

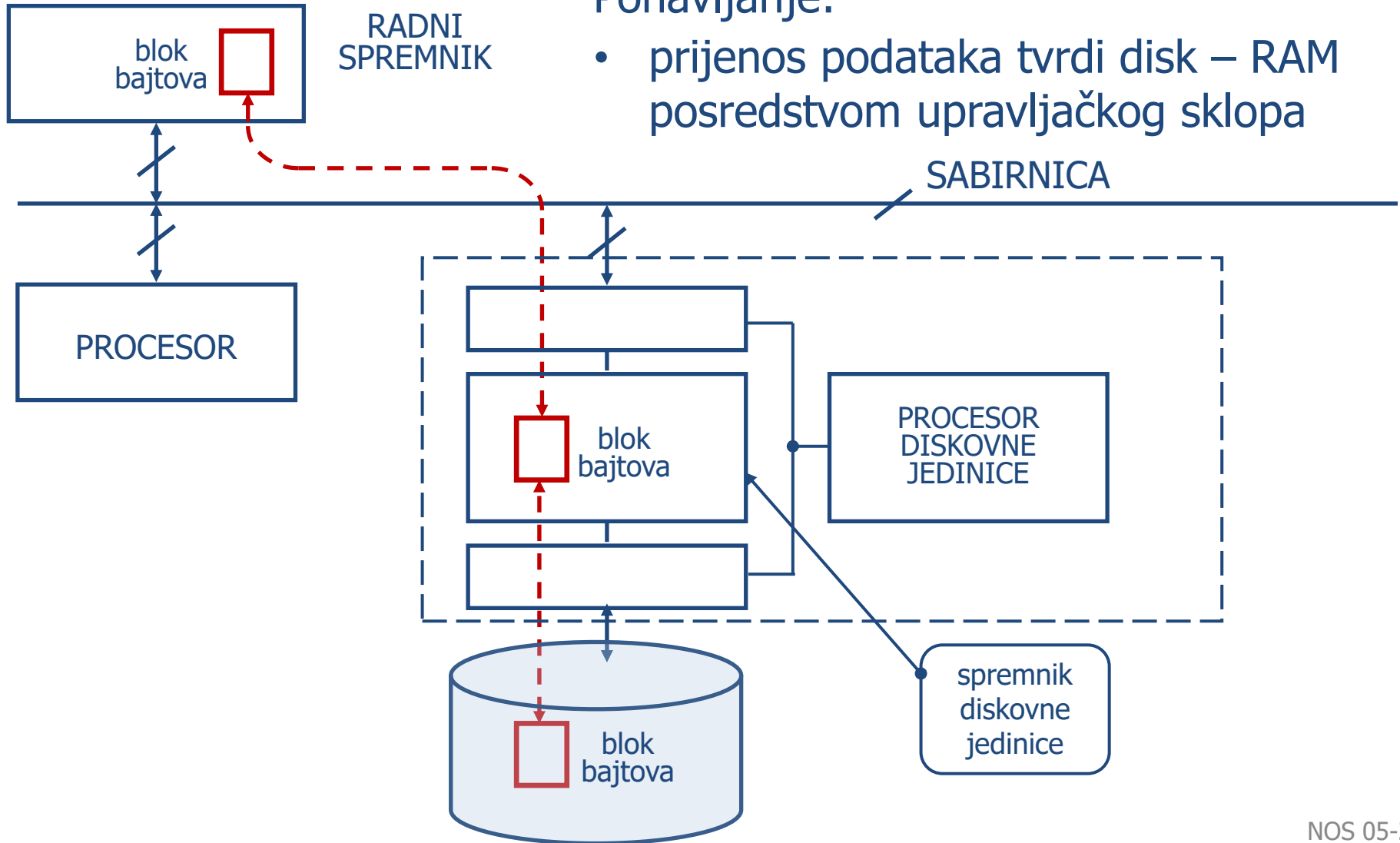
5. Višediskovni zalihosni spremnici

*RAID - Redundant Array of
Independent (Inexpensive) Disks*

Dvanaesto poglavlje u udžbeniku L. Budin, M.
Golub, D. Jakobović, L. Jelenković, Operacijski
sustavi

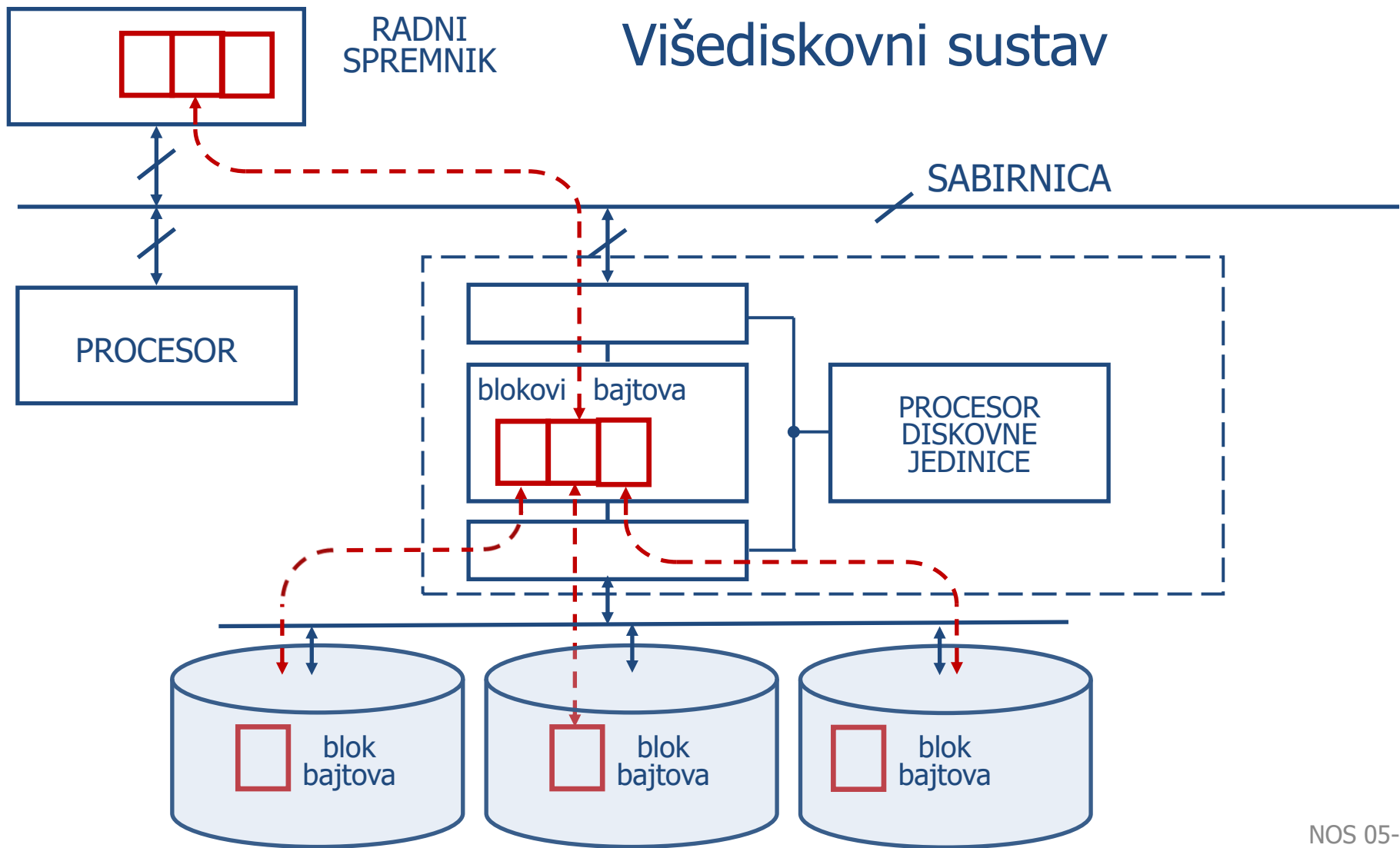
Ponavljanje:

