Binarni dijagrami odlučivanja (BDD) – riješeni primjeri i zadatci

1. Za varijablu programa zadanu kao podskup cijelih brojeva S = {3..11} odredite njezinu karakterističnu Booleovu funkciju.

Rješenje:

9 elemenata, kodiramo s 4 binarne varijable: (x1, x2, x3, x4)

Prvi element (3): 0000

Zadnji element (11): 1000

Kodiranje:

x1	x2	x3	x4	fS	element
0	-	-	-	1	3-10
1	0	0	0	1	11

Karakteristična funkcija: f(x1,x2,x3,x4) = x1' + x1 x2' x3' x4'

2. Naći karakterističnu funkciju relacije

$R = \{(s, t) \in (S \times T) \mid t = s + 1\}$, pri čemu je:

S = {2, 4, 6, 8}, a T = {1, 5, 7, 9, 10}

Rješenje:

Iz kartezijskog produkta izaberemo podskup parova koji zadovoljavaju zadanu relaciju. Slijedi podskup:

R = {(4, 5), (6, 7), (8, 9)}

Kodiranje skupova S i T:

si	x1	x2	ti	y1	y2	y3
2	0	0	1	0	0	0
4	**0**	**1**	**5**	**0**	**0**	**1**
6	**1**	**0**	**7**	**0**	**1**	**0**
8	**1**	**1**	**9**	**0**	**1**	**1**

10 1 0 0

Uz ranije zadano kodiranje:

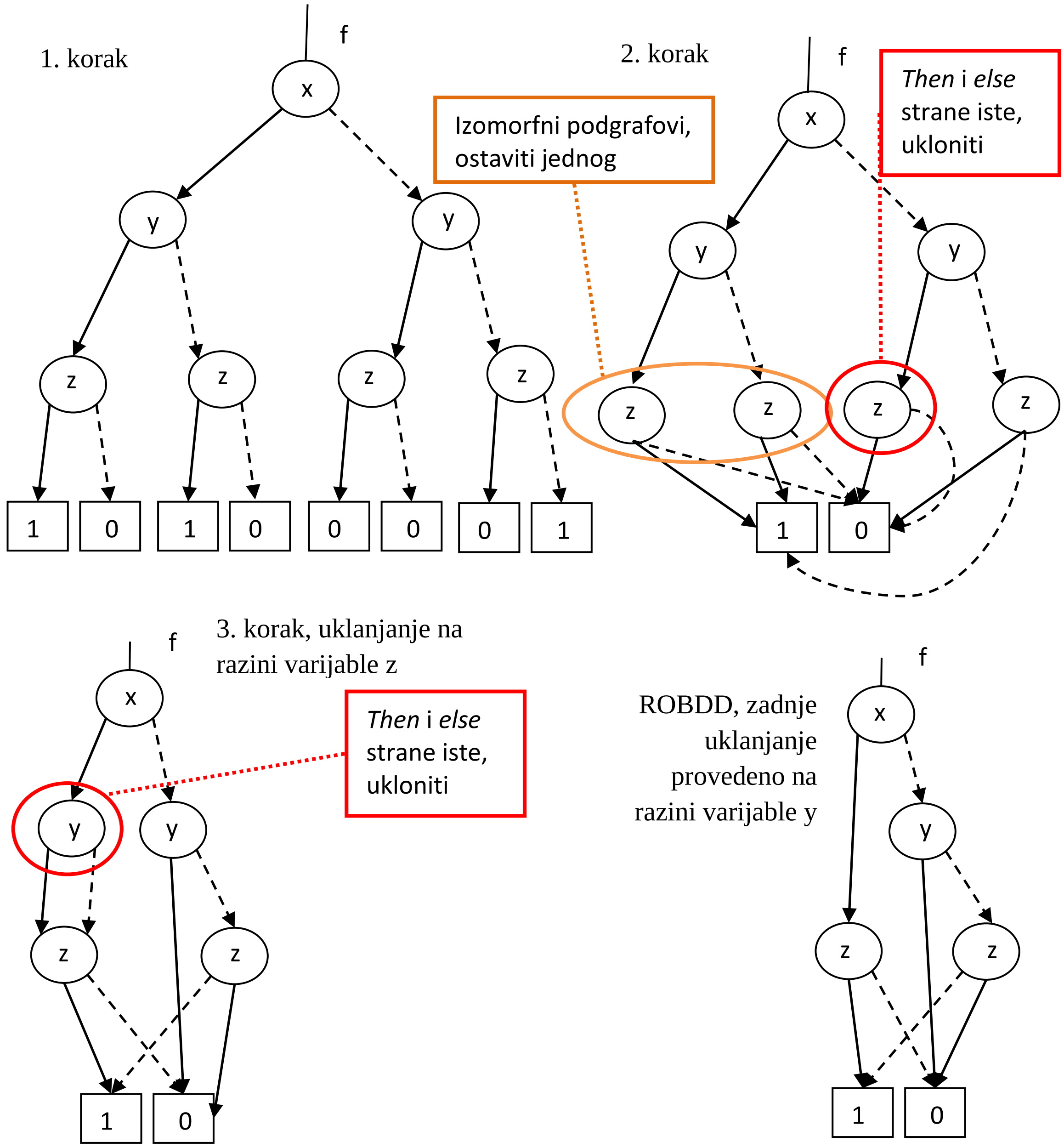
	x1	x2	y1	y2	y3
(4, 5)	0	1	0	0	1
(6, 8)	1	0	0	1	0
(8, 9)	1	1	0	1	1

