình và tác dụng lực gây nên áp suất nén vào thành bình. Bây giờ chúng ta tìm mối liên hệ giữa áp suất và vận tốc của các phân tử khí.

a) Phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử

Để đơn giản ta xét một khối khí lý tưởng chứa trong một bình hình trụ có diện tích đáy S. Các phân tử khí trong hình trụ chuyển động theo các hướng khác nhau với

những vận tốc khác nhau và coi va chạm của các phân tử lên thành bình là va chạm hoàn toàn đàn hồi.

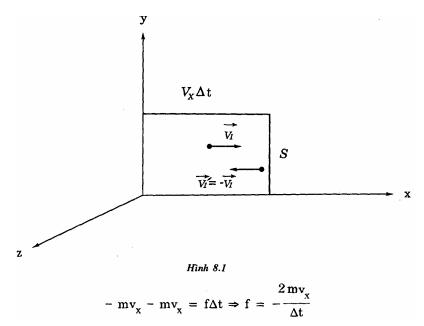
Xét một phân tử khí khối lượng m chuyển động với vận tốc $\overrightarrow{v_1}$ theo phương x đập thẳng góc vào diện tích s của thành bình. Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi, nên sau va chạm phân tử bắn ra với vận tốc $\overrightarrow{v_1}' = -\overrightarrow{v_1}$ do đó:

$$|\overrightarrow{v_1}| = |\overrightarrow{v_1}| = v_x$$

Khi đó theo định lý về động lượng, ta có:

$$\overrightarrow{mv_1}$$
, $-\overrightarrow{mv_1} = -\overrightarrow{mv_1} - \overrightarrow{mv_1} = \overrightarrow{f\Delta}t$

 \mathring{O} đây là lực tác dụng của thành bình lên phân tử khí và ắt là thời gian va chạm trung bình. Chiếu đẳng thức vectơ trên theo phương x (chiều dương theo vecto $\overset{\rightharpoonup}{v_1}$ ta có:



Theo định luật III Niutơn ta có lực nén do một phân tử khí tác dụng lên thành bình là:

$$f' = -f = \frac{2mv_x}{\Delta t}$$

Gọi n_{ox} là mật độ phân tử có vận tốc v_x , khi đó số phân tử chứa trong hình trụ đáy S, chiều cao $v_x \Delta t$ là:

$$n_{ox}(v_x.\Delta t.S)$$

Vỉ trên phương x có hai chiều chuyển động ngược nhau nên trong n_{ox} phân tử chỉ có $n_{ox}/2$ số phân tử trung bình chuyển động theo phương x đến đập vào diện tích s.

Vậy áp lực do số phân tử có vận tốc v_x đến va chạm vào diện tích s của thành bình gây ra là:

$$\vec{f_x} = \frac{n_{ox}}{2} (v_x.\Delta t.S) \frac{2mv_x}{\Delta t} = n_{ox} m v_x^2.S$$

Nhưng các phân tử có vận tốc v_x khác nhau $(v_{1x}, v_{2x}, ..., v_{ix}, ...)$, nên số phân tử có vận tốc khác nhau sẽ gây nên áp lực f'x lên diện tích S cũng khác nhau $(f'_{1x'}, f'_{2x'}...)$ $f'_{ix'}$...). Vậy áp lực tổng cộng do các phân tử này gây nên trên thành bình S là:

$$F \;=\; \Big(\sum_{v_x} n_{ox}.m.v_x^2\big).S$$

$$\frac{\sum_{v_x} n_{ox}v_x^2}{v_x^2} = \frac{\frac{v}{v_x}n_{ox}v_x^2}{n_{ox}}$$

Với n_0 là tổng số phân tử trong một đơn vị thể tích (mà vận tốc v_x có mọi giá trị); còn $\overline{v_x^2}$ gọi là giá trị trung bình của v_x^2 , kết quả:

$$F = n_0 \cdot m \cdot \overline{v_x^2} \cdot S$$

Vì vận tốc của các phân tử có theo mọi hướng, chứ không phải tát cả đều theo phương x, nên tổng quát vận tốc \overrightarrow{v} của phân tử có ba thành phần v_x , v_y , v_z sao cho:

$$\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_{\mathbf{x}}^2 + \mathbf{v}_{\mathbf{y}}^2 + \mathbf{v}\mathbf{u}_{\mathbf{z}}^2$$

Lấy trung bình hai vế:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

nhưng vì các phân tử chuyển động hỗn loạn không có phương ưu tiên nên:

$$\overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}^2} = \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{y}}^2} = \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{z}}^2} = \frac{1}{3}\overline{\mathbf{v}^2}$$

Vậy áp lực tổng cộng lên thành bình S là:

$$F = \frac{1}{3} \cdot n_o \cdot m \cdot \overline{v^2} \cdot S$$

Kết quả áp suất tác dụng vào thành bình do lực này gây nên là:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} \cdot n_o \cdot m \cdot v^2$$
 (8.5)

Đây là phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử.

Có thể viết phương trình (8.5) theo dạng:

$$P = \frac{2}{3} n_o \left(\frac{m \overline{v^2}}{2} \right)$$

trong đó $\frac{m\overline{v^2}}{2} = \overline{W}_d$ động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến của phân tử (gọi tắt là đông năng tinh tiến trung bình). Vây:

$$P = \frac{2}{3} n_o \widetilde{W}_d \tag{8.6}$$

Bây giờ ta biểu diễn W_d theo nhiệt độ tuyệt đối T của khối khí. Theo phương trình trạng thái khí lý tưởng (cho một mol):

$$PV = RT$$

thay (8-6) vào ta có:

$$\frac{2}{3} n_o \cdot V \cdot \overline{W}_d = RT$$

trong đó n_ov là số phân tử trong một mol bằng số Avogađro N_A. Vậy:

$$\frac{2}{3}N_A\overline{W}_d = RT$$

$$\overline{W}_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_\Delta} \cdot T$$

Tỷ số $\frac{R}{N_A} = K_B = 1,38.10^{-23} \text{ j/k}$ được gọi là hằng số Bônxman.

Kết quả ta được:

$$\overline{W} = \frac{3}{2} K_{B} T \tag{8.7}$$

Biểu thức này là động năng tịnh tiến trung bình của phân tử, được thiết lập cho các phân tử khí có cấu tạo đơn nguyên tử.

- b) Số bậc tự do. Định luật phân bố đều năng lượng theo bậc tự do
- Số bậc tư do:

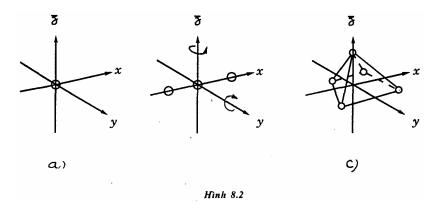
Số bậc tự do là số cách độc lập mà phân tử thu được năng lượng.

Số bậc tự do của phân tử có liên quan đến cấu tạo của phân tử. Đối với khí đơn nguyên tử: phân tử được cấu tạo chỉ bởi một nguyên tử, do đó có thể coi phân tử như một chất điểm và năng lượng ứng với chuyển động quay quanh trục bất kỳ đều quá bé so với năng lượng của chuyển động tịnh tiến. Đối với khí có phân tử cấu tạo từ hai nguyên tử trở lên thì phân tử có thể thêm năng lượng từ chuyển động quay.

- Định luật phân bố đều lăng lượng theo bậc tự do:

Để tính đến khả năng phân tử có thể có năng lượng từ những dạng chuyến động khác nhau, Maxwell đã đưa ra định luật phân $b\mathring{o}$ đều năng lượng theo bậc tự do:

Mỗi một loại phân tử có số bậc tự do i nhất định. Mỗi bậc tự do tương ứng với một năng lượng trung bình là $\frac{K_BT}{2}$ cho một phân tử.



Đối với chuyển động tịnh tiến có 3 bậc tự do tương ứng với ba trục tọa độ vuông góc mà dọc theo ba trục đó chuyển động của phân tử có thể thực hiện. Đối với chuyển động quay, phân tử đơn nguyên tử không có bậc tự do nào (như vậy với phân tử đơn nguyên tử có ba bậc tự do i=3). Đối với phân tử 2 nguyên tử mà khoảng cách nối tâm hai nguyên tử không đổi, thì có hai bậc tự do quay tương ứng với hai trục tọa độ vuông góc mà phân tử có thể thu được năng lượng quay (H. 8.2b).

Các phân tử hai nguyên tử không thu được năng lượng ở trục quay thứ 3 là trục nối tâm hai nguyên tử, vì quán tính quay quanh trục này gần bằng 0 (với phân tử hai nguyên tử có 5 bậc tự do i = 3 + 2 = 5). Phân tử có cấu tạo từ ba nguyên tử trở lên có 6 bâc tự do (i = 3): 3 tịnh tiến và 3 quay.

c) Nội năng khí lý tưởng

Từ các kết quả trên ta cô thể tính được nội năng của khí lý tưởng. Vì các phân tử khí lý tưởng không tương tác với nhau, nên nội năng khí lý tưởng bằng tổng động năng của các phân tử khí.

Trong trường hợp tổng quát, động năng trung bình của mỗi phân tử là:

$$\overline{W}_{d} \; = \; \frac{i}{2} \; . \; K_{B}.T$$

Với i là số bậc tự do của phân tử.

Vậy nội năng của một một khí lý tưởng có N phân tử là:

$$U = N.\overline{W}_d = \frac{i}{2}.N.K_B.T$$

hay:

$$U = \frac{i}{2} \cdot R.T \tag{8.8}$$

Đối với một khối khí lý tưởng có khối lượng m, nội năng của khối khí đó là

$$= \frac{\text{mi}}{u2} \cdot \text{R.T} \tag{8.9}$$

Kết luận: nội năng của một khối khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của khối khí ấy.

8.3. NGUYÊN KÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Phát biểu

Khi một hệ trao đổi năng lượng với môi trường thông qua sự thực hiện công cơ học và sự trao đổi nhiệt, thì định luật bảo toàn và biến đổi năng lượng khi đó được biểu diễn dưới dạng: độ biến thiên năng lượng toàn phần ΔW của hệ trong một quá trình biến đổi vĩ mô có giá trị bằng tổng công A và nhiệt Q mà hệ nhận được trong quá trình đó:

$$\Delta W = A + Q \tag{8.10}$$

So với định luật bảo toàn năng lượng trong cơ học, ở đây định luật đã được mở rộng hơn cho cả hệ không cô lập. Trong đó, năng lượng của hệ có thể trao đổi thông qua trao đổi công hoặc nhiệt.

Trong nhiệt học ta giả thuyết rằng cơ năng của một hệ không đổi $(W_d + W_t = const)$ đo đó sự thay đổi năng lượng ở đây chỉ là sự thay đổi nội năng ; theo (7.4) $\Delta W = \Delta U$ và (8.10) có dạng:

$$\Delta U = A + Q \tag{8.11}$$

Như vậy trong một quá trình biến đổi, độ biến thiên nội năngg của hệ có giá trị bằng tồng công và nhiệt mà hệ nhận được trong quá trình đó.

Đây chính là phát biểu của nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học (trường hợp riêng của định luật bảo toàn và biến đổi năng lượng).

Ta có thể phát biểu nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học theo dạng khác:

Nếu A và Q là công và nhiệt mà hệ nhận được thì A' = -A, $Q_{1} = -Q$ là công và nhiệt mà hệ sinh ra; và từ (7.11) ta có:

$$Q = \Delta U + A' \qquad (8.11')$$

Khi đó nguyên lý thứ nhất có thể phát biểu như sau: Nhiệt truyền cho hệ trong một quá trình có giá trị bằng độ biến thiên nội năng của hệ và công do hệ sinh ra trong quá trình đó.

Nhận xét:

- Nếu A>0 và Q>0 thì $\Delta U>0$: khi hệ thực sự nhận công và nhiệt từ bên ngoài thì nội năng của hệ tăng. Nếu A<0 và Q<0 thì $\Delta U<0$: khi hệ thực sự sinh công và tỏa nhiệt ra bên ngoài thì nội năng của hệ giảm.

2. Hệ quả

a) Đối với hệ cô lập (không trao đổi công và nhiệt với bên ngoài) thì A=Q=0, và theo (8.11) ta có:

$$\Delta U = 0$$
, hay $U = const.$

Vậy nội năng của hệ cô lập được bảo toàn.

Nếu hệ cô lập gồm hai vật chỉ trao đổi nhiệt với nhau và giả sử nhiệt lượng mà chúng nhận được trong quá trình trao đổi nhiệt trong hệ là Q_1 , Q_2 thì khi đó nhiệt lượng hệ nhận được từ bên ngoài là:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0$$

$$Q_1 = - Q_2$$

Nếu $Q_1 < 0$: vật 1 tỏa nhiệt, thì $Q_2 > 0$: vật 2 thu nhiệt và ngược lại. Như vậy trong một hệ kín nhiệt lượng vật này tỏa ra bằng nhiệt lượng mà vật kia thu vào (hệ hai vât).

b) Trường hợp hệ làm việc theo chu trình, nghĩa là sau một loạt các biến đổi, hệ lại trở về trạng thái ban đầu. Khi đó $\Delta U = 0$ và theo (8. 11):

$$A = -Q$$

Nếu A>0 thì Q<0 nghĩa là trong một chu trình, công mà hệ nhận được có giá trị bằng nhiệt do hệ tỏa ra bên ngoài. Nếu A<0 thì Q>0: công do hệêsinh ra có giá trị bằng nhiệt mà hệ nhận được từ bên ngoài.

Nếu hệ chịu một biến đổi vô cùng nhỏ thì nguyên lý thứ nhất có thế viết:

$$dU = \delta A + \delta Q \tag{8.11}$$

trong đó dU là độ biến thiên nội năng của hệ (vì nội năng U là một hàm trạng thái, nên dU là vi phân của hàm U), còn δA và δQ là những phần năng lượng được truyền vô cùng nhỏ (vì A và Q là những hàm của quá trình).

3. Ý nghĩa của nguyên lý thứ nhất

- Đóng vai trò quan trọng trong nhận thức tự nhiên:

Theo Ăngen: "nguyên lý thứ nhất chính là định luật bảo toàn và biến đổi vận động; đó là một quy luật tuyệt đối của tự nhiên".

- Đóng vai trò quan trọng trong khoa học kỹ thuật:

Nguyên lý thứ nhất giúp cho các nhà khoa học và triết học hiểu đúng sự biến đổi và bảo toàn năng lượng trong các quá trình vĩ mô bsg đồng thời khẳng định: không thể nào chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại một; nghĩa là không thể chế tạo động cơ mà công do nó sinh ra lớn hơn năng lượng truyền cho nó hoặc động cơ sinh công mà không cần nhận thêm năng lượng từ bên ngoài.

8.4. DÙNG NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC ĐỂ KHẢO SÁT CÁC QUÁ TRÌNH CÂN BẰNG CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

1. Trạng thái cân bằng. Quá trình cân bằng

a) Định nghĩa:

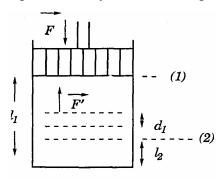
Trạng thái cân bằng của hệ là trạng thái không biến đổi theo thời gian dù rằng các quá trình của ngoại vật có biến đổi.

Một trạng thái cân bằng được xác định bôi một số thông số trạng thái nào đó. Với hệ là một khối khí nhất định, thì mỗi trạng thái cân bằng của nó được xác định bằng hai trong ba thông số P, V, T và trên đồ thị (P, V) trạng thái cân bằng của hệ được biểu diễn bằng một điểm.

Trạng thái cân bằng của hệ sẽ tồn tại mãi, nếu hệ không tương tác với ngoại vật (hệ không trao đổi công và nhiệt). Đối với một hệ vĩ mô khi trao đổi công hoặc nhiệt, hoặc cả hai dạng đó với ngoại vật thì trạng thái cân bằng của hệ thay đổi.

b) Quá trình cân bằng

Nếu hệ có một quá trình biến đổi gồm một chuỗi liên tiếp các trạng thái cân bằng thì quá trình đó gọi là quá trình cân bằng. Đây là một quá trình cân bằng lý tưởng, vì thực tế khi một trạng thái cân bằng mới được thiết lập thì trạng thái cân bằng trước đó phải bị phá hủy, nghĩa là trạng thái có thay đổi theo thời gian.



Hình 8.3

Chẳng hạn khi nén khối khí xác định trong một xilanh có píttông (H. 8.3). Nếu nén khí nhanh thì áp suất khí ở sát píttông sẽ tăng nhanh hơn chỗ khác. Quá trình nén khí này là một quá trình không cân bằng. Các thông số trạng thái của hệ trong quá trình này luôn luôn thay đổi. Vì thế các trạng thái của quá trình không cân bằng không thể biểu diễn trên đồ thị (P, V) được. Tuy nhiên, nếu nén khi rất chậm sao cho sự chênh lệch áp suất (cũng như nhiệt độ) và mật độ ở các phần khác nhau của khối khí có thể bỏ qua, thì mỗi trạng thái của hệ có thể coi là cân bằng. Trên đồ thị (P, V) quá trình cân bằng được biểu diễn bằng một đường liên tục (H. 8.4) quá trình nén khí cân bằng.

2. Công và nhiệt trong quá trình cân bằng

a) Công trong quá trình cân bằng

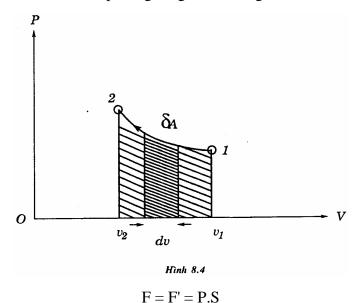
Xét tiếp thí dụ ở hình 8.3. Giả sử ngoại lực \vec{F} tác dụng lên píttông làm nén khối khí biến đổi theo một quá trình cân bằng từ thể tích V_1 đến V_2 ứng với đoạn dịch chuyển nhỏ dl của píttông (vì khối khí bị nén nên dl < 0), thì khối khí thực sự nhận

được một công là:

$$\delta A = -Fdl$$

Vì $\delta A > 0$, dl < 0 nên vế phải có dấu trừ.

Để quá trình là cân bằng thì lực \vec{F} do khối khí.tác dụng lên píttông phải luôn luôn có giá trị bằng ngoại lực \vec{F} tác dụng lên píttông (F' = F). Nếu P là áp suất của khí lên píttông và S là diện tích của píttông thì giá trị của ngoại lực F là:



và khi đó:

$$\delta A = -P.S.di = -PdV$$

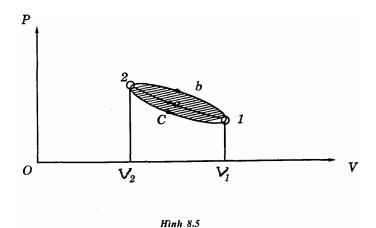
trong đó dV = Sdl là độ biến thiên thể tích của khối khí ứng với dịch chuyển dl (dV < 0)

Vậy công mà khối khí nhận được trong quá trình nén cân bằng từ thể tích V_1 đến V_2 là:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \delta A = -\int_{V_1}^{V_2} P dV$$
 (8.12)

Công A có giá trị dương và về trị số đúng bằng độ lớn diện tích ứng với phần $(1v_1v_22)$ trên (H. 8.4).

Nếu khối khí trên giãn nở từ thể tích V_1 đến V_2 ($V_2 > V_1$) theo các con đường khác nhau: $1a_2$: 1b2 hoặc 1c2 (H. 8.5) thì công A mà khối khí nhận được tính theo (8.12) đều có giá trị âm, nghĩa là khối khí thực sự sinh công. Nếu quá trình tiến hành theo một chu trình 1b2c1: gồm quá trình giãn 1b2 và quá trình nén 2c1, thì công toàn phần do khối khí sinh ra có trị số đúng bằng độ lớn điện tích 1b2c1.



b) Nhiệt trong quá trình cân bằng - nhiệt dung

Nhiệt dung riêng: theo định nghĩa nhiệt dung riêng c có trị số bằng lượng nhiệt cần thiết truyền cho một đơn vị khối tượng để nhiệt độ của nó tăng lên 1 độ.

Nhiệt dung riêng được quy định không phải cho bản thân một vật nào đó mà cho một đơn vị khối lượng của chất làm vật đó. Vì thế ta có thể so sánh nhiệt dung riêng của các chất khác nhau.

Gọi ∂Q là lượng nhiệt truyền cho một vật có khối lượng m trong một quá trình cân bằng nào đó để nhiệt độ của nó biến thiên một lượng là dT, thì:

$$c = \frac{\delta Q}{m.dT}$$
 (8.13)

Vì nhiệt δQ là hàm của quá trình, nên giá trị của nhiệt dung riêng phụ thuộc vào điều kiện tiến hành quá trình cân bằng (đẳng tích hay đẳng áp). Nhiệt dung riêng chỉ có một giá trị xác định nếu hệ nhận nhiệt trong các điều kiện xác định.

Để tiện lợi trong tính toán, người ta còn đưa thêm vào khái niệm nhiệt dung phân tử C. Đó là một đại lượng có trị số bằng lượng nhiệt cần thiết truyền cho một mol chất đó (có khối lượng μ) để nó nóng lên 1 độ:

$$C = \frac{\delta Q}{\frac{m}{\mu} \cdot dT} = \mu \cdot \frac{\delta Q}{m \cdot dT} = \mu \cdot c$$

$$\left(\frac{m}{\mu} \text{ là số mol}\right)$$
(8.14)

trong hệ SI, đơn vị của c là J/kgK, còn đơn vị của C là J/molK

Từ (8.14) ta có biểu thức nhiệt trong quá trình cân bằng:

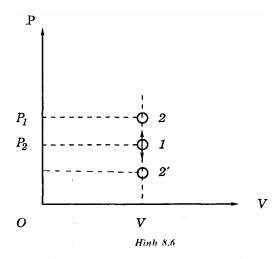
$$\delta Q = \frac{m}{u} \cdot C.dT \tag{8.15}$$

3. Quá trình đẳng tích

Quá trình đẳng tích là quá trình trong đó thể tích của hệ không đổi:

$$v = const (8.16)$$

Trên đồ thị (P, V) quá trình đẳng tích được biểu diễn bằng một đoạn thẳng song song với trục OP (H. 8.6).



Chẳng hạn: đoạn 1-2 biểu diễn quá trình hơ nóng đẳng tích từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 ($V_1 = V_2 = V$); đoạn 1-2' biểu diễn quá trình làm lạnh đẳng tích ($V_1 = V_2$ ' = V) từ trạng thái 1 sang trạng thái 2' (H. 8.6).

