

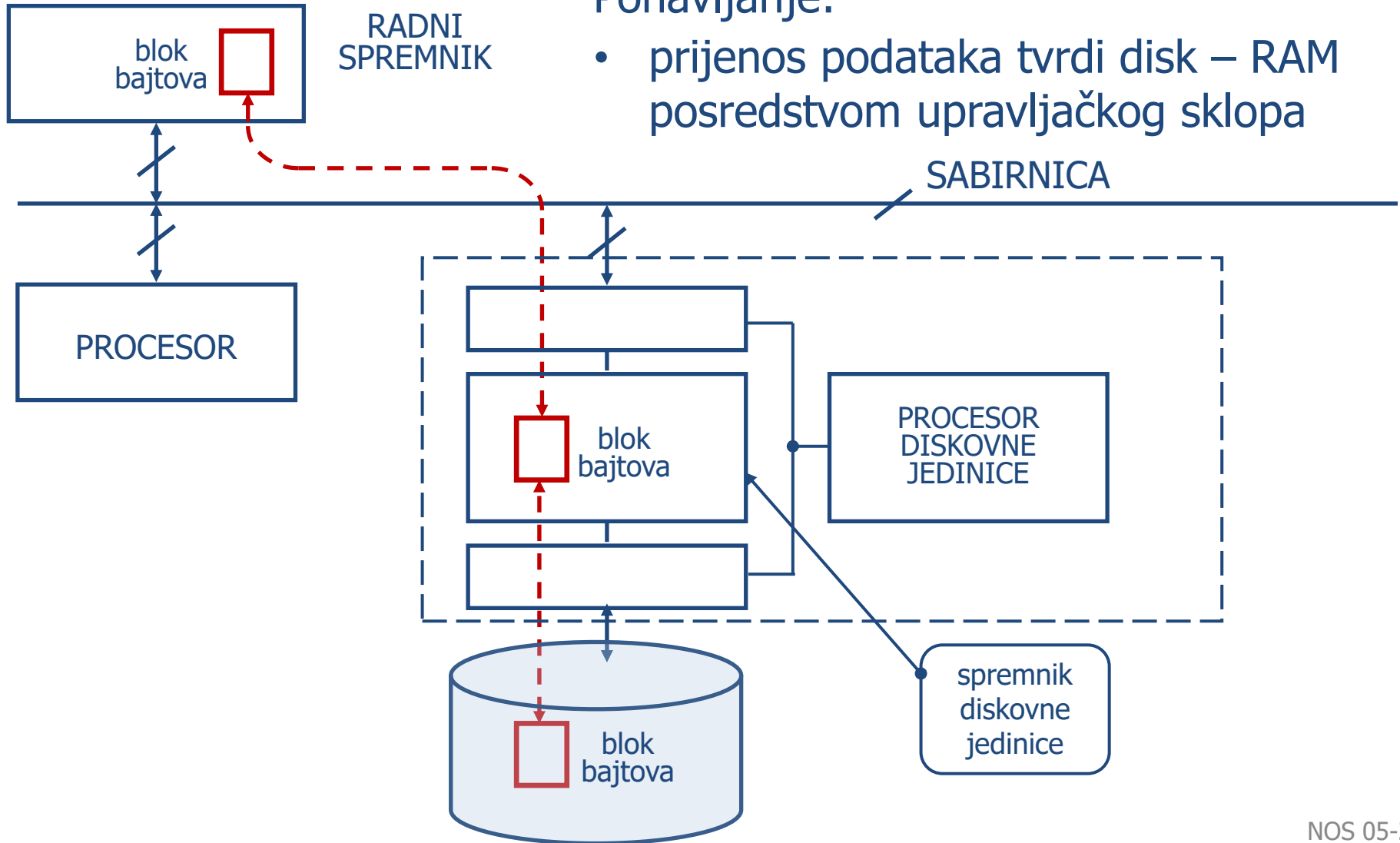
5. Višediskovni zalihosni spremnici

*RAID - Redundant Array of
Independent (Inexpensive) Disks*

Dvanaesto poglavlje u udžbeniku L. Budin, M.
Golub, D. Jakobović, L. Jelenković, Operacijski
sustavi

Ponavljanje:

- prijenos podataka tvrdi disk – RAM posredstvom upravljačkog sklopa



U čemu je problem?

- trajno unapređivanje svojstava procesora i spremnika, a s druge strane, napredak svojstava magnetskih diskova mnogo je sporiji
- defragmentacijom diskova može se ubrzati pristup disku
 - raspršeni smještaj blokova podataka minimizira fragmentaciju diska
- ubrzanje pri prijenosu može se, primjerice, postići tako da se:
 - umjesto prijenosa jednog bloka u spremnik upravljačkog sklopa prenijeti sadržaj cijele staze
 - posluživanje više zahtjeva minimizacijom pomake glava
- Sva ta nastojanja nisu dovoljna!
- Rješenje: smještaj podataka na više diskova kojima se može istodobno pristupati