- prijenos podataka tvrdi disk – RAM posredstvom upravljačkog sklopa



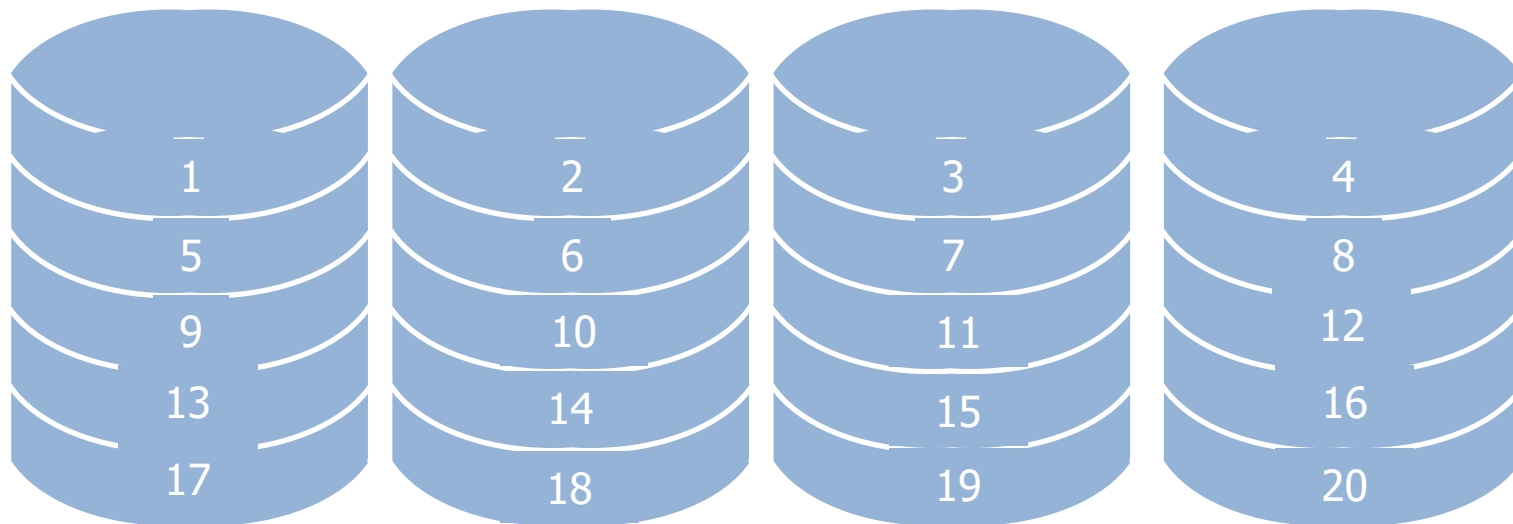
U čemu je problem?

- trajno unapređivanje svojstava procesora i spremnika, a s druge strane, napredak svojstava magnetskih diskova mnogo je sporiji
- defragmentacijom diskova može se ubrzati pristup disku
 - raspršeni smještaj blokova podataka minimizira fragmentaciju diska
- ubrzanje pri prijenosu može se, primjerice, postići tako da se:
 - umjesto prijenosa jednog bloka u spremnik upravljačkog sklopa prenijeti sadržaj cijele staze
 - posluživanje više zahtjeva minimizacijom pomake glava
- Sva ta nastojanja nisu dovoljna!
- Rješenje: smještaj podataka na više diskova kojima se može istodobno pristupati



Pojasna organizacija višediskovnog adresnog prostora

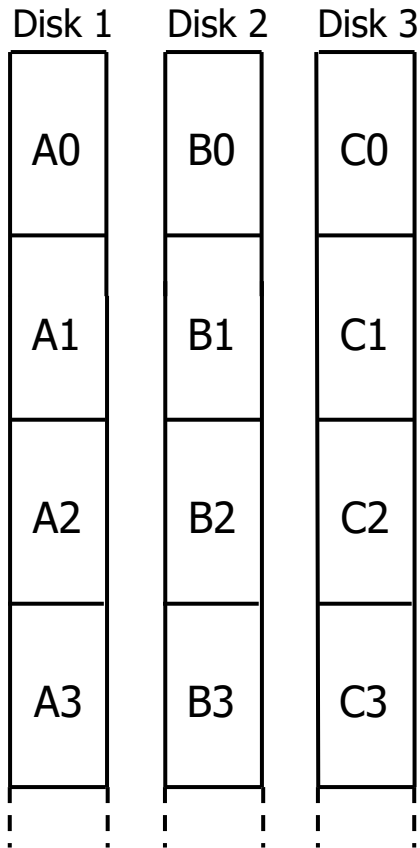
- višediskovni sustav sastoji se od polja diskova (engl. *disk array*) kojima se pristupa paralelno
- polje diskova promatra se kao kao jedan logički adresni prostor
- osnovna jedinica adresiranja podatkovni pojas (engl. *data stripe*)



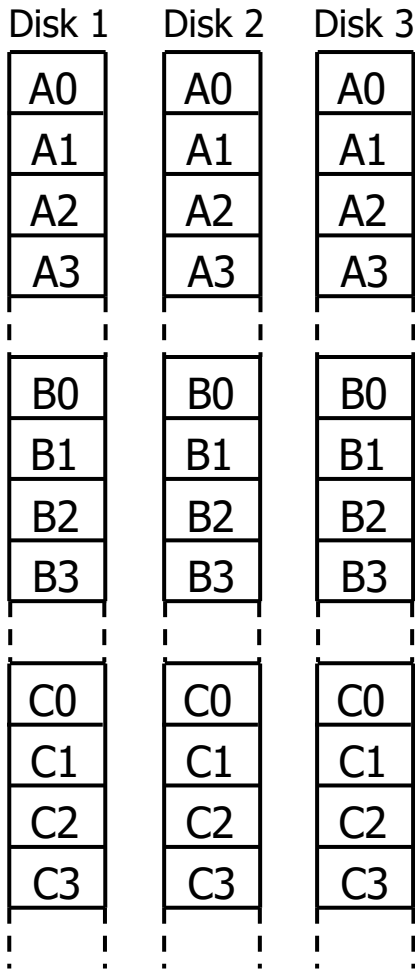
Vrste pojasne organizacije

- **sitno zrnata** (engl. ***fine-grained striping***)
 - podaci se podjednako raspoređuju na sve diskove
 - najmanja veličina pojasa = veličina jednog sektora (u literaturi se spominju bajtovi ili čak bitovi)
 - uvijek se podjednako angažiraju svi diskovi
 - brzina posluživanja zahtjeva je povećana za faktor koji je jednak broju diskova
- **krupno zrnata** (engl. ***coarse-grained striping***)
 - jedan pojas sastoji se od nakupine sektora
 - nije nužno da svi diskovi sudjeluju u ispunjenju svakog zahtjeva
 - polje diskova može istodobno ispunjavati više manjih pojedinačnih zahtjeva
 - prilikom prijenosa velikih količina podataka opet se angažiraju svi diskovi

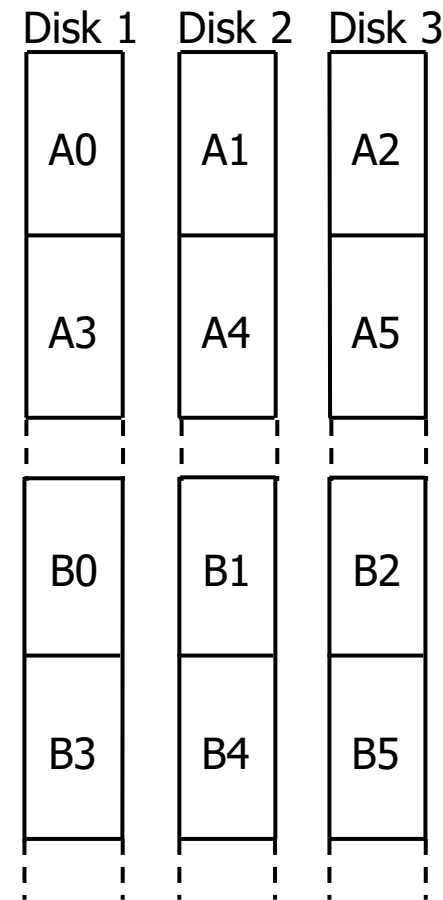
Smještaj podataka na pojedinačne diskove