Khi đó theo phương trình trạng thái khí lý tưởng ta có:

$$\frac{P}{T} = \text{const}$$
 hay $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

Từ đây ta có thể xác định được áp suất và nhiệt độ của khối khí δ trạng thái 1 (P_1T_1) và 2 (P_2T_2) .

Vì V = const do dó dộ biến thiên thể tích dV = 0 nên công mà khối khí nhận được trong quá trình đó là:

$$A = -\int_{\nu_1}^{\nu_2} p.dV = 0$$
 (8.17)

Nếu nhiệt độ khối khí lúc đầu (trạng thái 1) là T_1 , lúc cuối (trạng thái 2) là T_2 thì nhiệt lượng khối khí trong quá trình đẳng tích đó là (theo 8.15):

$$Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\nu} \cdot \int_{T_{\nu}}^{T_{\nu}} dT = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\nu} (T_{2} - T_{1}) = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\nu} \cdot \Delta T \quad (8.18)$$

Ở đây $\Delta T=T_2-T_1$ là độ biến thiên nhiệt độ của khối khí và C_v là nhiệt dung phân tử đẳng tích của chất khí.

Theo nguyên lý thứ nhất ta có thể tính được độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá trình đẳng tích:

$$\Delta U = A + Q = Q \tag{8.19}$$

Như vậy trong quá trình đẳng tích: độ biến thiên nội năng của khối khí đúng bằng nhiệt mà khối khí nhận được trong quá trình đó. .

Vì nội năng của khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của khối khí và được xác định theo công thức $U=\frac{m}{\mu}.\frac{i}{2}.RT$ nên độ biến thiên nội năng của khí lý tưởng là:

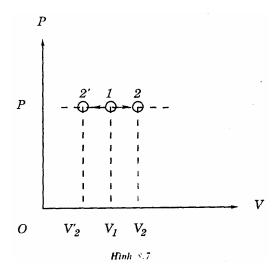
$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R\Delta T \qquad (8.20)$$

Thay (8.18), (8.20) vao (8.19), ta được biểu thức nhiệt dung phân tử đẳng tích của khí lý tưởng:

$$C_{v} = \frac{i}{2}.R \tag{8.21}$$

4. Quá trình đẳng áp

Đó là một quá trình trong đó áp suất của khối khí không đổi: P = const (8.22) Quá trình đẳng áp được biểu diễn trên đồ thị (P, V) bằng một đoạn thẳng song song với truc OV (H. 8.7).



Thí dụ: quá trình đốt nóng rồi làm lạnh từ từ một khối khí xác định trong một xilanh với thông chuyển đóng tự do có thể coi như là các quá trình tăng áp:

Đoạn 1 - 2 ứng với quá trình lân đẳng áp từ trạng thái 1 sang trạng thái 2; đoạn 1 - 2 ứng với quá trình nén (làm lạnh) đẳng áp từ trạng thái 1 sang trạng thái 2.

Trong quá trình đẳng áp phương trình mô tả trạng thái của khối khí (định luật Gay 'Luyxtânn:

$$\frac{V}{T} = \text{const}, \text{ hay } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Từ đây ta có thể xác định được thể tích và nhiệt độ của khối khí ở trạng thái đầu $(V_1,\,T_1)$ và trạng thái cuối $(V_2,\,T_2)$ của quá trình đẳng áp. Công khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp:

$$A = -\int_{V_1}^{V_2} P.dV = P(V_1 - V_2)$$
 (8.23)

Nhiệt khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp:

$$Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \frac{m}{\mu} \cdot Cp \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} \cdot Cp \cdot \Delta T$$
 (8.24)

ở đây $\Delta T = T_2$ - T_1 , Cp, là nhiệt đung phân tử đẳng áp của khí.

Theo nguyên lý thứ nhất, độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá trình đẳng áp là:

$$\Delta U = A + Q = P(V_1 - V_2) + \frac{m}{\mu} \cdot Cp.\Delta T$$
 (8.25)

vì nội năng khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nên trong quá trình đẳng áp độ biến thiên nội năng cũng được xác định theo (8-20):

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T$$

Mặt khác từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng $PV = \frac{m}{\mu}.R.T$, đối với quá trình đẳng áp ta có:

$$P(V_1 - V_2) = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot (T_1 - T_2) = -\frac{m}{\mu} \cdot R \cdot \Delta T$$

Thay các biểu thức trên vào (8.25), ta tính được nhiệt dung phân tử đẳng áp của khí lý tưởng:

$$Cp = \frac{i+2}{2} . R$$
 (8.26)

Từ đây ta có hệ thức Maye:

$$\label{eq:cp} \begin{array}{l} Cp \, - \, \frac{i\,R}{2} \, = \, R \\ \\ Cp \, - \, C\nu \, = \, R \end{array} \tag{8.27}$$
 còn tỷ số :

$$\frac{\mathrm{Cp}}{\mathrm{Cv}} = \frac{\mathrm{i} + 2}{\mathrm{i}} = \gamma \tag{8.28}$$

được gọi là hệ số Poatxông (chỉ số đoạn nhiệt).

Từ (8.27), ta thấy Cp > Cv. Két quả này là hiển nhiên vì trong quá trình đẳng tích nội năng chi dùng để tăng nhiệt độ của hệ; còn trong quá trình đẳng áp nội năng còn dùng để thực hiện công ra ngoài sao cho áp suất khối khí không đồi.

Chú ý: Theo lý thuyết cổ điển về nhiệt dung, các nhiệt dung phân tử (Cv, Cp) của khí lý tường chỉ phụ thuộc số bậc tự do của phân tử khí, mà không phụ thuộc vào nhiệt độ; nhưng theo thực nghiệm thì nhiệt dung phân tử phụ thuộc vào nhiệt độ. Ở các

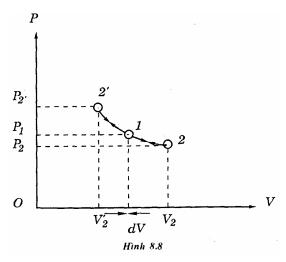
nhiệt độ thấp thì nó giảm theo nhiệt độ, còn ở khoảng nhiệt độ thường và cao nó là hằng số. Lý thuyết cổ điển về nhiệt dung chỉ phù hợp với thực nghiệm chỉ đối với khí có cấu tạo đơn nguyên tử và hai nguyên tử ở nhiệt độ thường. Các kết quả thực nghiệm chỉ được giải thích trọn vẹn khi dùng lý thuyết lượng tử.

5. Quá trình đẳng nhiệt

Đó là quá trình có nhiệt độ không thay đổi:

$$T = const (8.29).$$

Trên đồ thị PV quá trình đẳng nhiệt được biểu diễn bằng một đoạn hypecbol $(H\:.\:8.8\:).$



Thí dụ: Quá trình giãn hoặc nén một khối khí xác định trong bình điều nhiệt lý tưởng hoặc tiếp xúc với một môi trường lớn có nhiệt độ không đổi. Đoạn 1-2 ứng với quá trình giãn đẳng nhiệt, đoạn 1-2' ứng với quá trình nén đẳng nhiệt.

Phương trình trạng thái của quá trình đẳng nhiệt (định luật Bôi - Mariot) là:

$$PV = const (8.30)$$

hay $P_1V_1 = P_2V_2$

Từ đây ta xác đinh được áp suất và thể tích của khối khí lúc đấu (P_1V_1) và lúc cuối (P_2V_2) của quá trình đẳng nhiệt. Công khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt là:

$$A = -\int_{V_1}^{V_2} P.dV$$

Theo phương trình trạng thái của khí lý tưởng $PV = \frac{m}{\mu}.R.T$, ta có:

$$A = -\frac{m}{u} \cdot RT \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{u} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$$
 (8.31)

Từ (8.30) ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$ và (8.31) có thể viết:

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \ln \frac{P_2}{P_1}$$
 (8.31')

Trong quá trình động nhiệt $\Delta T=0$, nên độ biến thiên nội năng của khối khí lý tưởng là: $\Delta U=\frac{m}{\mu}.\frac{iR}{2}.\Delta\Delta=0$, nghĩa là nội nàng của khối khí tưởng không đổi: U=const.

Từ nguyên lý thứ nhất: $\Delta U = A + Q$, với $\Delta U = 0$, ta suy ra nhiệt mà khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt:

$$Q = -A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \ln \cdot \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} \cdot RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$
 (8.32)

Nếu A>0 thì Q<0: trong quá trình nén đẳng nhiệt khối khí nhận công để tỏa nhiệt, còn nếu A<0 thì Q>0 trong quá trình giãn đẳng nhiệt khối khí nhận nhiệt để sinh công.

6. Quá trình đoan nhiệt

Đó là quá trình hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài: Q = 0 (hay $\delta Q = 0$)

Thí dụ: quá trình nén hay giãn một khối khí xác định trong một bình có vỏ cách nhiệt lý tưởng.

Theo nguyên lý thứ nhất: $\delta U = A + Q$, với quá trình đoạn nhiệt Q = 0, ta tính được công và đô biến thiên nôi năng của khối khí trong quá trình đoạn nhiệt là:

$$A = \Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T \qquad (8.33)$$

Với một quá trình biến đổi vô cùng nhỏ đoạn nhiệt ($\partial Q = 0$) ta có:

$$\delta A = dU = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R.dT$$
 (8.33')

Từ đây ta có thể tìm được phương trình liên bệ giữa các thông số trạng thái của quá trình đoạn nhiệt:

Ta có $\delta A = - PdV$ và $Cv = \frac{i}{2}$. R, do đó (8.33') có dạng:

$$-PdV = \frac{m}{u} \cdot C\nu.dT \qquad (8.33'')$$

Thay $P = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V}$ phương trình trạng thái khí lý tưởng rào (8.33") ta được:

$$-RT\frac{dV}{V} = C_V.dT$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V}.\frac{dV}{V} = 0$$
 (8.34)
$$vi \frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{Cp}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

nên tích phân phương trình (8.34) ta có:

$$lnT + (\gamma - 1)lnV = const$$

hay:

$$ln(T.V^{\gamma-1}) = const$$

Suy ra:

$$T.V^{\gamma-1} = const \tag{8.35}$$

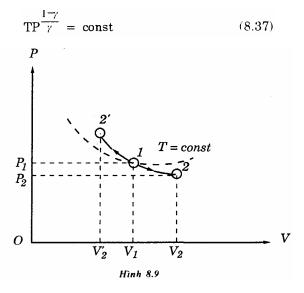
Phương trình này cho biết mối liên hệ giữa T và V trong quá trình đoạn nhiệt.

Thay
$$T = \frac{PV}{\frac{m}{u} \cdot R}$$

vào (8.35) ta có mối liên hệ giữa P và V:

$$PV^{\gamma} = const \tag{8.36}$$

Để có mối liên hệ giữa T và P, ta thay $V = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{P}$ vào (8.35) hay (8.36), ta có:



Từ phương trình PV''= const ta có thể biểu diễn quá trình đoạn nhiệt trên đồ thị (P,V) bằng một đoạn đường cong (H.8.9). Trong đó đoạn 1-2 ứng với quá trình giãn đoạn nhiệt, ta thấy đoạn này đường đoạn thẳng đi xuống nhanh hơn đường đẳng nhiệt (PV=const). Vì trong quá trình đoạn nhiệt $\delta Q=0$, nên $dU=\delta A$, khi giãn đoạn nhiệt thì $\delta A<0$, do đó dU<0 và dT<0, nghĩa là nhiệt độ khối khí giảm, vì thế đường đoạn

nhiệt đi xuống nhanh hơn đường đẳng nhiệt. Còn đoạn 1-2' ứng với quá trình nén đoạn nhiệt, khi nén đoạn nhiệt $\delta A>0$, do đó dU>0 và dT>0, nghĩa là nhiệt độ khối khí tăng lên, vì thế đường đoạn nhiệt đi lên nhanh hơn đường đẳng nhiệt.

Kết quả đường đoạn nhiệt dốc hơn đường đẳng nhiệt.

Từ các phương trình liên hệ (P, V, T) ta có thể tính công $A = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta R$ theo các dạng sau:

$$A = -\int_{v_1}^{v_2} P dV,$$

theo (8.35) $PV^{\gamma} = PV_1^{\gamma}$, ta có:

$$P = \frac{P_I V_I^{\gamma}}{V^{\gamma}}$$

khi đó:

$$A = -P_{1}V_{1}^{\gamma}\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}}\frac{dV}{V^{\gamma}} = -P_{1}V_{1}^{\gamma}\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}}\frac{dV^{1-\gamma}}{1-\gamma} = \frac{P_{1}V_{1}^{\gamma}}{\gamma-1}\left[V_{2}^{1-\gamma} - V_{1}^{1-\gamma}\right]$$

$$\Rightarrow A = \frac{P_{1}V_{1}}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_{2}}{V_{1}}\right)^{1-\gamma} - 1\right]$$
(8.38)

hoặc từ $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ ta có:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

thay vào (8.38) ta được:

$$A = \frac{V_1 P_1}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1 - \gamma}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{V_2}{V_1} \right) \left(\frac{P_2}{P_1} \right) - 1 \right]$$

$$\Rightarrow A = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$
(8.39)

hoặc thay $P_1V_1=\frac{m}{\gamma}$. R.T $_1$ vào (8.38) ta có :

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1 - \gamma} - 1 \right]$$
 (8.40)

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]$$
 (8.41)

Chuong 9

NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

9.1. NHỮNG HẠN CHẾ CỦA NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG HỌC

Từ nội dung của nguyên lý thứ nhất ta thấy: mọi quá trình vĩ mô trong tự nhiên đều phải tuân theo nguyên lý thứ nhất. Vấn đề đặt ra là: một quá trình vĩ mô phù hợp với nguyên lý thứ nhất liệu có thể xảy ra trong thực tế hay không? Ta hãy xét vài thí du:

- Cho hai vật nóng và lạnh tiếp xúc với nhau. Thực tế chỉ có nhiệt truyền từ vật nóng sang vật lạnh hơn, mà không cần qua vật trung gian khác, không cần tác động bên ngoài. Nghĩa là quá trình đó hoàn toàn tự xảy ra: còn quá trình nhiệt truyền từ vật lạnh sang vật nóng để vật lạnh lại càng lạnh đi và vật nóng lại nóng lên là hoàn toàn không tự xảy ra trong thực tế.
- Hai bình chứa khí có áp suất khác nhau: nếu thông tự nhiên hai bình với nhau thì các phân tử khí sẽ dồn từ bình áp suất cao sang bình áp suất thấp, tiến tới khí cân bằng trong hai binh; còn thực tế khí không tự dồn từ bình có áp suất thấp sang bình có áp suất cao để áp suất hai bình ngày càng lệch nhau.

Từ các thí dụ trên ta thấy:

Nguyên lý thứ nhất không cho biết chiều diễn biến của quá trình thực tế xảy ra.

Nguyên lý thứ nhất cho rằng: công và nhiệt tương đương nhau và có thể chuyển hóa lẫn nhau. Lần nữa, đó là hạn chế của nguyên lý thứ nhất. Vì thực tế công có thể hoàn toàn biến thành nhiệt, còn nhiệt không thể hoàn toàn biến thành công. Thí dụ khi dùng cưa để cưa gỗ thì lưỡi cưa nâng lên. Sau đó cho cưa dừng lại và cung cấp cho nó một nhiệt lượng đúng bằng nhiệt lượng khi nó đang cưa, thì lưỡi cưa tự nó không thể chuyển động để cưa gỗ được. Thực tế quà trình này không xảy ra.

Nguyên lý thứ nhất cũng không đề cập tới chất lượng của nhiệt. Trong thực tế cùng một nhiệt lượng Q lầy ở môi trường có nhiệt độ cao có chất lượng cao hơn nhiệt lượng đó lấy ở môi trường có nhiệt độ thấp hơn.

Các hạn chế trên đây của nguyên lý thứ nhất được khắc phục nhờ nguyên lý thứ II của nhiệt động lực học. Để đi đến nguyên lý thứ II trước hết ta nghiên cứu khái niệm quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch.

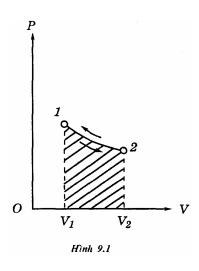
9.2. QUÁ TRÌNH THUẬN NGHỊCH VÀ KHÔNG THUẬN NGHỊCH

1. Định nghĩa

Quá trình thuận nghịch là quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2, khi hệ có thể tiến hành theo chiều ngược lại đi qua các trạng thái trung gian như

trong quá trình thuận.

Để lặp lại được trạng thái đã qua thì trạng thái đã qua này phải có các thông số trạng thái xác định, nghĩa là nó phải là trạng thái cân bằng. Còn nếu mà trạng thái không cân bằng thì các thông số trạng thái của hệ không có giá trị xác định do đó hệ không thể lặp lại trạng thái này khi nó đã qua. Như vậy quá trình thuận nghịch phải là quá trình cân bằng. Quá trình thuận nghịch trên đồ thị (P, V) được biểu diễn bằng hai quá trình trùng nhau: Quá trình thuận và quá trình nghịch, vì quá trình nghịch qua các trạng thái trung gian như quá trình thuận (H. 9.1).



Công A mà hệ nhận được trong quá trình nghịch (2-1) (A > O) có trị số bằng công A' do hệ sinh ra cho bên ngoài trong quá trình thuận (l-2) (|A| = |A|) (bằng độ lớn của diên tích $12v_2v_1$)

Khi trở lại trạng thái đầu (trạng thái 1) nội năng của hệ không đổi, nên độ biến thiên nội năng của hệ trong quá trình thuận nghịch (1-2-1) là $\Delta U=0$. Khi đó nhiệt Q mà hệ nhận được trong quá trình thuận có trị số bằng nhiệt Q' mà hệ đã tỏa ra bên ngoài trong quá trình nghịch (|Q'|=|Q|) (vì $\Delta U=\Delta U_{1-2}+\Delta U_{2-1}=0$) $\rightarrow \Delta U_{2-1}=-\Delta U_{1-2}$; $\Delta U_{1-2}=A+Q \rightarrow Q=\Delta U_{1-2}+A$;

Vì quá trình (1-2) là quá trình giãn nên ở đây A<0 và Q>0 ; A'>0 ; còn $\Delta U_{2\text{-}1}=Q+A \to A=\Delta U_{2\text{-}1}+Q'$;

Vì 2-1 là quá trình nén nên Q < 0 và A > 0; Q' > 0; từ đây ta có:

$$Q \,+\, A = \Delta U_{1\text{--}2} \,+ \Delta U_{2\text{--}1} \,+ A' \,+\, Q' \, \longrightarrow \text{độ lớn } Q' = Q$$

Vậy: đối với quá trình thuận nghịch sau khi tiến hành quá trình thuận và quá trình nghịch để đưa hệ về trạng thái ban đầu thì môi trường xung quanh không hề biến đổi.

Quá trình không thuận nghịch

Trong thực tế quá trình thuận nghịch rất khó thực hiện, vì hệ biến đổi qua một số trạng thái không cân bằng. Khi trạng thái không cân bằng thay đổi thì khó tạo lại được trạng thái đó Những quá trình như thế gọi là quá trình không thuận nghịch.

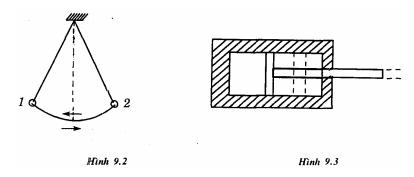
Định nghĩa: Quá trình không thuận nghịch là quá trình mà khi tiến hành theo chiều ngược lai, hệ không qua đầy đủ các trang thái trung gian như quá trình thuận.

Đối với quá trình không thuận nghịch, sau khi tiến hành quá trình thuận và quá

trình nghịch để đưa hệ về trạng thái ban đầu thì môi trường xung quanh bị biến đổi. Vì công và nhiệt mà hệ nhận được từ bên ngoài trong quá trình nghịch không bằng công và nhiệt mà hệ sinh ra cho bên ngoài trong quá trình thuận.

2. Thí dụ

- a) Về quá trình thuận nghịch
- Xét một con lắc đơn dao động không ma sát và có nhiệt độ bằng nhiệt độ môi trường. Khi đó hệ (con lắc đơn) không trao đổi nhiệt với bên ngoài.



Sau quá trình thuận (quá trình 1-2 ứng với nửa chu kỳ đầu) và quá trình nghịch (quá trình 2-1 ứng với nửa chu kỳ sau) (H. 9.2) công tổng cộng của trọng lực sinh ra bằng không. Kết quả là môi trường xung quanh không bị biến đổi.

- Quá trình nén, giãn một khối khí đoạn nhiệt vô cùng chậm trong một xi lanh có vỏ cách nhiệt với bên ngoài là một quá trình thuận nghịch. Vì quá trình đoạn nhiệt (có vỏ cách nhiệt) nên khối khí không trao đổi nhiệt với bên ngoài và vì quá trình nén, giãn khí vô cùng chặm nên khối khí trong quá trình nghịch sẽ đi qua các trạng trái cân bằng trung gian như trong quá trình thuận (giãn). Do đó công mà khối khí nhận được trong quá trình nén bằng công khối khí sinh ra trong quá trình giãn. Kết quả là sau khi trở về trạng thái ban đầu khối khí không trao đổi nhiệt và cóng với bên ngoài và vì vậy môi trường xung quanh không bị biến đổi.

Tóm lại: mọi quá trình cơ học không có ma sát đều có thể coi là quá trình thuận nghịch.

b) Về quá trình không thuận nghịch:

Trong thực tế mà mọi quá trình vĩ mô bao giờ cũng có trao đổi nhiệt với bên ngoài, vì vậy chúng đều là những quá trình không thuận nghịch. Thí dụ: các quá trình xảy ra có ma sát. Do có ma sát, nên khi tiến hành theo chiều thuận và chiều nghịch một phần công đã biến thành nhiệt làm vật khác nóng lên, chứ nhiệt lấy không biến thành công được. Vì vậy sau một quá trình biến đổi không thuận nghịch môi trường xung quanh bị biến đổi. Các quá trình có ma sát đều là quá trình không thuận nghịch.

- Quá trình truyền nhiệt từ vật nóng sang vật lạnh và ngược lại cũng là quá trình không thuận nghịch. Quá trình truyền nhiệt từ vật nóng sang vật lạnh là quá trình tự xảy ra và tiến tới nhiệt độ hai vật bằng nhau; còn quá trình lấy nhiệt từ vật lạnh trả lại

cho vật nóng để chúng trở lại trạng thái ban đầu thì phải có tác dụng của môi trường, nghĩa là môi trường bị biến đổi.