Višediskovni sustav

RADNI
SPREMNIK

SABIRNICA

PROCESOR

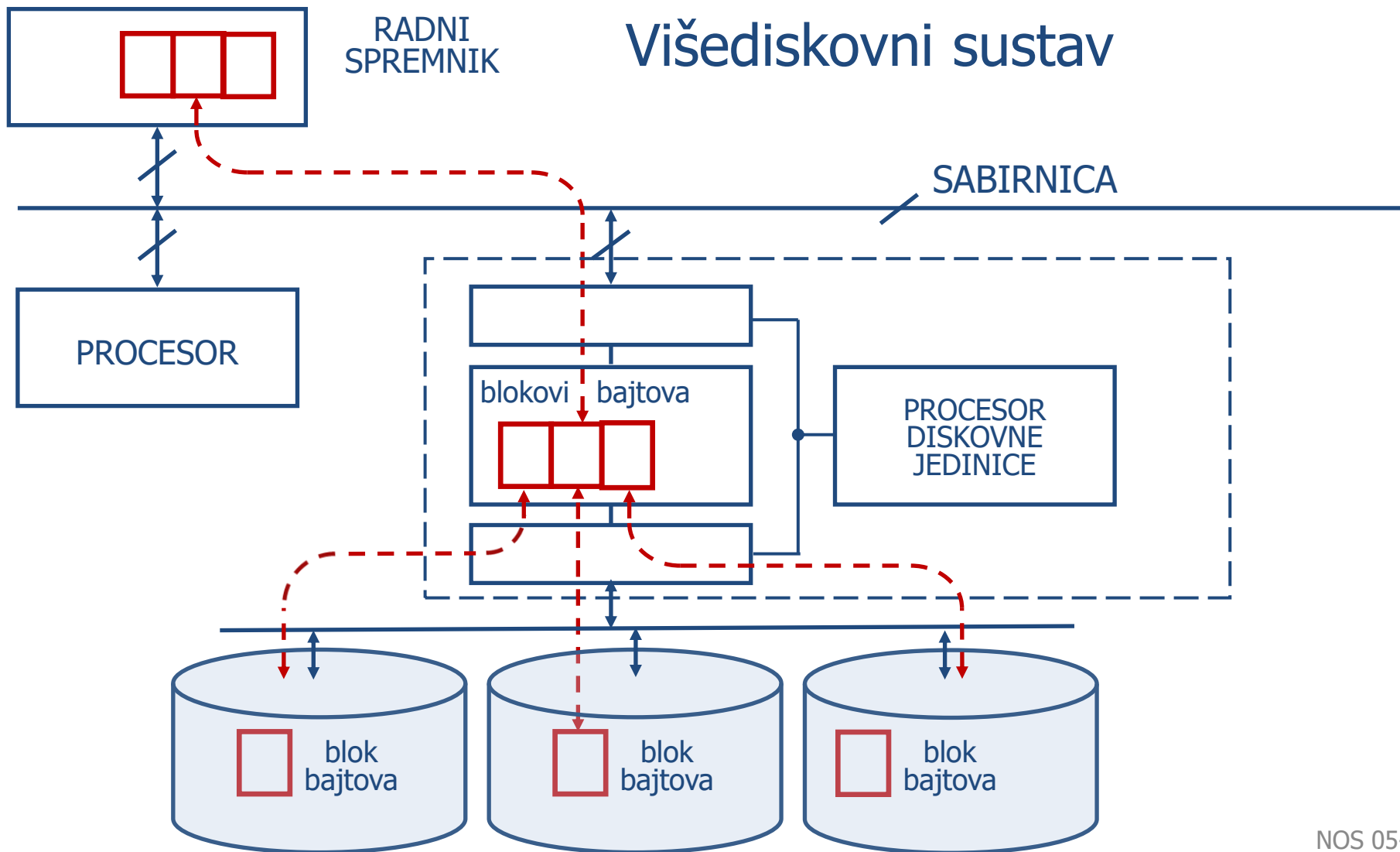
blokovi bajtova

PROCESOR
DISKOVNE
JEDINICE

blok
bajtova

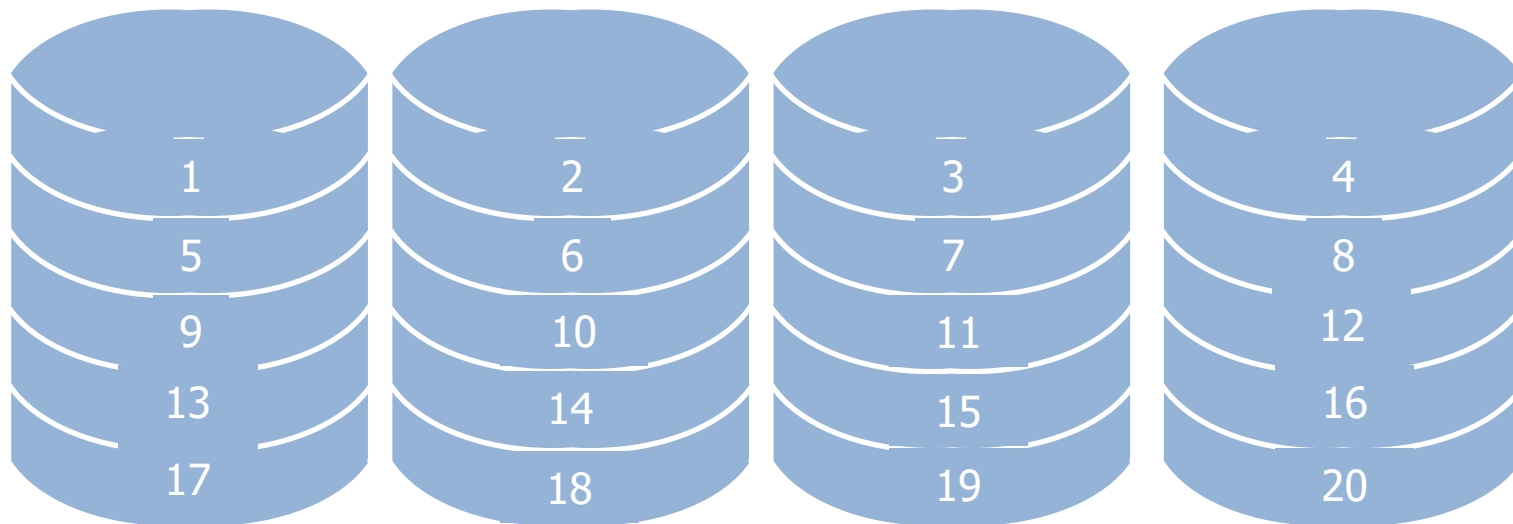
blok
bajtova

blok
bajtova



Pojasna organizacija višediskovnog adresnog prostora

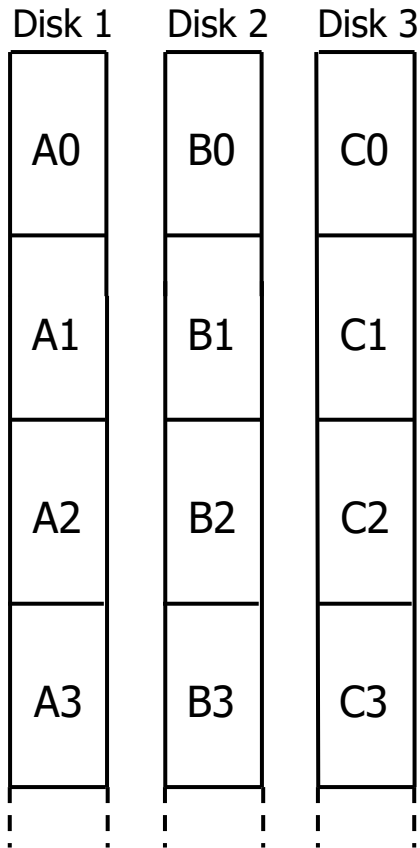
- višediskovni sustav sastoji se od polja diskova (engl. *disk array*) kojima se pristupa paralelno
- polje diskova promatra se kao kao jedan logički adresni prostor
- osnovna jedinica adresiranja **podatkovni pojas** (engl. *data stripe*)



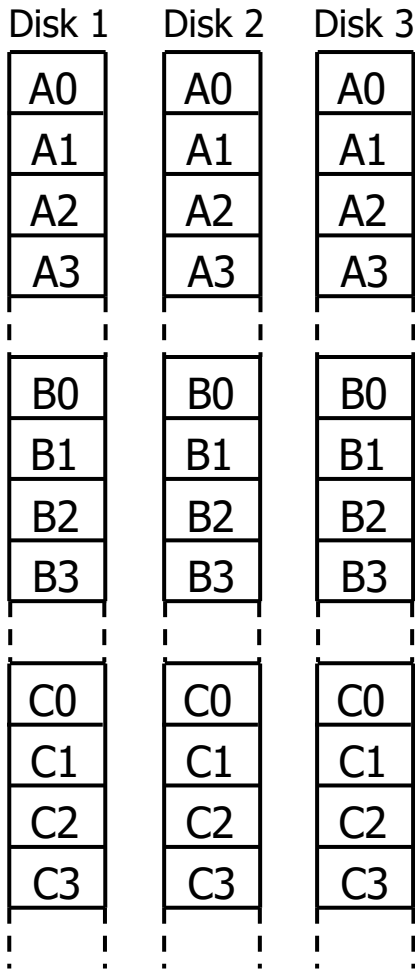
Vrste pojasne organizacije

- **sitno zrnata** (engl. *fine-grained striping*)
 - podaci se podjednako raspoređuju na sve diskove
 - najmanja veličina pojasa = veličina jednog sektora (u literaturi se spominju bajtovi ili čak bitovi)
 - uvijek se podjednako angažiraju svi diskovi
 - brzina posluživanja zahtjeva je povećana za faktor koji je jednak broju diskova
- **krupno zrnata** (engl. *coarse-grained striping*)
 - jedan pojas sastoji se od nakupine sektora
 - nije nužno da svi diskovi sudjeluju u ispunjenju svakog zahtjeva
 - polje diskova može istodobno ispunjavati više manjih pojedinačnih zahtjeva
 - prilikom prijenosa velikih količina podataka opet se angažiraju svi diskovi

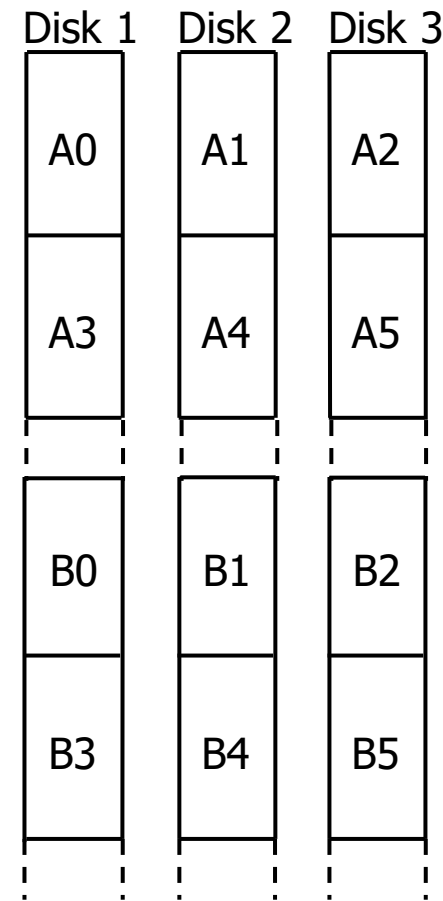
Smještaj podataka na pojedinačne diskove



Sitnozrnati pojasni smještaj

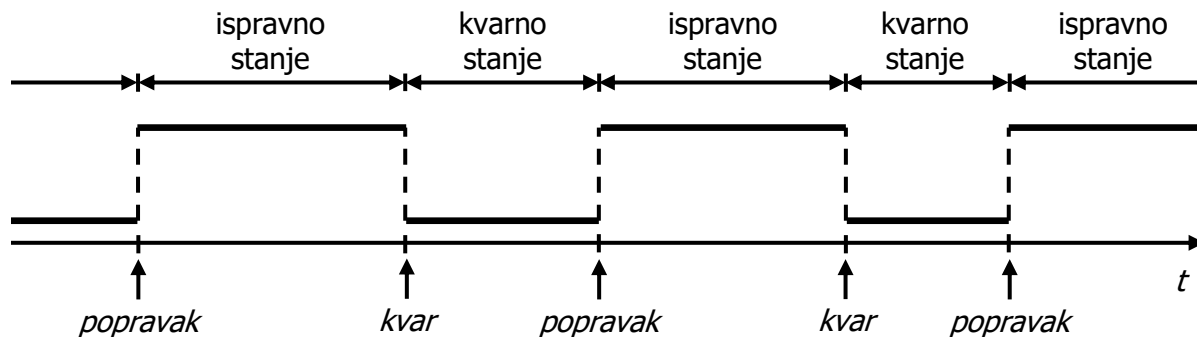
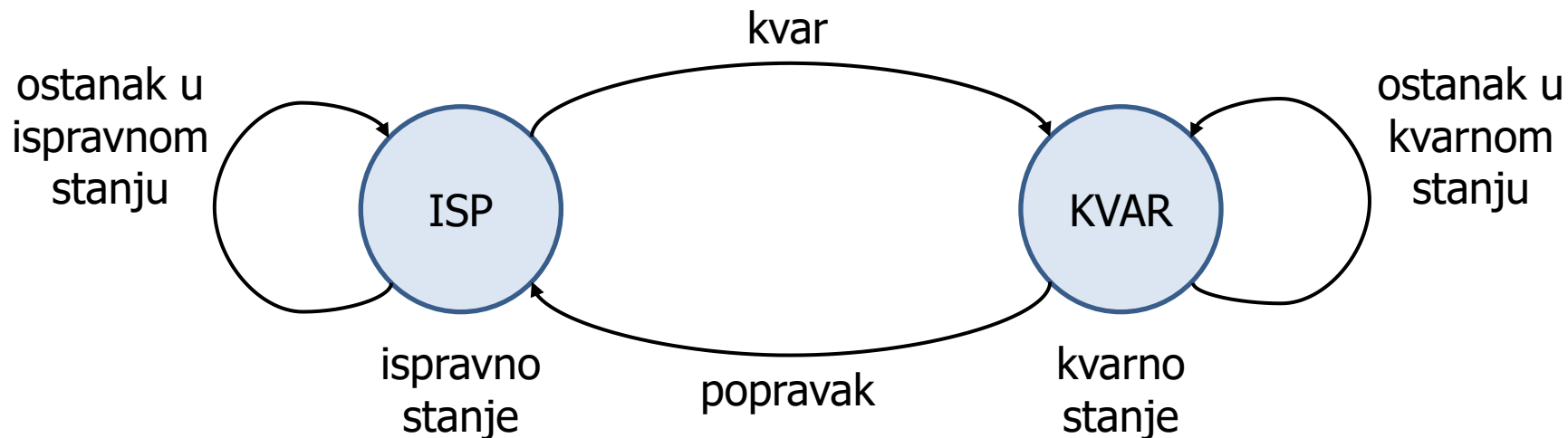