Karakteristična funkcija relacije:

$f_R\,(x1, x2, y1, y2, y3) = x1'\,x2\,y1'\,y2'\,y3 + x1\,x2'\,y1'\,y2\,y3' + x1\,x2\,y1'\,y2\,y3 =$

$= y1'\,(x1'\,x2\,y2'\,y3 + x1\,x2'\,y2\,y3' + x1\,x2\,y2\,y3\,)$

Primjer 1. Rješenje, po koracima postupka:

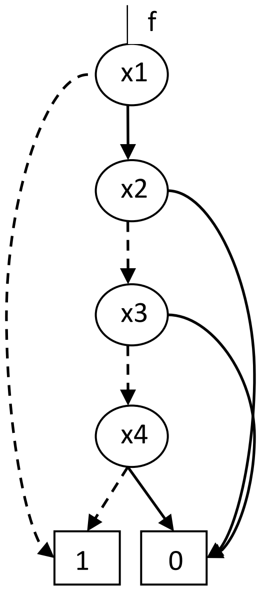


3. Za Booleovu karakterističnu funkciju iz zadatka 1 nacrtajte ROBDD uz proizvoljno uređenje varijabli.

Rješenje:

f(x1,x2,x3,x4) = x1' + x1 x2' x3' x4'

fx1 = x2' x3' x4'	fx1x2 = 0	fx1x2'x3 = 0
fx1' = 1	fx1x2' = x3' x4'	fx1x2'x3' = x4'

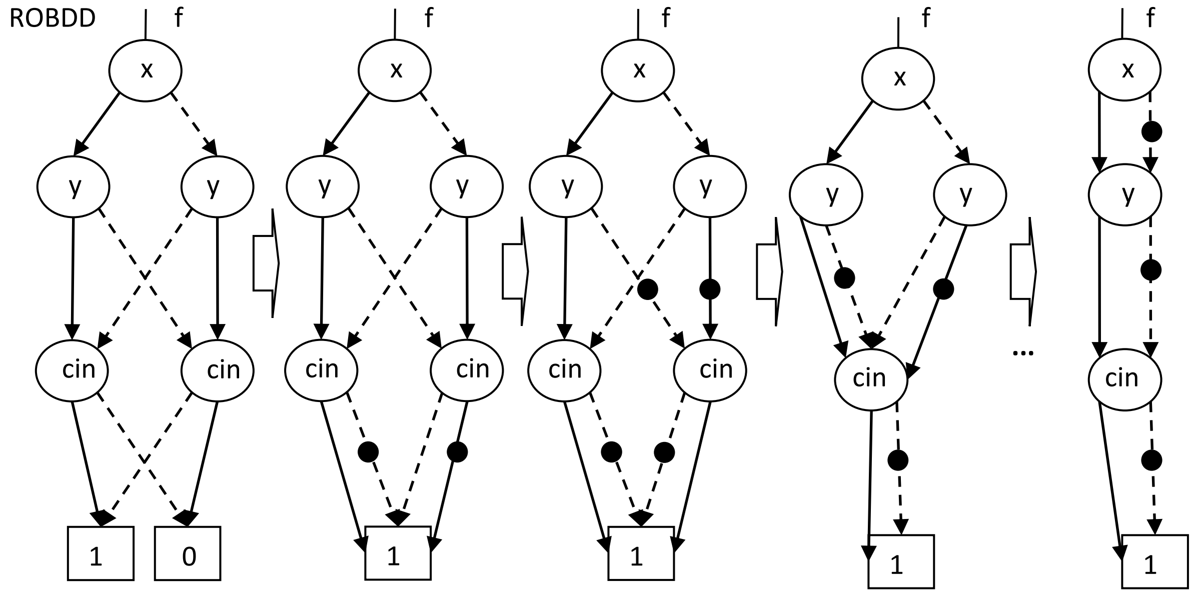


4. Za funkciju **S** sume potpunog zbrajala zadanu tablično, nacrtajte ROBDD te provedite komplementiranje lukova uz uređenje x < y < cin.

Rješenje (pomoću računanja Shannonove ekspanzije, ne postupkom iz običnog BDD-a):

S = x' y cin' + x y' cin' + x' y' cin + x y cin

Sx = y' cin' + y cin	Sxy = cin	Sx'y = cin'
Sx' = y cin' + y' cin	Sxy' = cin'	Sx'y' = cin



Komentar: ako se za neku interpretaciju prođe kroz paran broj komplemenata, rezultat je 1, a inače je rezultat 0. Npr., za x y' cin' prođe se kroz 2 kompl., pa je rezultat 1, a za x y' cin prođe se jednom pa je rez 0.