3. Ý nghĩa

- Vì trong thực tế các quá trình xảy ra đều là quá trình không thuận nghịch, nên việc nghiên cứu nó đóng vai trò quan trọng trong việc xây dựng nguyên lý thứ hai của nhiệt động lực học.
- Trong hai chiều diễn biến của quá trình vĩ mô không thuận nghịch thì chỉ có một chiều tự khắc xảy ra dẫn hệ tới trạng thái cân bằng. Khi hệ đã ở trạng thái cân bằng rồi thì trong hệ không thể tự phát dẫn tới những trạng thái vĩ mô không cân bằng.
- Quá trình thuận nghịch tuy là quá trình lý tưởng, song việc nghiên cứu nó đã đóng góp cho việc thiết lập biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai. Mặt khác quá trình thuận nghịch là quá trình lợi nhất về công không bị mất mát vì ma sát) và nhiệt (không bị tỏa nhiệt cho môi trường xung quanh) nên được ứng dụng để tạo ra động cơ nhiệt sao cho hoạt động theo những quá trình càng gần quá trình thuận nghịch càng có lợi.

9.3. NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Máy nhiệt

Máy nhiệt là một hệ biến nhiệt thành công hay biến công thành nhiệt.

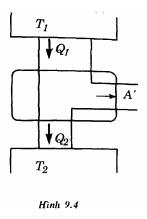
Các chất vận chuyển làm nhiệm vụ biến đổi đó trong máy nhiệt gọi là *các tác nhân*. Khi máy nhiệt hoạt động, tác nhân trao đổi nhiệt với hai nguồn nhiệt: nguồn nhiệt có nhiệt độ cao gọi là nguồn nóng và nguồn nhiệt có nhiệt độ thấp hơn gọi là nguồn lạnh. Các máy nhiệt hoạt động một cách tuấn hoàn nên tác nhân trong máy biến đổi theo các chu trình.

a) Động cơ nhiệt

Động cơ nhiệt là một loại máy nhiệt biến nhiệt thành công.

Thí dụ: máy hơi nước, tác nhân tà hơi nước, nguồn nóng là nồi supde, nguồn lạnh là bình ngưng hơi (hình 9.4 mô tả một động cơ nhiệt). Trong các động cơ đốt trong, tác nhân có thế là hơi đốt, ét xăng..., nguồn nóng là buồng đốt nguồn lạnh là mòi trường.

Tác nhân trong động cơ nhiệt biến đổi theo chu trình thuận (đường cong biểu diễn chu trình theo chiều kim đồng hồ) (H. 9.4).



Để đặc trưng cho chất lượng làm việc của động cơ người ta đưa ra đại lượng gọi

là hiệu suất của động cơ (ký hiệu là η)

Nếu trong một chu trình, tác nhân nhận một nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng có nhiệt độ T_1 nhả một nhiệt lượng Q_2 cho nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 và sinh công A, thì theo định nghĩa hiệu suất của động cơ là:

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} \tag{9.1}$$

Vì tác nhân biến đổi theo chu trình nên $\Delta U=0.$ Do đó theo nguyên lý thứ nhất thì:

$$\Delta U = A + Q = 0$$
, ta có: A' = -A = Q.

Ở đây Q là nhiệt lượng mà tác nhân thực sự nhận vào qua trao đổi giữa nó với nguồn nóng và nguồn lạnh trong chu trình:

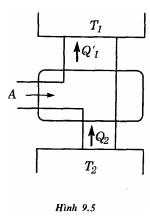
$$Q = Q_1 - Q_2' \rightarrow A' = Q_1 - Q_2'$$

Vì vậy hiệu suất (9.1) có thể viết:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$
 (9.2)

Từ công thức (9.2) ta có $\eta=1$ (hay 100%) khi $Q_2=0$, nghĩa là không có nhiệt lượng thừa truyền cho nguồn lạnh. Động cơ như vậy gọi là động cơ vĩnh cửu loại 2. Động cơ này biến hoàn toàn nhiệt lượng thành công mà chỉ cần trao đổi nhiệt với một nguồn nhiệt. Cho đến nay, thực nghiệm cho biết dù cố gắng đến đâu cũng không bao giờ chế tạo được động cơ như vậy.

b) Máy làm lạnh



Máy làm lạnh là máy nhận công từ bên ngoài để chuyển nhiệt từ nguồn lạnh sang nguồn nóng. Thí dụ: tủ lạnh, máy điều hòa với tủ lạnh thì công nhận từ bên ngoài là do công mô tơ nén khí cung cấp, nguồn lạnh T_2 là buồng lạnh, nguồn nóng là căn phòng đặt tủ lạnh.

Hình 9.5 vẽ mô hình một máy làm lạnh. Trong đó tác nhân biến đổi theo chu

trình nghịch (ngược chiều kim đống hồ). Trong một chu trình, tác nhân nhận công A từ bên ngoài và nhận một nhiệt lượm Q từ nguồn lạnh. Công A và nhiệt lượng Q_2 được tổng hợp thành dạng năng lượng nhiệt Q_1 truyền cho nguồn nóng T_1 .

Để đánh giá hiệu suất làm việc của máy làm lạnh, người ta đưa ra đại lượng gọi là hệ số làm lạnh k:

$$k = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$
 (9.3)

Hệ số làm lạnh càng cao máy làm lạnh càng tốt. Ta thấy: hệ số làm lạnh k vô cùng lớn $(k=\infty)$ khi A=0, nghĩa là không cần tốn công mà vẫn đó nhiệt lượng truyền từ nguồn lạnh sang nguồn nóng. Trong thực tế không thể chế tạo được máy làm lạnh vĩnh cửu như thế.

2. Phát biểu nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học

Từ thực nghiệm nguyên lý thứ hai được phát biểu theo nhiều cách khác nhau, sau đây là hai trong các cách phát biểu đó.

a) Cách phát biểu thứ nhất của nghiên lý thứ hai (phát biểu của Tômxơn)

Không thể chế tạo được một máy hoạt động tuần hoàn biến nhiệt hoàn toàn thành công nhờ lấy nhiệt từ một vai mà môi trường xung quanh không ồê thay đồi gì.

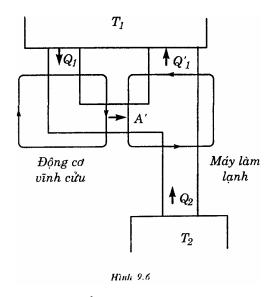
Nghĩa là không thể chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại hai:

b) Cách phát biểu thứ hai của nghiên lý thứ hai (phát biểu Cluodiut)

Không thể thực hiện được một quá trình mà kết quả duy nhất là truyền nhiệt từ nguồn lạnh hơn sang nguồn nóng hơn thà môi trường xung quanh không hề thay đổi gì.

Nghĩa là không tồn tại máy làm lành vĩnh cửu.

Hai cách phát biểu tương đương nhau; nghĩa là một quá trình nào đó vi phạm nguyên lý thứ hai theo cách phát biểu này thì cũng vi phạm nguyên lý thứ hai theo cách phát biểu kia. Thật vậy:



Giả sử có một hệ may ghép gồm hai máy: một động cơ vĩnh cửu loại II và một máy làm lạnh thực. Động cơ vĩnh cửu loại II lấy nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng T_1 và biến hoàn toàn thành công Å (điều này vi phạm cách biểu diễn của Tômmxơn). Lấy công Å này của động cơ vĩnh cửu chạy cho máy làm lạnh. Máy làm lạnh lấy nhiệt lượng Q_2 từ nguồn lạnh T_2 và nhả cho nguồn nóng T_1 một nhiệt lượng Q_1 ' = A' + Q_2 = Q_1 + Q_2 . Như vậy cả hệ thực chất nhả cho nguồn nóng nội nhiệt lượng Q_2 . Kết quả hệ lấy của nguồn lạnh một nhiệt lượng Q_1 mà không cần công. Điêu này vi phạm cách phát biểu của Claodiut.

9.4. CHU TRÌNH CÁCNÔ VÀ ĐỊNH LÝ CÁCNÔ

Chúng ta muốn có một máy niệt lý tường - máy nhiệt thuận nghịch. Như thế chu trình mà máy nhiệt hoạt động phải là chu trình thuận nghịch gồm các quá trình thiuận nghịch có thể sinh công. Chu trình thỏa mãn điều kiện trên là chu trình Cácnô. Chu trình Cácnô là chu trình có lợi nhất trong tác chu trình mà máy nhiệt hoạt động.

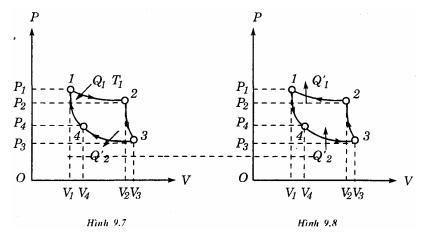
1. Chu trình Cácnô thuận nghịch

Chu trình Cácnô thuận nghịch gồm hai quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch và hai quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch.

Chu trình Cácnô thuận nghịch theo chiều thuận gọi tắt là chu trình Cácnô thuận (H. 9.7) và theo chiều nghịch gọi và chu trình Cácnô nghịch (H. 9.8).

Trên hình 9.7:

- Đoạn 1-2: ứng với quá trình giãn đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1 , tác nhân (chất khí) nhận nhiệt Q_1 từ bên ngoài (nguồn nóng).
 - Đoạn 2-3: Giãn đoạn nhiệt, nhiệt độ giảm từ T_1 đến T_2
- Đoạn 3-4: Nén đẳng nhiệt ở T_2 , tác nhân nhả nhiệt Q_2 cho bên ngoài (nguồn lạnh).



- Đoạn 4 - 1: Nén đoạn nhiệt, nhiệt độ tăng từ T_1 đến T_2

Hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch:

Xét trường hợp tác nhân là khí lý tưởng. Theo (9.2) ta có hiệu suất:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Bây giờ ta tính η theo thuận nhiệt độ T_1 của nguồn nóng và nhiệt độ T_2 của nguồn lạnh.

Vơi tác nhân là khí lý tưởng, thì trong quá trình đẳng nhiệt (1 - 2) và (3 - 4) nhiệt lượng Q_1 và Q_2 theo công thức (8.32) có dạng:

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_2 = -Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 ln \frac{V_3}{V_1}$$

do đó:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Mặt khác với quá trình đoạn nhiệt (2-3) và (4-1) ta có:

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1} ; T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1}$$

từ đây suy ra: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ kết quả ta được:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{9.4}$$

Như vậy hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch với tác nhân khí lý tưởng

chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nguồn năng (T_1) và nguồn lạnh (T_2) . Công thức (9.4) cũng là hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch đối với tác nhân bất kỳ (chứng minh sau).

Nếu chu trình cácnô đi qua một số trạng thái không cân bằng thì được gọi là chu trình Cácnô không thuận nghịch và không thể biểu diễn nó trên đồ thị.

2. Định lý Cácnô

a) Phát biểu

Mọi động cơ thuận nghịch chạy theo chu trình Cácnô với hai nguồn nhiệt cho trước đều có hiệu suất bằng nhau, không phụ thuộc vào tác nhân cũng như cách chế tạo máy và lớn hơn hiệu suất của động cơ không thuận nghịch.

b) Chứng minh

Ta dựa vào nguyên lý thứ hai để chứng minh định lý trên. Giả sử có hai động cơ thuận nghịch I và II chạy theo chu trình Cácnô, cùng nguồn nóng (T_1) và nguồn lạnh (T_2) . Nhiệt chúng nhận từ nguồn nóng đều là Q_1 và chúng tương ứng nhả cho nguồn lạnh là I_{Q_2} và II_{Q_2} . Khi đó hiệu suất của chúng là:

và:

Ta chứng minh $\eta_{\rm I}>\eta_{\rm I} {\rm I}$ là không xảy ra: vì khi đó động cơ I nhả nhiệt cho nguồn lạnh ít hơn ${\rm I}_{{\rm Q}_2}<{\rm II}_{{\rm Q}_2}$, nhưng lại sinh công $({\rm A}_{\rm I}={\rm Q}_1-{\rm I}_{{\rm Q}_2})$ lớn hơn so với động cơ ${\rm II}$ $({\rm A}_{\rm II}={\rm Q}_1-{\rm II}_{{\rm Q}_2})$.

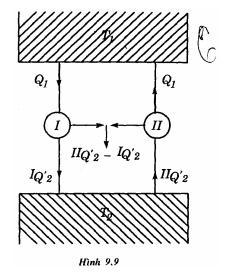
Vì hai động cơ đều là thuận nghịch, nên có thể ghép chúng lại: động cơ I chạy theo chu trình thuận ghép với động cơ II chạy theo chu trình ngược (H. 9.9).

Trong một chu trình: động cơ I nhận của nguồn nóng nhiệt lượng Q_1 , nhả cho nguồn lạnh nhiệt lượng I_{0} , và sinh công

$$\dot{A_{\rm I}} = Q_1 - I_{\dot{Q_2}}$$

$$\eta_{\rm I} = 1 - \frac{{\rm I}_{{\rm Q}_2}}{{\rm Q}_1}$$

$$\eta_{\rm II} = 1 - \frac{{\rm II}_{{\rm Q}_2}}{{\rm Q}_1}$$



Động cơ II nhận của nguồn lạnh nhiệt lượng $II_{Q_2^+}$, nhả cho nguồn nóng nhiệt lượng Q_1 và sinh một công $A_{II}^+ = II_{Q_2^+} - Q_1$.

Kết quả động cơ ghép không trao đổi nhiệt với nguồn nóng mà chỉ nhận của nguồn lạnh một nhiệt lượng $II_{0} - I_{0} > 0$ và sinh một công tổng cộng là:

$$A' = A_{i}^{'} + A_{ii}^{'} = (Q_{1} - I_{Q_{2}^{'}}) + (II_{Q_{2}^{'}} - Q_{1}) = II_{Q_{2}^{'}} - I_{Q_{2}^{'}} > 0$$

Vì hai động cơ thực hiện theo những chu trình nên $\Delta U=0$, theo nguyên lý thứ nhất: $\Delta U=A+Q=0$, A' = -A = Q. Như vậy: động cơ ghép sau một chu trình, toàn bộ nhiệt nhận được đều sinh công. Điều này không vi phạm nguyên lý thứ nhất, nhưng vi phạm nguyên lý thứ hai, vì sinh công chỉ bằng trao đổi nhiệt với một nguồn nhiệt (nguồn lạnh). Do đó không thể có động cơ này, nghĩa là giả thiết $\eta_I > \eta_{II}$ không xảy ra.

Bằng cách chứng minh tương tự, nhưng cho động cơ I chạy theo chu trình nghịch, còn động cơ II chạy theo chu trình thuận, ta cũng có kết luận: giả thiết: $\eta_{\rm II} > \eta_{\rm I}$ không xảy ra.

Rút cuộc ta phải đi đến kết luận $\eta_I = \eta_{II}$. Như vậy đối với các động cơ chạy theo chu trình Cácnô thuận nghịch cùng nguồn nóng và nguồn lạnh, nếu biết được hiệu suất của một động cơ thì có thể suy ra hiệu suất của một động cơ bất kỳ khác. Từ kết luận này ta thấy: công thức (9.4) là hiệu suất của chu kỳ Cácnô thuận nghịch đối với khí lý tưởng và cũng là đối với tác nhân bất kỳ nào:

$$\dot{q} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{9.5}$$

Bây giờ ta sẽ chứng minh: động cơ chạy theo chu trình Cácnô thuận nghịch có hiệu suất lớn hơn hiệu suất của động cơ chạy theo chu trình Cácnô không thuận nghịch (cùng nguồn nóng và nguồn lạnh).

Giả sử cả hai động cơ lấy ở nguồn nóng cùng nhiệt lượng Q_1 . Động cơ thuận nghịch nhả cho nguồn lạnh một nhiệt Q_2 và có hiệu suất:

$$\eta_{\rm tn} = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$$

Trong chu trình không thuận nghịch, ngoài nhả nhiệt lượng Q_2 cho nguồn lạnh, tác nhân còn mất năng lượng W' do truyền nhiệt cho những vật khác và chống lại ma sát, nên công có ích A" sinh ra (A" = Q_1 - Q_2 ' - W') sẽ nhỏ hơn công A' trong chu trình thuận nghịch.

Như vậy:

$$\eta_{\rm ktn} = \frac{A''}{Q_1} < \eta_{\rm tn} = \frac{A'}{Q_1}$$

với chu trình Các
nô thì
$$\eta_{\rm tnCacno} = 1 - \frac{{\rm T_2}}{{\rm T_1}}$$

nên:

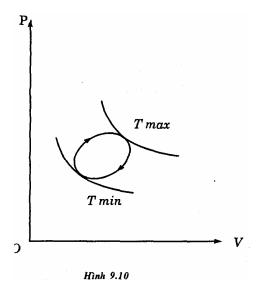
$$\eta_{\rm ktn} < 1 - \frac{{\rm T_2}}{{\rm T_1}}$$
 (9.6)

Viết chung cho chu trình Cácnô từ (9.5) và (9.6) ta có:

$$\eta \le 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$
(9.7)

 $D\hat{a}u = \text{ứng với chu trình Cácnô thuận nghịch, dấu} < \text{ứng với chu trình Cácnô không thuận nghịch.}$

Ta cũng có thể chứng minh được rằng: với chu trình thuận nghịch bất kỳ (H. 9.10) và chu trình



Cácnô thuận nghịch, khi thực hiện giữa hai nguồn nhiệt có nhiệt độ cực trị của tác nhân trong chu trình thuận nghịch bất kỳ đó thì:

$$\eta_{\text{tn bát kỳ}} \leq \eta_{\text{tn Cacno}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}}$$
(9.8)

Và khi thực hiện giữa hai nguồn nhiệt có nhiệt độ cực trị T_{max} và T_{min} thì:

$$\eta_{\text{tn bất kỳ}} < \eta_{\text{tn Cacno}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}}$$
(9.9)

- c) Các hệ quá
- Nhiệt không thể biến hoàn toàn thành công:

Nếu nhiệt biến hoàn toàn thành công, nghĩa là A' = Q, thì hiệu suất η Phải bằng 1, nhưng ngay với một động cơ lý tưởng chạy theo chu trình Cácnô thuận nghịch hiệu

suất cũng chỉ bằng: $1-\frac{T_2}{T_1}$. Do T_1 không thể vô cùng lớn, nhiệt độ nguồn lạnh không thể bằng 0 (T_2 không thể = OK) nên $\eta < 1$, nghĩa là A' $< Q_1$, như vậy nhiệt không thể hoàn toàn biến thành công.

- Hiệu suất của động cơ nhiệt càng lớn, nếu nhiệt độ nguồn nóng T_1 càng lớn và nhiệt độ nguồn lạnh T_2 càng thấp. Trong thực tế hạ nhiệt độ nguồn lạnh khó hơn là nâng nhiệt độ nguồn nóng.
- Nếu hai động cơ nhiệt hoạt động với nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 thì động cơ nào có nhiệt độ nguồn nóng T_1 cao hơn sẽ có hiệu suất lớn hơn, nghĩa là nhiệt nhận vào (Q_1) có khả năng biến thành công có ích (A') lớn hơn. Như vậy nhiệt lượng lấy từ vật có nhiệt độ cao có chất lượng cao hơn nhiệt lượng lấy từ vật có nhiệt độ thấp hơn.

9.5. BIỂU THỨC ĐỊNH LƯỢNG CỦA NGUYÊN LÝ THỨ HAI NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Đối với chu trình Cácnô (gồm hai nguồn nhiệt)

Biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai được xác định từ biểu thức của hiệu suất của chu trình Cácnô (9.7) và định nghĩa của hiệu suất (9.2), ta có:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1^{\prime}} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{9.10}$$

Từ (9.10) ta suy ra:

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geqslant \frac{T_2}{T_1} \tag{9.11}$$

 \mathring{O} đây Q_2 là nhiệt mà hệ (tác nhân) nhả cho nguồn lạnh, khi đó nhiệt Q_2 mà hệ nhận của nguồn lạnh là Q_2 = - Q_2 ' và từ (9.11), ta có:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0 (9.12)$$

Dấu = ứng với chu trình Cácnô thuận nghịch, dấu < ứng với chu trình Cácnô không thuận nghịch. Hệ thức này thiết lập cho hệ biến đổi theo một chu trình gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đoạn nhiệt (chu trình gồm hai nguồn nhiệt). Bây giờ ta thiết lập biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai trong trường hợp tổng quát hơn:

2. Đối với chu trình gồm nhiệt nguồn nhiệt

Trong từng trường hợp hệ biến đổi theo một chu trình kín gồm vô số quá trình đẳng nhiệt và quá trình đoạn nhiệt kế tiếp nhau. Các quá trình đẳng nhiệt với T_1 , T_2 ... T_i ... là nhiệt độ của các nguồn nhiệt bên ngoài và tương ứng với Q_1 , Q_2 ... Q_i ... là nhiệt lượng mà hệ nhận được từ bên ngoài. Khi đó hệ thức (9.12) có dạng:

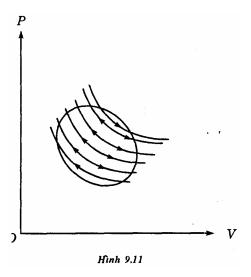
$$\sum_{i} \frac{Q_i}{T_1} \le 0 \tag{9.13}$$

Nếu trong chu trình, nhiệt độ của hệ biến thiên liên tục thì ta có thể coi hệ tiếp xúc lần lượt với vô số nguồn nhiệt có nhiệt độ T vô cùng gần nhau. Khi đó trong mỗi quá trình tiếp xúc với một nguồn nhiệt hệ nhận nhiệt lượng δQ . Hệ thức tổng (9.13) sẽ chuyển thành dạng tích phân sau:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$
(9.14)

Đây là biểu thức định lượng tổng quát của nguyên lý thứ 2 nhiệt động lực học.

Dấu bằng với chu trình thuận nghịch, dấu < ứng với chu trình không thuận nghịch.