Krupnozrnati pojasni smještaj

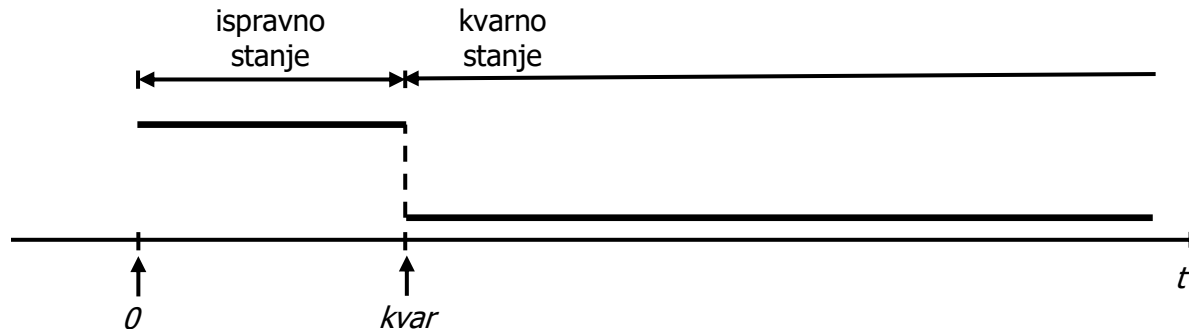
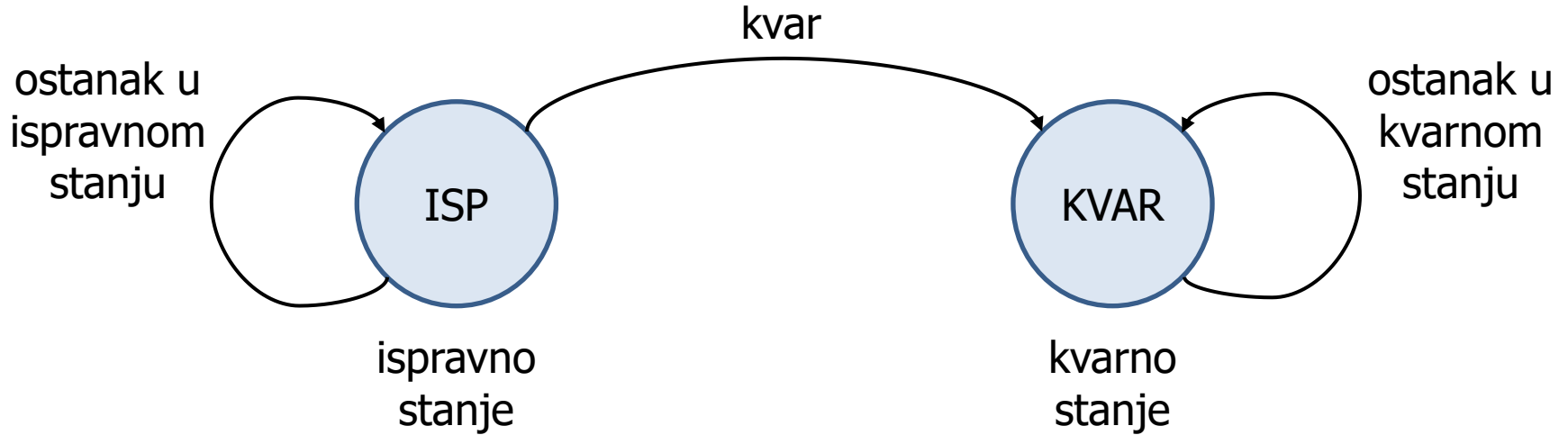


- uporabom više diskova za pohranu jedne datoteke ubrzali smo pristup datoteci
 - time smo riješili problem sporih diskova, ali stvorili smo novi problem:
 - uporaba većeg broja diskova povećava vjerojatnost pojave kvarova
 - Rješenje: uvesti zalihost i oporavak od kvarova
 - zalihost:
 - ↑ povećanje pouzdanosti
 - ↓ smanjenje efektivne brzine prijenosa
- => postizanje veće brzine i veće pouzdanosti su dva kontradiktorna zahtjeva

Popravljive komponente

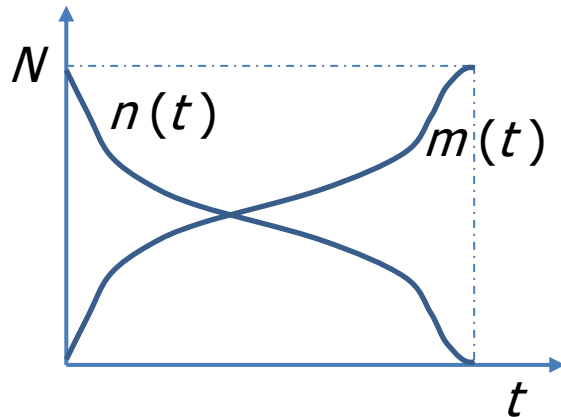


Nepopravljive komponente



Pouzdanost i nepouzdanost nepopravljivih komponenti

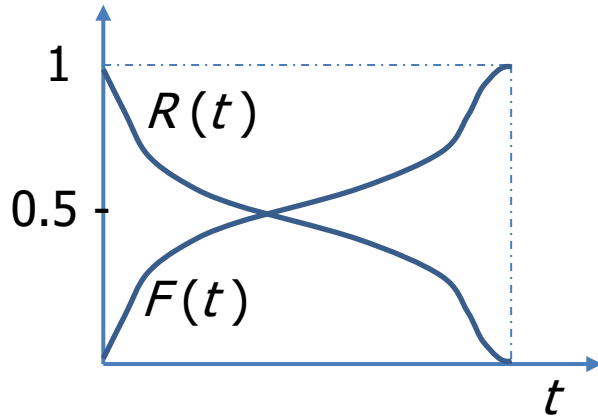
- **Pouzdanost** (engl. *reliability*) **$R(t)$** neke nepopravljive komponente je vjerojatnost da se ona u trenutku t nalazi u ispravnom stanju
 - vjerojatnost da se do trenutka t nije dogodio događaj kvara
 - proporcionalna dijelu populacije koja će ostati u ispravnom stanju do trenutka t
- **Nepouzdanost** (engl. *unreliability*) **$F(t)$** neke nepopravljive komponente je vjerojatnost da se ona u trenutku t nalazi u kvarnom stanju
 - vjerojatnost da se do trenutka t dogodio događaj kvara
 - proporcionalna dijelu populacije koja će prijeći u kvarno stanje do trenutka t



$$n(t) + m(t) = N \Rightarrow \frac{n(t)}{N} + \frac{m(t)}{N} = 1$$

$$\mathbf{R(t) + F(t) = 1}$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti kvarenja $f(t)$ i prosječno vrijeme do pojave kvara (engl. *Mean Time to Failure - MTTF*)

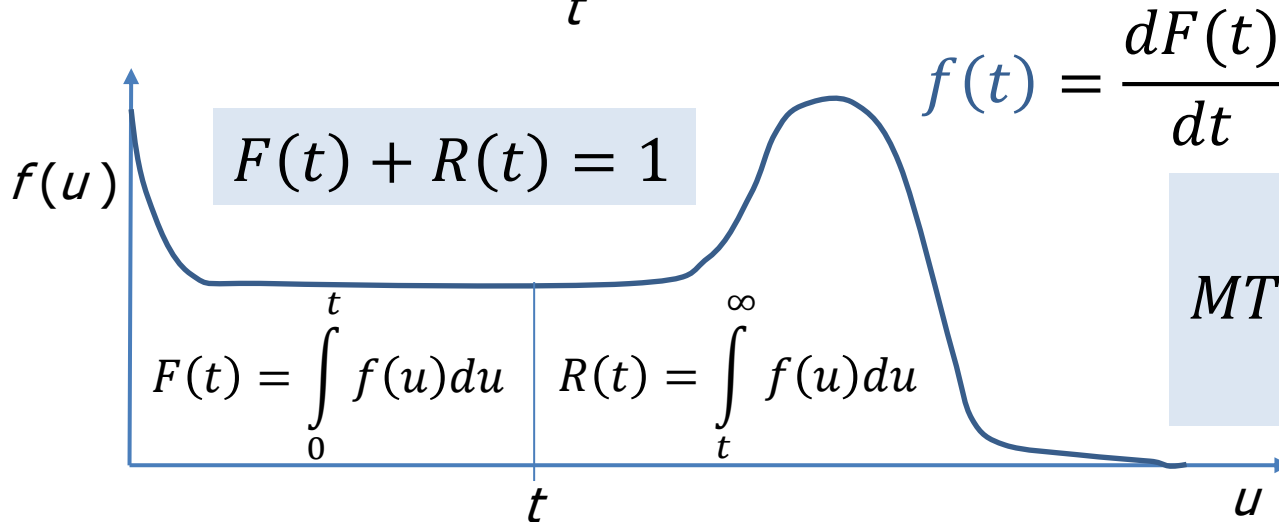


$$\lim_{t \rightarrow 0} R(t) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$$



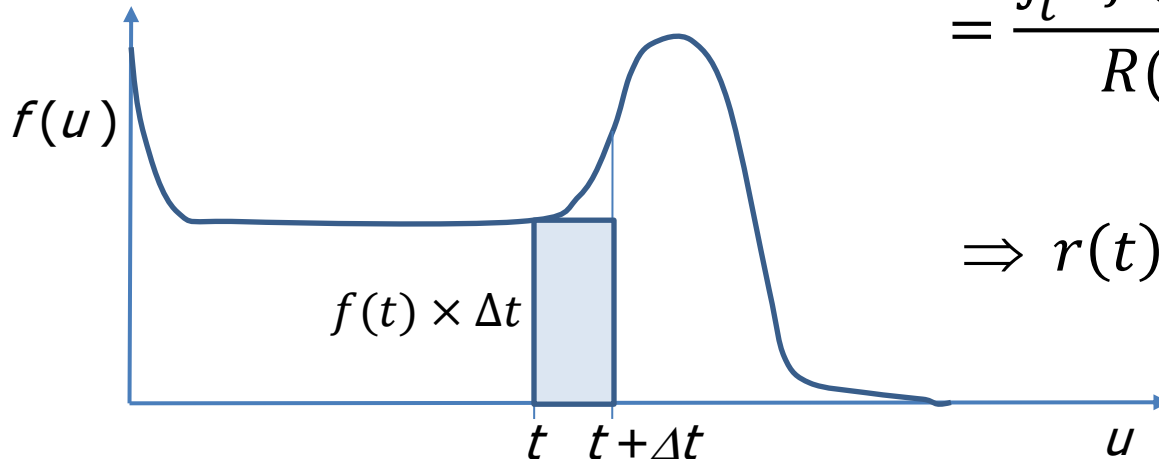
$$MTTF = \int_0^{\infty} u f(u) du$$

Brzina kvarenja (engl. *failure rate*) $r(t)$

- vjerojatnost pojavljivanja kvara u jedinici vremena u trenutku t i to za onaj dio populacije koji je do tog trenutka preživio

$$r(t) \times \Delta t \approx \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{n(t)} = \frac{dF(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)}$$

$$= \frac{\int_t^{\infty} f(u) du}{R(t)} \approx \frac{f(t) \times \Delta t}{R(t)}$$