Sitnozrnati pojasni smještaj

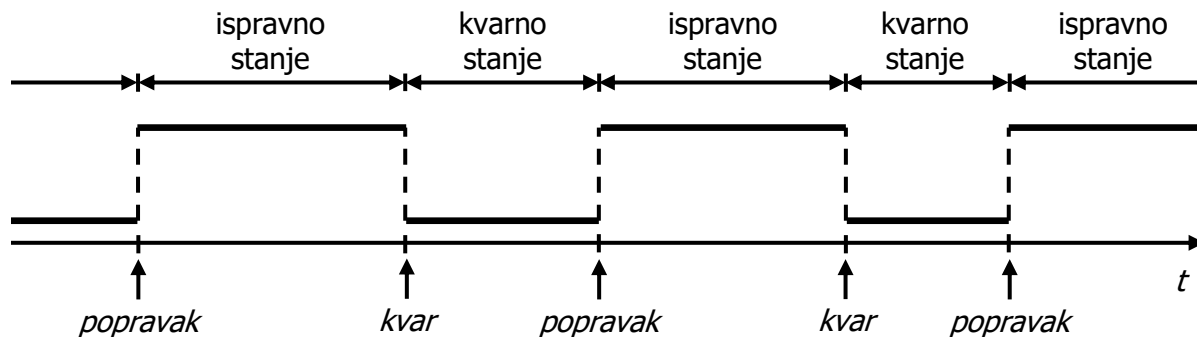
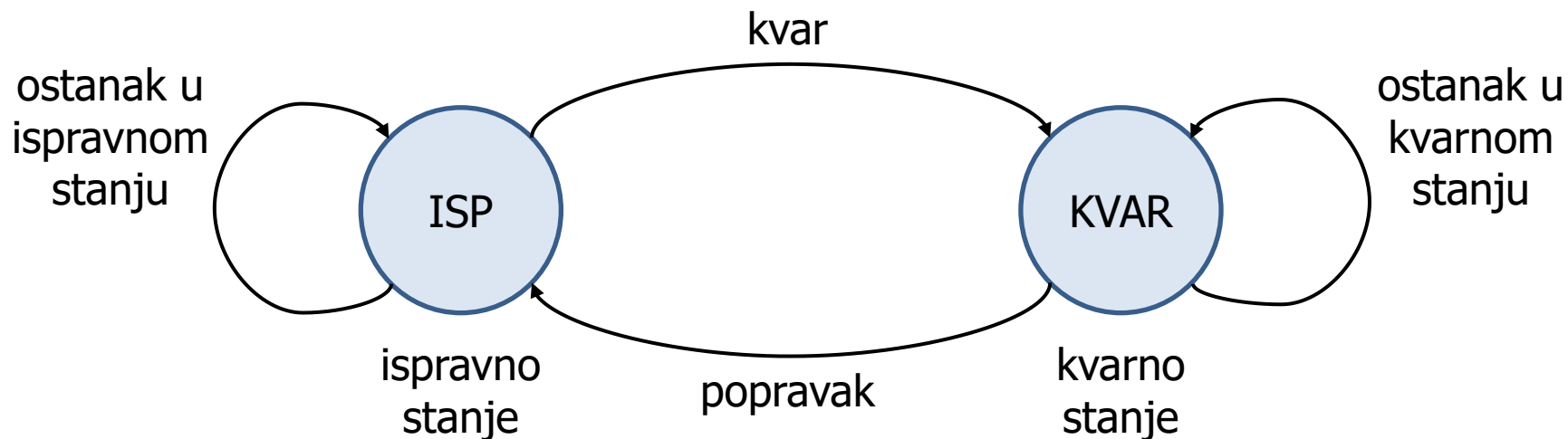


Krupnozrnati pojasni smještaj

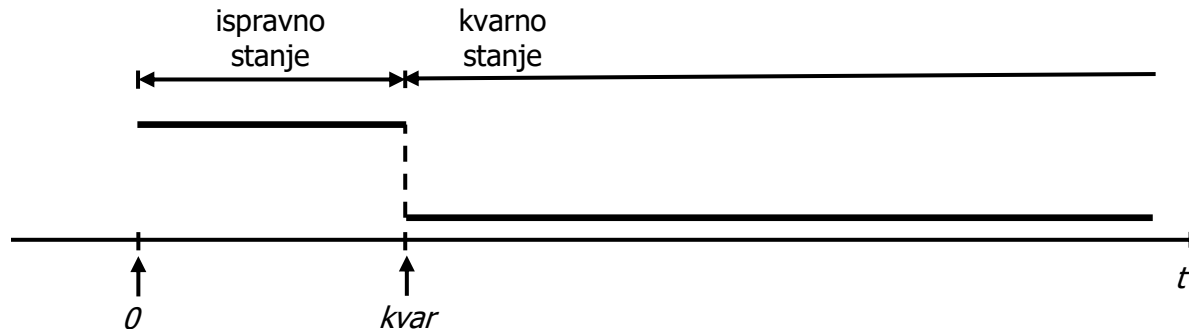
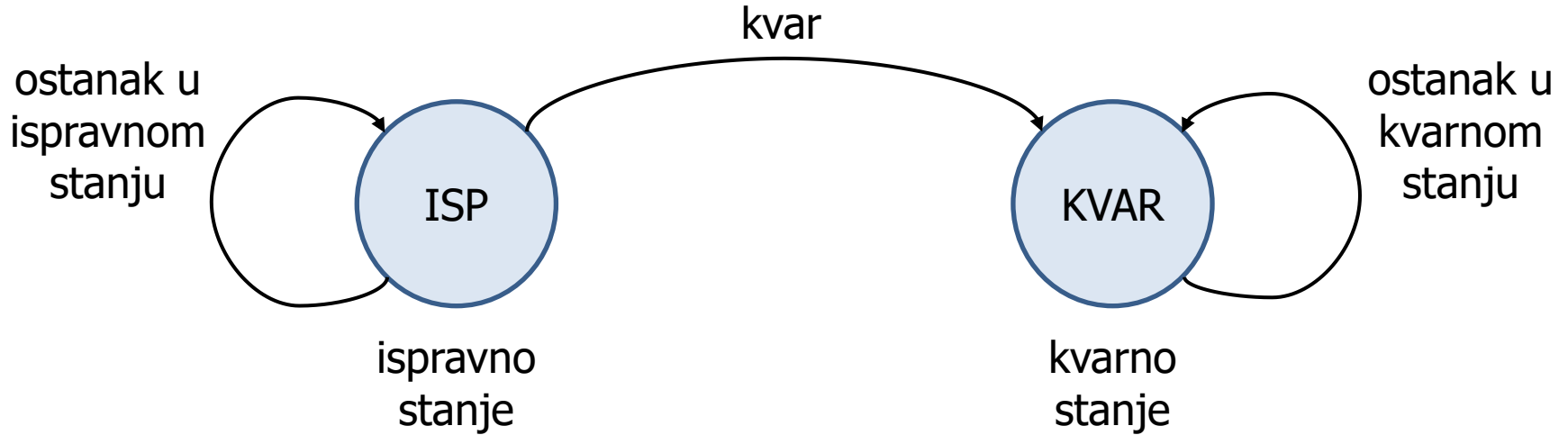


- uporabom više diskova za pohranu jedne datoteke ubrzali smo pristup datoteci
 - time smo riješili problem sporih diskova, ali stvorili smo novi problem:
 - uporaba većeg broja diskova povećava vjerojatnost pojave kvarova
 - Rješenje: uvesti zalihost i oporavak od kvarova
 - zalihost:
 - ↑ povećanje pouzdanosti
 - ↓ smanjenje efektivne brzine prijenosa
- => postizanje veće brzine i veće pouzdanosti su dva kontradiktorna zahtjeva