Chú ý: Công thức (9.14) không chỉ đúng cho chu trình Cácnô mà còn đúng cho chu trình thuận nghịch bất kỳ nào. Một chu trình thuận nghịch bất kỳ có thể coi như được tạo thành từ một số rất lớn các chu trình Cácnô nguyên tố nhỏ (H. 9.11). Khi thực hiện theo những chu trình nhỏ này thì các đường đẳng nhiệt được tiến hành hai lần theo hai chiểu ngược nhau nên chúng bù trừ nhau. Như vậy chỉ còn lại các đoạn đường đoạn nhiệt, đoạn đẳng nhiệt trên cùng và đoạn đẳng nhiệt cuối cùng. Nếu số chu trình Cácnô tăng lên vô hạn thì đường gãy khúc sẽ trùng với đường cong biểu diễn chu trình thuận nghịch đã cho và do đó khi cộng tất cả các chu trình Cácnô thuận nghịch nguyên tố đó ta có:

$$\oint \frac{\delta \cdot Q}{T} = 0$$

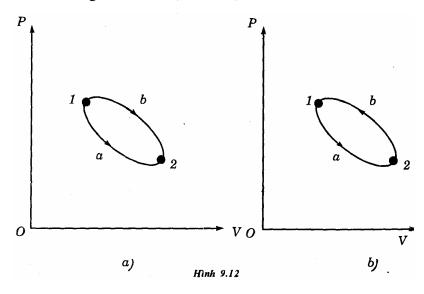
Nếu chu trình là không thuận nghịch thì theo cách chia nhỏ ở trên ta sẽ được một số chu trình Cácnô không thuận nghịch và do đó đối với mỗi chu trình không thuận nghịch ta dùng được biểu thức (9.7). Kết quả đối với cả chu trình không thuận nghịch ta có:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

9.6. HÀM ENTRÔPI VÀ CÁC NGUYÊN LÝ TĂNG ENTRÔPI

1. Hàm entrôpi và các tính chất của nó

Xét một hệ biến đổi từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) theo hai quá trình thuận nghịch khác nhau: 1a2 và 1b2. (H. 9.12a). Vì 1b2 là quá trình thuận nghịch nên ta có thể tiến hành theo quá trình ngược 2b1 qua những trạng thái trung gian cũ. Kết quả ta có một chu trình thuận nghịch 1a2b1 (H. 9.12b).



Theo (9.14) áp dụng cho chu trình thuận nghịch ta có:

$$\int_{1a2b1} \frac{\delta Q}{T} \,=\, 0$$
 hay :
$$\int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} \,+ \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} \,= \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} \,- \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} \,=\, 0$$
 do dó :
$$\int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} \,=\, \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$

Như vậy: tích phân $\int \frac{\partial Q}{T}$ theo các quá trình thuận nghịch từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) không phụ thuộc vào quá trình mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối.

Từ tính chất đó của tích phân $\int \frac{\delta Q}{T}$ ta thấy $\int \frac{\delta Q}{T}$ là vi phân của một hàm trạng thái s nào đó của hệ và gọi là hàm entrôpi của hệ. Như vậy một hàm trạng thái S của hệ gọi là hàm entrôpi của hệ sao cho độ biến thiên của S từ trạng thái (1) sang trạng

thái (2) có giá trị bằng tích phân $\int \frac{\delta Q}{T}$ từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) theo một quá trình thuận nghịch nào đó:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}$$
 (9.15)

Theo (9.15) thì vi phân của hàm entrôpi S có dạng:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \tag{9.16}$$

Từ định nghĩa trên ta suy ra *các tính chất của hàm entrôpi* S (tương tự như tính chất của nội năng).

- Entrôpi S là một hàm trạng thái, nghĩa là s có một giá trị xác định ở một trạng thái của hệ và không phụ thuộc vào quá trình của hệ từ trạng thái này sang trạng thái khác.
- Entrôpi S là đại lượng cộng được vì nhiệt lượng và do đó $\int \frac{\delta Q}{T}$ là đại lượng cộng được: entrôpi của hệ cân bằng, bằng tổng các entrôpi của các phần của hệ $S_{h\hat{e}} = \Sigma S_i$.

Từ (9.16) ta thấy bản thân entrôpi S xác định sai khác nhau một hằng số cộng. Hằng số này không ảnh hưởng đến kết quả vì ta chỉ luôn luôn xác định độ biến thiên của entrôpi $(S\Delta)$ trong một quá trình và ta có thể viết:

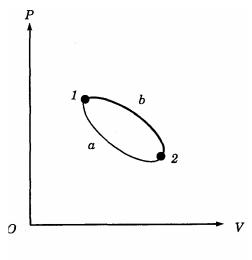
$$S = S_o + \int \frac{\delta Q}{T}$$
 (9.17)

Với S_o là giá trị của entrôpi tại gốc tính toán và S sẽ là đơn trị khi quy ước $S_o=0$ ở trạng thái có nhiệt độ T=OK. Trong hệ SI đơn vị của S là Jun/Kelvil (J/K).

Bây giờ ta viết biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai dưới đẳng hàm trạng thái entrôpi S:

Xét một quá trình không thuận nghịch 1a2 và một quá trình thuận nghịch 1b2 cùng trạng thái đầu (1) và cuối (2) (H. 9.13). Cho hệ biến đổi theo một chu trình không thuận nghịch 1a2b1. Khi đó theo (9.14) ta có:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$



Hình 9.13

hay:
$$\int_{1a^2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \qquad (9.18)$$

Vì quá trình 2b1 là thuận nghịch, nên nếu tiến hành theo chiều ngược lại (1b2) thì ta có:

$$-\int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T}$$

và thay vào (9.18) ta được:

$$\int_{1a^2} \frac{\delta Q}{T} < \int_{1b^2} \frac{\delta Q}{T} \tag{9.19}$$

Áp dụng (9.15) cho quá trình thuận nghịch 1b2, từ (9.19) ta có:

$$\int_{12^2} \frac{\delta Q}{T} < \Delta S \tag{9.20}$$

Như vậy: tích phân $\int_{1a2}^{\delta Q} \frac{\delta Q}{T}$ trong quá trình không thuận nghịch từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) nhỏ hơn độ biến thiên entrôpi của hệ trong quá trình đó.

Viết gộp (9.15) và (9.20) lại ta được:

$$\Delta S \geqslant \int \frac{\delta Q}{T}$$
 (9.21)

 $D\hat{a}u = \text{ứng với quá trình thuận nghịch, dấu} > \text{ứng với quá trình không thuận nghịch. Dạng vi phân:}$

$$ds \geqslant \frac{\delta Q}{T} \tag{9.21'}$$

Biểu thức (9.21) cũng là một biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai dưới dạng hàm entrôpi.

2. Nguyên lý tăng entrôpi

Biểu thức (9.21) đúng cho cả hệ cô lập hay không cô lập ứng vôi quá trình thuận nghịch hay không thuận nghịch.

- Đối với hệ không cô lập trong một quá trình thuận nghịch: nếu hệ nhận nhiệt thì $\partial Q>0$ và entrôpi của hệ tăng trong khi đó entrôpi của môi trường giảm cùng một lượng như lượng tăng entrôpi của hệ. Vì nhiệt lượng môi trường truyền cho hệ ở một nhiệt độ nào đó bằng nhiệt lượng hệ nhận vào ở cùng nhiệt độ đó. Nếu nhiệt truyền ra khỏi hệ ($\partial Q<0$) thì entrôpi của hệ giảm và entrôpi của môi trường tăng cùng một lượng. Còn hệ không trao đổi nhiệt ($\partial Q=0$) đối với môi trường thì entrôpi của hệ không đổi.
 - Đối với hệ cô lập, vì không trao đổi nhiệt với môi trường nên $\partial Q=0$ và theo

(9.21) ta có độ biến thiên entrôpi của hệ bằng:

$$\Delta S \ge 0 \tag{9.22}$$

Như vậy nếu quá trình diễn biến là thuận nghịch thì entrôpi của hệ không đổi $(\Delta S = 0)$, và nếu là không thuận nghịch thì entrôpi của hệ tăng $(\Delta S > 0)$.

Nhưng trong thực tế luôn luôn tồn tại ma sát và sự truyền nhiệt không theo ý muốn. Sự chênh lệch áp suất nhiệt độ giữa hệ và môi trường không phải lúc nào cũng vô cùng nhỏ. Vì vậy các quá trình nhiệt động trong thực tế đều là không thuận nghịch, nên ta có nguyên lý tăng entrôpi sau đây:

"Với quá trình nhiệt động thực tế xảy ra trong một hệ cô lập entrôpi của hệ luôn luôn tăng".

Khi ở trạng thái cân bằng rồi thì quá trình không thuận nghịch cũng chấm dứt khi đó entrôpi không tăng nữa mà đạt giá trị cực đại. Nghĩa là khi entrôpi của hệ cực đại thế hệ ở trạng thái cân bằng.

3. Entrôpi của khí lý tưởng

Xét một khối khí lý tưởng biến đổi thuận nghịch từ trạng thái 1 có áp suất P_1 , thể tích V_1 và nhiệt độ T_1 sang trạng thái 2 có áp suất P_2 thể tích V_2 và nhiệt độ T_2 . Khi đó entrôpi của khối khí là:

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}.$$

Ta tính ΔS ứng với các quá trình sau:

a) Quá trình đoạn nhiệt

Với quá trình đoạn nhiệt thì $\delta Q = 0$ và

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T} = 0$$
$$S = const$$

Như vậy: trong quá trình đoạn nhiệt entrôpi của hệ không đổi (quá trình đẳng entrôpi).

b) Quá trình đẳng nhiệt T = cong

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \frac{Q}{T}$$

c) Trong quá trình thuận nghịch bất kỳ

Từ nguyên lý thứ nhất, với quá trình biến đổi nhỏ ta có: $\delta Q=dU+\delta A$ ', trong đó: δA ' = - $\delta A=PdV$, $P=\frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$ và

$$dU = \frac{m}{\mu} C \nu dT$$

$$nen: \qquad \delta Q = \frac{m}{\mu} C \nu dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}.$$

Với cả quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 ta có:

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} \cdot C \nu \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} \cdot R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= \frac{m}{\mu} \cdot C \nu \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} \cdot R \ln \frac{V_2}{V_1}$$
(9:23)

Ta biểu diễn ΔS qua thông số P và V, và thay $T = \frac{PV\mu}{mR}$, R = Cp - Cv vào (9.23) ta được:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C \nu \ln \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} + \frac{m}{\mu} (Cp - C\nu) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$= \frac{m}{\mu} C \nu \ln \frac{P_2}{P_1} + \frac{m}{\mu} C \rho \ln \frac{V_2}{V_1}$$
(9.24)

Chú thích: vai trò của khái niệm entrôpi không chi có ý nghĩa vế mặt lý thuyết mà còn có tầm quan trọng trong thực tế. Khái niệm entrôpi: cho phép chia các thông số trạng thái P, V, T làm hai loại:

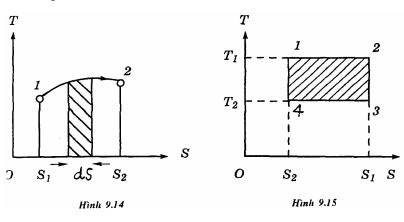
Thông số cân bằng P, T

Thông số lượng V, S

Trong bốn thông số đó, chỉ có hai thông số độc lập, có 2 phương trình liên hệ:

Phương trình trạng thái f(p, V, T) = 0 và phương trình năng lượng W(P, V, T, S) = 0.

- Dùng đồ thị (T, S) có thể biểu diễn một số quá trình, chu trình đơn giản hơn. *Thí du:*
- + Tính nhiệt lượng trao đổi trong một quá trình nhỏ $\delta Q = TdS$ được biểu diễn bằng diện tích nhỏ (gạch chéo trên H. 9.14) và



nhiệt trao đối trong quá trình cân bằng 1-2 có giá trị bằng diện tích 12S₂S₁.

 $\partial\!Q>0$: nếu quá trình tiến hành theo chiều dương của trục S.

 $\delta Q < 0$: nếu quá trình theo chiều ngược lại.

+ Tính công trong chu trình Cácnô (diện tích chữ nhật 1234 trên hình 9.15):

$$\Delta A' = TdS = (T_1 - T_2)(S_1 - S_2)$$

- Dùng khái niệm entrôpi có thể thống nhất nguyên lý thứ nhất và nguyên lý thứ hai.

Thật vậy, theo nguyên lý thứ nhất:

$$dU = \delta Q + \delta A$$
; mà $\delta Q = TdS$ và $\delta A = -PdV$

nên:

$$dU = TdS - PdV (9.25)$$

Đây chính là cơ sở để xây dựng các hàm đặc trưng, các thế nhiệt động sau này.

4. Ý nghĩa thống kê của entrôpi và nguyên lý thứ hai

Theo nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học thì: Một hệ cô lập chỉ có thể thay đổi trạng thái theo hướng entrôpi tăng hoặc entrôpi không đổi; không thể xảy ra quá trình entrôpi giảm.

Chỉ với quá trình thuận nghịch thì entrôpi giả không đổi. Nhưng trong tự nhiên các quá trình tự xảy ra đều là tất thuận nghịch, do đó *tất cả các quá trình tự phát đều diễn ra theo chiều entrôpi tăng*.

Trước đây, ta đã xét entrôpi theo phương pháp nhiệt động: ở đó ta xem entrôpi như một thông số - một hàm trạng thái, nhưng không đo được trực tiếp bằng dụng cụ, mà chỉ có thể tính gián tiếp với độ chính xác tới một hằng số cộng. Bây giờ để hiểu rõ hơn bản chất của entrôpi ta xét theo quan điểm động học phân tử trong đó phương pháp thống kê được áp dụng.

Theo quan điểm động học phân tử thì entrôpi là thước đo mức độ hỗn loạn của các phân tử ở hệ. Thật vậy, để đưa hệ tới cân bằng thì phải làm cho các phân tử phân bố đều - nhiệt độ đồng đều. Điều đó thực hiện được nhờ chuyển động nhiệt hỗn loạn làm các phân tử, nguyên tử luôn va chạm vào nhau: càng hỗn loạn càng tiến tới đồng đều (càng hỗn loạn thì entrôpi càng tăng). Vì vậy entrôpi là đại lượng đo mức độ chuyển động hỗn loạn của các phân tử, nguyên tử. Sau đây ta đưa ra một vài thí dụ: khi entrôpi tăng thì mức độ hỗn loạn của phân tử cũng tăng và khi entrôpi giảm thì mức độ hỗn loạn của phân tử cũng giảm.

 $Tui\ du\ 1$: đốt nóng khí trong một bình có thể tích không đổi khối khí nóng lên nhờ nhận nhiệt từ bên ngoài. Trong quá trình này entrôpi của hệ tăng (Q > O) và sự hồn loạn chuyển động phân tử cũng tăng lên.

Thí dụ 2: khi làm lạnh khối khí chứa trong thể tích không đổi, hệ liên tục tỏa nhiệt Q < 0 do đó entrôpi giảm và tính hỗn loạn của chuyển động phân tử giảm đi.

Mặt khác, theo quan điểm động học phân tử thì một trạng thái vĩ mô nào đó của hệ có khả năng xảy ra càng nhiều, nếu số trạng thái *vi mô* tương ứng của trạng thái *vĩ mô* đó càng nhiều (trạng thái vĩ mô là trạng thái mà ta không phân biệt được phân tử này với phân tử kia trong hệ, còn trạng thái vi mô là trạng thái mà ta phân biệt từng phân tử). Số khả năng xảy ra đó của một trạng thái vĩ mô của hệ gọi là *xác suất nhiệt động* của trạng thái vĩ mô đó, ký hiệu là W. Nói cách khác: W là số cách khác nhau mà các phân tử của hệ có thể sắp xếp sao cho không làm thay đổi trạng thái vĩ mô của hệ.

Đối với một hệ cô lập gồm một số lớn phân tử (hệ vĩ mô) thì các quá trình tự phát của nó luôn luôn diễn biến theo chiều tăng của entrôpi. Các quá trình này luôn luôn đưa hệ từ trạng thái kém cân bằng (trạng thái ít khả năng tồn tại) sang trạng thái cân bằng (trạng thái có nhiều khả năng tổn tại hơn), hay nói theo quan điểm động học phân tử thì quá trình tự phát diễn biến theo chiều tăng của xác suất nhiệt động W. Như vậy giữa entrôpi s và xác suất nhiệt động W có mối quan hệ với nhau.

Bônzoman là người đầu tiên tìm ra mối quan hệ đó qua biểu thức sau:

$$S = k \ln W \tag{9.26}$$

Trong đó k là hằng số Bônzơman, còn W tính được chính xác theo thuyết động học phân tử. Khi hệ ở trạng thái cân bằng rồi; thì xác suất đạt giá trị cực đại, khi đó entrôpi cũng đạt giá trị cực đại Từ những lý luận trên và theo (9.26) ta có kết quả:

$$\Delta S \ge 0 \tag{9.27}$$

Đây chính là nguyên lý tăng entrôpi hay nguyên lý thứ hai của nhiệt động lực học đối với hệ cô lập.

Kết luận: nguyên lý thứ hai chỉ áp dụng cho hệ vĩ mô gồm một số lớn hạt trong đó ảnh hưởng của các thăng giáng (hệ tự phát biến đổi sao cho entrôpi của hệ giảm) có thể bỏ qua được. Đối với hệ vi mô (hệ có ít hạt) thì nguyên lý thứ hai không còn đúng nữa. Thí dụ như hạt Brao trong chuyến động Brao, hạt có thể chuyển động bằng cách lấy nhiệt từ một nguồn và toàn bộ nhiệt đó đã chuyển thành công.

9.7. CÁC HÀM THẾ NHIỆT ĐỘNG

Để nghiên cứu các hệ nhiệt động, ngoài phương pháp chu trình, người ta còn dùng phương pháp thế nhiệt động (phương pháp hàm đặc trưng).

1. Các hàm thế nhiệt động

- Định nghĩa: Hàm thế nhiệt động là hàm trạng thái, mà khi trạng thái thay đổi thì vi phân của nó là vi phân toàn chỉnh (xem điều kiện của vi phân toàn chỉnh ở phần phụ lục sau).

Dạng các hàm đặc trưng có thể khác nhau, tùy theo cách chọn các thông số trạng

thái nào làm biến độc lập.

Từ hàm đặc trưng biết được, ta có thể tỉnh các đại lượng nhiệt động. Bây giờ ta xét một số hàm đặc trưng cụ thể.

a) Nội năng U là một hàm đặc trưng

Theo nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học, ta có:

$$\partial Q - dU + \delta A'$$
 với quá trình thuận nghịch thì: $\partial Q = TdS$ và $\delta A' = PdV$

$$V_{a}^{2}y: dU = TdS - PdV (9.28)$$

Như ta đã biết, dU là một vi phân toàn chỉnh. Do đó, nội năng U là một hàm đặc trưng với hai biến số độc lập là entrôpi S và thể tích V của hệ:

$$U = U(s,v) \tag{9.29}$$

Khi biết dạng (9.29) của nội năng U, ta có thể tính các đại lượng nhiệt động khác: Thí du khi lấy vi phân biểu thức (9.29) ta có:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V} dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S} dV$$

So sánh với (9.28) ta tính được nhiệt độ T và áp suất P

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V} \tag{9.30}$$

$$P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S} \tag{9.31}$$

Với quá trình đẳng entrôpi - đẳng tích thuận nghịch dU = 0: hệ có U = const.

b) Hàm đặc trưng – Năng lượng tự do

Nếu chọn biến độc lập là nhiệt độ T và thế tích V thì hàm đặc trưng bây giờ là một hàm khác, gọi là năng lương tư do F(T, V) của hê:

$$F = F(T, V) = U - TS$$
 (9.32)

và

$$dF = dU - Tds - SdT$$

Thay (9.28) vào ta có.

$$dF = -SdT - Pdv (9.33)$$

Với quá trình đẳng nhiệt (T=const) - đẳng tích (V=const) thuận nghịch năng lượng tự do F của hệ không đổi (dF=0), còn đối với quá trình đẳng nhiệt - đẳng tích không thuận nghịch thì dF<0, nghĩa là hệ sẽ diễn biến theo chiều mà năng lượng tự do của nó giám.

c) Thế nhiệt động Gipx

Nếu chọn biến độc lập là nhiệt độ T và áp suất P, ta được hàm thế nhiệt động gọi là thế nhiệt động Gipx:

$$\phi = \phi(T, P) = U - TS + PV \tag{9.34}$$

$$v\grave{a} \qquad d\phi = - SdT + Vdp \tag{9.35}$$

Đối với quá trình đẳng nhiệt - đẳng áp thuận nghịch (T=const, P=const) thế nhiệt động φ không đổi ($d\varphi=0$), còn đối với quá trình đẳng nhiệt - đẳng áp không thuận nghịch $d\varphi<0$: hệ sẽ diễn bên theo chiều mà φ giảm

 \mathring{O} đây, ta thấy trong trường hợp các hệ trao đổi nhiệt với bên ngoài (hệ mở), hàm năng lượng tự do F và thế nhiệt động φ có vai trò tương tự nội năng U, mặt khác thay thế cho entrôpi S.

d) Hàm đặc trưng entanpi

Nếu chọn biến số độc lập là entrôpi S và áp suất P thì ta được hàm đặc trưng là entanpi:

$$H = (S, P) = U + PV$$
 (9.36)
 $dH = Tds + VdP$ (9.37)

Trong quá trình đẳng áp (T = const.), từ (9.37) ta nhận thấy: lượng nhiệt mà hệ nhận được bằng độ biến thiên entanpi: $(\delta Q)_p = (TdS)_p = (dH)_p$

2. Thế hóa học

và

Khi trạng thái của hệ thay đổi, không chỉ một số thông số trạng thái của hệ thay đổi, mà có thể số lượng phân tử của hệ cũng thay đổi. Hệ như vậy gọi la hệ có số hạt thay đổi. Thí dụ hệ gồm có chất lỏng và hơi bão hoà của nó khi đó có các phân tử từ chất lỏng chuyển sang hơi bão hòa và ngược lại. Các hệ thực hiện phản ứng hóa học cung là những *hệ có số hạt thay đổi*. Sự thay đổi số hạt n của hệ cũng làm cho hàm đặc trưng thay đổi, chẳng hạn nội năng U của hệ. Vì thế biểu thức vi phân dU của nội năng trong trường hợp tổng quát có dạng:

$$dU = TdS - PdV + \sum_{i} \mu_{i} dn_{i}$$
 (9.38)

trong đó μ_i , gọi là thế hóa học của loại hạt thứ i của hệ (hệ gồm nhiều loại hạt). Thế hóa học có quan hệ với năng lượng của mỗi hạt (theo vật lý thống kê)

Từ (9.38) ta suy ra các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{\mathrm{F}} &= -\mathrm{SdT} - \mathrm{PdV} + \sum_{i} \mu_{i} \mathrm{dn}_{i} \\ \mathrm{d}\Phi &= -\mathrm{SdT} + \mathrm{VdP} + \sum_{i} \mu_{i} \mathrm{dn}_{i} \\ \mathrm{d}_{\mathrm{H}} &= \mathrm{TdS} + \mathrm{VdP} + \sum_{i} \mu_{i} \mathrm{dn}_{i} \end{aligned} \tag{9.40}$$

và thế hóa học μ_i bằng:

$$u_{i} = \left(\frac{\partial U}{\partial n_{i}}\right)_{SV} = \left(\frac{\partial F}{\partial n_{i}}\right)_{TV} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial n_{i}}\right)_{TP} = \left(\frac{\partial H}{\partial n_{i}}\right)_{SP} \quad (9.42)$$

3. Điều kiện cân bằng nhiệt động

Các điều kiện cân bằng nhiệt động có thể tìm được nhờ các hàm thế nhiệt động. Để đơn giản ta xét một hệ gồm có chất lỏng và hệ bão hòa của nó gọi là hệ hai pha: pha lỏng và pha hơi.