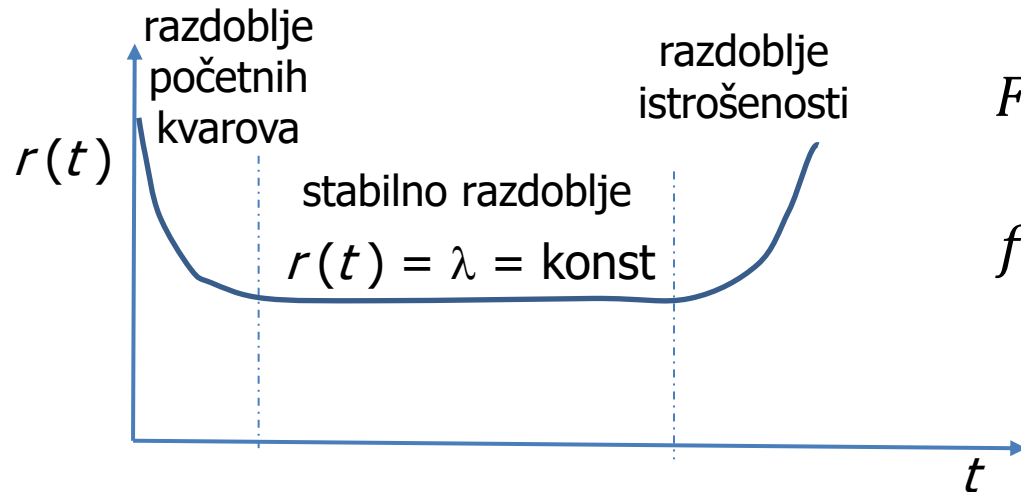


$$\Rightarrow r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

$$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln[1 - F(t)]$$

$$\Rightarrow \int_0^t r(u) du = -\ln[1 - F(t)] \quad \Rightarrow F(t) = 1 - e^{-\int_0^t r(u) du}$$

U stabilnom razdoblju



$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} u \lambda e^{-\lambda t} du = \frac{1}{\lambda}$$

Modeliranje procesa popravljivanja komponenti

$G(t)$ - vjerojatnost da je popravak obavljen prije trenutka t

- ima slična svojstva kao funkcija $F(t)$: $\lim_{t \rightarrow 0} G(t) = 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 1$$

$g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$ - funkcija gustoće
popravaka

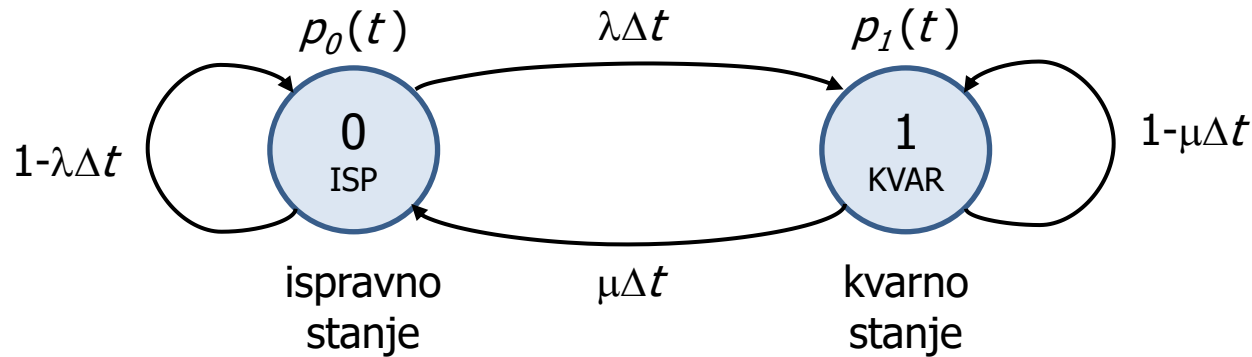
Srednje vrijeme do popravka
(engl. *Mean Time to Repair – MTTR*)

$$MTTR = \int_0^{\infty} u g(u) du$$

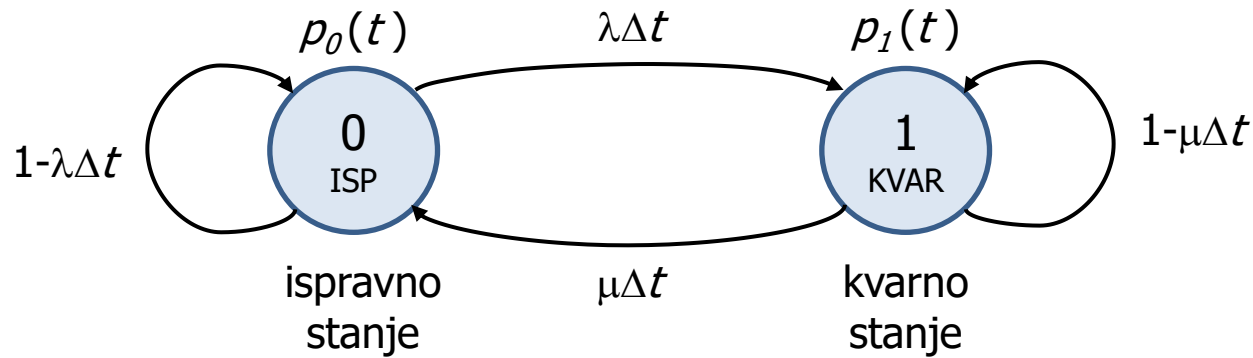
Popravljive i nepopravljive komponente

Svojstvo	Popravak	Kvar
Brzina	$m(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)}$	$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$
Vjerojatnosti popravka/kvara	$G(t) = 1 - e^{-\int_0^t m(u)du}$	$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t r(u)du}$
Konstantna brzina popravljanja μ i kvarenja λ	$G(t) = 1 - e^{-\mu t}$ $g(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}$	$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$
Prosječno vrijeme trajanja popravka i kvarenja	$MTTR = \frac{1}{\mu}$	$MTTF = \frac{1}{\lambda}$

Model ponašanja popravljive komponente s konstantnim brzinama kvarenja i popravljanja



- $p_0(t)$ – vjerojatnost da je komponenta u trenutku t u ispravnom stanju
- $p_1(t)$ – vjerojatnost da je komponenta u trenutku t u kvaru
- $\lambda\Delta t$ – vjerojatnost da će se u malom intervalu vremena dogoditi kvar
- $\mu\Delta t$ – vjerojatnost da će se u malom intervalu vremena dogoditi popravak



$$p_0(t + \Delta t) = (1 - \lambda \Delta t)p_0(t) + \mu \Delta t p_1(t)$$

$$p_1(t + \Delta t) = \lambda \Delta t p_0(t) + (1 - \mu \Delta t)p_1(t)$$

$$\frac{p_0(t + \Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$\frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \lambda p_0(t) - \mu p_1(t)$$

Za $\Delta t \rightarrow 0$ dobiva se sustav diferencijalnih jednažbi:

$$\begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt} &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \\ \frac{dp_1(t)}{dt} &= \lambda p_0(t) - \mu p_1(t) \end{aligned} \quad [1] \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \frac{dp_0(t)}{dt} \\ \frac{dp_1(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0(t) \\ p_1(t) \end{bmatrix}$$

Opći oblik rješenja sustava diferencijalnih jednažbi:

$$p_0(t) = C_1 e^{\chi_1 t} + C_2 e^{\chi_2 t}$$

$$p_1(t) = C_3 e^{\chi_1 t} + C_4 e^{\chi_2 t}$$

χ_1 i χ_2 su svojstvene vrijednosti matrice sustava koje se dobivaju iz karakteristične jednažbe:

$$\left| \chi \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} \chi + \lambda & -\mu \\ -\lambda & \chi + \mu \end{bmatrix} \right| = 0, \Rightarrow \chi^2 + (\lambda + \mu)\chi = 0$$

Rješenje kvadratne jednažbe: $\chi_1=0, \chi_2=-(\lambda+\mu)$

Opći oblik rješenja sustava diferencijalnih jednačbi poprima oblik:

$$\begin{aligned} p_0(t) &= C_1 + C_2 e^{-(\lambda+\mu)t} \\ p_1(t) &= C_3 + C_4 e^{-(\lambda+\mu)t} \end{aligned} \quad \text{uz početne uvjete: } \begin{aligned} p_0(0) &= 1 \\ p_1(0) &= 0 \end{aligned} \quad [2]$$

Uvrštavanjem početnih uvjeta u sustav diferencijalnih jednačbi [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0(0)}{dt} &= -\lambda \\ \frac{dp_1(0)}{dt} &= \lambda \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{deriviranjem [2] i za } t=0 \text{ dobivaju se } C_2 \text{ i } C_4 \\ &\frac{dp_0(0)}{dt} = -(\lambda + \mu)C_2 e^{-(\lambda+\mu)\cdot 0} = -\lambda \Rightarrow C_2 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \\ &\frac{dp_1(0)}{dt} = -(\lambda + \mu)C_4 e^{-(\lambda+\mu)\cdot 0} = \lambda \Rightarrow C_4 = -\frac{\lambda}{\lambda+\mu} \end{aligned}$$

Uvrštavanjem početnih uvjeta u [2] dobivaju se preostali koeficijenti C_1 i C_3

$$p_0(0) = C_1 + C_2 = 1 \Rightarrow C_1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = 1 \Rightarrow C_1 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

$$p_1(0) = C_3 + C_4 \Rightarrow C_3 - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = 0 \Rightarrow C_3 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Raspoloživost $A(t)$ (engl. *availability*) i neraspoloživost $Q(t)$ (engl. *unavailability*)

Uvrštavanje dobivenih koeficijenata C_1 , C_2 , C_3 i C_4 u opći oblik rješenja sustava diferencijalnih dobivaju se izrazi:

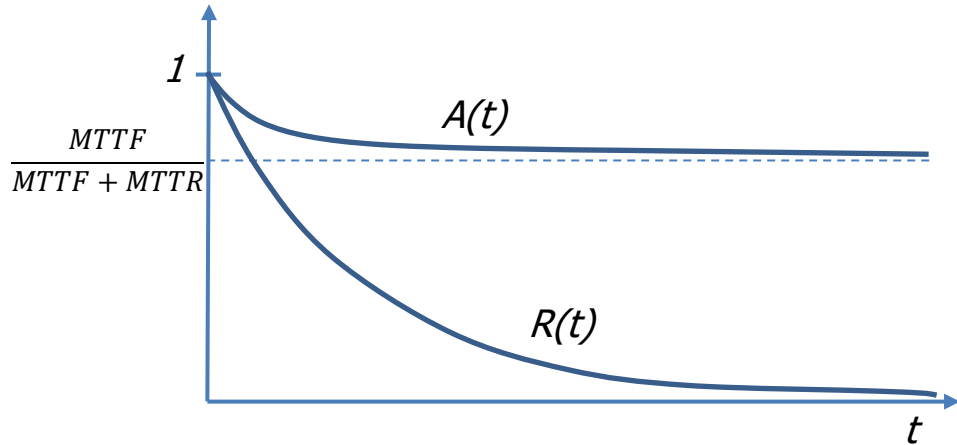
$$p_0(t) = A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$p_1(t) = Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t})$$