Popravljive komponente

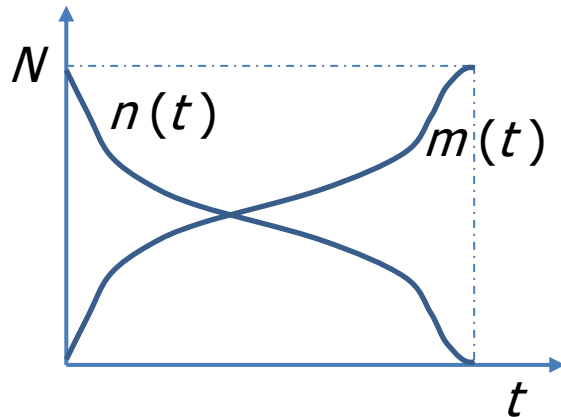


Nepopravljive komponente



Pouzdanost i nepouzdanost nepopravljivih komponenti

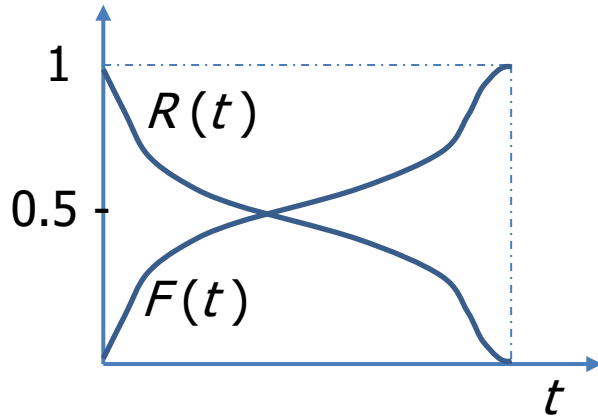
- Pouzdanost (engl. *reliability*) $R(t)$ neke nepopravljive komponente je vjerojatnost da se ona u trenutku t nalazi u ispravnom stanju
 - vjerojatnost da se do trenutka t nije dogodio događaj kvara
 - proporcionalna dijelu populacije koja će ostati u ispravnom stanju do trenutka t
- Nepouzdanost (engl. *unreliability*) $F(t)$ neke nepopravljive komponente je vjerojatnost da se ona u trenutku t nalazi u kvarnom stanju
 - vjerojatnost da se do trenutka t dogodio događaj kvara
 - proporcionalna dijelu populacije koja će prijeći u kvarno stanje do trenutka t



$$n(t) + m(t) = N \Rightarrow \frac{n(t)}{N} + \frac{m(t)}{N} = 1$$

$$R(t) + F(t) = 1$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti kvarenja $f(t)$ i prosječno vrijeme do pojave kvara (engl. *Mean Time to Failure - MTTF*)

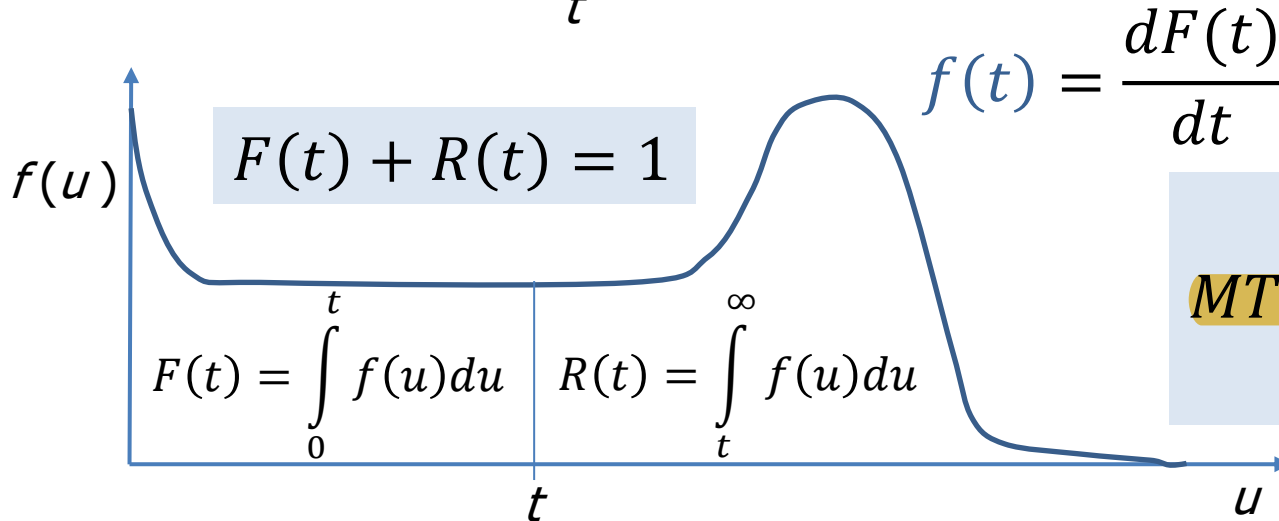


$$\lim_{t \rightarrow 0} R(t) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$$



$$MTTF = \int_0^{\infty} u f(u) du$$

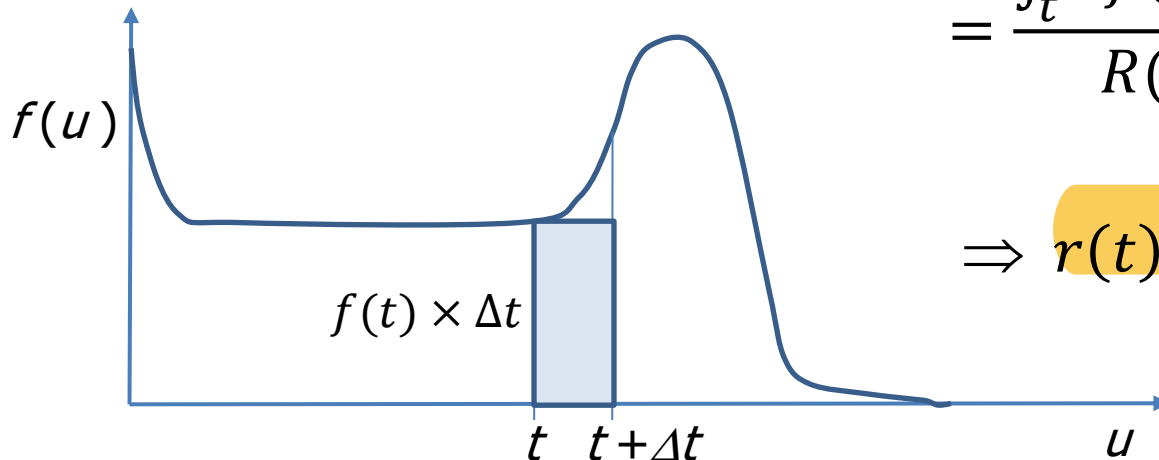
Brzina kvarenja (engl. *failure rate*) $r(t)$

- vjerojatnost pojavljivanja kvara u jedinici vremena u trenutku t i to za onaj dio populacije koji je do tog trenutka preživio

$$r(t) \times \Delta t \approx \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{n(t)} = \frac{dF(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)}$$

$$= \frac{\int_t^{\infty} f(u) du}{R(t)} \approx \frac{f(t) \times \Delta t}{R(t)}$$

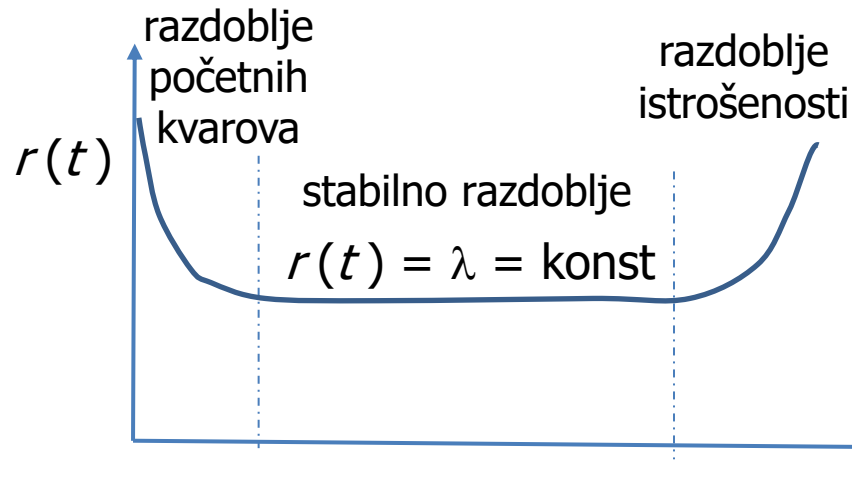
$$\Rightarrow r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$



$$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln[1 - F(t)]$$

$$\Rightarrow \int_0^t r(u) du = -\ln[1 - F(t)] \quad \Rightarrow F(t) = 1 - e^{-\int_0^t r(u) du}$$

U stabilnom razdoblju



$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} u \lambda e^{-\lambda t} du = \frac{1}{\lambda}$$

Modeliranje procesa popravljivanja komponenti

$G(t)$ - vjerojatnost da je popravak obavljen prije trenutka t

- ima slična svojstva kao funkcija $F(t)$: $\lim_{t \rightarrow 0} G(t) = 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 1$$

$g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$ - funkcija gustoće
popravaka

