

FVPP – zadatci za pripremu za završni ispit

1. Za funkciju bita prijenosa C_{out} (2-bitnog) potpunog zbrajala zadanu tablično:
 - a) nacrtajte BDD,
 - b) BDD svedite na ROBDD,
 - c) dodajte komplementirane lukove ROBDD-u te nacrtajte konačni ROBDD.

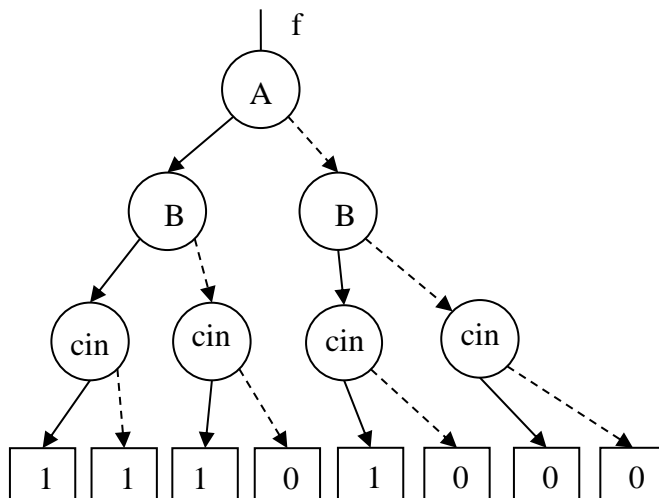
Napomene:

1. Pretpostavite da je uređenje $A < B < C_{in}$.
2. Svođenje BDD-a na ROBDD i ROBDD-a na ROBDD s komplementiranim lukovima treba biti prikazano iz koraka u korak.
3. Zadatak trebate riješiti bez računanja Shannonove ekspanzije.

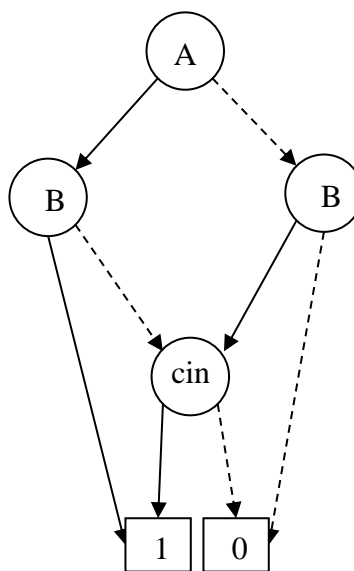
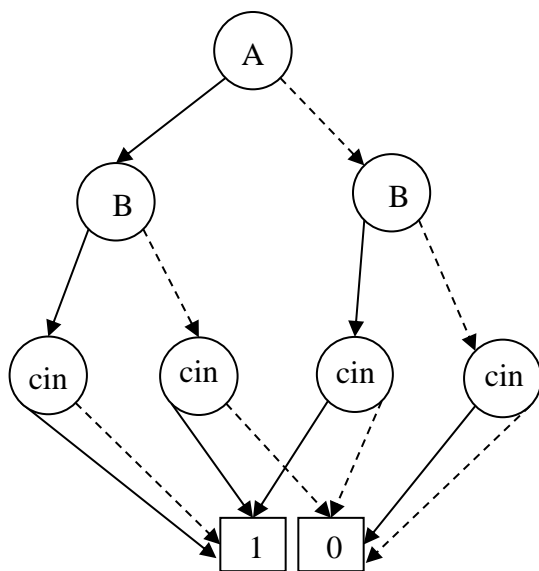
A	B	C_{in}	C_{out}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Rješenje:

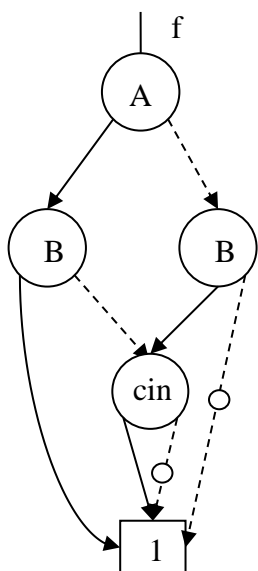
a)



b)



c) (nema međukoraka)