- raspoloživost $A(t)$ popravljivih komponenti podsjeća na pouzdanost $R(t)$ nepopravljivih komponenti
- neraspoloživost $Q(t)$ popravljivih komponenti podsjeća na nepouzdanost $F(t)$ nepopravljivih komponenti
- za $\mu = 0$ $A(t) = R(t)$ i $Q(t) = F(t)$

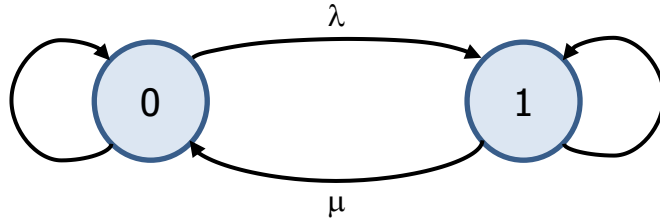
Usporedba raspoloživosti i pouzdanosti

- $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$



- $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTTF}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTF}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTTF}} = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR}$

Popravljljive komponente



Kvarenje

$$r(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(u) = \lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Popravljanje

$$m(t) = \mu$$

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

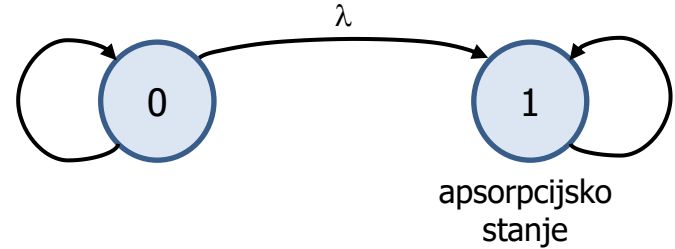
$$g(u) = \mu \times e^{-\mu t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\mu}$$

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t})$$

Nepopravljljive komponente



Kvarenje

$$r(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(u) = \lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Popravljanje

$$\mu = 0$$

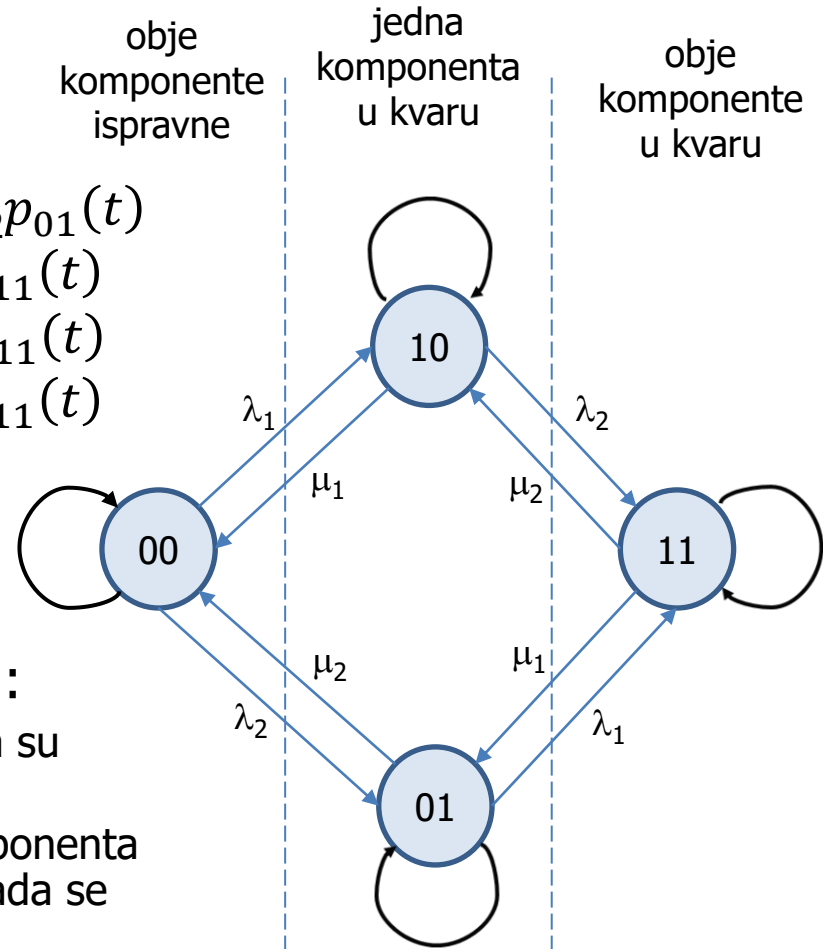
$$A(t) = R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$Q(t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Modeliranje dvokomponentnog sustava

$$\begin{aligned}p'_{00}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2)p_{00}(t) + \mu_1 p_{10}(t) + \mu_2 p_{01}(t) \\p'_{10}(t) &= \lambda_1 p_{00}(t) - (\lambda_2 + \mu_1)p_{10}(t) + \mu_2 p_{11}(t) \\p'_{01}(t) &= \lambda_2 p_{00}(t) - (\lambda_1 + \mu_2)p_{01}(t) + \mu_1 p_{11}(t) \\p'_{11}(t) &= \lambda_2 p_{10}(t) + \lambda_1 p_{01}(t) + (\mu_1 + \mu_2)p_{11}(t)\end{aligned}$$

- neka su sve komponente jednake:
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ i $\mu_1 = \mu_2 = \mu$
- promatrat ćemo dva nezavisna slučaja:
 - a) sustav je ispravan samo u stanju 00 , tj. kada su obje komponente ispravne
 - b) sustav je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna, tj. sustav se smatra ispravnim kada se nalazi stanjima 00 , 10 ili 01



a) Sustav je ispravan kada su obje komponente ispravne

$$A_S(t) = p_{00}(t)$$

$$p'_{00}(t) = -(\lambda + \lambda)p_{00}(t)$$

$$\text{za } p_{00}(0) = 1 \Rightarrow p_{00}(t) = e^{-2\lambda t}$$

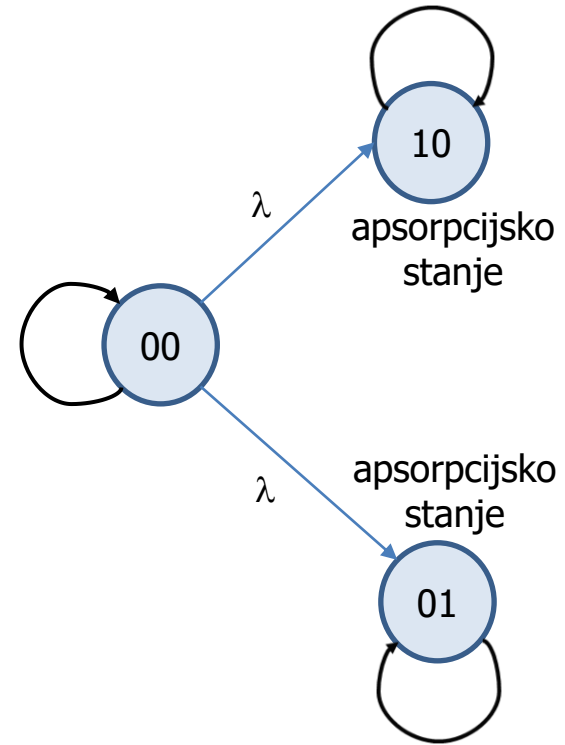
$$A_S(t) = e^{-2\lambda t}$$

$$Q_S(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$

$$q_S(u) = 2\lambda e^{-2\lambda u}$$

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u 2\lambda e^{-2\lambda u} = \frac{1}{2\lambda}$$

$$\text{uz } \lambda = \frac{1}{MTTF} \quad MTTF_S = \frac{1}{2} MTTF$$



Sustav s N komponenti

a) sustav je ispravan kada su sve komponente ispravne

$$p'_{00}(t) = -(\lambda + \lambda + \dots + \lambda)p_{00}(t)$$

$$\text{za } p_{00}(0) = 1 \Rightarrow p_{00}(t) = e^{-N\lambda t}$$

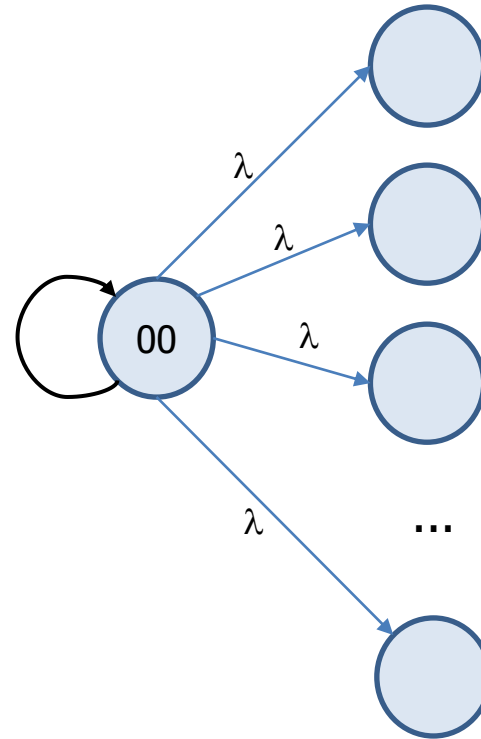
$$A_S(t) = e^{-N\lambda t}$$

$$Q_S(t) = 1 - e^{-N\lambda t}$$

$$q_S(u) = N\lambda e^{-N\lambda u}$$

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u N\lambda e^{-N\lambda u} = \frac{1}{N\lambda}$$

$$\text{uz } \lambda = \frac{1}{MTTF} \quad MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$$



