

# Xử lý ảnh số và video số

Tuần 8: Ứng dụng phép biến đổi Fourier

TS. Lý Quốc Ngọc



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

## 8. Ứng dụng phép biến đổi Fourier

**8.1. Giới thiệu**

**8.2. Mô hình nhiễu**

**8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số**

## 8.1. Giới thiệu

- **Phép biến đổi Fourier** giúp lọc các thành phần **tần số thấp và cao** trong ảnh.
- Thành phần **có tần số thấp** liên quan đến nhóm điểm ảnh có **độ biến thiên độ xám thấp** và thành phần **có tần số cao** liên quan đến nhóm điểm ảnh có **độ biến thiên độ xám cao** trong **miền không gian**.

## 8.1. Giới thiệu

- **Phát biểu bài toán**
  - Giả sử có ảnh gốc  $f(x, y)$ ,
  - Cần xác định ảnh kết quả  $g(x, y)$  sao cho  $g(x, y)$  chỉ giữ lại các thành phần **tần số thấp hoặc cao** trong ảnh gốc  $f(x, y)$

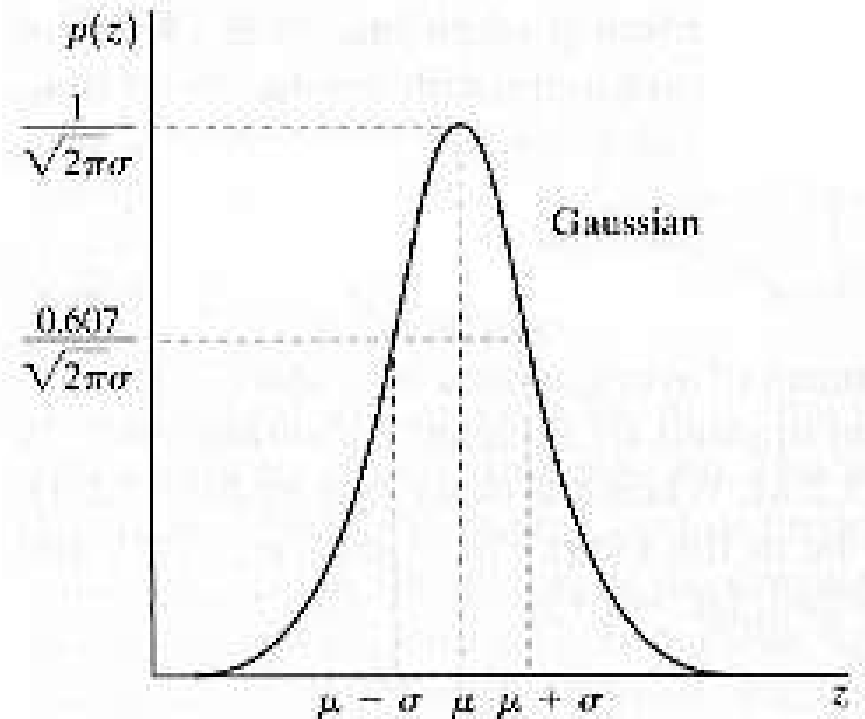
## 8.2. Mô hình nhiễu

- Đặc trưng cho nhiễu là **hàm mật độ xác suất** thể hiện sự phân bố mức xám của nhiễu.
- Các loại nhiễu tiêu biểu
- **Gaussian** noise, **Uniform** noise, **Impulse** (salt-and-pepper) noise.

## 8.2. Mô hình nhiễu

- **Gaussian noise**

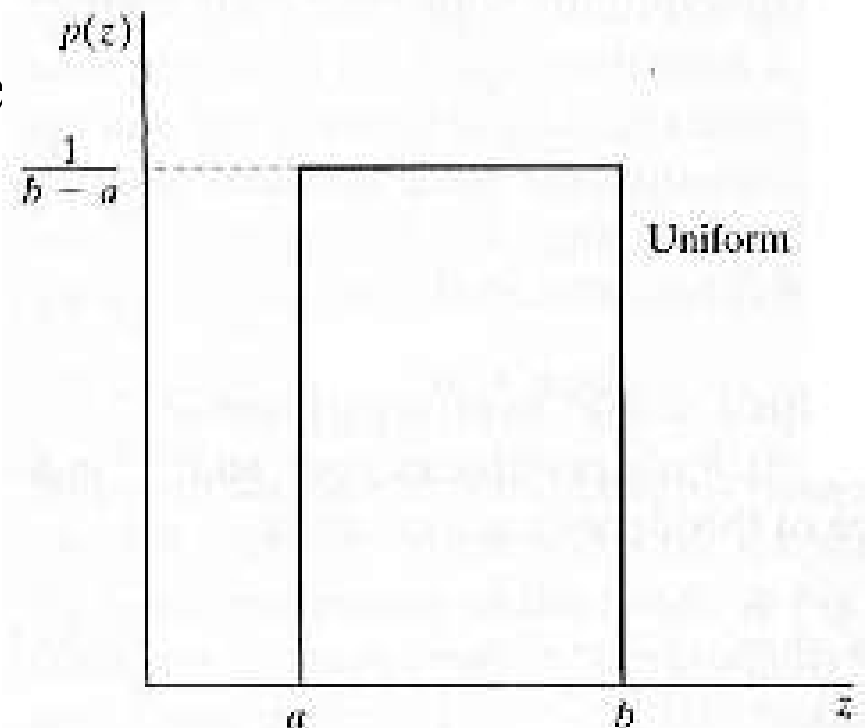
$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2 / 2\sigma^2}$$