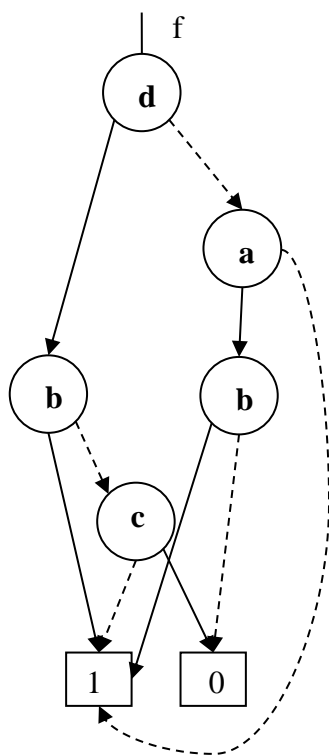
2. Za funkciju $F = a'd' + b'c'd + b$ izgradite ROBDD primjenom ITE-algoritma (rekurzivni postupak, uz potrebna pojednostavljenja) i uz uređenje $d < a < b < c$.

Napomena: potrebno je napisati cjelokupni rekurzivni postupak.

Rješenje:

$$F = a'd' + b'c'd + b$$

$$\begin{aligned}
 &= \text{ITE}(a'd', 1, b'c'd + b) = \\
 &= \text{ITE}(d, \text{ITE}(0, 1, b'c' + b), \text{ITE}(a', 1, b)) = \\
 &= \text{ITE}(d, b + b'c', \text{ITE}(a, b, 1)) = \\
 &= \text{ITE}(d, \text{ITE}(b, 1, c'), \text{ITE}(a, b, 1))
 \end{aligned}$$



3. Za zadani skup klauzula pokažite zadovoljivost korištenjem temeljnog DPLL-rješavača. Grananje, ako je potrebno, provedite na varijabli s najmanjim indeksom koja je ostala nepridružena u preostalom skupu nerazriješenih klauzula u trenutku grananja (izbor između vrijednosti T ili F za tu varijablu je proizvoljan). Napisati konačno rješenje, ako je skup klauzula zadovoljiv. Potrebno je napisati svaki korak postupka (akciju koja se događa, trenutačno pridruživanje i preostale nerazriješene klauzule).

$$K_1 = \neg x_1 \vee x_5 \vee x_6$$

$$K_2 = \neg x_1 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6$$

$$K_3 = x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3$$

$$K_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$$

$$K_5 = \neg x_5 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_6 = x_4 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7$$

$$K_8 = \neg x_1$$

Rješenje:

1. korak: PJK na $K_8 - \{x_1 = F\}$

Ostaju nerazriješene klauzule:

$$K_3 = \neg x_2 \vee x_3$$

$$K_4 = x_2 \vee x_3$$

$$K_5 = \neg x_5 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_6 = x_4 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7$$

2. korak: UKČL - x_3 je čisti literal, rješavamo se $K_3, K_4 - \{x_1 = F, x_3 = T\}$

Ostaju nerazriješene klauzule:

$$K_5 = \neg x_5 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_6 = x_4 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7$$

3. korak: nema više UKČL. Radi se grananje po x_4 (varijabla s najmanjim indeksom u preostalim klauzalama):

$x_4 = T$ (proizvoljan izbor), otpada klauzula $K_6 \{x_1 = F, x_3 = T, x_4 = T\}$

Ostaju nerazriješene klauzule:

$$K_5 = \neg x_5 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_7 = x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7$$

4. korak: nema ni PJK ni UKČL. Daljnje grananje po x_5 : npr. $x_5 = T$, otpada klauzula $K_7 \{x_1 = F, x_3 = T, x_4 = T, x_5 = T\}$

Ostaje nerazriješena klauzula:

$$K_5 = x_6 \vee x_7$$

5. korak: UKČL - $x_6 = T$

SAT!