b) Sustav je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna

- ispravna stanja su 00 , 10 i 01
- 11 - apsorpcijsko stanje

$$A_S(t) = p_{00}(t) + p_{10}(t) + p_{01}(t)$$

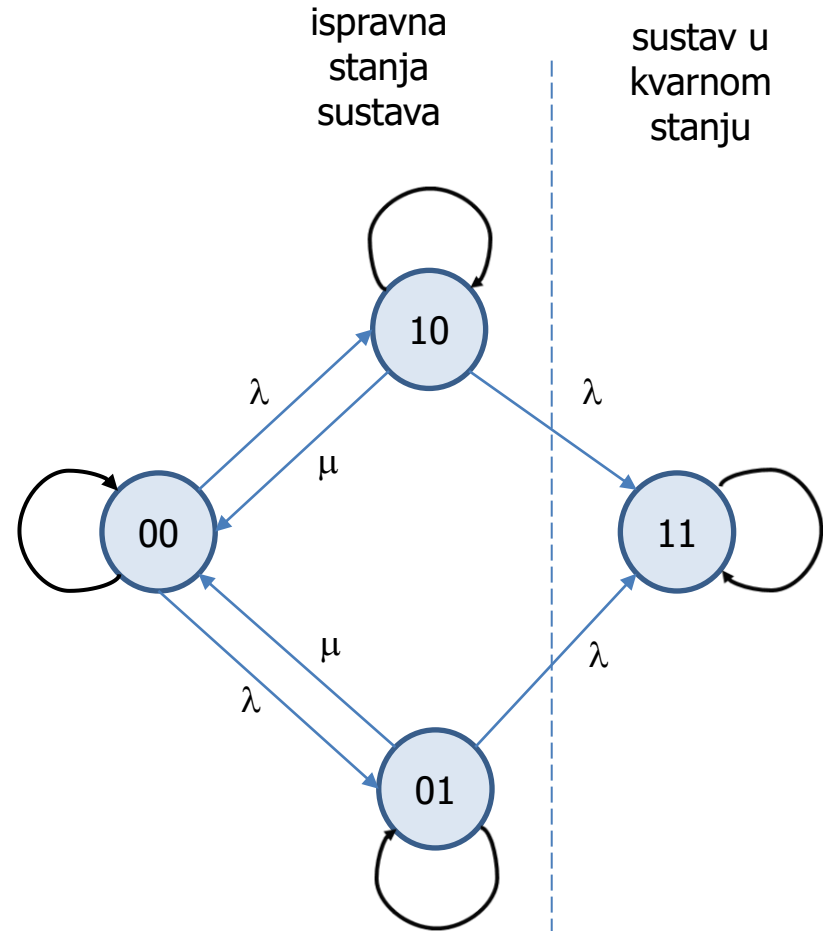
$$Q_S(t) = p_{11}(t)$$

$$p'_{00}(t) = -2\lambda p_{00}(t) + \mu[p_{10}(t) + p_{01}(t)]$$

$$p'_{10}(t) = \lambda p_{00}(t) - (\lambda + \mu)p_{10}(t)$$

$$p'_{01}(t) = \lambda p_{00}(t) - (\lambda + \mu)p_{01}(t)$$

$$p'_{11}(t) = \lambda[p_{10}(t) + p_{01}(t)]$$



Jednostavnije: Markovljev lanac gdje redni broj stanja označava broj neispravnih komponenti

$$A_S(t) = p_0(t) + p_1(t)$$

$$Q_S(t) = p_2(t)$$

$$p'_0(t) = -2\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$p'_1(t) = 2\lambda p_0(t) - (\lambda + \mu)p_1(t)$$

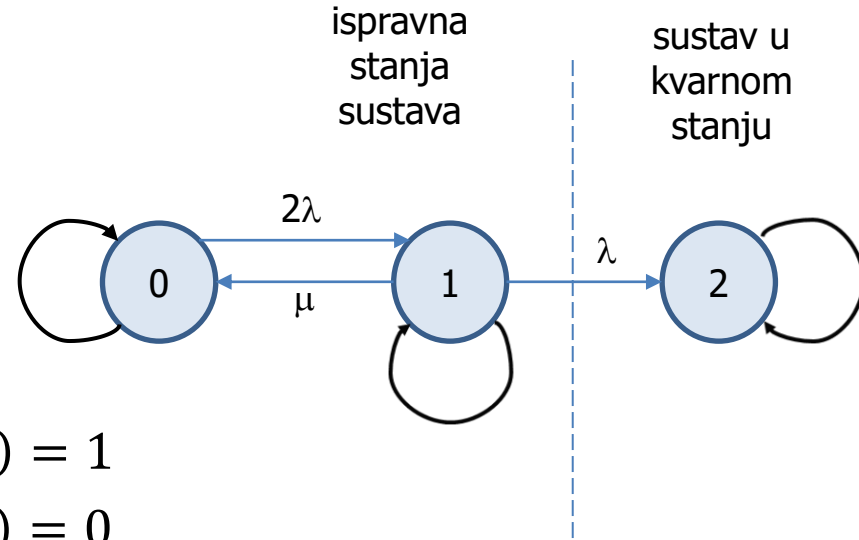
$$p'_2(t) = \lambda p_1(t)$$

$$q_S(t) = \frac{dQ_S(t)}{dt} = p'_2(t) = \lambda p_1(t)$$

$$p_0(0) = 1$$

$$p_1(0) = 0$$

$$p_2(0) = 0$$



$$MTTF_S = \int_0^\infty u \lambda p_1(u) du$$

b) **Sustav s N komponenti** je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna

$$A_S(t) = p_0(t) + p_1(t)$$

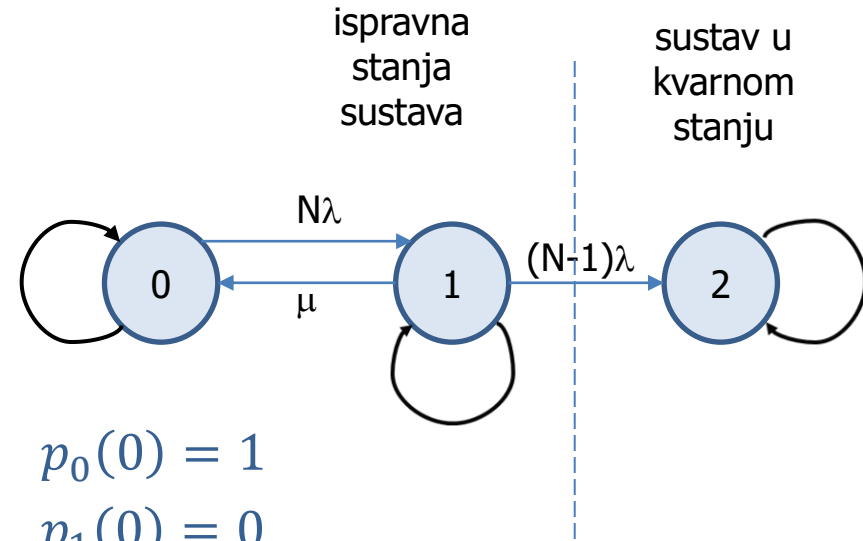
$$Q_S(t) = p_2(t)$$

$$p'_0(t) = -N\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$p'_1(t) = N\lambda p_0(t) - [(N-1)\lambda + \mu]p_1(t)$$

$$p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t)$$

$$q_S(t) = \frac{dQ_S(t)}{dt} = p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t)$$



$$p_0(0) = 1$$

$$p_1(0) = 0$$

$$p_2(0) = 0$$

Traži se $p_1(t)$

Rješenje sustava diferencijalnih jednačbi svodi se na sustav od dvije jednačbe s dvije nepoznanice

$$\begin{bmatrix} p'_0(t) \\ p'_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N\lambda & \mu \\ N\lambda & -[(N-1)\lambda + \mu] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0(t) \\ p_1(t) \end{bmatrix}$$

Opći oblik rješenja:

Izračun svojstvenih vrijednosti χ_1 i χ_2 :

$$p_0(t) = A_1 e^{\chi_1 t} + A_2 e^{\chi_2 t}$$

$$p_1(t) = B_1 e^{\chi_1 t} + B_2 e^{\chi_2 t}$$

$$\begin{vmatrix} \chi + N\lambda & -\mu \\ -N\lambda & \chi + [(N-1)\lambda + \mu] \end{vmatrix} = 0$$

$$\overset{a=1}{\chi^2} + \overset{b}{[(2N-1)\lambda + \mu]}\chi + \overset{c}{N(N-1)\lambda^2} = 0$$

Vietove formule $\chi_1 + \chi_2 = -\frac{b}{a} = -[(2N-1)\lambda + \mu]$

$$\chi_1 \chi_2 = \frac{c}{a} = N(N-1)\lambda^2$$

Koeficijenti B1 i B2 određuju se iz početnih uvjeta

Iz sustava diferencijalnih jednačbi poznat je izraz za p'_1 :

$$p'_1(t) = N\lambda p_0(t) - [(N-1)\lambda + \mu]p_1(t) \quad \text{uz } p_0(0) = 1 \text{ i } p_1(0) = 0:$$
$$p'_1(0) = N\lambda$$

a iz općeg rješenja $p_1(t) = B_1 e^{\chi_1 t} + B_2 e^{\chi_2 t}$ dobiva se

$$p'_1(t) = \chi_1 B_1 e^{\chi_1 t} + \chi_2 B_2 e^{\chi_2 t} \quad \text{odnosno}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1(0) = 0 = B_1 + B_2 \text{ i} \\ p'_1(0) = N\lambda = \chi_1 B_1 + \chi_2 B_2 \end{array} \right\} \quad B_1 = \frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2} \quad B_2 = -\frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2}$$

$$\text{Konačno: } p_1(t) = \frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2} (e^{\chi_1 t} - e^{\chi_2 t})$$

$$q_S(t) = p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t) = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} (e^{\chi_1 t} - e^{\chi_2 t})$$

Prosječno vrijeme do pojave dvostrukog kvara u sustavu

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u q_S(u) du = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\underbrace{\int_0^{\infty} u e^{\chi_1 u} du}_{\frac{1}{\chi_1^2}} - \underbrace{\int_0^{\infty} u e^{\chi_2 u} du}_{\frac{1}{\chi_2^2}} \right]$$

$$\begin{aligned} MTTF_S &= \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\frac{1}{\chi_1^2} - \frac{1}{\chi_2^2} \right] = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\frac{\chi_2^2 - \chi_1^2}{\chi_1^2 \chi_2^2} \right] = \\ &= N(N-1)\lambda^2 \frac{-(\chi_1 + \chi_2)}{(\chi_1 \chi_2)^2} = N(N-1)\lambda^2 \frac{(2N-1)\lambda + \mu}{[N(N-1)\lambda^2]^2} = \frac{(2N-1)\lambda + \mu}{[N(N-1)\lambda^2]} = \\ &= \frac{1}{N(N-1)} \frac{\mu}{\lambda^2} + \frac{2N-1}{N(N-1)} \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Prosječno vrijeme do pojave dvostrukog kvara u sustavu

$$MTTF_S == \frac{1}{N(N-1)} \frac{\mu}{\lambda^2} + \frac{2N-1}{N(N-1)} \frac{1}{\lambda}$$

Uvrštavanjem $MTTF = \frac{1}{\lambda}$ i $MTTR = \frac{1}{\mu}$ konačno se dobiva:

$$MTTF_S = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$$

Primjer 12.1. iz udžbenika

MTTF = 200000 sati = 22.8 godina i

MTTR = 1 sat

Koliko je srednje vrijeme do pojave kvara MTTF_S u sustavu s N diskova:

a) ako se kvarom sustava smatra kvar jednog od diskova

b) ako se kvarom sustava smatra kvar dvaju diskova

N	a) $MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$	b) $MTTF_S = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$
2	100 000 sati	2×10^{10} sati
3	66 666 sati	6.6×10^9 sati
10	20 000 sati	4.4×10^8 sati
100	2 000 sati	4 000 000 sati

Načini zalihosne organizacije diskova

*RAID - Redundant Array of
Independent (Inexpensive) Disks*

(*Inexpensive* je iz komercijalnih razloga napušteno.)