Srednje vrijeme do popravka

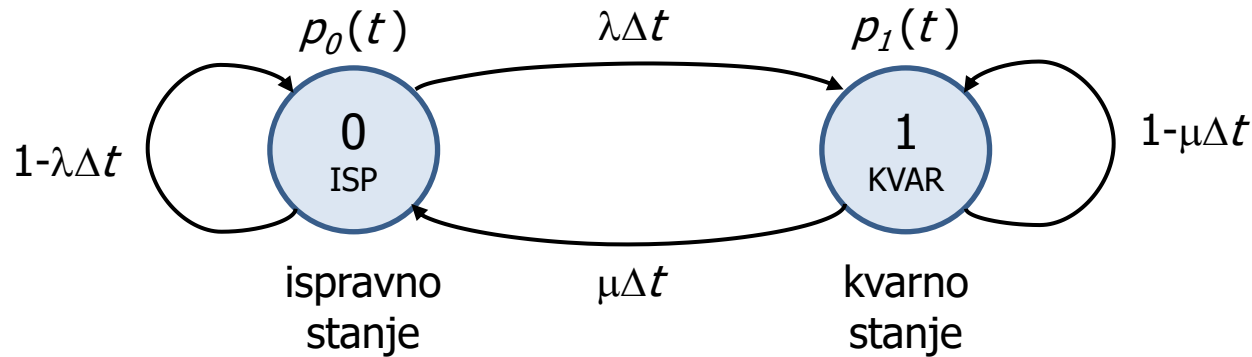
(engl. *Mean Time to Repair – MTTR*)

$$MTTR = \int_0^{\infty} u g(u) du$$

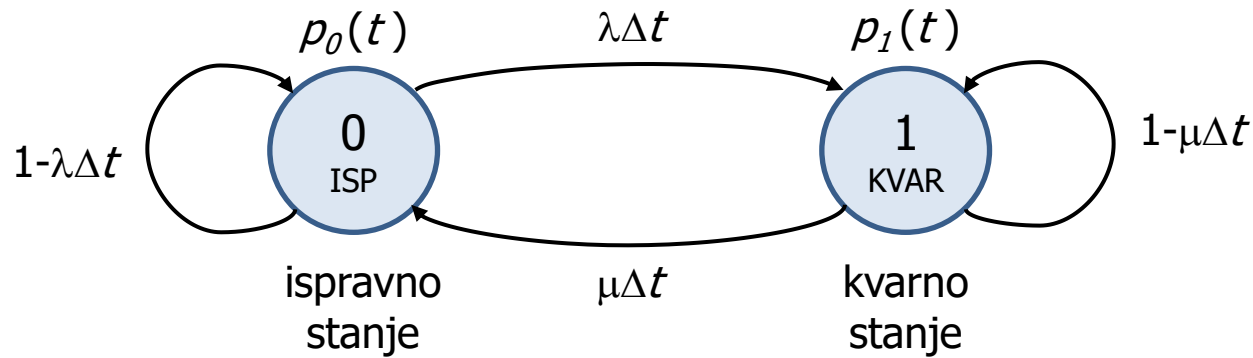
Popravljive i nepopravljive komponente

Svojstvo	Popravak	Kvar
Brzina	$m(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)}$	$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$
Vjerojatnosti popravka/kvara	$G(t) = 1 - e^{-\int_0^t m(u)du}$	$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t r(u)du}$
Konstantna brzina popravljanja μ i kvarenja λ	$G(t) = 1 - e^{-\mu t}$ $g(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}$	$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$
Prosječno vrijeme trajanja popravka i kvarenja	$MTTR = \frac{1}{\mu}$	$MTTF = \frac{1}{\lambda}$

Model ponašanja popravljive komponente s konstantnim brzinama kvarenja i popravljanja



- $p_0(t)$ – vjerojatnost da je komponenta u trenutku t u ispravnom stanju
- $p_1(t)$ – vjerojatnost da je komponenta u trenutku t u kvaru
- $\lambda\Delta t$ – vjerojatnost da će se u malom intervalu vremena dogoditi kvar
- $\mu\Delta t$ – vjerojatnost da će se u malom intervalu vremena dogoditi popravak



$$p_0(t + \Delta t) = (1 - \lambda \Delta t)p_0(t) + \mu \Delta t p_1(t)$$

$$p_1(t + \Delta t) = \lambda \Delta t p_0(t) + (1 - \mu \Delta t)p_1(t)$$

$$\frac{p_0(t + \Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$\frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \lambda p_0(t) - \mu p_1(t)$$

Za $\Delta t \rightarrow 0$ dobiva se sustav diferencijalnih jednažbi:

$$\begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt} &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \\ \frac{dp_1(t)}{dt} &= \lambda p_0(t) - \mu p_1(t) \end{aligned} \quad [1] \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \frac{dp_0(t)}{dt} \\ \frac{dp_1(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0(t) \\ p_1(t) \end{bmatrix}$$

Opći oblik rješenja sustava diferencijalnih jednažbi:

$$p_0(t) = C_1 e^{\chi_1 t} + C_2 e^{\chi_2 t}$$

$$p_1(t) = C_3 e^{\chi_1 t} + C_4 e^{\chi_2 t}$$

χ_1 i χ_2 su svojstvene vrijednosti matrice sustava koje se dobivaju iz karakteristične jednažbe:

$$\left| \chi \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} \chi + \lambda & -\mu \\ -\lambda & \chi + \mu \end{bmatrix} \right| = 0, \Rightarrow \chi^2 + (\lambda + \mu)\chi = 0$$

Rješenje kvadratne jednažbe: $\chi_1=0, \chi_2=-(\lambda+\mu)$

Opći oblik rješenja sustava diferencijalnih jednačbi poprima oblik:

$$\begin{aligned} p_0(t) &= C_1 + C_2 e^{-(\lambda+\mu)t} \\ p_1(t) &= C_3 + C_4 e^{-(\lambda+\mu)t} \end{aligned} \quad \text{uz početne uvjete: } \begin{aligned} p_0(0) &= 1 \\ p_1(0) &= 0 \end{aligned} \quad [2]$$

Uvrštavanjem početnih uvjeta u sustav diferencijalnih jednačbi [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0(0)}{dt} &= -\lambda \\ \frac{dp_1(0)}{dt} &= \lambda \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{deriviranjem [2] i za } t=0 \text{ dobivaju se } C_2 \text{ i } C_4 \\ &\frac{dp_0(0)}{dt} = -(\lambda + \mu)C_2 e^{-(\lambda+\mu)\cdot 0} = -\lambda \Rightarrow C_2 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \\ &\frac{dp_1(0)}{dt} = -(\lambda + \mu)C_4 e^{-(\lambda+\mu)\cdot 0} = \lambda \Rightarrow C_4 = -\frac{\lambda}{\lambda+\mu} \end{aligned}$$

Uvrštavanjem početnih uvjeta u [2] dobivaju se preostali koeficijenti C_1 i C_3

$$p_0(0) = C_1 + C_2 = 1 \Rightarrow C_1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = 1 \Rightarrow C_1 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

$$p_1(0) = C_3 + C_4 \Rightarrow C_3 - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = 0 \Rightarrow C_3 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Raspoloživost $A(t)$ (engl. *availability*) i neraspoloživost $Q(t)$ (engl. *unavailability*)

Uvrštavanje dobivenih koeficijenata C_1 , C_2 , C_3 i C_4 u opći oblik rješenja sustava diferencijalnih dobivaju se izrazi:

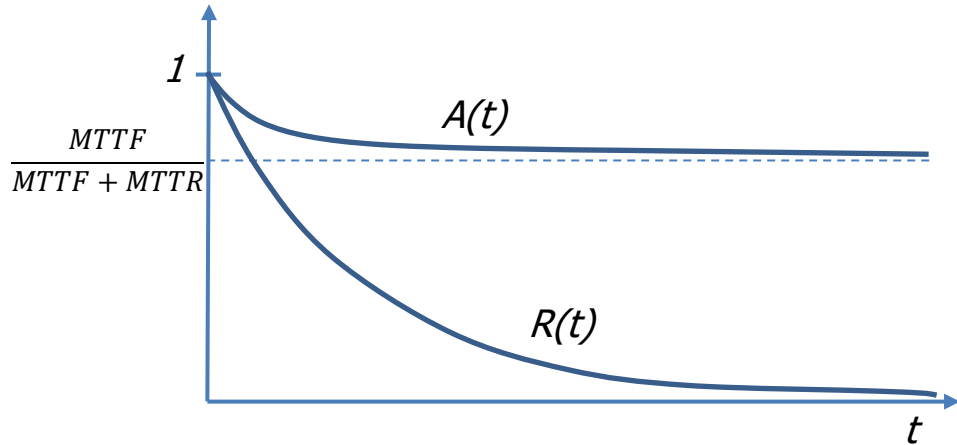
$$p_0(t) = A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$p_1(t) = Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t})$$