Rješenje (jedno moguće):

$$\{x_1 = F, x_2 = F, x_3 = T, x_4 = T, x_5 = T, x_6 = T, x_7 = F\}$$

Napomena : ako se grana po $x_4 = F$ u 3. koraku, onda otpada klauzula K_7 :

$$\{x_1 = F, x_3 = T, x_4 = F\}$$

Ostaju nerazriješene klauzule:

$$K_5 = \neg x_5 \vee x_6 \vee x_7$$

$$K_6 = x_6 \vee x_7$$

4. korak: UKČL (po bilo kojem od $\neg x_5, x_6, x_7$), ako se radi po $\neg x_5$ onda ostaje K_6 pa UKČL po $x_6 = T$

SAT!

Jedno moguće rješenje $\{x_1 = F, x_2 = F, x_3 = T, x_4 = F, x_5 = F, x_6 = T, x_7 = T\}$

4. Imate na raspolaganju SAT-rješavač GRASP. Pretpostavite da su za zadani skup klauzula:

$$K1: x_2 + \neg x_3 + x_5 + \neg x_6$$

$$K2: \neg x_1 + x_2 + \neg x_5 + \neg x_4$$

$$K3: \neg x_1 + x_6$$

$$K4: \neg x_4 + x_5 + x_1$$

$$K5: x_4 + \neg x_5 + \neg x_6 + x_2$$

$$K6: x_1 + \neg x_6$$

...

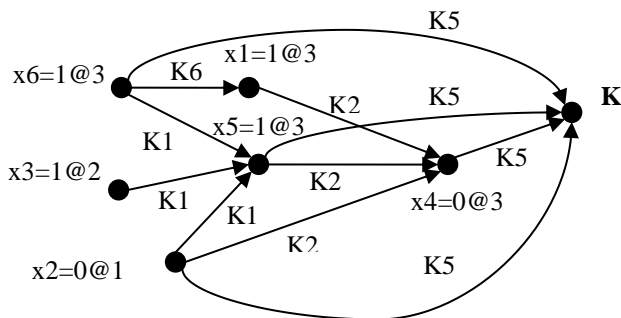
provedene sljedeće odluke o grananju: $x_2 = 0@1$, $x_3 = 1@2$ i $x_6 = 1@3$.

- Nacrtajte graf implikacija na razini 3. Budući da će u ovom primjeru doći do konflikta uz zadane odluke o grananju, napišite naučenu klauzulu proizašlu iz tog konflikta.
- Provedite alternativno forsirano pridruživanje vrijednosti varijabli na razini 3 i nacrtajte pripadni graf implikacija. Ako je ponovno došlo do konflikta, odredite novu naučenu konfliktnu klauzulu i razinu odluke na koju se postupak vraća, a inače navedite konačno rješenje za zadani skup klauzula.

Napomena: Ako je potrebno granati, izbor varijable provedite proizvoljno.

Rješenje:

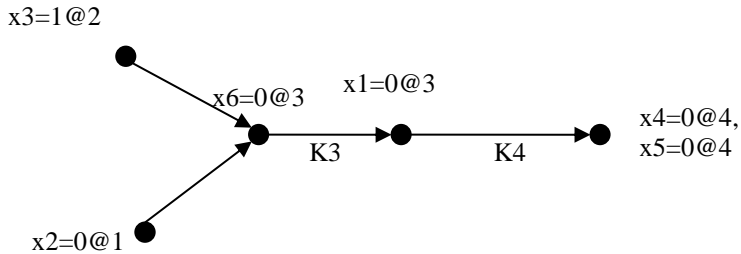
a) Graf implikacija:



Uči se klauzula za izbjegavanje konflikta u budućnosti: $\neg KP = \neg(x_2 = 0@1, x_3 = 1@2, x_6 = 1@3) = x_2 + \neg x_3 + \neg x_6$

K7: $x_2 + \neg x_3 + \neg x_6$

b) Odredi se **alternativa**: $x_6 = 0@3$



Grananje na $x_4@4$ ili $x_5@4$

SAT!