RAID 0 — nezalihanostna organizacija

- nema zalihosti
- svi diskovi su podatkovni diskovi
- sustav ulazi u kvarno stanje kada se dogodi kvar bilo kojeg diska
- prosječno vrijeme do pojave kvara sustava $MTTF_S$ u višediskovnim se sustavima naziva i **prosječnim vremenom do gubitka podataka** (engl. *Mean Time to Data Loss – MTDDL*):
- koristi se dio diska koji je po veličini jednak najmanjem disku u sustavu

$$MTDDL = MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$$

ne koristi se



Zaključak: – brz, ali se ne smije dogoditi greška

RAID 1 — zrcaljena organizacija

- svaki disk ima svoju kopiju – zrcaljeni disk (engl. *mirrored disk*)
- $MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$ (drugi pribrojnik se zanemaruje)
- svako pisanje se mora obaviti dvaput
- koristi se često za pohranjivanje baza podataka



Zaključak:

- osrednje performanse
- dobra raspoloživost (za čitanje se može koristiti brži disk)
- nedostatak: pola kapaciteta se troši za zalihost

RAID 1 — zanimljivosti

- izraz: $MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$ vrijedi kada sustav ide u kvarno stanje zbog dvostrukog kvara
- primjer slučaja kada sustav RAID 1 **ne ide u kvarno stanje** unatoč dvostrukom kvaru:



- u sustavu s N diskova dva diska se mogu pokvariti na $\frac{N(N-1)}{2}$ načina od čega samo u $\frac{N}{2}$ slučajeva ide u kvarno stanje kada se pokvare dva diska koja sadrže jednake informacije
- prema tome, izraz za $MTTDL$ treba uvećati za faktor $\frac{\frac{N(N-1)}{2}}{\frac{N}{2}} = N - 1$:

$$MTTDL = \frac{1}{N} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N} MTTF$$

RAID 2 - organizacija zasnovana na Hammingovim kodovima

- za korekciju nakupine od N bitova potrebno je dodati $\log_2 N + 1$ korekcijskih bitova (za $N = 4$ potrebna 3 korekcijska bita, a za $N = 128$ potrebno ih je 8)
- korekcijski bitovi omogućuju
 - određivanje diska na kojem je nastala pogreška
 - ispravljanje pogrešnog bita

$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$



Zaključak: – ne koristi se jer se može na drugi način ustanoviti koji se disk pokvario

RAID 3 - paritetna organizacija sitne zrnatosti

- za korekciju jednostrukih pogrešaka koristi se jedan paritetni disk (jer polazaj pokvarenog diska znamo!)
- pojas \equiv veličina sektora
- pisanje u jedan od pojaseva zahtijeva četiri pristupa do diskova (zbog izračunavanja paritetnog zaštitnog sadržaja):
 1. čitanje starih podataka
 2. čitanje iz paritetnog pojasa
 3. pisanje novih podataka
 4. pisanje u paritetni pojas



Zaključak: – ne koristi se jer paritetni disk može postati usko grlo

RAID 4 - paritetna organizacija krupne zrnatosti

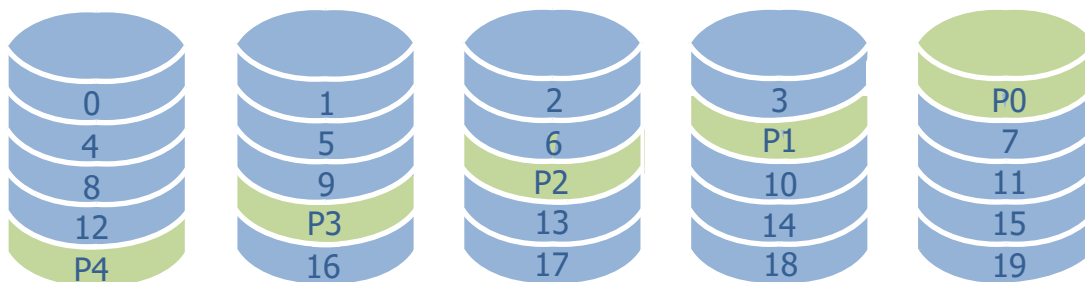
- kao i kod RAID 3 za korekciju jednostrukih pogrešaka se također koristi jedan paritetni disk, ali su pojasevi veći
- pri kvaru jednog diska mogu se rekonstruirati podaci pokvarenog pojasa uz pomoć pripadnog pojasa paritetnog diska (primjerice, paritetni pojas *P0* štiti podatkovne pojaseve 0, 1, 2 i 3).



Zaključak: – ne koristi se ni RAID 3 ni RAID 4 jer paritetni disk može postati usko grlo

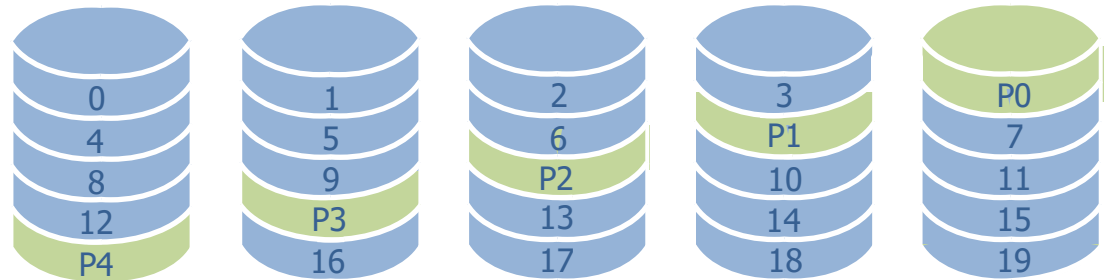
RAID 5 - paritetna organizacija krupne zrnatosti s raspodijeljenim paritetnim pojasevima

- paritetni pojasevi su raspodijeljeni po svim diskovima
- najprikladniji je način razmještaja pojaseva prikazan slikom (zove se *left-asymmetric parity distribution*)

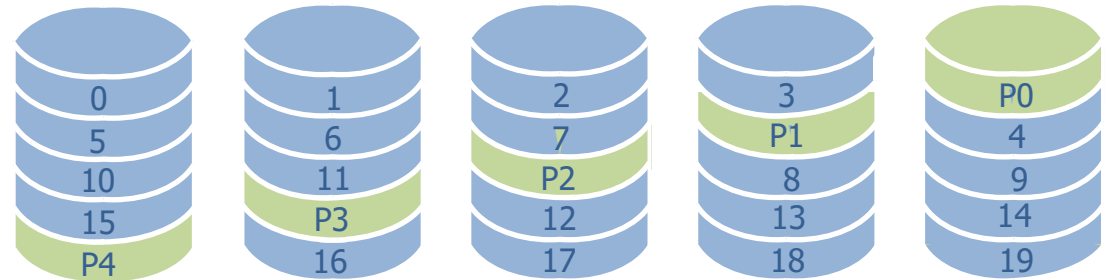


$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

*left-**a**symetric
parity distribution:*



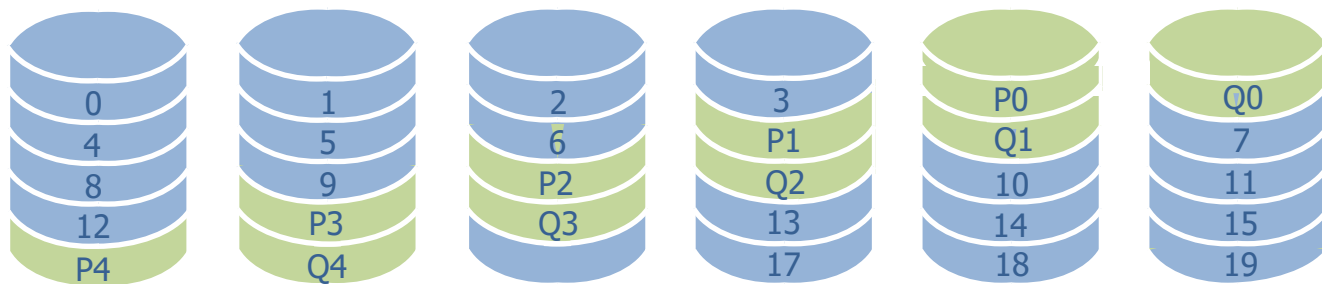
*left-symetric
parity distribution:*



Zaključak: – izvrsna raspoloživost
– pisanje sporo kao i kod RAID 4
– RAID 1 i RAID 5 se najčešće upotrebljavaju ali je iskoristivost kapaciteta mnogo veća u RAID 5 organizaciji

RAID 6 – organizacija sa zaštitom od dvostrukog kvara ($P+Q$ zalihost)

- podloga za RAID 6 organizaciju su Reed-Solomonovi kodovi
- postoje dva zaštitna diska (odnosno dva zaštitna pojasa za svaku zaštićenu skupinu diskova koji se ravnomjerno raspoređuju po svim diskovima)