## 8.2. Mô hình nhiễu

- **Uniform noise**

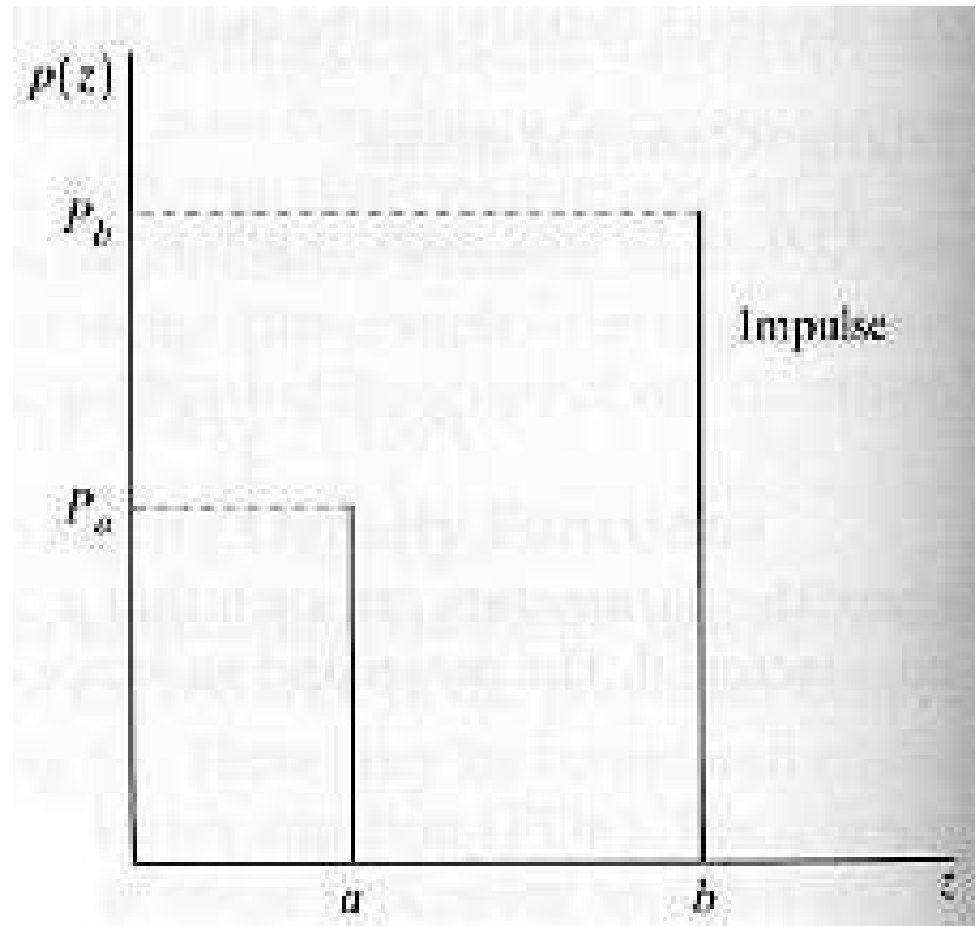
$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



## 8.2. Mô hình nhiễu

- **Impulse (salt-and-pepper) noise**

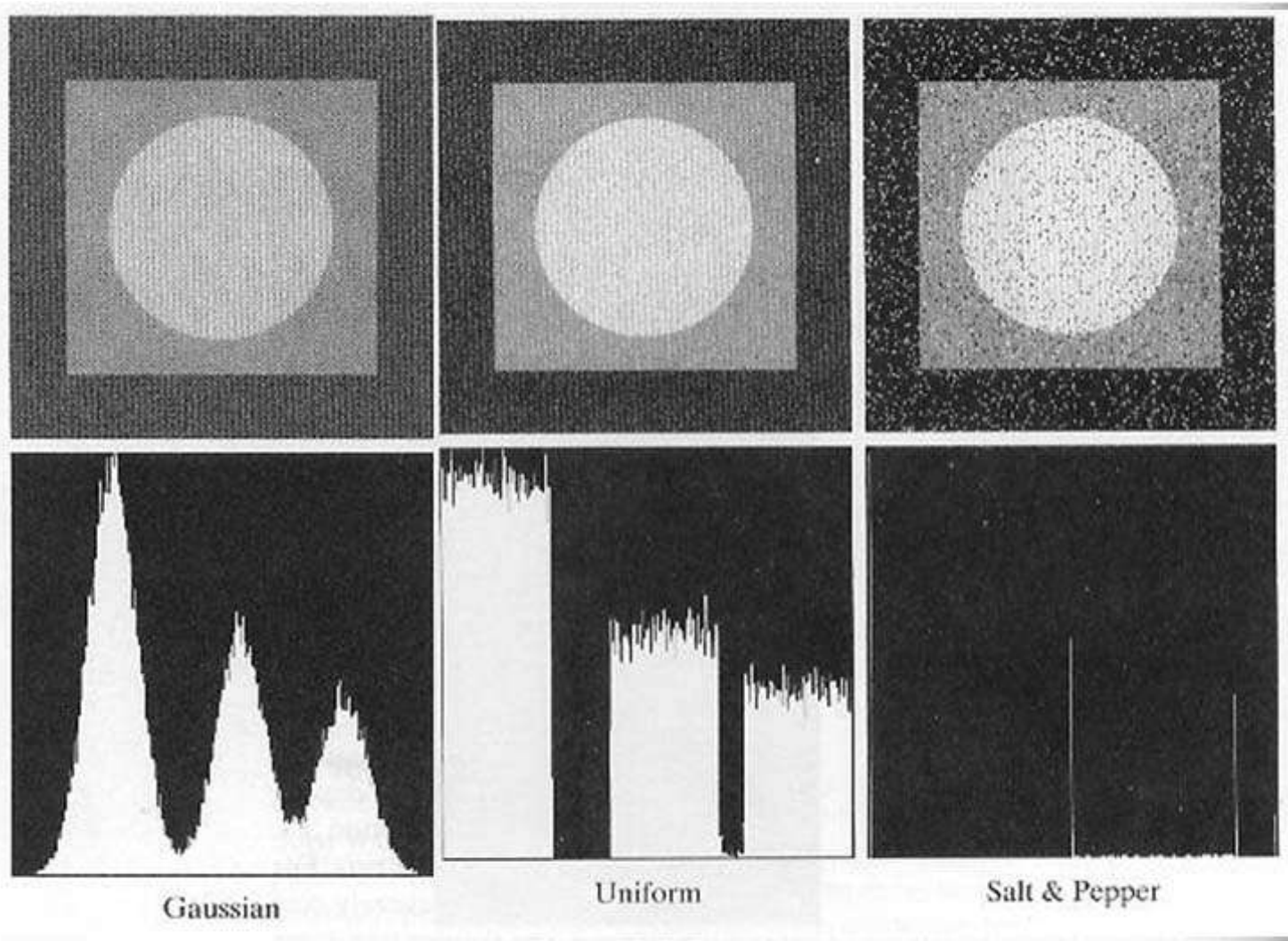
$$p(z) = \begin{cases} P_a & z = a \\ P_b & z = b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$