5. Za funkciju **F = acd + bc + a'd'** izgradite ROBDD primjenom ITE- algoritma (rekurzivni postupak, uz potrebna pojednostavljenja) i uz uređenje a < d < c < b.

Napomena: potrebno je raspisati cjelokupni rekurzivni postupak i nacrtati konačni ROBDD.

Rješenje:

ite(f,g,h) = ite(v, ite(f_v,g_v,h_v), ite($f_{v'}$,$g_{v'}$,$h_{v'}$))

F = ite(acd, 1, bc + a'd') =

= ite(a, ite(cd, 1, bc),ite(0, 1, bc+d')) =

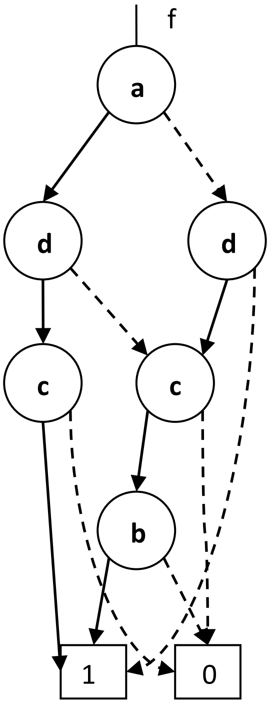
= ite(a, ite(cd, 1, bc), bc + d')) =

= ite(a, ite(d, ite(c, 1, bc), ite(0, 1, bc)), bc + d') =

= ite(a, ite(d, c, bc), bc + d') =

= ite(a, ite(d, c, bc),ite(d, bc, 1)) =

= ite(a, ite(d, c, ite(c, b, 0)), ite(d, ite(c, b, 0), 1))



6. Odredite složenost prikaza BDD-om funkcije parnog pariteta od *n*-varijabli (dan je tablični prikaz nadesno za 4 varijable), neovisno o uređenju

x1	x2	x3	x4	f
0	**0**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**0**	1	**0**
0	**0**	1	**0**	**0**
0	**0**	1	1	**1**
0	1	**0**	**0**	**0**
0	1	**0**	1	**1**
0	1	1	**0**	**1**
0	1	1	1	**0**
1	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	1	**1**
1	**0**	1	**0**	**1**
1	**0**	1	1	**0**
1	1	**0**	**0**	**1**
1	1	**0**	1	**0**
1	1	1	**0**	**0**
1	1	1	1	**1**

f parni = (x1 ⊕ x2 ⊕ x3 ⊕ ... ⊕ xn)' , xi ⊕ xj = xi xj' + xi' xj

f parni x1 = (x2' ⊕ x3 ⊕ ... ⊕ xn)'

f parni x1' = (x2 ⊕ x3 ⊕ ... ⊕ xn)'

f parni x1 x2 = (x3 ⊕ ... ⊕ xn)'

f parni x1 x2' = (x3' ⊕ ... ⊕ xn)'

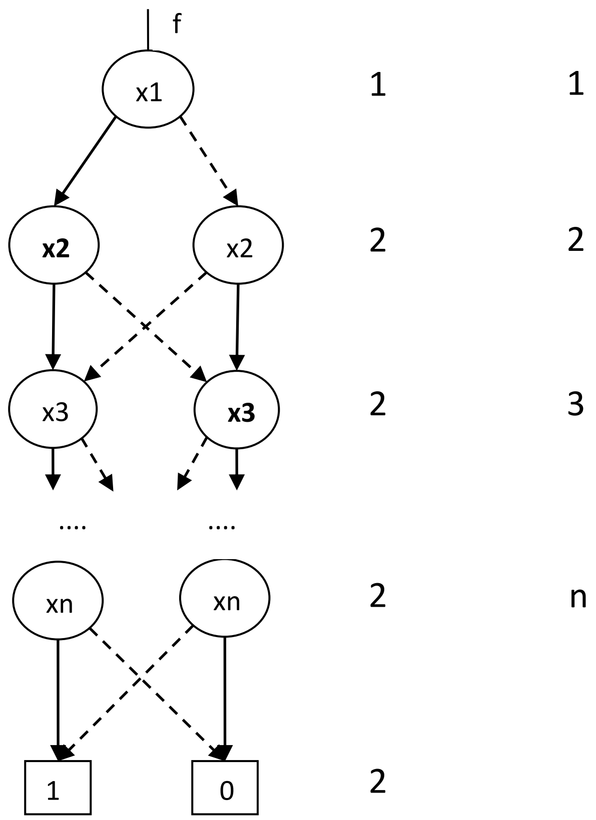
f parni x1' x2 = (x3' ⊕ ... ⊕ xn)'

f parni x1' x2' = (x3 ⊕ ... ⊕ xn)'

......

f parni x1 x2...xn-1 = xn = f parni x1' x2'...xn-1

f parni x1 x2...xn-1' = xn' = f parni x1' x2'...xn-1'



Br. čvorova = 1 + 2 (n-1) + 2 = 2n + 1   ->   Složenost = O(n)