Jedan mogući model: $\{x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 0\}$

5. Za zadanu bazu klauzula provedite algoritam Chaff i pronađite odgovor na pitanje je li baza klauzula zadovoljiva (SAT) ili ne. Ako je SAT, napišite konačno rješenje. Kao heuristiku pri grananju koristite heuristiku VSIDS. Potrebno je napisati svaki korak postupka. Pretpostavite da su početni promatrani literali već (slučajno) odabrani kao što je zadano:

$$\mathbf{K1: \underline{x1} + \neg \underline{x2} + \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K2: x1 + \underline{x2} + \neg \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K3: \neg \underline{x3} + \underline{x6}}$$

$$\mathbf{K4: \underline{x4} + x7 + \underline{x1}}$$

$$\mathbf{K5: \neg \underline{x4} + \neg \underline{x7} + \underline{x1}}$$

Rješenje:

VSIDS poredak:

$x1, x4 : 4;$

$x2, x5, x7: 2;$

$x3, x6: 1.$

Odabrat će se $x1$ i to tako da se postavi na **F**

1. korak. Trenutačno pridruživanje: $\{x1 = F\}$, pomiču se promatrani literali u K1, K4, K5, u K2 se ne pomiču jer $x1$ nije potertan, ostaje:

$$\mathbf{K1: x1 + \neg \underline{x2} + \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K2: x1 + \underline{x2} + \neg \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K3: \neg \underline{x3} + \underline{x6}}$$

$$\mathbf{K4: \underline{x4} + \underline{x7} + x1}$$

$$\mathbf{K5: \neg \underline{x4} + \neg \underline{x7} + x1}$$

Nema jediničnih klauzula. Daljnje grananje je po $x4 = F$

2. korak. Trenutačno pridruživanje: $\{x1 = F, x4 = F\}$, razmatra se samo klauzula K4, ostaje:

$$\mathbf{K1: x1 + \neg \underline{x2} + \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K2: x1 + \underline{x2} + \neg \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K3: \neg \underline{x3} + \underline{x6}}$$

$$\mathbf{K4: x4 + \underline{x7} + x1}$$

$$\mathbf{K5: \neg \underline{x4} + \neg \underline{x7} + x1}$$

Impliciran je $x7 = T$. Daljnje grananje je slučajno između $x2$ i $x5$, recimo $x2 = F$

3. Trenutačno pridruživanje: $\{x1 = F, x4 = F, x7 = T, x2 = F\}$, razmatra se klauzula K2, ostaje:

$$\mathbf{K1: x1 + \neg \underline{x2} + \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K2: x1 + x2 + \neg \underline{x5} + x4}$$

$$\mathbf{K3: \neg \underline{x3} + \underline{x6}}$$

$$\mathbf{K4: x4 + \underline{x7} + x1}$$

$$\mathbf{K5: \neg \underline{x4} + \neg \underline{x7} + x1}$$

K2 je sada jedinična klauzula, forsiran je $x5 = F$

4. Trenutačno pridruživanje: $\{x_1 = F, x_4 = F, x_7 = T, x_2 = F, x_5 = F\}$, daljnje grananje po x_3 ili x_6 , recimo $\neg x_3 = F$, $x_3 = T$, ostaje:

$$\mathbf{K1: } x_1 + \underline{\neg x_2} + x_5 + \underline{x_4}$$

$$\mathbf{K2: } x_1 + x_2 + \underline{\neg x_5} + \underline{x_4}$$

$$\mathbf{K3: } \underline{\neg x_3} + \underline{x_6}$$

$$\mathbf{K4: } x_4 + \underline{x_7} + x_1$$

$$\mathbf{K5: } \underline{\neg x_4} + \underline{\neg x_7} + x_1$$

Forsirano je $x_6 = T$

5. Trenutačno pridruživanje: $\{x_1 = F, x_4 = F, x_7 = T, x_2 = F, x_5 = F, x_3 = T, x_6 = T\}$, nema više klauzula koje se mogu razmotriti i nema nerazriješenih varijabli. Model je pronađen.

SAT!

Rješenje: $\{x_1 = F, x_2 = F, x_3 = T, x_4 = F, x_5 = F, x_6 = T, x_7 = T\}$