## 8.2. Mô hình nhiễu

- Noise



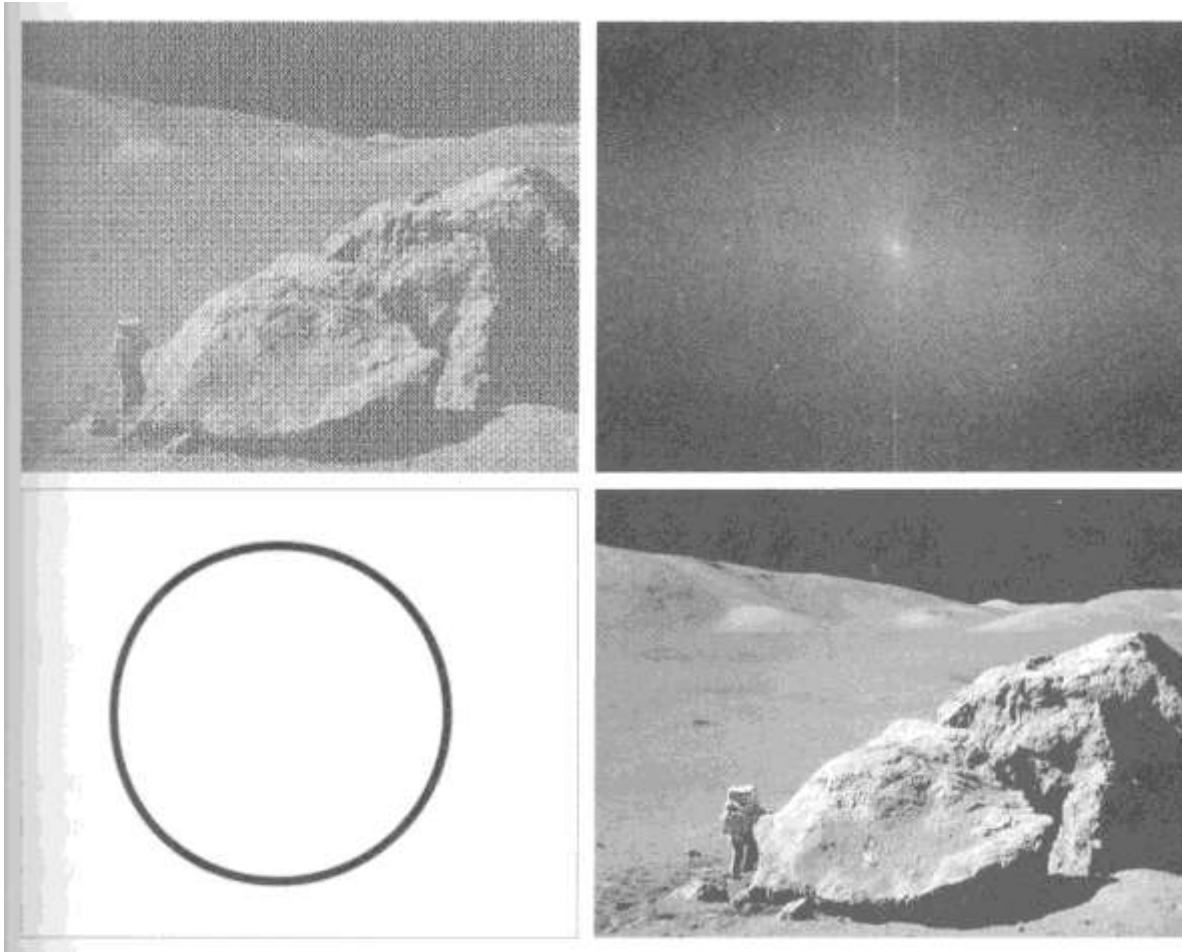


## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

✚ Lowpass Filters

✚ Highpass Filters

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.1. Phép biến đổi Fourier rời rạc

#### Phép biến đổi thuận rời rạc

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp \left[ -2\pi i \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right],$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

$$v = 0, 1, \dots, N-1$$

#### Phép biến đổi ngược rời rạc

$$f(x, y) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} F(u, v) \exp \left[ i2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right],$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1$$

$$y = 0, 1, \dots, N-1$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.1. Phép biến đổi Fourier rời rạc

#### Đặc trưng của phép biến đổi Fourier rời rạc

$$F(u, v) = R(u, v) + iI(u, v)$$

#### + Frequency Spectrum

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)}$$

#### + Phase Spectrum

$$\Phi(u, v) = \arctan \left[ \frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.1. Phép biến đổi Fourier rời rạc

#### Tính chất

##### + DC component of spectrum

$$F(0,0) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

##### + Symmetric

$$|F(u, v)| = |F(-u, -v)|$$

##### + Convolution Theorem

$$f * h \Leftrightarrow F.H$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.2. Lọc trong miền tần số

#### Nguyên lý

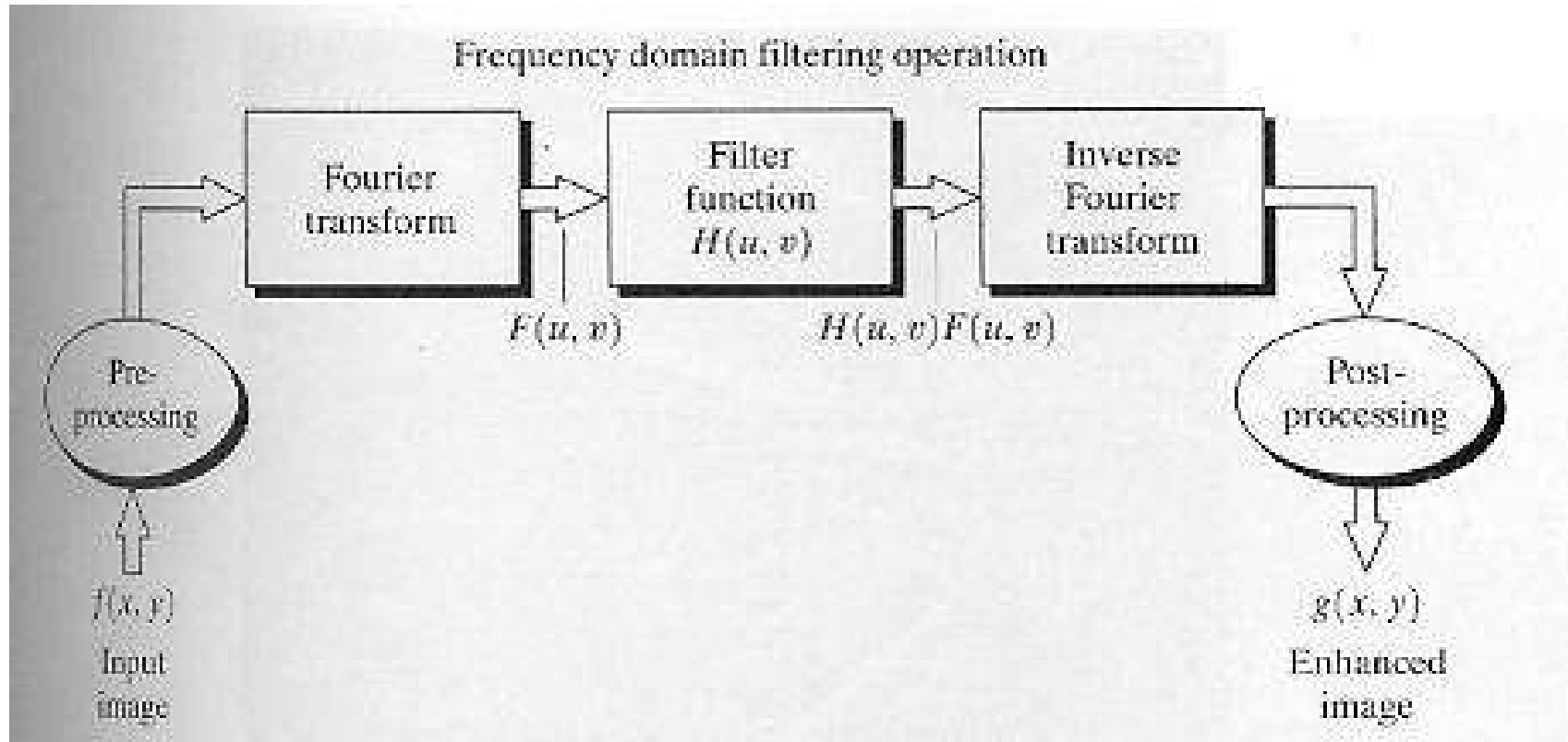
$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(x-m, y-n) h(m, n)$$