- raspoloživost $A(t)$ popravljivih komponenti podsjeća na pouzdanost $R(t)$ nepopravljivih komponenti
- neraspoloživost $Q(t)$ popravljivih komponenti podsjeća na nepouzdanost $F(t)$ nepopravljivih komponenti
- za $\mu = 0$ $A(t) = R(t)$ i $Q(t) = F(t)$

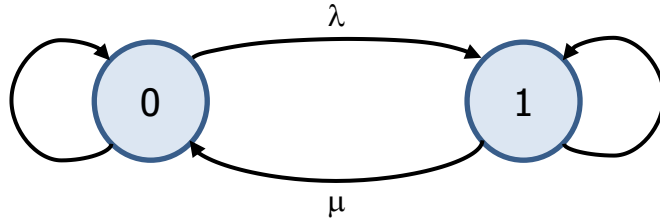
Usporedba raspoloživosti i pouzdanosti

- $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$



- $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTTF}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTF}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTTF}} = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR}$

Popravljljive komponente



Kvarenje

$$r(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(u) = \lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Popravljanje

$$m(t) = \mu$$

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

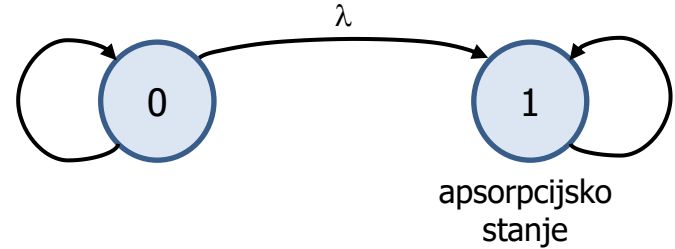
$$g(u) = \mu \times e^{-\mu t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\mu}$$

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \left(1 - e^{-(\lambda + \mu)t} \right)$$

Nepopravljljive komponente



Kvarenje

$$r(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(u) = \lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Popravljanje

$$\mu = 0$$

$$A(t) = R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$Q(t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Modeliranje dvokomponentnog sustava

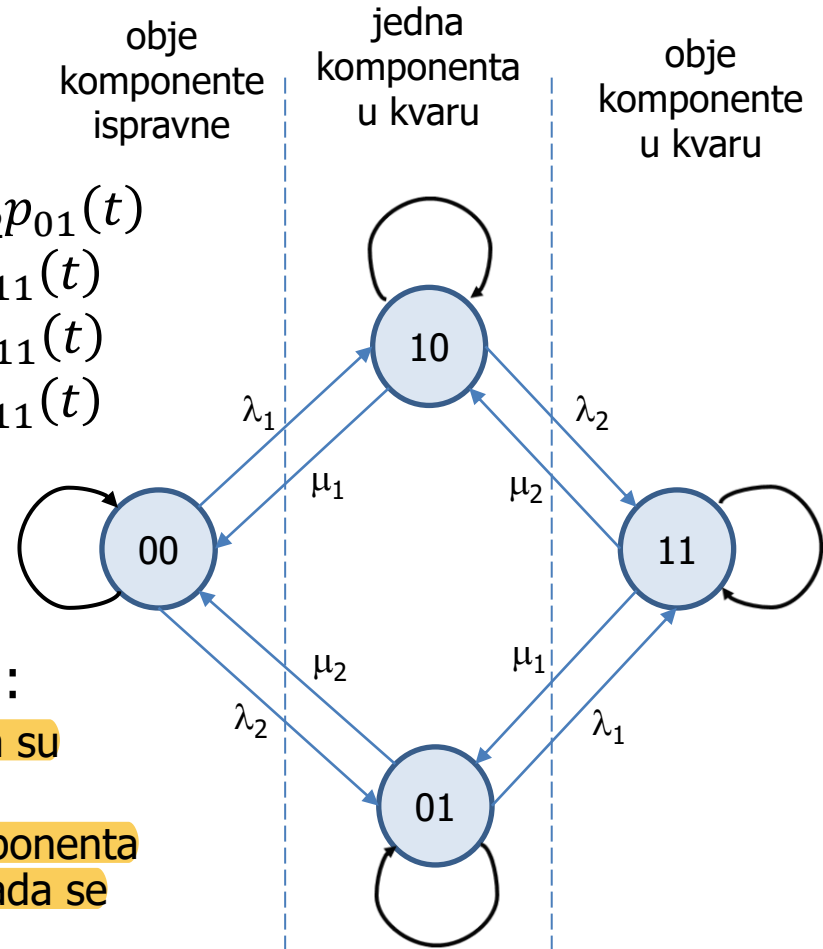
$$\begin{aligned}p'_{00}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2)p_{00}(t) + \mu_1 p_{10}(t) + \mu_2 p_{01}(t) \\p'_{10}(t) &= \lambda_1 p_{00}(t) - (\lambda_2 + \mu_1)p_{10}(t) + \mu_2 p_{11}(t) \\p'_{01}(t) &= \lambda_2 p_{00}(t) - (\lambda_1 + \mu_2)p_{01}(t) + \mu_1 p_{11}(t) \\p'_{11}(t) &= \lambda_2 p_{10}(t) + \lambda_1 p_{01}(t) + (\mu_1 + \mu_2)p_{11}(t)\end{aligned}$$

- neka su sve komponente jednake:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \text{ i } \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

- promatrat ćemo dva nezavisna slučaja:

- sustav je ispravan samo u stanju *00*, tj. kada su obje komponente ispravne
- sustav je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna, tj. sustav se smatra ispravnim kada se nalazi stanjima *00*, *10* ili *01*



a) Sustav je ispravan kada su obje komponente ispravne

$$A_S(t) = p_{00}(t)$$

$$p'_{00}(t) = -(\lambda + \lambda)p_{00}(t)$$

$$\text{za } p_{00}(0) = 1 \Rightarrow p_{00}(t) = e^{-2\lambda t}$$

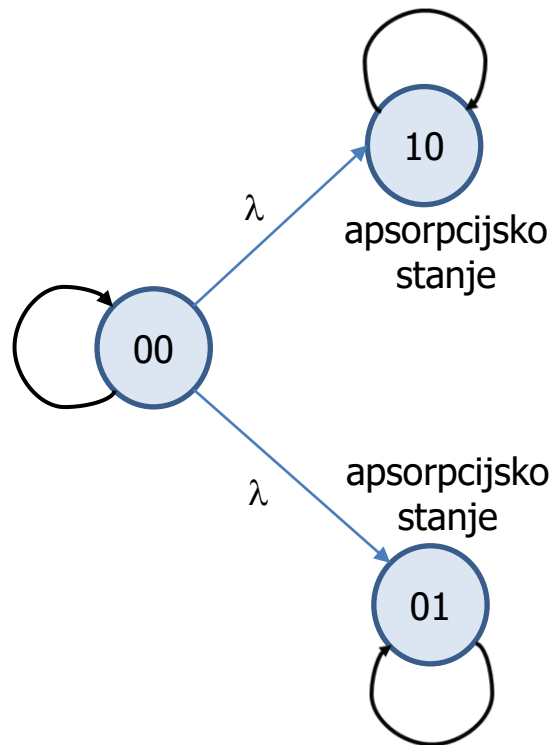
$$A_S(t) = e^{-2\lambda t}$$

$$Q_S(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$

$$q_S(u) = 2\lambda e^{-2\lambda u}$$

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u 2\lambda e^{-2\lambda u} = \frac{1}{2\lambda}$$