Trên cơ sở thực nghiệm (đường đẳng nhiệt thực nghiệm Ăngđriu) ta thấy ngay một số điều kiện để hai pha nằm cân bằng nhiệt động với nhau là:

$$P_1 = P_2 \text{ (áp suất)} \tag{9.43}$$

$$T_1 = T_2 \text{ (nhiệt độ)} \tag{9.44}$$

Chỉ số 1 ứng với pha lỏng, chỉ số 2 ứng với pha hơi. Như vậy: áp suất P và nhiệt độ T không đổi khi có sự cân bằng nhiệt động giữa hai pha. Khi đó thẽ nhiệt động (1) của hệ không thay đổi d $\phi = 0 \rightarrow d\phi = \mu dn_1 + \mu dn_2 = 0$.

Vì hệ ở trạng thái cân bằng, nên số hạt chuyển từ pha này sang pha kia bằng nhau:

$$Dn_1 = -dn_2$$
.

do đó:

$$d\phi = (\mu_1 - \mu_2)dn_1 = 0$$

Suy ra:
$$\mu_1 = \mu_2$$
 (9.45)

Ba biểu thức (9.43), (9.44), (9.45) là các điếu kiện cân bằng của hệ hai pha, trong đó:

biểu thức (9.43) cho biết sự cân bằng về mặt cơ học;

biểu thức (9.44) cho biết năng lượng trao đổi giữa hai pha phải bằng nhau ;

biểu thức (9.45) cho biết khi trao đổi hạt, không chỉ có số hạt chuyển vào và thoát ra khỏi một pha nào đó bằng nhau, mà cả năng lượng trung bình mang bởi hạt cũng phải bằng nhau.

Đối với hệ nhiều pha, tương tự, các điều kiện cân băng sẽ là:

$$P_1 = P_2 = \ldots = P_i = \ldots$$

$$T_1 = T_2 = \dots = T_i = \dots$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i = \dots$$

Chương 10

CHẤT LỎNG VÀ CHUYỄN PHA

10.1. CÁU TẠO VÀ CHUYỂN ĐỘNG PHÂN TỬ CỦA CHẤT LỎNG

1. Trạng thái lỏng của các chất

Trạng thái lỏng là trạng thái trung gian giữa trạng thái khí và rắn. Ở những nhiệt độ thấp (gần nhiệt độ đông đặc) chất lỏng có những tính chất giống chất rắn và ở nhiệt độ cao chất lỏng lại có nhiều tính chất giống chất khí. Tuy nhiên do cấu tạo và chuyển động của các phân tử chất lỏng mà bình thường chất lỏng có những tính chất riêng của nó.

2. Cấu tạo và chuyển động phân tử của chất lỏng

Do nắng lượng chuyển động nhiệt của phân tử chất lỏng nhỏ hơn độ sâu của hố thế năng, nên các phân tử của chất lỏng không thể chuyển động tự do mà chỉ dao động quanh vị trí cân bằng. Nhưng do thăng giáng mà phân tử được nhận thêm năng lượng. có động năng đủ lớn và phân tử có thể vượt qua hố thế năng để dời đến một vị trí cân bằng mới.

Thời gian dao động của phân tử chất lỏng quanh vị trí cân bằng phụ thuộc vào nhiệt độ. Theo Frenken thời gian dao động trung bình τ của phân tử quanh một vị trí cân bằng được xác định theo công thức:

$$\overline{\tau} = \tau_{o} \cdot e^{w/kt}$$
 (10.1)

trong đó: k là hằng số Bônzoman, T là nhiệt độ tuyệt đối, τ_o là chu kỳ đao động trung bình của phân tử quanh vị trí cân bằng, W là năng lượng hoạt động của phân tử.

Ta thấy: khi nhiệt độ tăng, thời gian giảm ; khi gần nhiệt độ đông đặc thời gian $\bar{\tau}$ rất lớn. Còn ở nhiệt độ bình thường (với nước) $\tau_o = 10^{-13} \mathrm{s}$ và $\tau \approx 10^{-11} \mathrm{s}$. Như vậy, cứ dao đông khoảng 100 chu kỳ, phân tử nước lại dời đi chỗ khác.

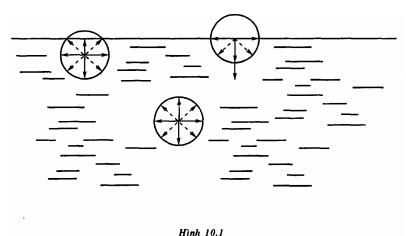
10.2. CÁC HIỆN TƯỢNG MẶT NGOÀI CỦA CHẤT LỎNG

1. Áp suất phân tử

Lực tương tác giữa các phân tử cấu tạo nên các chất là lực hút và lực đẩy, các lực này giảm nhanh theo khoảng cách. Trong chất lỏng, các phân tử thường nằm ở các khoảng cách mà lực hút chiếm ưu thế và chỉ những phân tử ở cách nhau một khoảng nhỏ hơn 10^{-9} m mới tác dụng lên nhau.

Nếu lấy một phân tử làm tâm và vẽ một mặt cầu bán kính $r=10^{-9} m$ (gọi là mặt cầu bảo vệ) thì chỉ những phân tử nằm trong mặt cầu đó mới tương tác với phân tử nằm ở tâm (h. 10.1). Đối với các phân tử nằm sâu trong chất lỏng, chúng có mặt cầu bảo vệ hoàn toàn nằm trong chất lỏng, lực tác dụng lên phân tử ở tâm về mọi phía triệt

tiêu nhau. Đối với các phân tử ở mặt ngoài và gần mặt ngoài có mặt cầu bảo vệ không nằm hoàn toàn trong chất lỏng, lúc đó các lực tác dụng lên phân tử ở tâm theo mọi phương không bù trừ nhau. Kết quả là các phân tử ở mặt ngoài và gần mặt ngoài chịu tác dụng



của một lực tổng hợp hướng vào trong lòng chất lỏng. Lực này ép lên các phân tử chất lỏng bên trong và gây nên mở áp suất gọi là *áp suất phân tử* (chính là nội áp). Áp suất phân tử này rất lớn (với nước cỡ hàng vạn atmotphe), nhưng không thể nén được các phân tử trong chất lỏng sít lại gần nhau. Vì khi các phân tử gần nhau hơn, thì lực đẩy giữa các phân tử chiếm ưu thế và chống lại áp suất phân tử làm cho các phân tử không thể sít lại. Khoảng cách giữa các phân tử chất lỏng nằm cạnh nhau cũng chỉ vào cỡ $r_o = 3.10^{-10} \text{m} (r_o \text{ là khoảng cách mà tại đó lực hút cân bằng lực đẩy).}$

Áp suất phân tử không thể đo được, vì nó luôn luôn hướng vào trong lòng chất lỏng, không tác dụng lên thành bình và các vật nhúng trong chất lỏng.

2. Năng lượng mặt ngoài và sức căng mặt ngoài

a) Năng lượng mặt ngoài

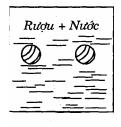
Ta giả thiết rằng nhiệt độ chất lỏng đồng đều, khi đó các phân tử ở mặt ngoài và ở phía trong cùng động năng chuyển động nhiệt trung bình. Nhưng các phân tử ở mặt ngoài bị các phân tử trong lòng chất lỏng hút, do đó nó còn có thêm thế năng do lực hút gây ra. Muốn đưa một phân tử từ trong lòng chất lỏng ra mặt ngoài cần phải thực hiện một công để thắng lực hút phân tử. Công này làm tăng thế năng của phân tử ở mặt ngoài. Kết quả các phân tử ở lớp mặt ngoài có thế năng lớn hơn và do đó có năng lượng tổng cộng lớn hơn các phân tử ở trong lòng chất lỏng. Phần năng lượng lớn hơn đó được gọi là *năng lượng mặt ngoài của chất lỏng*.

Năng lượng mặt ngoài càng lớn, khi số phân tử ở lớp mặt ngoài càng nhiều, như vậy năng lượng mặt ngoài (ΔE) tỉ lệ với diện tích mặt ngoài (ΔS) và ta có:

$$\Delta \mathbf{E} = \sigma.\Delta \mathbf{S} \tag{10.2}$$

 σ là hệ số tỉ lệ gọi là hệ số sức căng mặt ngoài, phụ thuộc vào loại chất lỏng và

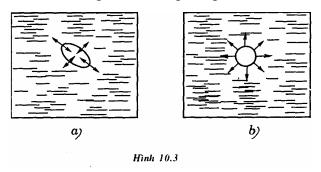
trạng thái chất lỏng. Trong hệ đơn vị SI σ có đơn vị là Jun/mét vuông (J/m²).



Hình 10.2

Ta biết rằng trong cơ học một hệ sẽ ở trạng thái cân bằng khi thế năng của nó cực tiểu. Vì vậy xu hướng giảm thế năng xuống cực tiểu của chất lỏng (theo 10.2) là co lại sao cho diện tích mặt ngoài nhỏ nhất. Trong các hình có cùng thể tích thì hình cầu có diện tích mặt ngoài nhỏ nhất. Do đó khi chất lỏng không chịu tác dụng của ngoại lực thì khối chất lỏng có dạng hình cầu. Điều đó có thể quan sát được bằng thực nghiệm khi ta nhỏ giọt dầu vào trong dung dịch hỗn hợp gồm rượu + nước có cùng tỉ trọng với dầu (nhưng không hòa tan dầu) khi đó trọng lực tác dụng vào giọt dầu cân bằng với lực đẩy Acsimét, nên ta quan sát thấy giọt dầu có dạng hình cấu (H. 10.2).

Hoặc lấy một khung dây kim loại nhúng vào nước xà phòng, ta thấy một màng xà phòng phủ lên khung. Nếu đặt lên trên mặt màng xà phòng này một vòng chỉ (H.10.3a) và chọc thủng màng xà phòng bên. trong vòng chỉ thì vòng chỉ sẽ trở thành vòng tròn (H. 10.3b). Do điều kiện năng lượng cực tiếu, nên màng xà phòng phải co lại để diện tích nhỏ nhất, tức diện tích lỗ thủng phải lớn nhất. Trong các hình cùng chu vi thì hình tròn có diện tích lớn nhất, do đó vòng chỉ có dạng vòng tròn.



b) Sức căng mặt ngoài

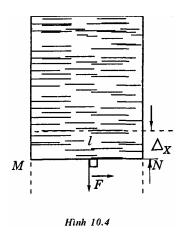
Việc mặt ngoài chất lỏng tạo hình dáng sao cho nó có diện tích nhỏ nhất, chứng tỏ diện tích mặt ngoài chất lỏng co xu hướng tự co lại. Nguyên nhân làm mặt ngoài co lại là do tác dụng của lực căng mặt ngoài chất lỏng gọi là *sức căng mặt ngoài*. Sức căng này tác dụng lên chu vi của mặt ngoài, vuông góc với đường chu vi và tiếp tuyến với mặt ngoài.

Trong thí dụ khung dây kim loại ở trên (H 10.3), lúc chưa chọc thủng màng xà phòng (H.10.3a), lực căng mặt ngoài tác dụng vào vòng chỉ ở hai phía như nhau, do đó vòng chỉ giữ nguyên dang như khi đặt vào. Khi chọc thủng màng xà phòng bên trong

vòng chịu lực căng của màng xà phòng phía trong vòng chỉ mất đi, chỉ còn lực căng mặt ngoài ở phía ngoài. Lực căng mặt ngoài này làm màng xà phòng co lại, do đó kéo vòng chỉ thành dạng tròn.

- Biểu thức của sức cặng mặt ngoài:

Để tìm biểu thức của sức căng mặt ngoài ta làm thí nghiệm sau: nhúng một khung dây kim loại trên đó có một cạnh MN dài l có thể trượt được trên khung vào nước xà phòng, ta được một màng xà phòng mỏng trên khung. Để khi lấy khung ra, màng khỏi co lại, ta cần phải tác dụng lên cạnh l một lực \vec{F} đúng với sức căng mặt ngoài (H. 10.4). làm dịch chuyển cạnh l một đoạn Δx . Khi đó lực \vec{F} thực hiện một công.



$$\Delta A = F.\Delta x \qquad (10.3)$$

Công này làm diện tích mặt ngoài tăng lên một lượng $\Delta S = 21$. Δx (có thừa số 2 là do màng xà phòng có 2 mặt ngoài: một mặt ở trên, một mặt ở dưới) và do đó làm năng lượng mặt ngoài tăng lên một lượng ΔE . Từ (10.2) và (10.3) ta có:

$$\Delta A = \Delta E = \sigma \Delta S = \sigma(2I.\Delta x) = F.\Delta x$$
 (10.4)

Từ đây, ta suy ra:

$$F = \sigma.2l = \sigma.L \tag{10.5}$$

L = 21 chính là chiều dài của đường chu vi mặt ngoài.

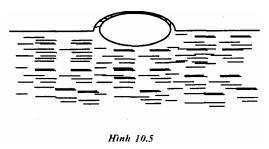
Nếu sức căng mặt ngoài thay đổi dọc theo chu vi, thì lúc đó ta chia chu vi thành nhiều đoạn nhỏ Δ li sao cho trên mỗi đoạn Δ li sức căng mặt ngoài Δ Fi tác dụng coi như không đổi. Ta có:

$$\Delta Fi = \sigma \Delta Ii \tag{10.6}$$

Nếu $\Delta l=1$ đơn vị chiều dài, thì $\sigma=\Delta F$; như vậy hệ số sức căng mặt ngoài có trị số bằng sức căng tác dụng lên một đơn vị dài của đường chu vi mặt ngoài. Trong hệ đơn vị SI, σ có đơn vị là Niutơn/mét (N/m).

- Hệ số sức căng mặt ngoài σ phụ thuộc vào bản chất từng chất lỏng và môi trường xung quanh ngăn cách chất lỏng. Với một chất lỏng cho trước, σ ~ giảm khi nhiệt độ tăng.

Nhiều hiện tượng đặc biệt của chất lỏng là do tác dụng của sức căng mặt ngoài. Thí dụ: sự tạo thành bọt khí trong chất lỏng, sự tạo thành giọt khi chất lỏng chảy qua lỗ nhỏ, ... Khi có các bọt khí trong lòng chất lỏng, các bọt khí này sẽ nổi lên trên nhặt (do lực đẩy Acsimet). Tới mặt chất lỏng, bọt khí sẽ đội một lớp chất lỏng có dạng khum (H. 10.5). Sức căng mặt ngoài sẽ giữ cho bọt khí không vỡ ra. Những bọt nhỏ như vậy tạo thành lớp bọt nhưng độ bền của nó không lâu, phụ thuộc vào độ nhớt và lực căng mặt ngoài.



Khi chất lỏng chảy ra khỏi một ống nhỏ thẳng đứng, thì chất lỏng không chảy ra thành dòng mà chảy từng giọt một. Nguyên nhân là do: dưới tác dụng của trọng lực, khối chất lỏng có xu hướng chảy xuống dưới. Nhưng khi chảy ra khỏi ống nó bị sức căng mặt ngoài giữ lại tạo thành giọt. Giọt này to dần và bị thắt lại ở chỗ miệng ống (H. 10.6).

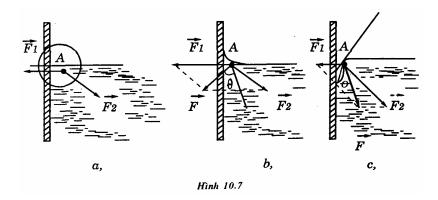
Khi trọng lực tác dụng lên giọt chất lỏng đủ lớn để thắng được sức căng mặt ngoài thì giọt chất lỏng đứt ra và rơi xuống. Khi lỗ ống rất nhỏ và áp suất chất lỏng không đủ lớn thì chất lỏng không thể chảy ra khỏi



ống được. Điều này giải thích tại sao nước mưa không thể chảy qua các lỗ rất nhỏ của vải bạt, ô, dù...

3. Hiện tượng làm ướt và không làm ướt

Thông thường ở điều kiện cân bằng thủy tĩnh, mặt ngoài của chất lỏng là mặt nằm ngang. Nhưng ở chỗ chất lỏng tiếp xúc với thành bình và không khí, mặt chất lỏng bị cong đi, do ảnh hưởng của lực phân tử từ phía thành bình tác dụng. Xét phân tử A nằm ở trên mặt ngoài và sát thành bình (H. 10.7a).

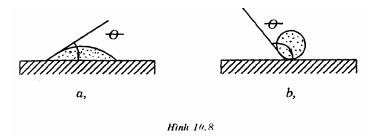


Khi đó lực tác đụng lên phân tử A gồm: lực $\overrightarrow{F_1}$ của các phân tử thành bình, $\overrightarrow{F_1}$ vuông góc với thành bình và hướng vào hành bình ; $\overrightarrow{F_2}$ là lực tác dụng của các phân tử chất lỏng, $\overrightarrow{F_2}$ hướng vào trong chất lỏng ; còn trọng lực tác dụng lên phân tử A không đáng kể (bỏ qua). Vật tổng hợp lực tác dụng lên phân tử A chỉ còn là: $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

Nếu $F_1 > F_2$ thì \vec{F} sẽ hướng về phía thành bình (H. 10.7b) và nếu $F_1 < F_2$ thì \vec{F} sẽ hướng về phía chất lỏng (H. 10.7c). Ở trạng thái cân bằng, lực \vec{F} phải vuông góc với bế mặt, vì nếu không sẽ có thành phần tiếp tuyến với mặt ngoài làm phân tử A chuyển động dọc theo mặt ngoài. Vi thế mặt ngoài của chất lỏng ở chỗ biên giới giữa chất lỏng " thành bình - không khí bị cong lên (mặt khung lõm, H. 10.7b) hoặc cong xuồng (mặt khung lồi, H. 10.7c) tùy theo lực F hướng ra ngoài hay vào trong chất lỏng.

Dạng mặt khum đó được xác định bởi một đại lượng gọi là *góc làm ướt* hay *góc* $m\acute{e}p\theta$. Đó là góc tạo bởi tiếp tuyến của mặt ngoài và thành bình: Nếu $\theta < \frac{\pi}{2}$ ta nói: chất lỏng làm ướt vật, khi đó mặt ngoài chất lỏng có dạng lõm xuống. Thí dụ: nước đựng trong bình thủy tinh (H. 10.7b), giọt nước rơi trên mặt kính (H. 10.8).

Nếu $\theta > \frac{\pi}{2}$ ta nói: chất lỏng không làm ướt vật ; mặt ngoài chất lỏng có dạng lồi lên. Thí dụ: thủy ngân đựng trong bình thủy tinh (H. 10.7c) giọt nước trên lá sen, ... (H. 10.8b).



Nếu $\theta = 0$ - ta nói chất lỏng làm ướt hoàn toàn vật;

Nếu $\theta = \pi$ - ta nói chất lỏng không làm ướt hoàn toàn vật.

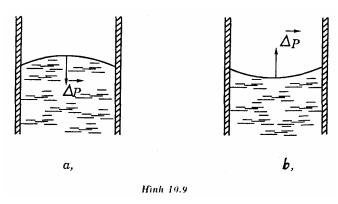
Góc θ phụ thuộc bản chất các chất tiếp xúc với nhau, trạng thái chất lỏng và trạng

thái bề mặt mà chất lỏng tiếp xúc.

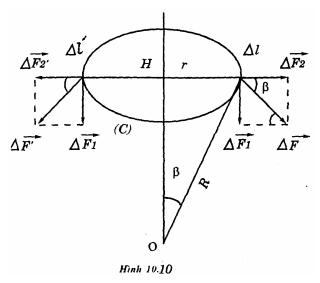
10.3. HIỆN TƯỢNG MAO DẪN

1. Áp suất phụ dưới mặt khum

Diện tích mặt ngoài chất lỏng khi bị cong (lồi lên hoặc lõm xuống) lớn hơn diện tích khi phẳng. Do xu hướng giảm mặt ngoài đến cực tiểu, nên sức căng mặt ngoài có tác dụng kéo mặt ngoài trở thành phẳng. Xu hướng co diện tích mặt ngoài lại tạo ra áp suất phụ $\Delta \vec{p}$ thêm vào ngoài áp suất phân tử. Với mặt khum lồi, sức căng có tác dụng ép phần chất lỏng phía dưới và gây ra áp suất phụ hướng từ trên xuống (H. 10. 9a) và áp suất phụ cùng chiều với áp suất phân tử.



Với mặt khum lõm, sức căng gây ra một áp suất phụ hướng lên trên, ngược chiều với áp suất phân tử (H. 10.9 b). Ta tính áp suất phụ này cho trường hợp mặt khum lồi có dạng chỏm cầu bán kính R và khẩu kính r (H. 10.10).