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v)$$



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.2. Lọc trong miền tần số Nguyên lý







## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

- ✚ Ideal Lowpass Filters
- ✚ Butterworth Lowpass Filters
- ✚ Gaussian Lowpass Filters

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### Ideal Lowpass Filters

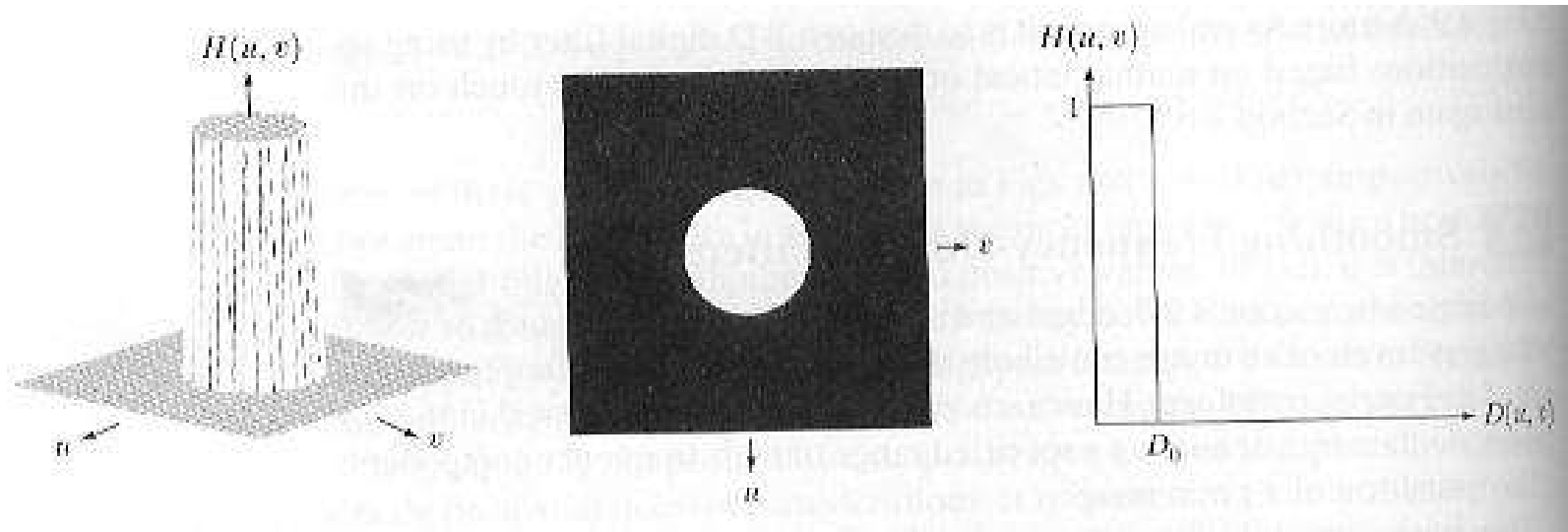
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

$$D(u, v) = \left[ (u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2 \right]^{1/2}$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

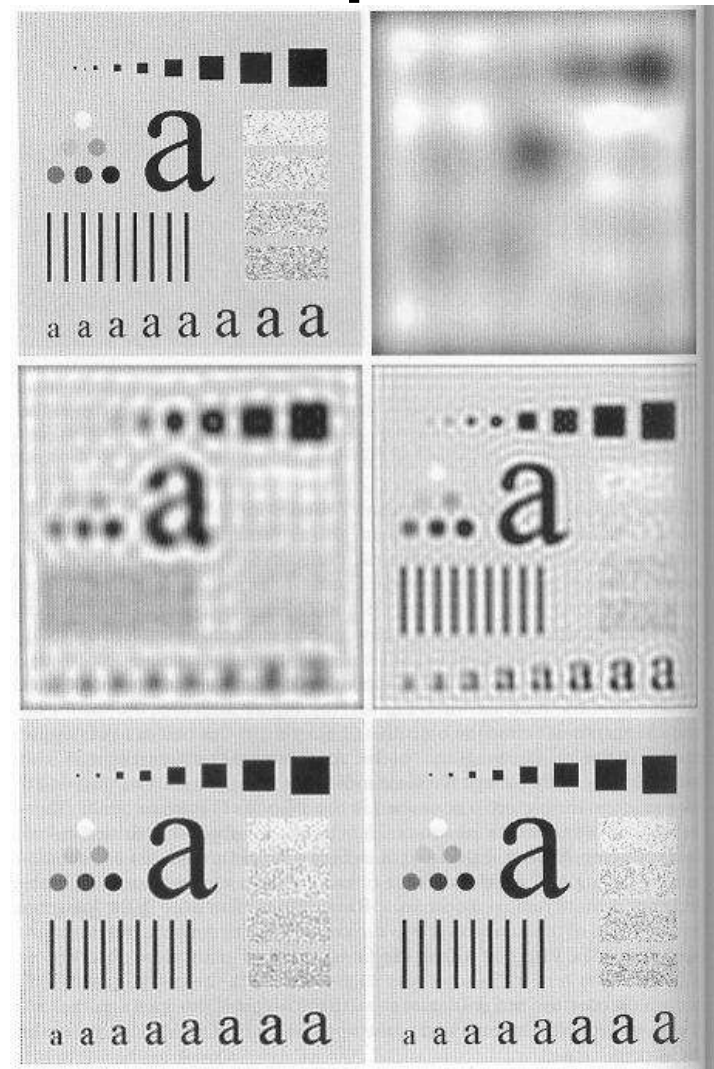
#### ✚ Ideal Lowpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### + Ideal Lowpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### ✚ Butterworth Lowpass Filters