$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \frac{MTTF^3}{MTTR^2}$$

Višerazinski RAID sustavi

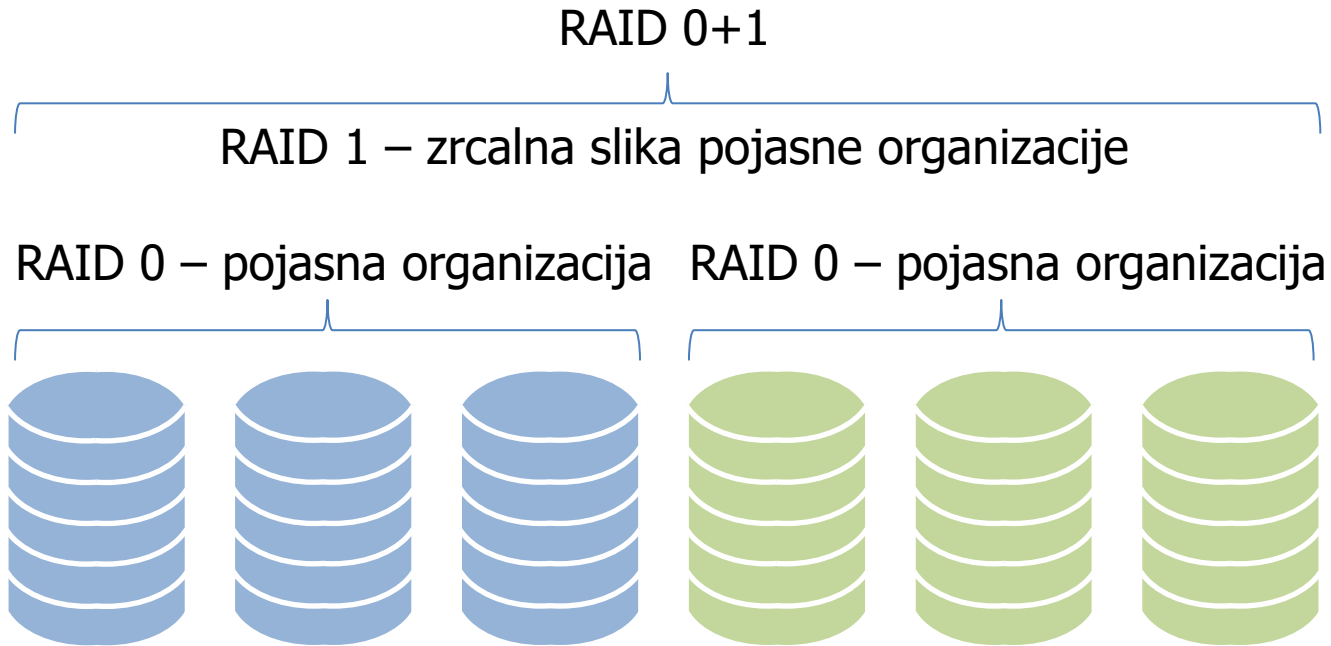
RAID 0+1

RAID 10

RAID 0+1

ili RAID 01 ili RAID 0/1

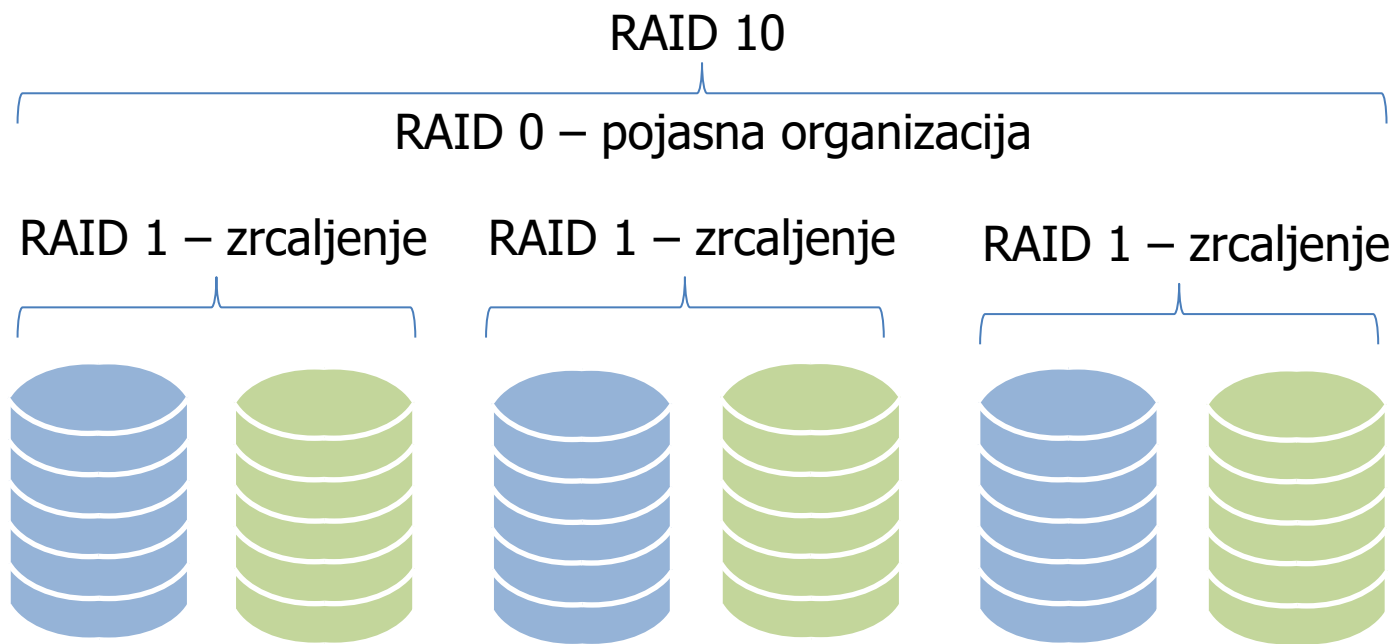
- engl. *mirror of stripes (mirrored stripes)*



RAID 10

ili RAID 1+0 ili RAID 1/0

- engl. *stripe of mirrors (striped mirrors)*



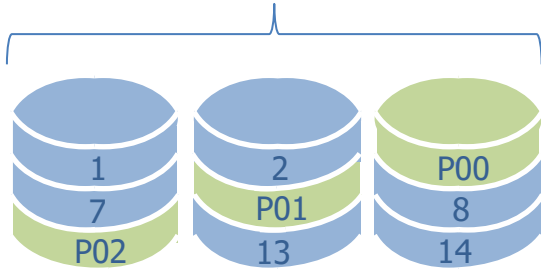
Usporedba sustava RAID 10 i RAID 0+1

- na prvi pogled izgleda kao da nema razlike
- razlika je u pouzdanosti: **RAID 10 je pouzdaniji sustav!**
 - u svakoj grupi sustava **RAID 10** može se pokvariti 1 disk a da nije došlo do gubljenja podataka jer u svakoj grupi postoji zrcalni disk
 - za 3 grupe po 2 diska ukupno se može **pokvariti 3 diska** na $2^3=8$ **načina** po 1 disk iz svake grupe a da sustav ne ide u kvarno stanje
 - u **RAID 0+1** sustavu uvijek su dvije grupe diskova (original i zrcalna slika) i do gubitka podataka dolazi ako dođe do kvara obje grupe
 - primjerice, ako dođe do kvara 3 diska u RAID 0+1 sustavu s 2 grupe po 3 diska, podaci ostaju sačuvani u samo **2 slučaja**: kada se pokvare svi diskovi iz jedne ili druge grupe

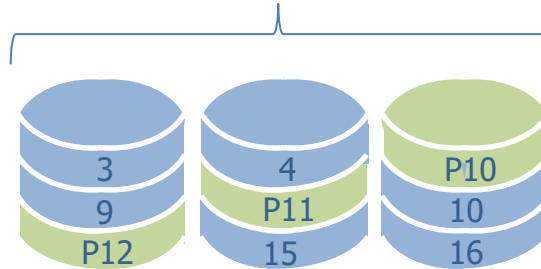
RAID 50 ili RAID 5+0

RAID 0 – pojasna organizacije

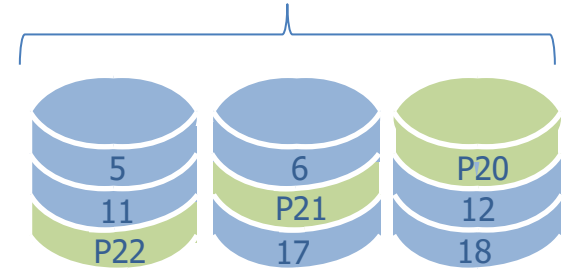
RAID 5



RAID 5



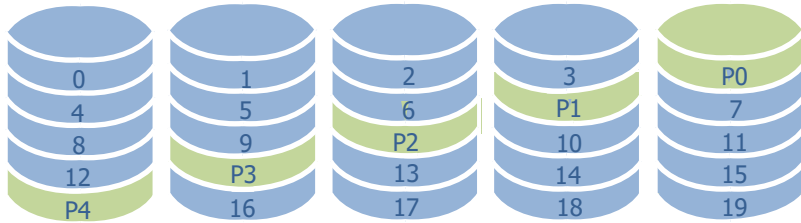
RAID 5



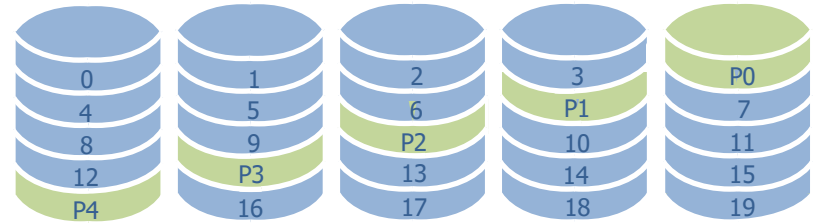
RAID 51

RAID 1 – zrcaljenje

RAID 5



RAID 5



Dodatni slajdovi

Primjer 12.2. iz udžbenika

- neka se neki sustav sastoji od K skupina od G diskova što čini ukupno $N = K \times G$ diskova
- svaka skupina od G diskova zaštićena je RAID 5 načinom u kojem očekivano vrijeme do gubitka podataka iznosi:

$$MTTDL_G = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

- ako se pojavi kvar jedne od K grupa (što znači dvostruki kvar unutar te grupe), onda imamo gubitak podataka te je

$$MTTDL_N = \frac{1}{K} \frac{1}{G(G-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} = \frac{1}{N(G-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

Primjer 12.2. iz udžbenika proširen sa sustavom RAID 6

- primjerice uz parametre sustava:

$$MTTF = 200\ 000 \text{ sati}$$

$$MTTR = 1 \text{ sat}$$

$$N = 96$$

$$G = 16$$

- dobiva se za RAID 5 sustav:

$$\begin{aligned} MTDL_{96} &= \frac{1}{96 \times (16 - 1)} \frac{(2 \times 10^5)^2}{1} \\ &= 2.78 \times 10^7 \text{ sati} \\ &= 3170 \text{ godina} \end{aligned}$$

- uz jednake parametre, ali uz primjenu RAID 6 organizacije sustava prosječno vrijeme do pojave gubitka podataka iznosi:

$$MTDL_N = \frac{1}{N(G - 1)(G - 2)} \frac{MTTF^3}{MTTR^2}$$

odnosno

$$\begin{aligned} MTDL_{96} &= \frac{1}{96 \times (16 - 1)(16 - 2)} \frac{(2 \times 10^5)^3}{1} \\ &= 3.97 \times 10^{11} \text{ sati} \\ &= 45\ 300\ 000 \text{ godina} \end{aligned}$$

Korisni kapacitet RAID sustava

Neka se RAID sustav sastoji od N

- istovrsnih diskova kapaciteta C ili
- različitih diskova gdje je disk s najmanjim kapacitetom C_{MIN} pa je $C = C_{MIN}$

RAID 0	RAID 1	RAID 5	RAID 6
$N \times C$	$\frac{N}{2} \times C$	$(N - 1) \times C$	$(N - 2) \times C$