Xét một phần tử Δl trên chu vi C của mặt khum, nó chịu tác dụng một lực căng $\Delta \vec{F}$; $\Delta \vec{F} \perp \Delta l$ tiếp tuyến với mặt khum và có độ lớn $\Delta F = \sigma.\Delta l$. Phân tích $\Delta \vec{F}$ ra hai thành phần: $\Delta \vec{F} = \Delta \overrightarrow{F_1} + \Delta \overrightarrow{F_2}$ thành phần thẳng đứng $\Delta \overrightarrow{F_1}$ với $\Delta F_1 = \Delta F.\sin\beta$ và thành phần nằm ngang $\Delta \overrightarrow{F_2}$. Xét một phần tử $\Delta l'$ ($\Delta l' = \Delta l$) đối xứng với phân tử Δl trên chu

vi C của mặt khum. Ta thấy các lực $\Delta \overrightarrow{F_2}$ tác dụng lên các phần tử Δl cân bằng với các lực $\Delta \overrightarrow{F_2}$ tác dụng lên các phân tử Δl ' của chu vi C theo phương nằm ngang $(\Delta \overrightarrow{F_2} \uparrow \downarrow \Delta \overrightarrow{F_2} \ và \ \Delta F_2 \ = \Delta F_2 = \Delta F \cos \beta)$. Vì vậy, chỉ có các lực thành phần $\Delta \overrightarrow{F_1} \ và \ \Delta \overrightarrow{F_1}$ nén lên chất lỏng mà thôi. Do đó sức căng \overrightarrow{F} nén lên chất lỏng bằng tổng các lực $\Delta \overrightarrow{F_1} \ (\overrightarrow{F} = \sum \Delta \overrightarrow{F_1})$ và có độ lớn:

$$F = \sum \Delta F_1 = \sum \Delta F. \sin \beta = \sum \sigma. \Delta l \frac{r}{R} = \sigma \cdot \frac{r}{R} \sum \Delta l$$
 (10.7)

mà $\Sigma\Delta l$ chính là chu vi của vòng tròn C là ($\Sigma\Delta l = 2\pi r$), nên ta có:

$$F = \frac{\sigma r}{R} \cdot 2\pi \cdot r = \sigma \cdot \frac{2\pi \cdot r^2}{R}$$
 (10.8)

Lực \vec{F} này ép lên diện tích vòng tròn $S=\pi r^2$ và gây ra áp suất phụ dưới mặt khum lồi là:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\sigma}{R} \tag{10.9}$$

Đối với mặt khum lõm do áp suất phụ hưởng lên trên, nếu có giá trị âm ta có:

$$\Delta p = -\frac{2\sigma}{R} \tag{10.10}$$

quy ước: R > 0 với bán kính mặt cầu hướng về phía chất lỏng;

R < 0 với bán kính mặt cầu hướng ra khỏi chất lỏng.

Ta có thể viết chung hai công thức (10.9), (10.10) như sau:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} \tag{10.11}$$

Trường hợp mặt ngoài phẳng $(R = \infty) \Delta p = 0$.

2. Hiện tượng mao dẫn

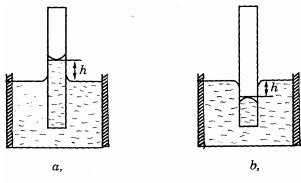
a) Hiện tượng

Nhúng một ống có tiết diện nhỏ vào một chậu đựng chất lỏng, ta thấy chất lỏng trong ống dâng lên hay hạ xuống tùy theo nó làm ướt hay không làm ướt thành ống (H. 10.11a: ống thủy tinh nhỏ nhúng trong nước; H. 10.11b: ống thủy tinh nhỏ nhúng trong thủy ngân).

Hiện tượng chất lỏng dâng lên hay hạ xuống trong các ống có tiết diện nhỏ gọi là hiện tượng mao dẫn.

ống có tiết diện nhỏ đó gọi là ống mao dẫn hay ống mao quản.

Do hiện tượng dính ướt và không dính ướt, mà mặt chất lỏng trong ống bị khum. Khi đó, chất lỏng trong ống sẽ chịu thêm một áp suất phụ. Vì bán kính các ống mao dẫn nhỏ nên áp suất phụ lớn. Đối với mặt khum lõm xuống, áp suất phụ

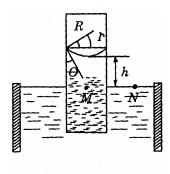


Hinh 10.11

hướng lên trên sẽ kéo phần chất lỏng trong ống dâng lên; còn đối với mặt khum lồi lên, áp suất phụ hướng xuống dưới sẽ nén phần chất lỏng trong ống hạ xuống.

b) Độ cao chất lỏng dâng lên hay hạ xuống trong ống

Xét chất lỏng làm ướt ống, và giả sử mặt thoáng chất lỏng trong ống là một chỏm cầu bán kính R (H. 10.12). Ông mao dẫn có bán kính trong là r, gọi chiều cao cột chất lỏng trong ống là h, góc bờ là θ . Xét hai điểm M và N trên cùng một mực ngang khi chất lỏng cân bằng Điểm N ở dưới mặt thoáng



Hinh 10.12

năm ngang, nên nó không chịu áp suất phụ, mà chỉ chịu áp suất khí quyển P_o (hướng xuống), vậy:

$$P_{N} = P_{o} \tag{10.12}$$

Điểm M vừa chịu áp suất khí quyển P_o (hướng xuống), vừa chịu áp suất thủy tĩnh do cột chất lỏng chiều cao h gây ra ρ gh (hướng xuống), đồng thời nó còn chịu áp suất phụ Δp hướng lên, $\Delta p < 0$) gây ra bởi mặt khum lõm, ta có:

$$P_{M} = P_{o} + \rho gh + \Delta p \qquad (10.13)$$

Vì M và N cùng nằm trên một mực ngang, nên áp suất của chúng bằng nhau:

$$P_{M} = P_{N}$$

$$\rightarrow P_{o} + \rho g.h + \Delta p = P_{o}.$$
(10.14)

kết quả:

$$h = -\frac{\Delta p}{\rho g} \tag{10.15}$$

Vì mặt thoáng là mặt khum lõm, nên bán kính R âm (R < 0) và do đó từ hình 10.13 ta có:

$$R = -\frac{r}{\cos\theta} \tag{10.16}$$

thay $\Delta p = \frac{2\sigma}{R} \Delta p$ vào (10.16), ta được:

$$h = -\frac{\Delta p}{\rho g} = -\frac{2\sigma}{R \rho g}$$
 (10.17)

hoặc thay giá trị của R từ (10.16) vào (10.17) ta có:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{r\rho,g} \tag{10.18}$$

Công thức (10.18) được gọi là công thức Jurin.

Từ công thức (10.18) ta thấy: dấu của $\cos\theta$ cho biết chất lỏng dâng lên hoặc hạ xuống trong ống.

Với chất lỏng làm ướt (mặt thoáng lõm xuống)

 $0 \le \theta < \pi/2$ thì $\cos \theta > 0$ và chất lỏng dâng lên trong ống (h > 0).

- Với chất lỏng không làm ướt (mặt thoáng lồi lên)

 $\pi/2 < \theta \le \pi$ thì $\cos \theta < 0$ và chất lỏng hạ xuống (h < 0).

- Nếu chất lỏng làm ướt hoàn toàn $\theta=0$ ($\cos\theta=1$) và không làm ướt hoàn toàn $\theta=\pi(\cos\theta=-1)$ ta có:

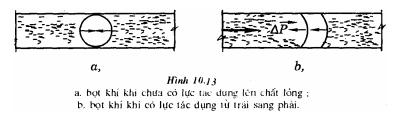
$$h = \pm \frac{2\sigma}{r\rho g} \tag{10.19}$$

Nếu khối lượng riêng ρ đã biết, r và h đo được ta có thể tính được σ .

Hiện tượng mao dẫn giúp ta giải thích một số hiện tượng trong tự nhiên và trong đời sống:

- + Bông, giấy thấm, bấc đèn... có khả năng hút các chất lỏng như nước, mực, dầu, ... nhờ khe hẹp trong các chất này là ống mao dẫn.
- + Thực vật hút được các chất dinh dưỡng, nước từ dưới đất lên là nhờ những ống mao dẫn nhỏ ở trong chúng.
- + Nhờ các ống mao dẫn có trong đất mà nước được dẫn từ các mạch ngầm lên mặt đất, giữ cho đất có độ ẩm cần thiết.

+ Khi trong ống có bọt khí, thì bọt khí này sẽ ảnh hưởng đến sự chảy của chất lỏng trong ống. Vì khi chất lỏng chảy, bọt khí có dạng mặt cong tạo ra một áp suất phụ $\Delta \vec{p}$ ngăn cản sự chảy của chất lỏng. Vì thế cần phải tạo ra một áp suất để thắng áp suất phụ này (H. 10.13). Nên áp suất tạo ra không đủ thắng áp suất phụ thì bọt khí làm tắc ống.



Trong đời sống hàng ngày, khi tiêm, truyền vào máu cần lưu ý không cho bọt khí lọt vào làm tắc máu. Các phi công vũ trụ bay lên cao, nơi có áp suất thấp. Các bọt khí có trong máu bốc ra làm cản trở chuyển động của máu. Vì vậy họ phải mặc quần áo đặc biệt để bảo vê.

10.4. CHUYÊN PHA

1. Khái niệm về chuyển pha

Các hệ nhiệt động, ở những điều kiện nhất định nào đó tính chất của hệ có thể thay đổi. Sự thay đổi tính chất của hệ như vậy trong vật lý gọi là sự chuyển pha. Thí dụ: nước ở nhiệt độ bình thường gọi là pha lỏng, nhưng khi hạ nhiệt độ đến O^OC thì pha lỏng của nước chuyển thành pha rắn (nước đá), còn khi tăng nhiệt độ lên đến 100^{O} C thì pha lỏng của nước chuyển thành pha khí (hơi nước). Từ đây ta có thể định nghĩa: *Pha của một hệ nhiệt động là tập hợp tất cả các phần có các tính chất vật lý và hóa học như nhau của hệ*.

Trong cùng một không gian của hệ có thể đồng thời tồn tại 2 pha. Chẳng hạn: nước đá bắt đầu nóng chảy ở 0°C và khi đốt nóng tiếp tục, nhiệt độ của nó không thay đổi cho đến khi tất cả nước đã biến thành nước. Trong quá trình đó nước đá và nước đồng thời tồn tại.

2. Phân loại chuyển pha

Khi có sự chuyển từ pha này sang pha khác của một hệ, thì bao giờ cũng kèm theo sự thay đổi của một số thông số trạng thái hoặc một số hàm trạng thái của hệ. Sự biến đổi đó thường được tính theo các đạo hàm riêng bậc 1 hay bậc 2 của các hàm thế nhiệt động.

Thí dụ:

Nhiệt dung đẳng áp

$$\mathbf{C}_{\mathbf{P}} = \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{P}} = \left(\frac{\mathbf{T} \partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{P}} = -\mathbf{T} \left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{T}^2}\right)_{\mathbf{P}} \dots$$

Tùy theo mức đô biến đổi của thông số trang thái hoặc hàm số trang thái của hê mà chia loại chuyển pha.

- a) Chuyền pha loại I: là chuyển pha trong đó thể tích, nội năng, entrôpi, ... của hệ biến đổi đôt ngôt (có bước nhảy). Một cách tổng quát: trong chuyển pha này, các đạo hàm bậc nhất của các hàm thế nhiệt *biến đổi không liên tục* (có bước nhảy) và khi đó trang thái của hệ có đột biến. Các quá trình chuyển pha giữa các trang thái kết tu và ngược lại (khí - lỏng - rắn) của vật chất đều thuộc chuyển pha loại I.
- b) Chuyển pha loại II: là chuyển pha trong đó thể tích, nội năng, entrôpi..., của hệ biến đổi liên tục (không có bước nhảy) nghĩa là những thông số trạng thái được tính theo đạo hàm bậc I của các hàm thế nhiệt động biến thiên liên tục, còn được tính theo đạo hàm bậc II của các hàm thế nhiệt động biến thiên gián đoạn (có bước nhảy): chẳng hạn trong quá trình chuyển pha kim loại - siêu dẫn nhiệt dung CF biến thiên gián đoạn.

Chuyển pha kim loại - siêu dẫn:

trong đó: kim loại chuyển từ trạng thái dẫn điện có điện trở sang trạng thái siêu dẫn không có điện trở hoặc trong quá trình vật chất chuyển từ trang thái thuận từ sang trạng thái sắt từ, đều là các chuyển pha loại II. Như vậy, đặc điểm của chuyển pha loại II là các thông số trang thái của hệ (thể tích, áp suất, entrôpi...), biến đổi liên tục nghĩa là trạng thái của hệ biến đổi liên tuc.

3. Sự cân bằng pha

a) Điều kiện cân bằng 2 pha

Sự chuyển pha ở mức độ xác định phụ thuộc vào áp suất và nhiệt độ của hệ. Do đó, trong trường hợp hệ có 2 pha tồn tại cân bằng với nhau thì áp suất và nhiệt độ của 2 pha cũng phải như nhau [xem (9.43), (9.44)]:

(chỉ số ở phía dưới chỉ thứ tự pha).

Mặt khác, khi có sự cân bằng nhiệt động giữa hai pha của hệ thì hàm thế nhiệt đông Gibbs φ cực tiểu:

 $d\phi = 0$ và dựa vào hệ ở trạng thái cân bằng thì số hạt chuyển từ pha này sang pha

kia bằng nhau $dn_1=dn_2$ (số hạt tương ứng của mỗi pha là n_1 và n_2).

Từ (9.40) ta có:

$$d\phi = -SdT + VdP + \sum_{i} \mu_{i} dn_{i} = 0$$

(vì P, T không đổi nên dT = 0, dP = 0)

Do đó:
$$(\mu_1 - \mu_2) dn_1 = 0$$

Từ đây suy thêm một điều kiện cân bằng về thế hóa học: μ_1 - μ_2 [xem (9.45)]

(Nghĩa là năng lượng trung bình của các hạt cũng phải bằng nhau).

Với các biến số P và T, thì μ là hàm của P và T, do đó phương trình $\mu_1(P,T) = \mu_2(P,T)$ cho biết sự phụ thuộc của P và T. Phương trình này trên đồ thị (P,T) biểu diễn một đường cong gọi là đường cong cân bằng pha (hay là giản đồ pha). Thí dụ: hình 10.14 biểu diễn đường cong cân bằng pha trong quá trình chuyển pha giữa pha lỏng và pha khí; mỗi phía của đường cong tương ứng với một pha. Các trạng thái nằm trên đường cong là trạng thái đồng thời tồn tại cả hai pha. Sự chuyển từ pha này sang pha khác và ngược lại đều tiến hành qua đường cong cân bằng pha. Chẳng hạn với một áp suất cho trước trên đường cong cân bằng pha, ở nhiệt độ cao hơn nhiệt độ cân bằng ta có pha khí, còn ở nhiệt độ thấp hơn ta có pha lỏng.

b) Điều kiện cân bằng 3 pha

Tương tự trên ta có 3 điều kiện:

$$T_1 = T_2 = T_3$$

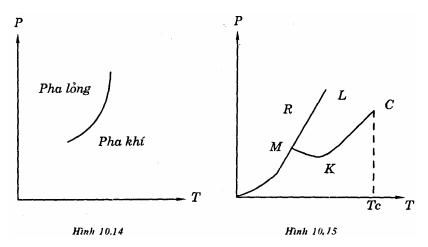
$$P_1 = P_2 = P_3$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

Từ 2 phương trình: $\mu_1(P,T) = \mu_2(P,T)$ và $\mu_1(P,T) = \mu_3(P,T)$, ta xác định được một điểm tại đó thỏa mãn điều kiện cân bằng 3 pha. Điểm đó gọi là điểm ba μ .

Đối với các pha rắn (R), lỏng (L) và khí (K) của một chất, đường cong cân bằng pha (LK) tận cùng ở C (H. 10.15). Trạng thái C là trạng thái tới hạn (đó là trạng thái mà mọi sự khác nhau về chất lỏng và hơi bão hòa của nó không còn nữa ở trạng thái này nhiệt hóa hơi bằng không, sức căng mặt ngoài cũng bằng không). Nhiệt độ ở trạng thái tới hạn gọi là nhiệt độ tới hạn T_C '

 \mathring{O} nhiệt độ $T < T_C$ trong chuyển pha RL, RK, LK, qua các đường cong cân bằng có kèm theo biến thiên trạng thái đột ngột, đó là các chuyển pha không liên tục, còn với $T > T_C$ có thể chuyển pha lỏng - khí liên tục. Các đặc điểm quan trọng cần phân biệt của các loại chuyển pha:



Chuyển pha loại I:

- Quá trình chuyển pha loại I xảy ra là quá trình vừa đẳng nhiệt (T = const) vừa đẳng áp (P = const) nghĩa là trong suốt quá trình chuyển pha loại I cả áp suất và nhiệt độ đều không đổi.
- Trong quá trình chuyển pha loại I luôn luôn tồn tại nhiệt lượng mà hệ nhận vào (Q>0) hay tỏa ra (Q<0): $Q=T(S_2-S_1)$, trong đó T là nhiệt độ trong quá trình chuyển pha, S_1 và S_2 tương ứng là entrôpi của hệ ở pha 1 và pha 2.

Trong suốt quá trình chuyển pha loại I cả áp suất và nhiệt độ đều không đổi, nhưng khi ta thay đổi áp suất thì nhiệt độ chuyển pha cũng thay đổi theo. Mối quan hệ này được xác định bởi công thức sau đây gọi là phương trình Clapeyron - Clausius:

$$\frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dP}} = \frac{\mathrm{T}(\mathrm{V}_2 - \mathrm{V}_1)}{\mathrm{Q}} \tag{10.20}$$

 \mathring{O} đây dT và dP là các biến thiên vô cùng nhỏ của nhiệt độ T và áp suất P ; V_1 và V_2 là thể tích của hệ tương ứng ở pha 1 và pha 2 .

Phương trình (10.20) cho biết sự phụ thuộc của nhiệt độ chuyển pha vào áp suất. Thí dụ ở nhiệt độ sôi T_C nước chuyển thành hơi nước, ta thấy $V_2 > V_1$ và Q > 0, do đó T > 0 nghĩa là khi áp suất tăng thì Tc tăng.

Vì thế ở các nồi áp suất làm kín, khi áp suất trong nồi tăng thì nhiệt độ sôi của nước trong nồi cũng tăng lên đáng kể.

Chuyển pha loại II:

Chuyển pha loại II là chuyển pha liên tục (trạng thái của hệ biến đổi liên tục), nên dựa vào đó không thể mô tả được chuyển pha loại II. Để mô tả chuyển pha loại II ta dựa vào đặc điểm là tại điểm chuyển pha đạo hàm bậc 2 của các hàm thế nhiệt động có đột biến. Các đạo hàm này cũng lại xác định các đại lượng vật lý biểu thị tính chất của hệ như nhiệt dung, hệ số dãn nở nhiệt $\left(\frac{dV}{dT}\right)_P$ hệ số nén $\left(\frac{dV}{dT}\right)_T$... mà các đại lượng vật lý này lại liên quan rất chặt chẽ với tính đối xứng của hệ. Như vậy chuyển pha loại

II gắn liền với sự thay đổi tính đối xứng của hệ, nói cách khác tính đối xứng của hệ ở hai pha khác nhau là khác nhau.

PHŲ LŲC

Những câu hỏi được đưa ra dưới đây nhằm giúp cho sinh viên chú ý và chọn cách học thích hợp về các khái niệm, các hiện tượng, các định nghĩa, các định luật vật]ý qua đó sinh viên nắm chắc và hiểu sâu hơn phần lý thuyết đã học, cũng như giải quyết phần bài tập theo yêu cầu của lý thuyết.

A - PHẦN NHIỆT HỌC

I. Các câu hỏi lý thuyết

- 1. Cho 1 thí dụ về quá trình trong đó không có sự truyền nhiệt nhưng nhiệt độ của hệ tăng, và 1 thí dụ: ta cũng cấp *cho* hệ nhiệt lượng nhưng nhiệt độ của hệ không tăng.
 - 2. Lắc mạnh một phích đựng nước (có vỏ cách nhiệt lý tưởng).
 - a) Nhiệt độ của nước có tăng không?
 - b) Nhiệt lượng có được cung cấp cho hệ không?
 - c) Công có thực hiện trên hệ không?
 - d) Nội năng của hệ có thay đổi không?
 - 3. Phương trình trạng thái khí lý tưởng. Phân biệt nội năng, công và nhiệt.
 - 4. Phát biểu nguyên lý thứ nhất nhiệt động học và hệ quả.
 - 5. Giải thích tại sao nhiệt độ của khối khí giảm khi dãn nở đoạn nhiệt.
- 6. Áp dụng nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học để khảo sát quá trình cân bằng đẳng tích của khí lý tưởng.
- 7. Áp dụng nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học để khảo sát quá trình cân bằng đẳng áp cân bằng đẳng nhiệt và cân bằng đoạn nhiệt của khí lý tưởng.
- 8. Những hạn chế của nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học và nêu những hướng khắc phục hạn chế đó.
 - 9. Định nghĩa và ý nghĩa của quá trình thuận nghịch.
 - 10. Hiệu suất của động cơ nhiệt và nêu nhận xét.
 - 11. Cơ thể con người có phải là một động cơ nhiệt hay không ? giải thích.
- 12. Phát biểu nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học và nêu sự tương đương về cách phát biểu đó.
- 13. Định nghĩa chu trình Các nô thuận nghịch và suy ra biểu thức tính hiệu suất của chu trình.
 - 14. Phát biểu định lý Cácnô và rút ra một số nhận xét từ định lý đó.

- 15. Biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học.
- 16. Đinh nghĩa hàm entrôpi và ý nghĩa của nó.
- 17. Nguyên lý tăng entrôpi và ý nghĩa của nó.
- 18. Biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học dưới dạng entrôpi.
 - 19. Entrôpi của khí lý tưởng.

Các câu hỏi kiểm tra trắc nghiệm (Sinh viên suy nghĩ, cân nhắc để chọn ý đúng trong các ý đã cho).