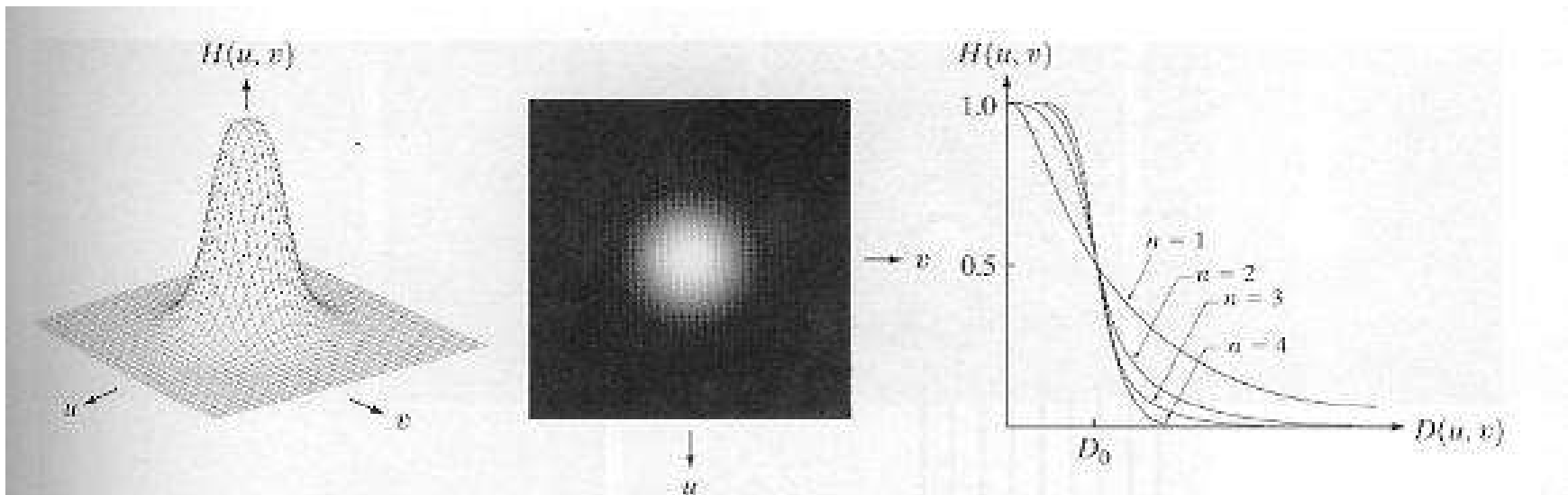
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

$$D(u, v) = \left[ (u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2 \right]^{1/2}$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

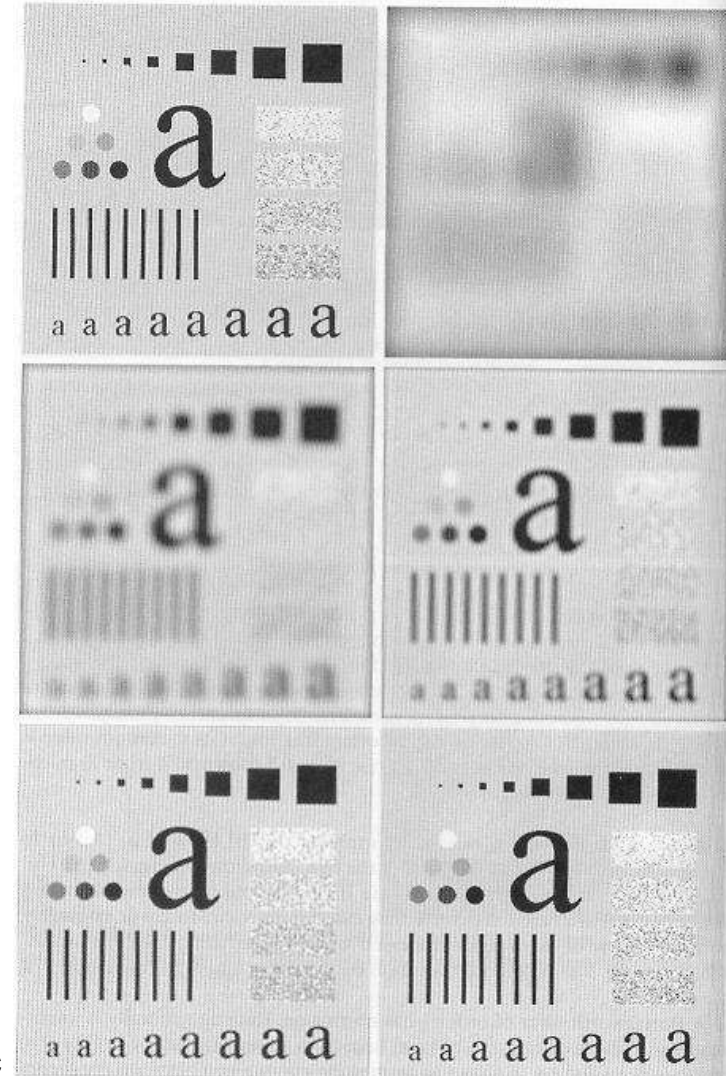
#### ✚ Butterworth Lowpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### ✚ Butterworth Lowpass Filters





## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### Gaussian Lowpass Filters

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2\sigma^2}$$

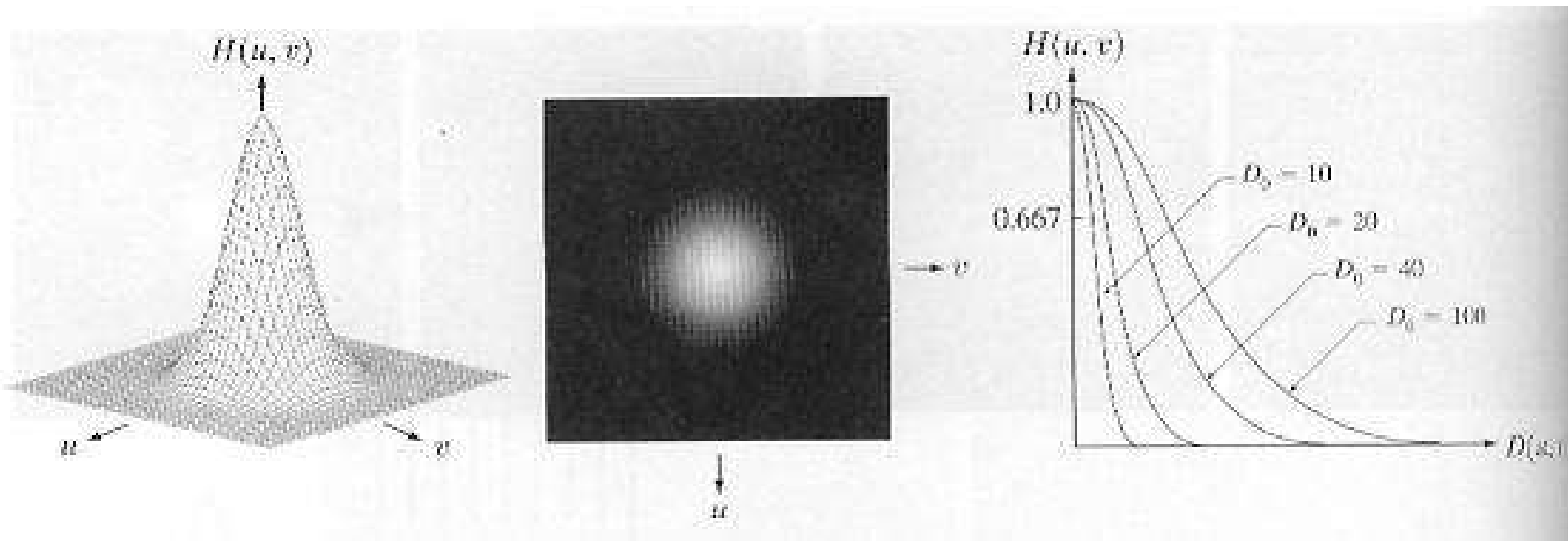
$$D(u, v) = \left[ (u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2 \right]^{1/2}$$