$$\text{uz } \lambda = \frac{1}{MTTF} \quad MTTF_S = \frac{1}{2} MTTF$$



Sustav s N komponenti

a) sustav je ispravan kada su sve komponente ispravne

$$p'_{00}(t) = -(\lambda + \lambda + \dots + \lambda)p_{00}(t)$$

$$\text{za } p_{00}(0) = 1 \Rightarrow p_{00}(t) = e^{-N\lambda t}$$

$$A_S(t) = e^{-N\lambda t}$$

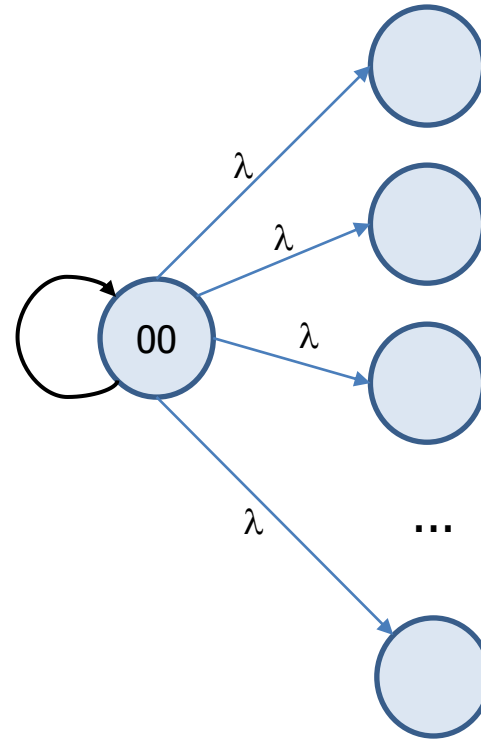
$$Q_S(t) = 1 - e^{-N\lambda t}$$

$$q_S(u) = N\lambda e^{-N\lambda u}$$

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u N\lambda e^{-N\lambda u} = \frac{1}{N\lambda}$$

$$\text{uz } \lambda = \frac{1}{MTTF}$$

$$MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$$



b) Sustav je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna

- ispravna stanja su 00 , 10 i 01
- 11 - apsorpcijsko stanje

$$A_S(t) = p_{00}(t) + p_{10}(t) + p_{01}(t)$$

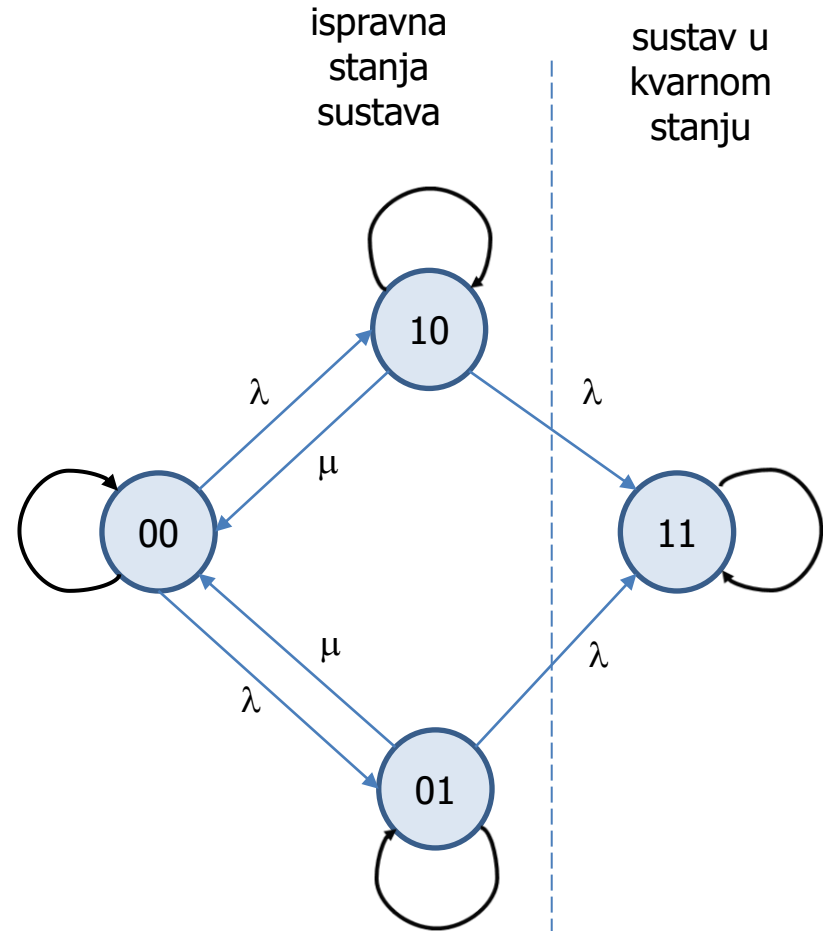
$$Q_S(t) = p_{11}(t)$$

$$p'_{00}(t) = -2\lambda p_{00}(t) + \mu[p_{10}(t) + p_{01}(t)]$$

$$p'_{10}(t) = \lambda p_{00}(t) - (\lambda + \mu)p_{10}(t)$$

$$p'_{01}(t) = \lambda p_{00}(t) - (\lambda + \mu)p_{01}(t)$$

$$p'_{11}(t) = \lambda[p_{10}(t) + p_{01}(t)]$$



Jednostavnije: Markovljev lanac gdje redni broj stanja označava broj neispravnih komponenti

$$A_S(t) = p_0(t) + p_1(t)$$

$$Q_S(t) = p_2(t)$$

$$p'_0(t) = -2\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$p'_1(t) = 2\lambda p_0(t) - (\lambda + \mu)p_1(t)$$

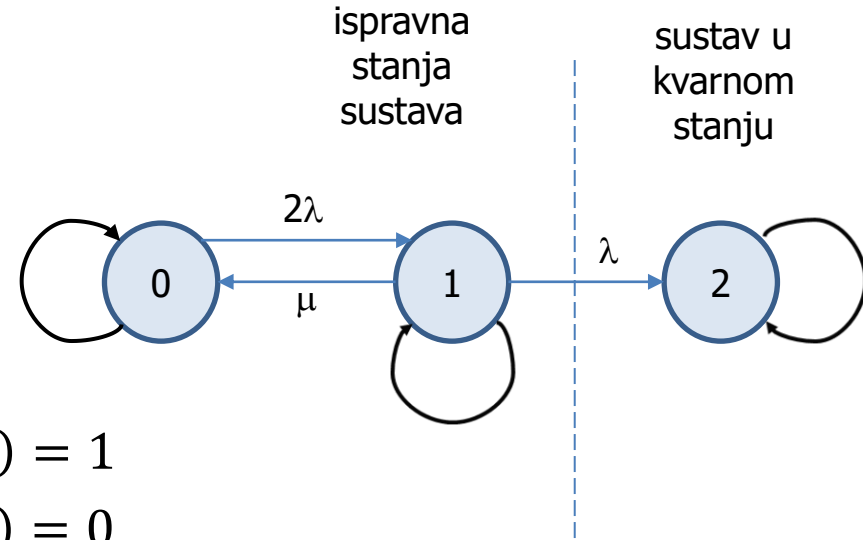
$$p'_2(t) = \lambda p_1(t)$$

$$q_S(t) = \frac{dQ_S(t)}{dt} = p'_2(t) = \lambda p_1(t)$$

$$p_0(0) = 1$$

$$p_1(0) = 0$$

$$p_2(0) = 0$$



$$MTTF_S = \int_0^\infty u \lambda p_1(u) du$$

b) Sustav s N komponenti je ispravan i onda kada je jedna komponenta neispravna

$$A_S(t) = p_0(t) + p_1(t)$$

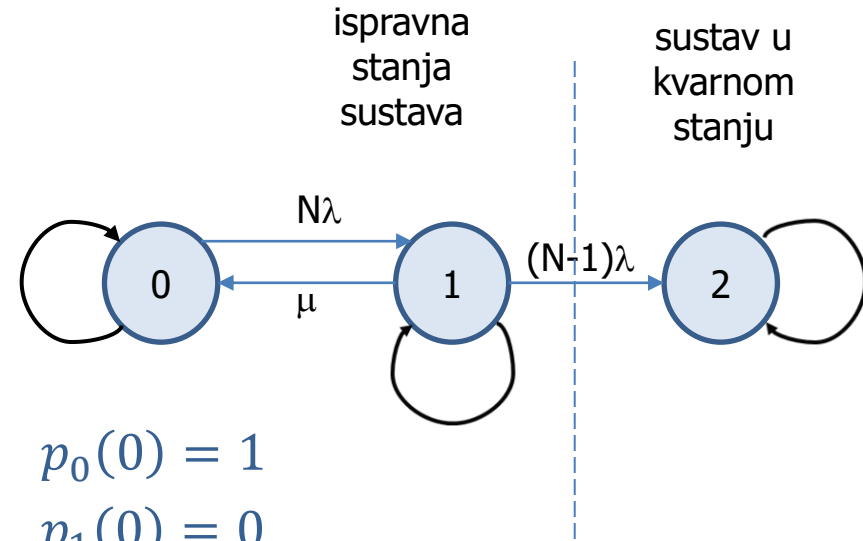
$$Q_S(t) = p_2(t)$$

$$p'_0(t) = -N\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$$

$$p'_1(t) = N\lambda p_0(t) - [(N-1)\lambda + \mu]p_1(t)$$

$$p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t)$$

$$q_S(t) = \frac{dQ_S(t)}{dt} = p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t)$$



$$p_0(0) = 1$$

$$p_1(0) = 0$$

$$p_2(0) = 0$$

Traži se $p_1(t)$

Rješenje sustava diferencijalnih jednačbi svodi se na sustav od dvije jednačbe s dvije nepoznanice

$$\begin{bmatrix} p'_0(t) \\ p'_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N\lambda & \mu \\ N\lambda & -[(N-1)\lambda + \mu] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0(t) \\ p_1(t) \end{bmatrix}$$