- 20. Biểu thức của nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học:
- (A) $\Delta U = A + Q'$
- (B) $\Delta U = Q + A'$
- (C) $A = Q \Delta U$
- (D) $A = \Delta U + Q'$.
- 21. Ở mỗi trạng thái, hệ chỉ có một giá trị xác định của:
- (A) Công
- (B) Nhiệt
- (C) Công và nhiệt
- (D) Năng lượng.
- 22. Nhiệt là:
- (A) Đại lượng đùng để đo mức độ trao đổi năng lượng
- (B) Một dạng của năng lượng
- (C) Dùng để đo "lượng nhiệt dự trữ trong vật"
- (D) Chỉ .xuất hiện ở mỗi trạng thái.
- 23. Công:
- (A) Không phụ thuộc vào quá trình biến đổi trạng thái của hệ
- (B) Có một giá trị xác định ở mỗi trạng thái của hệ
- (C) Là một dạng của năng lượng
- (D) Dùng để đo mức độ trao đổi năng lượng.
- 24. Nội năng:
- (A) Là phần năng lượng ứng với chuyển động của hệ
- (B) Là một hàm trạng thái

- (C) Không phụ thuộc vào nhiệt độ của hệ
- (D) đặc trưng cho tương tác giữa các hệ.
- 25. Công khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt:

(A)
$$\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_2}{P_1}$$

(B)
$$\frac{m}{\mu} RT ln \frac{P_1}{P_2}$$

(C)
$$\frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{2} \right) R\Delta T$$

(D)
$$\frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$$

26. Nhiệt khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp:

(A)
$$\frac{\mathbf{m}}{\mu} \cdot \frac{\mathbf{i}}{2} \mathbf{R} \Delta \mathbf{T}$$

(B)
$$\frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{2} \right) R\Delta T$$

(C)
$$\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

(D)
$$\frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{4} \right) R\Delta T$$

27. Nhiệt khối nhận được trong quá trình đẳng tích:

(A)
$$\frac{m}{\mu}$$
 . i.R Δ T

(B)
$$\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

(C)
$$\frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{2} \right) R\Delta T$$

(D)
$$\frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{4} \right) R\Delta T$$

28. Công khối khí nhận được trong quá trình đoạn nhiệt:

(A)
$$\frac{\mathbf{m}}{\mu}$$
 . RTln $\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1}$

(B)
$$\frac{\mathbf{m}}{\mu}$$
 . RTln $\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2}$

(C)
$$\frac{\mathbf{m}}{\mu}$$
. RTIn $\frac{\mathbf{P}_1}{\mathbf{P}_2}$

(D)
$$\frac{P_{2}V_{2} - P_{1}V_{1}}{\left(\frac{i+2}{i}\right) - 1}$$

- 29. Độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá trình đoạn nhiệt:
- (A) $\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R\Delta T$
- (B) $\frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R\Delta T$
- (C) $\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{i} R\Delta T$
- (D) $\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT$
- 30. Nguyên lý thứ nhất cho biết:
- (A) Nhiệt truyền được từ vật lạnh sang vật nóng
- (B) Nhiệt không thể biến hoàn toàn thành công
- (C) Nhiệt lượng lấy ở môi trường có nhiệt độ cao có chất lượng cao hơn cùng nhiệt lượng đó lấy ở môi trường có nhiệt độ thấp hơn
 - (D) Chiều diễn biến của quá trình thực tế xảy ra.
 - 31. Trong một quá trình thuận nghịch thì:
 - (A) Các thông số trạng thái không đổi
- (B) Mỗi thông số trạng thái của hệ tại mọi phần của hệ có giá trị khác nhau (ở cùng một trạng thái)
 - (C) Các thông số trạng thái của hệ có giá trị xác định
- (D) Đồ thị biểu diễn quá trình thuận và quá trình nghịch không trùng nhau (trên cùng một hệ trục tọa độ).
 - 32. Hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch phụ thuộc vào:
 - (A) Chất tác nhân
 - (B) Cách chế tao máy
 - (C) Hiệu (T₁ T₂)
 - (D) Tỷ số $(T_1 T_2)/T_1$.
 - 33. Nội dung của nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học
- (A) Có thể thực hiện một quá trình mà kết quả duy nhất là truyền năng lượng dưới dạng nhiệt từ vật lạnh hơn sang vật nóng hơn
 - (B) Không thể nào chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại I
 - (C) Có thể chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại II
 - (D) Không thể chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại II.
 - 34. Hiệu suất của chu trình không thuận nghịch:

- (A) $\left(1 \frac{T_2}{T_1}\right)$
- $(B) \ \frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$
- (C) $\frac{Q_1}{Q_2}$
- (D) $\left(1 \frac{T_{min}}{T_{max}}\right)$
- 35. Biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học (đối với hệ biến đổi theo một chu trình gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đoạn nhiệt)
 - (A) $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0$
 - (B) $\frac{Q_1}{T_1} \frac{Q_2}{T_2} \le 0$
 - (C) $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \ge 0$
 - (D) $\frac{Q_1}{T_1} \frac{Q_2}{T_2} \ge 0$
 - 36. Hàm entrôpt S:
 - (A) $\int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}$
 - (B) $\frac{\delta Q}{T}$
 - (C) $S_o + \frac{\delta Q}{T}$
 - (D) $S_o + \int \frac{\delta Q}{T}$
 - 37. Độ biến thiên entrôpi của mật hệ có lập có quá trình diễn biến thuận nghịch;
 - (A) $\Delta S \stackrel{\circ}{>} 0$
 - (B) $\Delta S < 0$
 - (C) ΔS max
 - (D) $\Delta S = 0$
 - 38. Theo nguyên lý tăng entrôpi thì:
- (A) Với quá trình nhiệt động thực tế xảy ra trong một hệ cô lập entrôpi của hệ luôn luôn giảm
- (B) Với quá trình nhiệt động thực tế xảy ra trong một hệ cô lập, entrôpi của hệ lúc tăng tục giảm.
 - (C) Trong thực tế một hệ cô lập có thể hai lần đi qua cùng một hệ trạng thái.

- (D) Một hệ ở trạng thái cân bằng lúc entrôpi của nó cực đại.
- 39. Độ biến thiên entrôpi trong quá trình đẳng nhiệt của khí lý tưởng:
- (A) Bằng 0

- (B) $\frac{Q}{T}$
- (C) $\frac{m}{\mu} C_{\nu} ln \frac{P_2}{P_1}$
- (D) $\frac{m}{\mu} C_n \ln \frac{P_2}{P_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$.

II. Phần bài tập

Các công thức cơ bản còn sử dụng khi làm bài tập:

1. Phương trình trạng thái của khí lý tường:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

trong đó P, V, T là áp suất, thể tích và nhiệt độ của một khối khí xác định có khối lượng m, μ là khối lượng của 1 kilômol khí đó ; R là hằng số khí lý tưởng.

Trong hệ SI : R = 3,31.10³
$$\frac{j}{\text{kmol.K}}$$
 = 8,31 $\frac{j}{\text{mol.K}}$
hoặc R = 0,0848. $\frac{\text{m}^3 \text{.at}}{\text{kmol.K}}$ = 0,0848. $\frac{\text{lit.at}}{\text{mol.K}}$

từ đó bằng átmốtphe; $1at = 736mmHg = 9,81.10^4 \text{ N/m}^2$)

2. Khối lượng riêng của khí lý tưởng:

$$\rho = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{V}} = \mu \cdot \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{RT}}$$

3. Nguyên lý thứ nhất của nhiệt động học:

$$\Delta U = A + Q ;$$

Nếu quá trình biến đổi vô cùng nhỏ, thì có thể viết dưới dạng:

$$dU = \delta A + \delta Q$$

trong đó: dU là độ biến thiên nội năng của hệ, $\delta A = -PdV$ là công mà hệ nhận được khi thể tích của nó thay đổi một lượng dV.

∂Q là nhiệt lượng mà hệ nhận được trong quá trình biến đổi.

4. Độ biến thiên nội năng của khí lý tưởng:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R\Delta T = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$$

trong đó: $C_v = \frac{i}{2} R$ là nhiệt dung phân tử đẳng tích của khí lý tưởng.

5. Công khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp:

$$A = P(V_1 - V_2) = -P(V_2 - V_1)$$

- Nhiệt khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp:

$$Q = \frac{m}{\mu} \cdot C_p \Delta T$$

 \mathring{O} đây C_p là nhiệt dung phân tử đẳng áp của khí và

$$C_P = \frac{i+2}{2}R$$

6. Công khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt:

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Nhiệt khối khí nhận được trong quá trình đẳng nhiệt:

$$Q = \frac{m}{\mu} \cdot RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

7. Phương trình của quá trình đoạn nhiệt:

$$\begin{split} PV^{\gamma} &= const \\ TV^{\gamma-1} &= const \\ TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} &= const \\ \mathring{O} &\text{ dây } : \gamma = \frac{C_p}{C_n} = \frac{i+2}{i} \end{split}$$

là hệ số Poátxông (chỉ số đoạn nhiệt)

- Công mà khối khí nhận được trong quá trình đoạn nhiệt:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\mathbf{P_1V_1}}{\gamma - 1} \left[\ \left(\frac{\mathbf{V_2}}{\mathbf{V_1}} \right)^{1 - \gamma} - 1 \ \right] \\ \text{hoặc} &\quad \mathbf{A} &= \frac{\mathbf{P_2V_2} - \mathbf{P_1V_1}}{\gamma - 1} \\ \text{hoặc} &\quad \mathbf{A} &= \frac{\mathbf{m}}{\mu} \cdot \frac{\mathbf{RT_1}}{(\gamma - 1)} \left[\frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}} - 1 \ \right] \end{aligned}$$

 \mathring{O} đây: P_1 , V_1 , T_1 và P_2 , V_2 , T_2 là áp suất, thể tích, nhiệt độ của khối khí tương ứng ở trạng thái (1) và (2).

8. Hiệu suất của động cơ nhiệt:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$$

 \mathring{O} đây: Q_1 là nhiệt mà tác nhân nhận được của nguồn nóng ; Q_2 là tác nhân nhả cho nguồn lạnh.

9. Hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T}$$

 $\mathring{\mathrm{O}}$ đây: T_1 là nhiệt độ của nguồn nóng, T_2 là nhiệt độ của nguồn lạnh.

10. Hệ số làm lạnh của máy làm lạnh:

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

 \mathring{O} đây: A là công tiêu tốn trong một chu trình làm lạnh ; Q_2 là nhiệt mà tác nhân nhận được của một nguồn lạnh và Q_1 là nhiệt mà tác nhân nhả cho nguồn nóng trong một chu trình.

Hệ số làm lạnh của máy lạnh hoạt động theo chu trình Cácnô ngược:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

11. Độ biến thiên entrôpi theo một quá trình thuận nghịch từ trạng thái (1) đến trạng thái (2):

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T}$$

Đối với khí lý tưởng:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \left[C_{\nu} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right] = \frac{m}{\mu} \left[C_{\nu} \ln \frac{P_2}{P_1} + C_{p} \ln \frac{V_2}{V_1} \right]$$

12. Nguyên lý tăng entrôpi:

Với các quá trình nhiệt động thực tế xảy ra trong một hệ cô lập, entrôpi của hệ luôn tăng: $\Delta S \geq 0$

Bài tập thí dụ 1:

Hai gam khí hyđrô ở nhiệt độ 27°c được đốt nóng đẳng áp giãn nở và tăng thể tích lên gấp đôi. Tính:

- a) Công của khối khí thực hiện được.
- b) Nhiệt lượng đã truyền cho khối khí.
- c) Độ biến thiên nội năng của khối khí.

Bài giải:

Cho biết:

 $T_1 = 300K$

 $V_2 = 2V_1$

$$P_1 = P_2 = P$$

Tính A', Q, ΔU .

a) Công khối khí thực hiện:

$$A' = P\Delta V = PV_2 - PV_1 = PV_1 \tag{1}$$

Phương trình trạng thái của khí lý tưởng ở trạng thái (1) và (2):

$$PV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \tag{2}$$

$$PV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \tag{3}$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$A' = \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{2}{2} . 8,31.300J = 2493J$$

b) Nhiệt khối khí nhận được:

$$Q' = \frac{m}{\mu} \cdot C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \left(\frac{i+2}{2} \right) R(T_2 - T_1)$$
 (4)

Từ (2) và (3) ta có:

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = 2T_1 = 600K$$
 (5)

vì phân tử hyđrô có hai nguyên tử nên i = 5

Thay (5) vào (4) ta nhận được:

$$Q = \frac{2}{2} \left(\frac{5+2}{2} \right) . 8,31.300J = 8726J$$

c) Độ biến thiên nội năng của khối khí:

Từ nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học:

$$Q = \Delta U + A'$$
, ta có

$$\Delta U = Q - A' = 8726J - 2493J = 6233J$$

(hoặc dùng công thức
$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R\Delta T$$
)

Bài tập thí dụ 2:

Một chất khí lưỡng phân tử có thể tích $V_1=0.5$ lít và áp suất $P_1=0.6$ at, bị nén đoạn nhiệt đến thể tích V_2 và làm lạnh đẳng tích đến nhiệt độ ban đầu. Khi đó áp suất của khí là $P_3=$ at.

- a) Vẽ đồ thị của quá trình đó trên đố thị (P, V).
- b) Tính V₂, P₂?
- c) Tính công nhận vào, nhiệt tỏa ra, độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá

trình nói trên?

Bài giải:

Cho biết:

I = 5

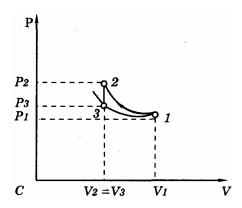
 $V_1 = 0.51$

 $P_1 = 0.5$ at

 $P_3 = 1$ at

Hỏi:

- a) Đồ thị
- b) A, Q'
- c) ΔU
- a) Đồ thị của quá trình như hình vẽ:



b) Trạng thái (1) và trạng thái (3) cùng nhiệt độ $T_3=T_1$ nên áp dụng phương trình trạng thái cho khối khí ta có:

$$P_1V_1 = P_3V_3 = P_3V_2$$
.

(Vì quá trình 2-3 là đẳng tích nên $V_3 = V_2$)

Suy ra:

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = 0.25l \quad (1)$$

với quá trình đoạn nhiệt (1-2) ta có:

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}, \gamma = \frac{i+2}{i} = 1,4$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \approx 1.32 \text{ at.}$$

c) Công nhận vào trong cả quá trình:

$$A = A_{12} + A_{23} = A_{12} \tag{2}$$

(Vì quá trình 2-3 là quá trình đẳng tích nên $A_{23} = 0$)

Quá trình (1-2) là quá trình đoạn nhiệt, nên ta có:

$$A = A_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = 19,6J$$
 (3)

Độ biến thiên nội năng của cả quá trình là:

$$\Delta U = \Delta U_{13} \tag{4}$$

$$\Delta U_{1-3} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R\Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R(T_3 - T_1)$$

$$= \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R(T_1 - T_1) = 0 \rightarrow \Delta U = 0$$
(5)

- Áp dụng nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học ta có:

$$A = \Delta U + Q' \rightarrow Q' = A = 19,6J$$
 (6)

Bài tập thí dụ 3:

Một khối khí ban đầu có thể tích $V_1=0.39~m_3$ và áp suất $P_1=1.55.10^5~N/m^2$ được giãn nở đẳng nhiệt sao cho thể tích tăng 10 lần. Sau đó khí được đốt nóng đẳng tích để ở trạng thái cuối cùng áp suất của khí bằng áp suất ban đầu. Trong quá trình này nhiệt lượng phải truyền cho khối khí là $Q=1.5.10^6 J$.

- a) Vẽ đồ thị của quá trình trên đồ thị (P, V)
- b) Tính chỉ số poátxông γ ?
- c) ΔU, A'?

Bài giải:

Cho biết:

 $V_1 = 0$, 39 m³

 $P_1 = 1,55.10^5 \text{ N/m}^2$

 $V_2 = 10V_1$

 $V_3 = V_2$

 $Q = 1,5.10^6 J$

Hỏi:

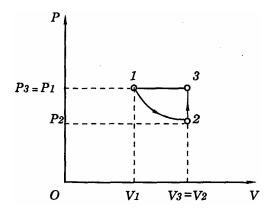
- a) Đồ thi
- b) y
- c) A', ΔU
- a) Đồ thị của quá trình như hình vẽ.

b) Chỉ số poátxông xác định theo công thức:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i} \tag{1}$$

Nhiệt truyền cho khối khí trong cả quá trình là:

$$V\acute{o}i \Delta T_{2-3} = T_3 - T_2.$$



Phương trình ứng với khối khí tương ứng ở trạng thái (2) và (3) là:

$$P_{2}V_{2} = \frac{m}{\mu} RT_{2}$$

$$P_{3}V_{3} = \frac{m}{\mu} RT_{3}$$

$$\Rightarrow (P_{1} - P_{2})V_{2} = \frac{m}{\mu} R(T_{3} - T_{2}) = \frac{m}{\mu} R\Delta T_{2-3}$$
(3)

Từ quá trình đẳng nhiệt 1-2 ta có:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow P_2 = P_1\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_1}{10}$$
 (4)

Thay (3), (4) vào (2) sau đó thay (2) vào (1) ta có:

$$\gamma = 1 + \frac{V_2(P_1 - P_2)}{Q - P_1 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1,4$$
 (5)

c) Độ biến thiên nội năng trong cả quá trình:

$$\Delta U = \Delta U_{1-3} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R(T_3 - T_1)$$
 (6)

Phương trình trạng thái đối với trạng thái (1) và (3) là:

$$P_{1}V_{1} = \frac{m}{\mu} RT_{1}$$

$$P_{3}V_{3} = \frac{m}{\mu} RT_{3}$$
; mà $P_{3} = P_{1}$ và $V_{3} = V_{2}$

$$P_{1}(V_{2} - V_{1}) = \frac{m}{\mu} . R(T_{3} - T_{1})$$
(7)

Thay (7) vào (6) ta có:

$$\Delta U = \frac{i}{2} P_1 (V_2 - V_1) = 1,36.10^6 J$$
 (8)

Theo nguyên lý thứ nhất thì:

 $Q = \Delta U + A' \rightarrow C\hat{o}ng kh \hat{o}i kh í sinh ra trong cả quá trình:$

A' = Q -
$$\Delta U = 0.14.10^6 J$$
.

Bài tập thí dụ 4:

Hai kmol khí đơn nguyên tử thực hiện một chu trình thuận nghịch gồm 3 quá trình: giãn đẳng nhiệt, nén đẳng áp và đốt nóng đẳng tích.

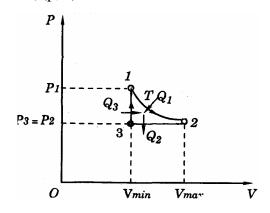
Quá trình đẳng nhiệt thực hiện ở nhiệt độ cực đại T=400K. Biết rằng trong một chu trình tỷ số giữa thể tích cực đại và thể tích cực tiểu a=2.

- a) Vẽ chu trình trên đồ thị (p, v).
- b) Tính công do khối khí sinh ra và hiệu suất của chu trình.
- c) So sánh hiệu suất này với hiệu suất của chu trình Các nô thuận nghịch thực hiện giữa nguồn nóng và nguồn lạnh có nhiệt độ bằng nhiệt độ cực đại và nhiệt độ cực tiểu của chu trình nói trên.

Bài giải:

$$\begin{array}{l} \text{Cho biết} \begin{cases} \frac{m}{\mu} = 2 \text{ kmol} \\ \text{i} = 3 \\ T_{\text{max}} = T = 400 \text{K} & \text{Hỏi}: \\ \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = a = 2 \end{cases} \\ \begin{array}{l} \text{Đổ thị} \\ \text{A'} \\ \eta \\ \text{So sánh } \eta \text{ và } \eta \text{ cacnô tn} \\ \end{array}$$

a) Chu trình trên đồ thị (p, v) như hình vẽ:



b) Công sinh ra trong toàn bộ chu trình là:

$$A' = A'_{1-2} + A'_{2-3} + A'_{3-1}$$
 (1)

$$A' = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{m}{\mu} RT \ln a$$
 (2)

$$A_{2-3} = P_2(V_{min} - V_{max})$$
 (3)

Từ phương trình trạng thái:

$$P_2V_{\text{max}} = \frac{m}{\mu}RT \rightarrow P_2 = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V_{\text{max}}},$$

suy ra:

$$A_{2-3} = \frac{m}{\mu} RT \left(\frac{1}{a} - 1\right) = \frac{m}{\mu} RT \left(\frac{1-a}{a}\right)$$
 (4)

$$A_{3-1}' = \int_{(3)}^{(1)} p dv = 0$$
, (vì quá trình đẳng tích nên dV = 0)

Vây:
$$A' = \frac{m}{\mu} RT \left(\ln a + \frac{1-a}{a} \right)$$
 (5)
 $A' = 2.8.10^6 J.$

- Hiệu suất của chu trình:

$$\eta = \frac{A'}{Q} \tag{6}$$

trong đó Q là nhiệt thực sự nhận vào:

$$Q = Q_{1-2} + Q_{3-1} (7)$$

$$Q_{1-2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = \frac{m}{\mu} RT \ln a$$
 (8)

$$Q_{3-1} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R(T - T_3)$$
 (9)

với quá trình đẳng áp 2-3

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{max} \; ; \, V_3 = V_{min} \; ; \, T_3 = T_{min} \\ &\frac{T_3}{T} = \frac{V_{min}}{V_{max}} = \frac{1}{a} \; ; \, T_3 = \frac{T}{a} \; ; \\ &\text{như vậy}: \qquad Q_3 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} \, \text{RT} \left(\frac{a-1}{a} \right) \; ; \\ &\text{Kết quả}: \\ &Q = \frac{m}{\mu} \, \text{RT} \left[\, \ln a \, + \frac{i}{2} \left(\frac{a-1}{a} \right) \, \right] \end{aligned} \tag{10}$$

Vây
$$\eta = \frac{\ln a + \left(\frac{1-a}{a}\right)}{\ln a + \frac{i}{2}\left(\frac{a-1}{a}\right)} = 13\% \tag{11}$$

c) Hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch

$$\eta_{\text{c.n.t.n}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}} = 1 - \frac{1}{a} = 50\%$$
(12)

So sánh (12) và (11) ta thấy $\eta_{cntn} > \eta$

Bài tập tự giải

- 1. Có 10g Nitơ ở áp suất 3,14 N/m² và nhiệt độ 10°C. Người ta đốt nóng đẳng áp và cho khối khí giãn nở đến thể tích 10l. Hỏi:
 - a) Nhiệt lượng cần cung cấp cho khối khí.
 - b) Độ biến thiên nội năng của khối khí.
 - c) Công do khối khí sinh ra.