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

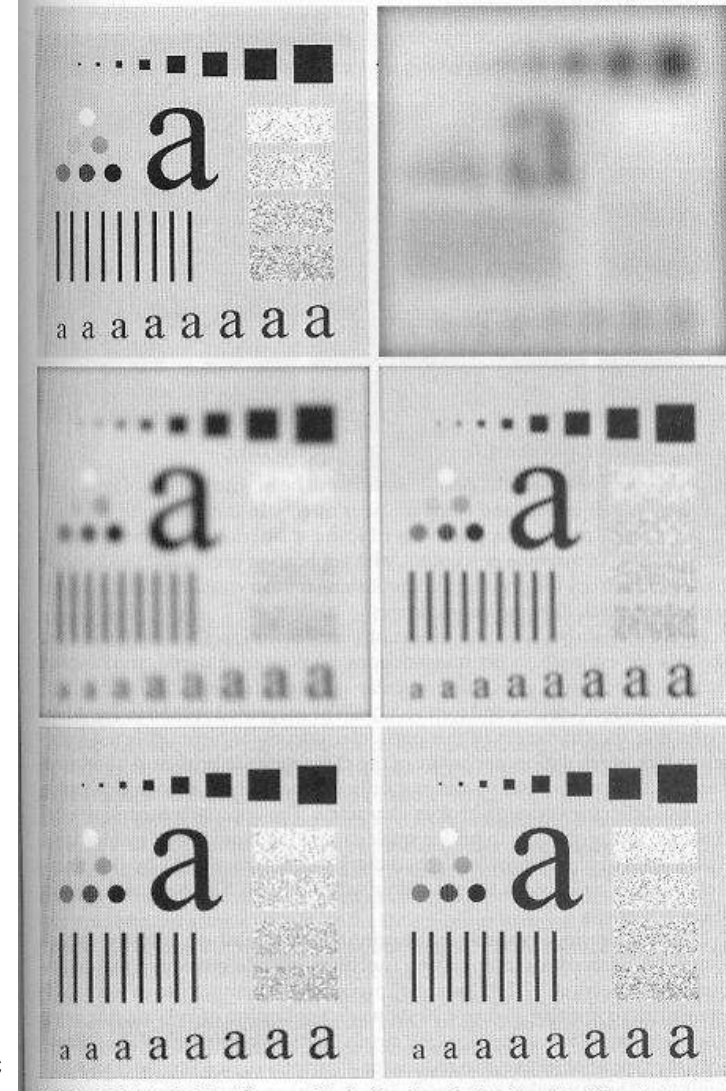
#### + Gaussian Lowpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.3. Các dạng bộ lọc thông tần số thấp

#### ✚ Gaussian Lowpass Filters





## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

- ✚ Ideal Highpass Filters
- ✚ Butterworth Highpass Filters
- ✚ Gaussian Highpass Filters
- ✚ Laplacian in Frequency Domain

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### Ideal Highpass Filters

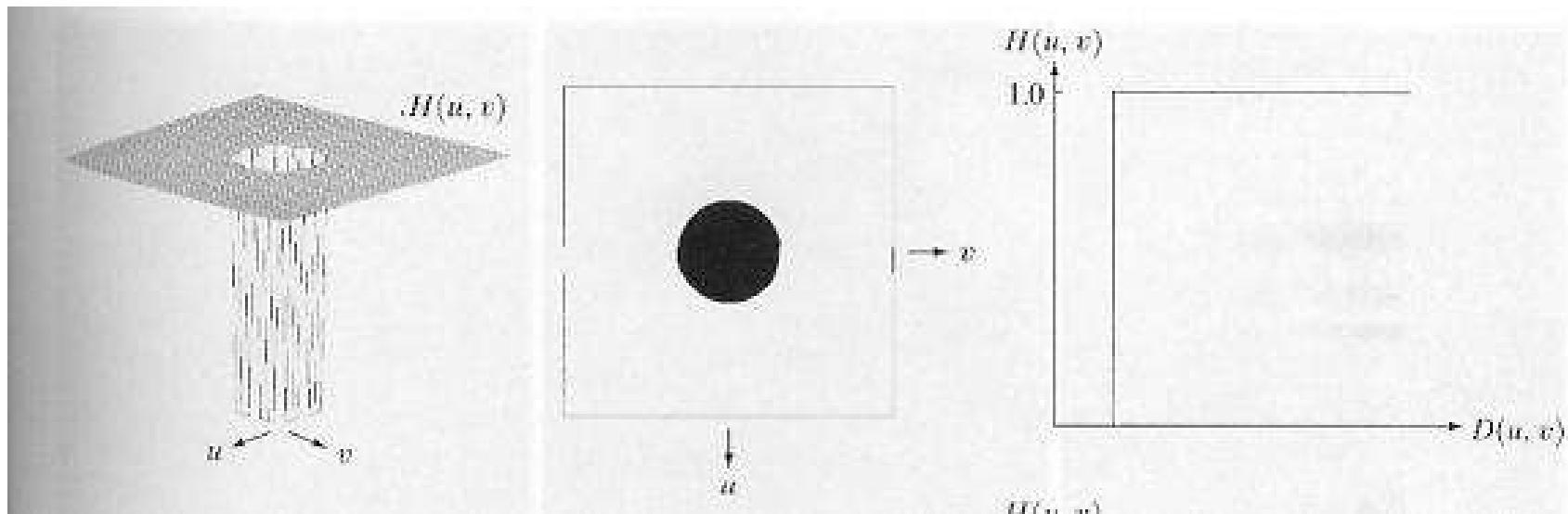
$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

$$D(u, v) = \left[ (u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2 \right]^{1/2}$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

