

## SAT-rješavači – zadatci za vježbu

1. Pokažite zadovoljivost zadane formule u CNF-obliku korištenjem temeljnog DPLL-rješavača. Izbor varijable grananja, ako je on potreban, provedite proizvoljno.

$$\Gamma = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

Rješenje:

1. PJK :  $\{x_1 = T\}$

$$\begin{aligned} & ((T \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (F \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (T) \wedge (T \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (F \vee x_2 \vee x_4)) = \\ & = (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee x_4) \end{aligned}$$

2. Više nije moguće napraviti PJK. Ukloniti klauzulu s čistim literalom  $x_3$  ( $x_2$  i  $x_4$  nisu čisti), zapamti  $x_3 = T$ :  $\{x_1 = T, x_3 = T\}$

$$= (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee x_4)$$

3. Više nema čistih literala. Grananje: slučajno odaberemo, npr.  $x_2 = T$ :  $\{x_1 = T, x_3 = T, x_2 = T\}$

$$= (\neg x_4) \wedge (T)$$

4. PJK:  $x_4 = F$

SAT!

Rješenje je (jedno moguće):  $(x_1 = T, x_2 = T, x_3 = T, x_4 = F)$  (uvijek provjeriti u izvornoj formuli je li sve ok ako se uvrsti ovakvo pridruživanje)

2. Imate na raspolaganju SAT-rješavač GRASP. Za zadani početni skup klauzula  $K_1$ - $K_9$  i za trenutno pridruživanje  $\{x_3=0@1, x_7=0@2, x_{10}=0@2, \dots\}$ :

a) Nacrtajte graf implikacija ako je trenutna odluka o pridruživanju  $x_2 = 1@4$

b) Odredite naučene konfliktne klauzule za otkrivene konflikte na kraju grafova implikacija

c) Odredite jedinstvenu implikacijsku točku za konflikte prouzročene varijablom  $x_2$  te razinu odluke  $\delta$  na koju će algoritam skočiti nakon konflikata

Napomene: "... " označavaju dodatna pridruživanja ili klauzule koje nisu bitne za rješenje. Na lukovima grafa obavezno označite klauzulu koja se razmatra.

$$K_1 = (\neg x_1 \vee x_5 \vee x_9)$$

$$K_2 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4)$$

$$K_3 = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$$

$$K_4 = (x_5 \vee x_2 \vee x_3)$$

$$K_5 = (\neg x_5 \vee x_8)$$

$$K_6 = (x_4 \vee x_8)$$

$$K_7 = (x_7 \vee \neg x_8 \vee \neg x_9)$$

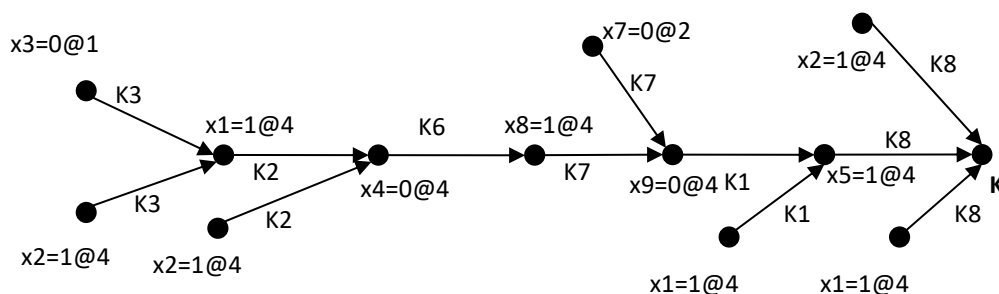
$$K_8 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_5)$$

$$K_9 = (x_2 \vee \neg x_5 \vee \neg x_8)$$

...

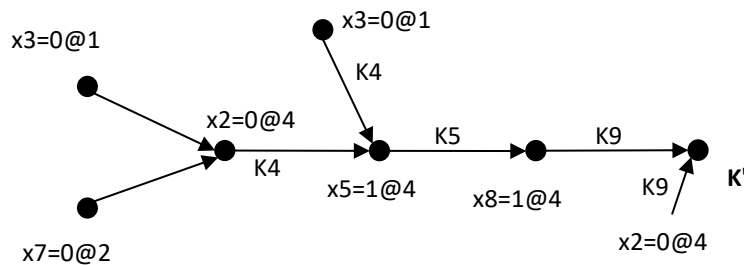
**Rješenje:**

Ideja rješavanja je pronaći na temelju trenutnog pridruživanja one klauzule koje su ili posve istinite (pa ih se miče iz daljnjeg razmatranja) ili one kod kojih ostaje jedan nepokriveni literal. On će onda biti forsiran na vrijednost true kako bi klauzula bila istinita. Npr. za  $x_2=1@4$  i  $x_3=0@1$  slijedi na temelju klauzule  $K_3$  da je  $x_1=1$  forsiran pa se tako i crta sve dok se ne dođe do konflikta ili konačnog rješenja.



b)  $K_{\text{new}} = \neg KP = \neg \{x_3=0@1, x_2=1@4, x_7=0@2\} = (\neg x_2 \vee x_3 \vee x_7)$

c) JIT =  $\{x_2 = 1\}$ ;  $\delta$  se određuje iz implikacijskog grafa za forsiranu vrijednost  $x_2 = 0@4$ , razina iznosi  $\delta = 2$ , zato što je za  $x_2 = 0$ :  $KP' = \{x_3 = 0@1, x_7 = 0@2\}$ , graf implikacija:



3. Pokažite zadovoljivost zadanog skupa klauzula korištenjem Chaff-rješavača. Pritom koristite sve značajke algoritma osim uklanjanja naučenih klauzula i pretrage iznova.

$$K_1 = (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

$$K_2 = (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$$

$$K_3 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4)$$

$$K_4 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4)$$

$$K_5 = (x_1 \vee x_3)$$

$$K_6 = (x_1 \vee \neg x_3)$$

Rješenje:

1. PBO: Proizvoljan početni odabir promatranih literala:

$$K_1 = (\neg \underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4)$$

$$K_2 = (\neg x_1 \vee \underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4})$$

$$K_3 = (\neg \underline{x_1} \vee \neg x_2 \vee \underline{x_4})$$

$$K_4 = (\neg \underline{x_1} \vee \neg x_2 \vee \neg \underline{x_4})$$

$$K_5 = (\underline{x_1} \vee \underline{x_3})$$

$$K_6 = (\underline{x_1} \vee \neg \underline{x_3})$$

2. Nema jedinične klauzule. Odabir literala za grananje provodi se prema postupku VSIDS:

$x_1$ : 6

$x_2, x_4$ : 4

$x_3$ : 2

Odabire se literal  $\neg x_1$  za inicijalnu odluku o grananju. Postavi se  **$\neg x_1$  na F**, odnosno:

Trenutačni stog pridruživanja:  $\{x_1 = T\}$

1. Moraju se dalje razmotriti sve klauzule gdje je odabrani literal F ( $\neg x_1 = F$  odnosno  $x_1 = T$ )
2. Ne moraju se dalje razmotriti one klauzule gdje je odabrani literal T, jer su time cijele klauzule T
3. Ne razmatraju se one klauzule u kojima odabrani literal nije odabran za promatranje

1. Obrađuju se klauzule 1, 3 i 4. U sve tri klauzule odabire se preostali literal kao promatrani.

2. Klauzule K5 i K6 se ne razmatraju jer bi dale 1

3. Klauzula K2 se ne razmatra jer tu nije  $\neg x_1$  promatran

$$K_1 = (\neg x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$$

$$K_2 = (\neg x_1 \vee \underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4})$$

$$K_3 = (\neg x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$$

$$K_4 = (\neg x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4})$$

$$K_5 = (\underline{x_1} \vee \underline{x_3})$$

$$K_6 = (\underline{x_1} \vee \neg \underline{x_3})$$

**3.** I dalje nema jedinične klauzule. Odabire se sljedeća po redu varijabla za grananje.  $x_2$  i  $x_4$  su izjednačeni po pitanju literala, slučajno odabiremo jednu od njih, npr.  $x_2$  koju postavljamo na F:

Trenutačni stog pridruživanja:  $\{x_1 = T, x_2 = F\}$

1. Moraju se dalje razmotriti sve klauzule gdje je odabrani literal F ( $x_2 = F$ )
2. Ne moraju se dalje razmotriti one klauzule gdje je odabrani literal T, jer su time cijele klauzule T
3. Ne razmatraju se one klauzule u kojima odabrani literal nije odabran za promatranje

Ne razmatraju se klauzule K3-K6, obrađuju se klauzule 1 i 2.

Došlo je do konflikta jer su forsirani literal  $\underline{x_4}$  iz K1 i  $\neg \underline{x_4}$  iz K2. **KONFLIKT**

Nauči se nova klauzula koja će u budućnosti izbjeći konflikt, a dobiva se iz konfliktnog pridruživanja

$x_1 = T, x_2 = F$

$K_7 = (\neg x_1 \vee x_2)$

Za novu klauzulu odrede se promatrani literali.

**4.** Isprobava se alternativna mogućnost grananja. Postavljamo  $x_2$  na T.

Trenutačni stog pridruživanja:  $\{x_1 = T, x_2 = T\}$

Sada se ne razmatraju klauzule  $K_1, K_2, K_5, K_6, K_7$ . Razmatraju se  $K_3$  i  $K_4$ .

Došlo je ponovno do konflikta jer su forsirani literali  $x_4$  iz  $K_3$  i  $\neg x_4$  iz  $K_4$ . KONFLIKT

Nauči se nova klauzula koja će u budućnosti izbjeći konflikt, a dobiva se iz konfliktnog pridruživanja  $KP'$

$x_1 = T$

$K_8 = (\neg x_1)$

**5.** Vraćamo se na razinu  $x_1$  i odabiremo  $x_1 = F$ :  $\{x_1 = F\}$

1. Moraju se dalje razmotriti sve klauzule gdje je odabrani literal F ( $x_1 = F$ )
2. Ne moraju se dalje razmotriti one klauzule gdje je odabrani literal T, jer su time cijele klauzule T
3. Ne razmatraju se one klauzule u kojima odabrani literal nije odabran za promatranje

Ne razmatraju se klauzule 1-4,7,8 zbog razloga 2 ili 3.

Razmatraju se klauzule 5 i 6.

Došlo je do konflikta jer su forsirani literali  $x_3$  iz  $K_5$  i  $\neg x_3$  iz  $K_6$ . KONFLIKT

Nemamo se više gdje vratiti jer su svi putevi isprobani.

**Nije SAT!**