Trong một xi lanh đặt thẳng đứng có píttông chứa đựng một kmol khí lý tưởng. Ban đầu áp suất của khối khí cân bằng với áp suất gây bởi trọng lượng píttông và áp suất khí quyển P_0 . Sau đó dưới tác dụng từ bên ngoài píttông dịch chuyển rất chậm sao cho nhiệt độ T của khối khí không đổi. Cho biết píttông có khối lượng m, có diện tích S và ma sát giữa píttông và xi lanh không đáng kể. Tính công cần thiết trong hai trường hợp sau:

- a) Nâng píttông lên một đoạn h.
- b) Tăng thể tích khối khí lên hai lần, biết rằng nhiệt độ của khối khí là 27°C.
- 2. Một xi lanh kín hai đầu chứa khí lý tưởng. Trong xi lanh có một píttông có thể dịch chuyển không ma sát. Đặt píttông nằm ngang chia xi lanh thành hai phần bằng nhau, mỗi phần có thể tích V_O và áp suất P_O. Tính công cần thiết để dịch chuyển rất chậm píttông về một phía, sao cho khối khí phía bên đó bị nén để thể tích bằng 0,5 thể tích ban đầu của nó. Coi píttông và xi lanh không dẫn nhiệt, cho biết chỉ số Poátxông là y.
- 2'. Một khối khí Nitơ ban đầu có áp suất 8,2.10 N/m, có thể tích 3 lít, khối khí được chuyển sang trạng thái thứ 2 có áp suất 7.10⁵ N/m² và thể tích 5 lít bằng hai quá trình. Mỗi quá trình gồm hai giai đoạn kế tiếp nhau. Quá trình thứ nhất: đầu tiên đẳng áp, sau đó đẳng tích. Quá trình thứ hai: đầu tiên đẳng tích, sau đó đẳng áp.
 - a) Biểu diễn các quá trình trên đồ thị OPV.
 - b) Tính nhiệt mà khối khí nhận vào, công mà khối khí sinh ra và độ biến thiên nội năng của khối khí trong các quá trình nói trên.
- 3. Hai kmol khí ở nhiệt độ 27°c được làm lạnh đẳng tích để áp suất của nó giảm ba lần. Sau đó được giãn đẳng áp sao cho ở trạng thái cuối cùng nhiệt độ của khối khí bằng nhiệt độ ban đầu. Biểu diễn quá trình trên đồ thị OPV
 - a) Tính nhiệt nhận vào, công sinh ra và độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá trình nói trên.

- b) Tính các đại lượng trên trong trường hợp khí chuyển từ trạng thái đầu sang trạng thái cuối bằng quá bình đẳng nhiệt.
- 4. Một khí lưỡng nguyên tử có thể tích 1,5 lít và áp suất 1,5 at bị nén đoạn nhiệt đến thể tích V_2 và làm lạnh đẳng tích đến nhiệt độ ban đầu, khi đó áp suất của khí là 3at. Vẽ quá trình trên đồ thị OPV.

Tính: a) V_2 , P_2 .

- b) Công nhận vào, nhiệt tỏa ra và độ biến thiên nội năng của khối khí trong quá trình nói trên.
- 5. Ba kmol khí oxy thực hiện một chu trình Cácnô thuận nghịch giữa nguồn nóng (nhiệt độ 327° C) và nguồn lạnh (nhiệt độ 25° c). Biết rằng tỷ số giữa áp suất cực đại P_{max} và áp suất cực tiểu P_{min} trong một chu trình bằng 22.

Tính:

- a) Hiệu suất của chu trình.
- b) Nhiệt lượng mà khối khí nhận vào từ nguồn nóng.
- c) Nhiệt lượng mà khối khí nhả cho nguồn lạnh.
- d) Công do khối khí sinh ra trong một chu trình.
- 6. Hai kmol khí đơn nguyên tử thực hiện một chu trình thuận nghịch gồm ba quá trình: giãn đẳng nhiệt, nén đẳng áp và đốt nóng đẳng tích. Quá trình đẳng nhiệt thực hiện ở nhiệt độ cực đại của chu trình T = 400K. Biết rằng trong một chu trình tỷ số giữa thể tích cực đai và thể tích cực tiểu bằng 2.
 - a) Tính công do khối khí sinh ra và hiệu suất của chu trình.
 - b) So sánh hiệu suất này với hiệu suất của chu trình Cácnô thuận nghịch thực hiện giữa nguồn nóng và nguồn lạnh có nhiệt độ bằng nhiệt độ cực đại và nhiệt đô cực tiểu của chu trình nói trên.
- 7. Một khối khí ôxy khối lượng 3kg, ban đầu ở áp suất $P_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$, có thể tích $V_1 = 3 \text{ m}^3$. Khối khí được chuyển sang trạng thái thứ hai với các thông số $P_2 = 1/2P_2$, $V_2 = 3V_1$ bằng 2 quá trình: quá trình 1A2 gồm 2 giai đoạn (đẳng áp và đẳng tích) và quá trình 1B2 gồm 2 giai đoạn (đẳng tích và đẳng nhiệt). Tính:
 - a) Độ biến thiên entrôpi của khối khí trong từng giai đoạn của 2 quá trình trên. Từ đó suy ra rằng độ biến thiên đó của khối khí giữa hai trạng thái (1) và (2) không phụ thuộc vào quá trình dịch chuyển.
 - b) Độ biến thiên nội năng của khối khí giữa hai trạng thái
- 8. Chứng minh rằng: entrôpi tăng trong các quá trình sau đây:
 - a) Một khối nước nóng truyền nhiệt cho một khối nước lạnh cùng khối lượng để nhiệt độ của chúng cân bằng.

- b) Một bình có thể tích V_1 chứa một khối khí ôxy khối lượng m_1 một bình khác có thể tích V_2 chứa một khối khí nitơ khối lượng m_2 . Nhiệt độ của khí trong hai bình bằng nhau. Khi hai bình được nối thông nhau, hai khí trộn vào nhau. Xem quá trình xảy ra với nhiệt độ không đổi.
- 9. Tính độ biến thiên entrôpi khi giãn đẳng nhiệt 10,5 gam khí ôxy từ thể tích 2 lít đến thể tích 6 lít.

B - PHẦN CHẤT LỎNG VÀ CHUYỂN PHA

I. Các câu hỏi lý thuyết

- 1. Nguyên nhân gây ra áp suất nguyên tử?
- 2. Áp suất phân tử có thể đo được hay không? Vì sao?
- 3. Sự tạo thành năng lượng mặt ngoài của chất lỏng.
- 4. Vì sao khi chất lỏng không chịu tác dụng của ngoại lực thì khối chất lỏng có dạng hình cầu.
- 5. Giải thích vai trò của sức căng mặt ngoài trong việc tạo thành các bọt khí trong chất lỏng và việc chảy từng giọt một khi ra khỏi một ống nhỏ thẳng đứng.
- 6. Giải thích hiện tượng làm ướt và không làm ướt.
- 7. Nguyên nhân gây ra áp suất phụ dưới mặt khum. Phân biệt áp suất phụ dưới mặt khum và áp suất phân tử.
- 8. Giải thích hiện tượng mao dẫn.
- 9. Thế nào là chuyển pha loại I và loại II.
- 10. Sự khác biệt giữa chuyển pha loại I và chuyển pha loại II

II. Phần bài tập

Các công thức cần sử dụng khi làm bài tập:

1. Năng lượng mặt ngoài của chất lỏng:

$$\Delta E = \sigma \Delta S$$

ở đây ΔS là diện tích mặt ngoài, σ là sức căng mặt ngoài:

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta 1}$$

ở đây ΔF là sức căng tác dụng lên một đoạn chu vi mặt ngoài Δl của màng chất lỏng.

2. Áp suất phụ gây ra bởi mặt khum có dạng mặt cầu bán kính R là:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$$
; $R = -\frac{r}{\cos\theta}$

với r là bán kính trong $\acute{o}ng$ mao dẫn ; θ là góc mép.

R>0: nếu bán kính mặt cầu hướng về phía chất lỏng (mặt khum lồi) ; R<0: nếu bán kính mặt cầu hướng ra khỏi chất lỏng (mặt khum lõm) ; $R=\infty$ với mặt thoáng phẳng.

- Áp suất phụ dưới mặt khum trường hợp tổng quát xác định theo công thức Laplaxơ: $\Delta P = \sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ trong đó R_1 và R_2 là bán kính cong của hai tiếp tuyến vuông góc với nhau tại điểm ta xét.
- 3. Chiều cao h của cột chất lỏng trong ống mao dẫn chênh lệch so với mực chất lỏng bên ngoài được xác định theo công thức Juyranh:

$$h = \frac{2.\sigma.\cos\theta}{r.\rho.g}$$

trong đó θ là góc mép ; r là bán kính ống mao dẫn, ρ là khối lượng riêng của chất lỏng, g là gia tốc trọng trường.

- $+\cos\theta > 0$, h > 0 chất lỏng trong ống dâng lên
- $+\cos\theta$ < 0, h < 0 chất lỏng trong ống tụt xuống ;
- $+\cos\theta = 1$ (θ = 0) khí chất lỏng làm ướt hoàn toàn.

Bài tập thí dụ 1:

Một ống mao dẫn có bán kính trong $r=0.05 \, \text{cm}$ và hàn kín một đầu. Người ta nhúng đầu hở của ống vào nước theo phương thẳng đứng. Coi nước hoàn toàn làm ướt ống.

Độ dài của ống phải bằng bao nhiều để ở các điều kiện đó nước dâng lên trong ống một độ cao h = 1cm? Biết áp suất khí quyển $P_O = 1$ at hệ số sức căng mặt ngoài của nước là $\sigma = 7.10^{-2}$ N/m. Coi quá trình biến đổi của khí trong ống là đẳng nhiệt.

Bài giải: Cho biết:

r = 0.05cm

h = 1 cm

 $P_0 = 1$ at

 $\sigma = 7.10^{-2} \text{ N/m}$

Hoi 1 = ?

Nước dâng lên trong ống một độ cao h, nén khí trong ống lại. Gọi P_1 là áp suất của khí trong ống. Áp dụng quá trình đẳng nhiệt cho khối khí ở trạng thái đầu (khi

nước chưa dâng lên trong ống) và trạng thái cuối (khi nước trong ống dâng lên độ cao h).

Ta có:

$$P_1V_1 = P_0V \text{ v\'oi } V_1 = S(1 - h) ; V = S.1;$$

S là tiết diện của ống

$$\rightarrow P_1.S(l-h) = P_0.S.l \rightarrow P_1(l-h) = P_0l$$
 (1)

Tại điểm A ở cột chất lỏng trong ống ta có áp suất:

$$\overrightarrow{P_A} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{\Delta P}$$

$$l = ?$$

$$h$$

 $\overrightarrow{P_t}$ là áp suất thủy tĩnh cùng chiều hướng xuống dưới với $\overrightarrow{P_t}$; $P_t = \rho gh$; ρ là khối lượng riêng của nước = 10^3 kg/m 3 còn $\overrightarrow{\Delta P}$ là áp suất phụ hướng lên trên:

$$\Delta P = \frac{F}{S} = \frac{2\pi . r . \sigma}{\pi . r^2} = \frac{2\sigma}{r}$$

Áp suất tại A:

$$P_A = P_1 + \rho gh - \Delta P \tag{3}$$

Áp suất tại B ngay trên mặt thoáng nằm ngang cùng mức ngang với A là

$$P_{B} = P_{o} \tag{4}$$

Khi chất lỏng cân bằng áp suất ở 2 điểm A và B cùng mức ngang bằng nhau:

$$P_{A} = P_{B} \tag{5}$$

Suy ra : $P_1 + \rho gh - \Delta p = P_o$

$$P_1 = P_o + \Delta P - \rho gh$$
 (6)

Từ (1) ta có:

$$1 = \frac{P_1 h}{P_1 - P_o} \tag{7}$$

Kết quả 1 = 556mm

Bài tập thí dụ 2:

Trên mặt nước ta để một cái kim có bôi một lớp mỡ mỏng (để cho khỏi nước làm

ướt). Kim có đường kính lớn nhất là bao nhiêu để nó có thể giữ ở trên mặt nước mà không bị chìm xuống dưới ? Bỏ qua lực đẩy Acsimét. Cho biết khối lượng riêng của kim là $\rho = 7,7.10^3$ kg/m³; hệ số sức căng mặt ngoài của nước là: $\sigma = 0,073$ N/m.

Bài giải:

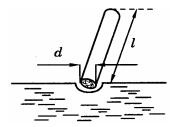
Cho:

$$\rho = 7.10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\sigma = 0.073 \text{ N/m}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Hỏi:
$$d_{max} = ?$$



Để kim không chìm xuống dưới mặt nước thì trọng lượng P của kim không được lớn hơn lực đẩy F do áp suất phụ dưới mặt khum của nước tác dụng lên kim:

$$P \leqslant F \tag{1}$$

$$P = mg = \rho vg = \rho \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot l\right) \cdot g$$
 (2)

 $F = \Delta P.S \text{ v\'oi } S = Id$

Còn áp suất phụ do mặt khum gây ra là:

$$\Delta P = \sigma \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

vì ở đây mặt khum là mặt trụ, nên $r_1 = r$, $r_2 = \infty$, do đó:

$$\Delta P = \frac{\sigma}{r} = \frac{2.\sigma}{d} \rightarrow F = 2.\sigma. 1$$
 (3)

thay (2) và (3) vào (1) ta có:

$$\frac{\rho \cdot \pi \cdot d^2 \lg}{4} \le 2.\sigma.l, d \le \sqrt{\frac{8\sigma}{\pi \cdot \rho \cdot g}} = 1.6 \text{mm}$$

$$V_{ay} d_{max} = 1.6mm$$

Bài tập tự giải:

- 1. Nhúng một ống mao dẫn vào trong nước. Nước trong ống dâng cao tới độ cao h. Ấn ống sâu trong nước sao cho chiều cao của ống bé hơn h. Nước có trào ra ngoài hay không? giải thích.
- 2. Một ống thủy tinh nhỏ hai đầu hở bán kính trong r=0,3mm, bán kính ngoài R=0,3mm

3mm đựng đầy nước. Cho nước vào ống thì nước sau khi chảy ra, còn lại một độ cao nào đó. Tính độ cao này. Biết hệ số sức căng mặt ngoài của nước bằng 0,073 N/m.

- 3. Tính năng lượng giải phóng ra khi những giọt nước nhỏ (giống nhau) bán kính r = 2.10^{-3} mm hợp lại tạo thành một giọt nước lớn bán kính R = 2mm. Biết hệ số sức căng mặt ngoài của nước bằng 0,073 N/m.
- 4. Trong một ống mao dẫn hở đặt thẳng đứng, đường kính trong 1mm có một giọt nước. Hỏi khối lượng giọt nước phải như thế nào để mặt khum ở bên dưới của giọt nước là mặt lõm, mặt phẳng, mặt lồi ?
- 5. Rượu từ một cái bình chảy ra ngoài thành từng giọt theo một ống nhỏ thẳng đứng có đường kính trong 2mm. Giọt này rơi sau giọt kia 2 giây. Sau 780 giây có 10 gam rượu chảy ra khỏi ống. Xác định hệ số sức căng mặt ngoài của rượu ? Xem rằng chỗ thắt của giọt rượu khi nó bắt đầu rơi có đường kính bằng đường kính trong của ống.
- 6. Có hai tấm thủy tinh phẳng đặt song song cách nhau một khoảng d = 2mm, nhúng thẳng đứng vào trong một chất lỏng. Xác định khối lượng riêng của chất lỏng đó, nếu biết rằng chiều cao của khối chất lỏng giữa hai tấm thủy tinh dâng lên một đoạn h = 3,2cm, hệ số sức căng mặt ngoài của chất lỏng là σ = 0,027 N/m? Chất. lỏng làm ướt hoàn toàn thủy tinh.
- 7. Khối lượng riêng của không khí trong một cái bong bóng ở dưới đáy một hồ nước sâu 5m, lớn gấp 5 lần khối lượng riêng của không khí ở khí quyển (có nhiệt độ bằng nhiệt độ ở đáy hồ). Xác định bán kính của bong bóng ?
- 8. Hai nhánh của một ống mao dẫn hình chữ U có bán kính là $r_1 = 3,6$ mm và $r_2 = 0,5$ mm. Đổ thủy ngân vào ống sao cho độ cao cột thuỷ ngân ở nhánh rộng là $h_1 = 21,2$ cm. Xác đinh:
 - a) Độ lệch mức thủy ngân ở trong hai nhánh của ống.
 - b) Áp suất cực đại ở trong ống.

Biết rằng thủy ngân có hệ số sức căng mặt ngoài là $\sigma = 0.5$ N/m, khối lượng riêng là = $13.6.10^3$ kg/m³; góc hẹp giữa thủy ngân và thành ống là 138° , áp suất khí quyển $P_{\rm O} = 1.013.10^5$ N/m².

C - ĐIỀU KIỆN CỦA VI PHÂN TOÀN CHỈNH

Giả sử hàm z = z(x, y) thỏa mãn phương trình có dạng:

$$dz = M(x, y)dx + N(x, y)dy$$
 (1)

thì dz là một vi phân toàn chỉnh nếu ta có điều kiện sau:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}}\right)_{\mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{y}} \tag{2}$$

(Những phương trình có dạng (1) thường gặp trong nhiệt động học).

Chứng minh:

Nếu z = z(x, y) là một hàm trạng thái thì vi phân toàn chỉnh của nó là:

$$\exists z = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{y} dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{x} dy$$
 (3)

Từ (1) và (3) ta có:

$$\mathbf{M} = \left(\frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{y}} \tag{4}$$

$$N = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{x} \tag{5}$$

Lấy đạo hàm (4) theo y và (5) theo x ta được:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}}\right)_{\mathbf{x}} = \frac{\partial^2 \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{y}} \tag{6}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{y}} = \frac{\partial^2 \mathbf{z}}{\partial \mathbf{y} \partial \mathbf{x}} \tag{7}$$

Từ (6) và (7) ta thấy:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}}\right)_{\mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{y}}$$

Đó là điều cần chứng minh.

Nếu dz là vi phân toàn chỉnh của hàm z thì giá trị tích phân của dz theo một quá trình (1) - (2) nào đó phụ thuộc vào các giá trị ban đầu và cuối cùng của thông số của hệ:

$$\int_{1}^{2} dz = z_{2}(x_{2}, y_{2}) - z_{1}(x_{1}, y_{1})$$
 (8)

Như vậy tích phân của một vi phân toàn chỉnh dọc theo một chu trình kín bằng không:

$$dz = 0 (9)$$

Từ (9) có thể suy ngược lại là nếu tích phân của một đại lượng dọc theo một chu trình kín bất kỳ mà bằng không thì đại lượng dưới dấu tích phân phải là một vi phân toàn chỉnh.

MỤC LỤC

Phần I: CO HỌC	2
BÀI MỞ ĐẦU	
Chương 1: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM	
1.1. NHỮNG KHÁI NIỆM CO BẢN	5
1.2. VẬN TỐC	6
1.3. GIA TỐC	8
1.4. MỘT SỐ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ ĐƠN GIẢN	12
Chương 2: ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM	18
2.1. CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTON	18
2.2. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ ĐỘNG LƯỢNG (XUNG LƯỢNG)	20
2.3. CÁC LOẠI LỰC CƠ HỌC THƯỜNG GẶP. ÁP DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬ	ÌΤ
NIUTON	22
2.4. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG	29
2.5. NGUYÊN LÝ TƯƠNG ĐỐI GALILÊ	31
Chương 3: NĂNG LƯỢNG	36
3.1 . NĂNG LƯỢNG	36
3.2. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT	37
3.3. ĐỘNG NĂNG	38
3.4. TRƯỜNG LỰC THẾ VÀ THẾ NĂNG	40
3.5. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG TRONG TRƯỜNG LỰC THẾ. SO	ĐÔ THẾ
NĂNG	42
Chương 4: ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM - VẬT RẮN	45
4.1. KHỐI TÂM - CHUYỂN ĐỘNG CỦA KHỐI TÂM	45
4.2. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG (XUNG LƯỢNG)	47
4.3. VA CHẠM	49
4.4. CHUYỀN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN	51
4.5. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA MỘT	VẬT
RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH	52
4.6. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA HỆ CHẤT ĐIỂM	59
4.7. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG	61
Chương 5: TRƯỜNG HẤP DẪN	
5.1. ĐỊNH LUẬT NIUTON VỀ TRƯỜNG HẤP DẪN VŨ TRỤ	62
5.2. TRƯỜNG HẤP DẪN	64
5.3. CHUYỀN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN CỦA QUẢ ĐẤT	67
5.4. CÁC ĐỊNH LUẬT KEPLE	68
Chương 6: CO HỌC CHẤT LƯU	69
6.1. TĨNH HỌC CHẤT LƯU	69
6.2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG	72
6.3. HIỆN TƯỢNG NHỚT - ĐỊNH LUẬT NIUTƠN	77
Chương 7	81
Chương 7: DAO ĐỘNG - SÓNG CO	81

7.1. DAO ĐỘNG CƠ ĐIỀU HÒA	81
7.2. DAO ĐỘNG CƠ TẮT DẦN	86
7.3. DAO ĐỘNG CƠ CƯỚNG BỨC	89
7.4. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG	92
7.5. SÓNG CƠ HỌC	96
Phần II: NHIỆT HỌC	104
Chương 8	104
Chương 8: NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG HỌC	104
8.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN	104
8.2. NỘI NĂNG CỦA MỘT HỆ NHIỆT ĐỘNG. CÔNG VÀ NHIỆT - NỘI NA	ĂNG
CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG	106
8.3. NGUYÊN KÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC	
8.4. DÙNG NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC ĐỂ KHẢO	D113
Chương 9: NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC	124
9.1. NHỮNG HẠN CHẾ CỦA NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG HO	ЭС124
9.2. QUÁ TRÌNH THUẬN NGHỊCH VÀ KHÔNG THUẬN NGHỊCH	124
9.3. NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC	127
9.4. CHU TRÌNH CÁCNÔ VÀ ĐỊNH LÝ CÁCNÔ	130
9.5. BIỂU THỨC ĐỊNH LƯỢNG CỦA NGUYÊN LÝ THỬ HAI NHIỆT ĐỘ	NG LỰC
HQC	
9.6. HÀM ENTRÔPI VÀ CÁC NGUYÊN LÝ TĂNG ENTRÔPI	137
9.7. CÁC HÀM THẾ NHIỆT ĐỘNG	143
Chương 10: CHẤT LỎNG VÀ CHUYỂN PHA	147
10.1. CẤU TẠO VÀ CHUYỂN ĐỘNG PHÂN TỬ CỦA CHẤT LỎNG	147
10.2. CÁC HIỆN TƯỢNG MẶT NGOÀI CỦA CHẤT LỎNG	147
10.3. HIỆN TƯỢNG MAO DẪN	153
10. 4. CHUYÊN PHA	157
PHŲ LŲC	162
A - PHẦN NHIỆT HỌC	162
B - PHẦN CHẤT LỎNG VÀ CHUYỂN PHA	178
C - ĐIỆU KIỆN CỦA VỊ PHÂN TOÀN CHỈNH	182