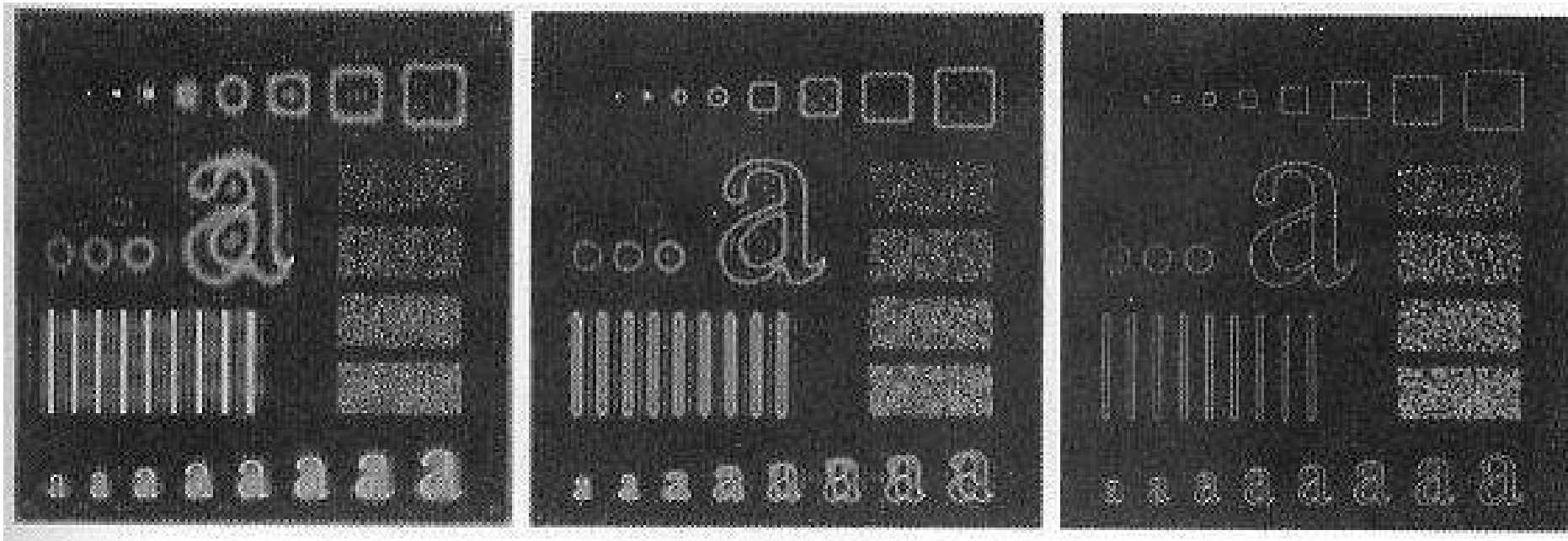
#### ✚ Ideal Highpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### ✚ Ideal Highpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### ✚ Butterworth Highpass Filters

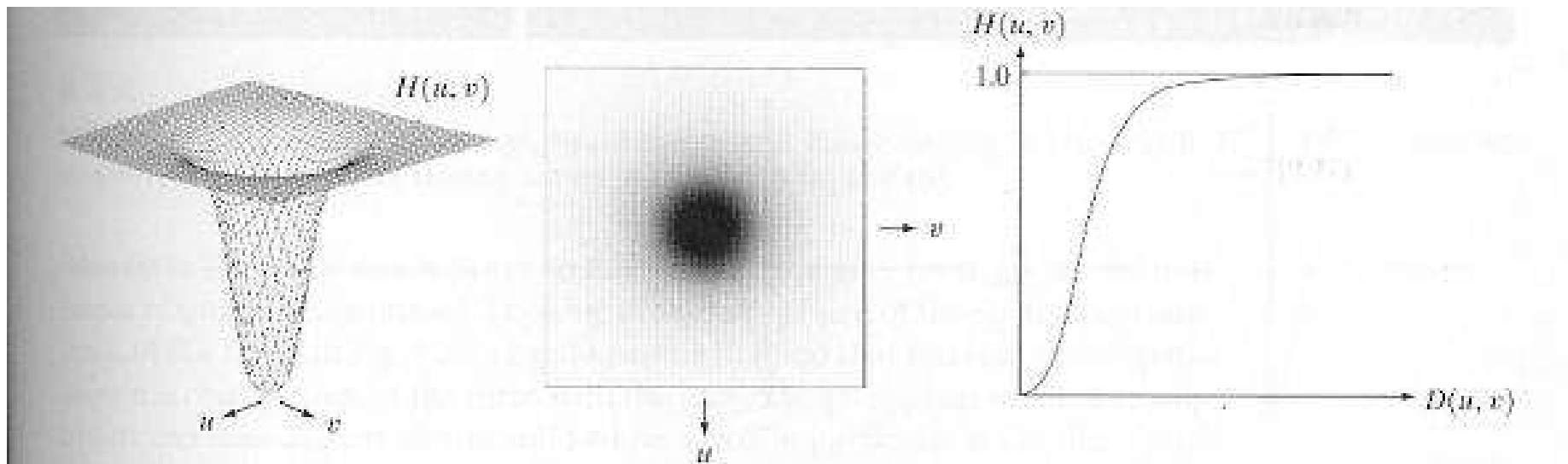
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$

$$D(u, v) = [(u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2]^{1/2}$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### ✚ Butterworth Highpass Filters

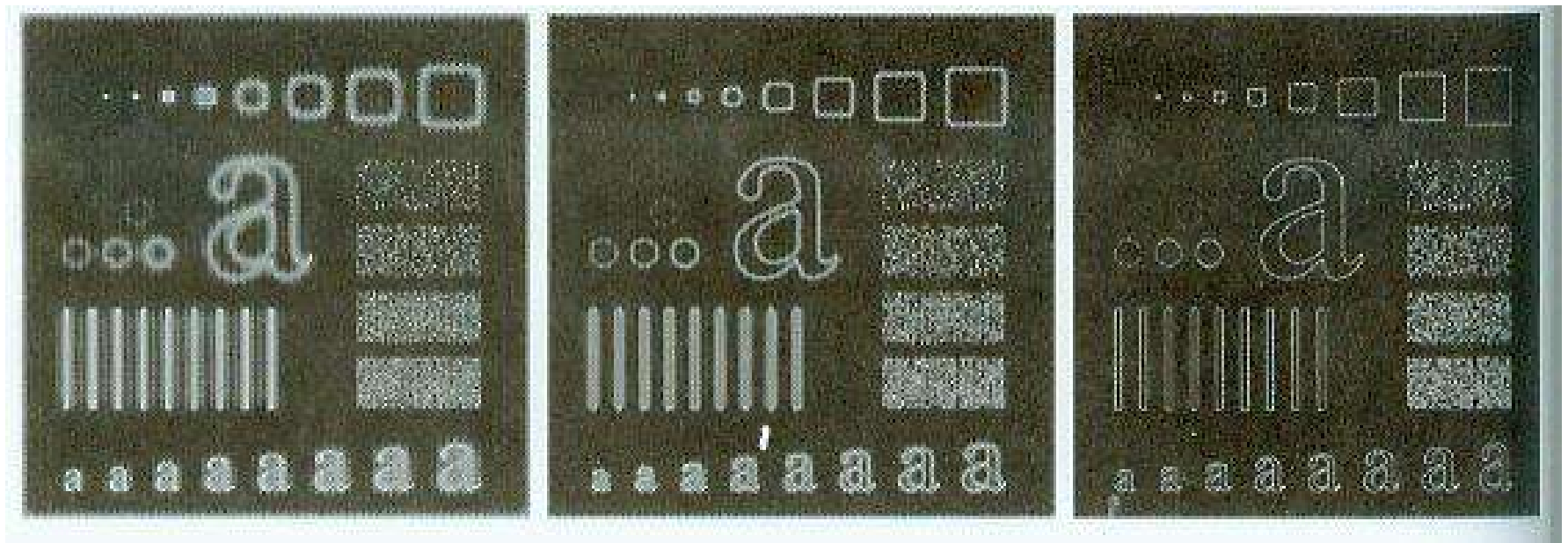




## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### ✚ Butterworth Highpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### Gaussian Highpass Filters

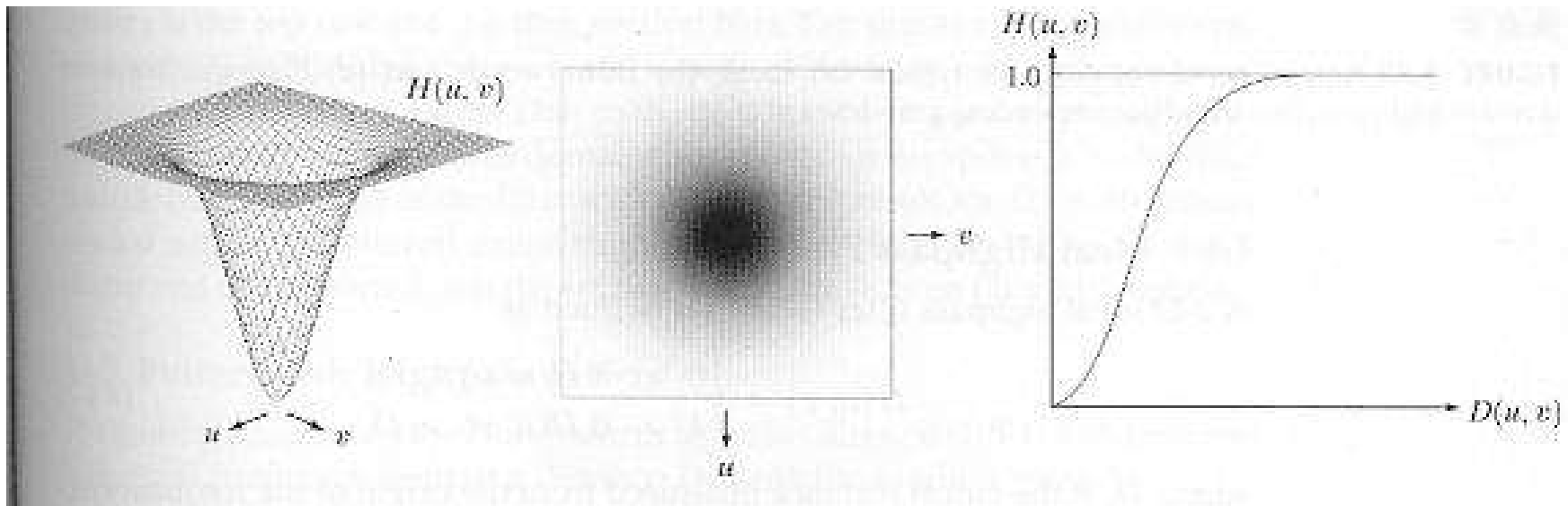
$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$

$$D(u, v) = \left[ (u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2 \right]^{1/2}$$

## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

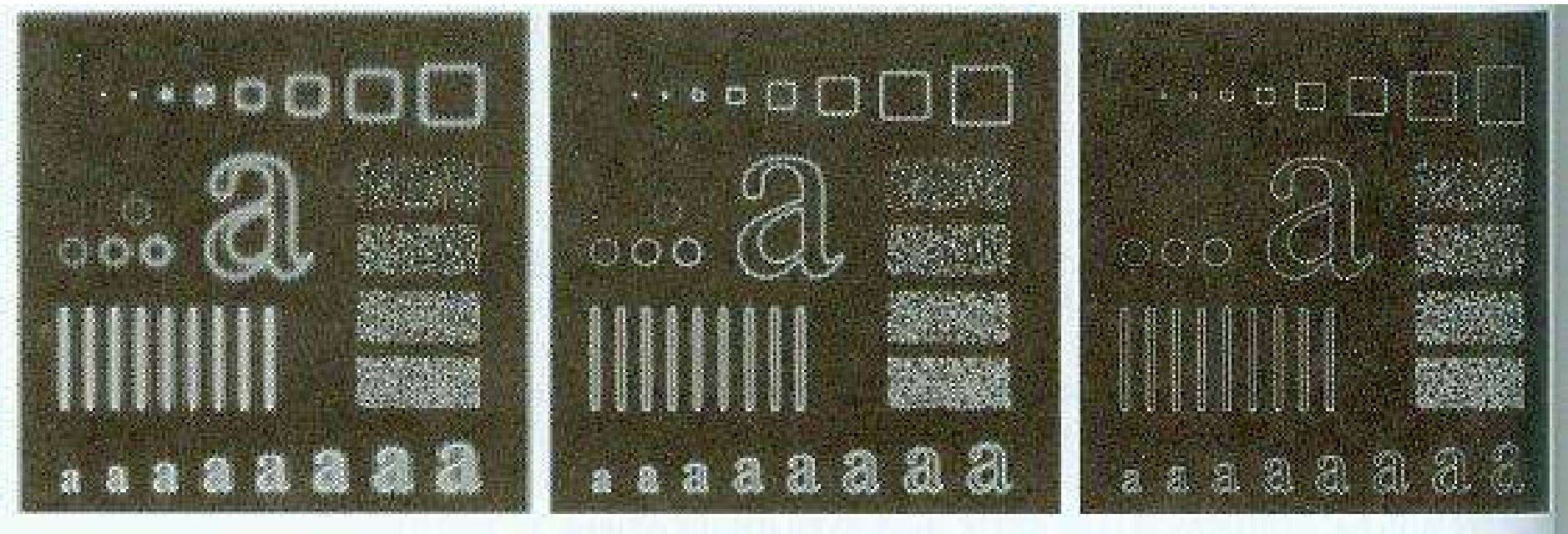
#### ✚ Gaussian Highpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

#### ■ Gaussian Highpass Filters



## 8.3. Lọc nhiễu trong miền tần số

### 8.3.4. Các dạng bộ lọc thông tần số cao

✚ Laplacian in Frequency Domain

$$\zeta[\nabla^2 f(x, y)] = -(u^2 + v^2)F(u, v)$$

$$\nabla^2 f(x, y) = \zeta^{-1}[-(u^2 + v^2)F(u, v)]$$