Opći oblik rješenja:

Izračun svojstvenih vrijednosti χ_1 i χ_2 :

$$p_0(t) = A_1 e^{\chi_1 t} + A_2 e^{\chi_2 t}$$

$$p_1(t) = B_1 e^{\chi_1 t} + B_2 e^{\chi_2 t}$$

$$\begin{vmatrix} \chi + N\lambda & -\mu \\ -N\lambda & \chi + [(N-1)\lambda + \mu] \end{vmatrix} = 0$$

$$\overset{a=1}{\chi^2} + \overset{b}{[(2N-1)\lambda + \mu]}\chi + \overset{c}{N(N-1)\lambda^2} = 0$$

Vietove formule $\chi_1 + \chi_2 = -\frac{b}{a} = -[(2N-1)\lambda + \mu]$

$$\chi_1 \chi_2 = \frac{c}{a} = N(N-1)\lambda^2$$

Koeficijenti B1 i B2 određuju se iz početnih uvjeta

Iz sustava diferencijalnih jednačbi poznat je izraz za p'_1 :

$$p'_1(t) = N\lambda p_0(t) - [(N-1)\lambda + \mu]p_1(t) \quad \text{uz } p_0(0) = 1 \text{ i } p_1(0) = 0:$$
$$p'_1(0) = N\lambda$$

a iz općeg rješenja $p_1(t) = B_1 e^{\chi_1 t} + B_2 e^{\chi_2 t}$ dobiva se

$$p'_1(t) = \chi_1 B_1 e^{\chi_1 t} + \chi_2 B_2 e^{\chi_2 t} \quad \text{odnosno}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1(0) = 0 = B_1 + B_2 \text{ i} \\ p'_1(0) = N\lambda = \chi_1 B_1 + \chi_2 B_2 \end{array} \right\} \quad B_1 = \frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2} \quad B_2 = -\frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2}$$

Konačno: $p_1(t) = \frac{N\lambda}{\chi_1 - \chi_2} (e^{\chi_1 t} - e^{\chi_2 t})$

$$q_s(t) = p'_2(t) = (N-1)\lambda p_1(t) = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} (e^{\chi_1 t} - e^{\chi_2 t})$$

Prosječno vrijeme do pojave dvostrukog kvara u sustavu

$$MTTF_S = \int_0^{\infty} u q_S(u) du = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\underbrace{\int_0^{\infty} u e^{\chi_1 u} du}_{\frac{1}{\chi_1^2}} - \underbrace{\int_0^{\infty} u e^{\chi_2 u} du}_{\frac{1}{\chi_2^2}} \right]$$

$$\begin{aligned} MTTF_S &= \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\frac{1}{\chi_1^2} - \frac{1}{\chi_2^2} \right] = \frac{N(N-1)\lambda^2}{\chi_1 - \chi_2} \left[\frac{\chi_2^2 - \chi_1^2}{\chi_1^2 \chi_2^2} \right] = \\ &= N(N-1)\lambda^2 \frac{-(\chi_1 + \chi_2)}{(\chi_1 \chi_2)^2} = N(N-1)\lambda^2 \frac{(2N-1)\lambda + \mu}{[N(N-1)\lambda^2]^2} = \frac{(2N-1)\lambda + \mu}{[N(N-1)\lambda^2]} = \\ &= \frac{1}{N(N-1)} \frac{\mu}{\lambda^2} + \frac{2N-1}{N(N-1)} \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Prosječno vrijeme do pojave dvostrukog kvara u sustavu

$$MTTF_S = \frac{1}{N(N-1)} \frac{\mu}{\lambda^2} + \frac{2N-1}{N(N-1)} \frac{1}{\lambda}$$

Uvrštavanjem $MTTF = \frac{1}{\lambda}$ i $MTTR = \frac{1}{\mu}$ konačno se dobiva:

$$MTTF_S = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$$

Primjer 12.1. iz udžbenika

MTTF = 200000 sati = 22.8 godina i

MTTR = 1 sat

Koliko je srednje vrijeme do pojave kvara MTTF_S u sustavu s N diskova:

a) ako se kvarom sustava smatra kvar jednog od diskova

b) ako se kvarom sustava smatra kvar dvaju diskova

N	a) $MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$	b) $MTTF_S = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$
2	100 000 sati	2×10^{10} sati
3	66 666 sati	6.6×10^9 sati
10	20 000 sati	4.4×10^8 sati
100	2 000 sati	4 000 000 sati

Načini zalihosne organizacije diskova

*RAID - Redundant Array of
Independent (Inexpensive) Disks*

(*Inexpensive* je iz komercijalnih razloga napušteno.)

RAID 0 — nezalihanostna organizacija

- nema zalihosti
- svi diskovi su podatkovni diskovi
- sustav ulazi u kvarno stanje kada se dogodi kvar bilo kojeg diska
- prosječno vrijeme do pojave kvara sustava $MTTF_S$ u višediskovnim se sustavima naziva i prosječnim vremenom do gubitka podataka (engl. *Mean Time to Data Loss – MTDDL*):

$$MTDDL = MTTF_S = \frac{1}{N} MTTF$$

- koristi se dio diska koji je po veličini jednak najmanjem disku u sustavu

ne koristi se



Zaključak: – brz, ali se ne smije dogoditi greška

RAID 1 — zrcaljena organizacija

- svaki disk ima svoju kopiju – zrcaljeni disk (engl. *mirrored disk*)
- $MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$ (drugi pribrojnik se zanemaruje)
- svako pisanje se mora obaviti dvaput
- koristi se često za pohranjivanje baza podataka



- Zaključak:
- osrednje performanse
 - dobra raspoloživost (za čitanje se može koristiti brži disk)
 - nedostatak: pola kapaciteta se troši za zalihost

RAID 1 — zanimljivosti

- izraz: $MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N(N-1)} MTTF$ vrijedi kada sustav ide u kvarno stanje zbog dvostrukog kvara
- primjer slučaja kada sustav RAID 1 **ne ide u kvarno stanje** unatoč dvostrukom kvaru:



- u sustavu s N diskova dva diska se mogu pokvariti na $\frac{N(N-1)}{2}$ načina od čega samo u $\frac{N}{2}$ slučajeva ide u kvarno stanje kada se pokvare dva diska koja sadrže jednake informacije
- prema tome, izraz za $MTTDL$ treba uvećati za faktor $\frac{\frac{N(N-1)}{2}}{\frac{N}{2}} = N - 1$:

$$MTTDL = \frac{1}{N} \frac{MTTF^2}{MTTR} + \frac{2N-1}{N} MTTF$$

RAID 2 - organizacija zasnovana na Hammingovim kodovima

- za korekciju nakupine od N bitova potrebno je dodati $\log_2 N + 1$ korekcijskih bitova (za $N = 4$ potrebna 3 korekcijska bita, a za $N = 128$ potrebno ih je 8)
- korekcijski bitovi omogućuju
 - određivanje diska na kojem je nastala pogreška
 - ispravljanje pogrešnog bita

$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$



Zaključak: – ne koristi se jer se može na drugi način ustanoviti koji se disk pokvario

RAID 3 - paritetna organizacija sitne zrnatosti

- za korekciju jednostrukih pogrešaka koristi se jedan paritetni disk (jer polazaj pokvarenog diska znamo!)
- pojas \equiv veličina sektora
- pisanje u jedan od pojaseva zahtijeva četiri pristupa do diskova (zbog izračunavanja paritetnog zaštitnog sadržaja):
 1. čitanje starih podataka
 2. čitanje iz paritetnog pojasa
 3. pisanje novih podataka
 4. pisanje u paritetni pojas



Zaključak: – ne koristi se jer paritetni disk može postati usko grlo

RAID 4 - paritetna organizacija krupne zrnatosti

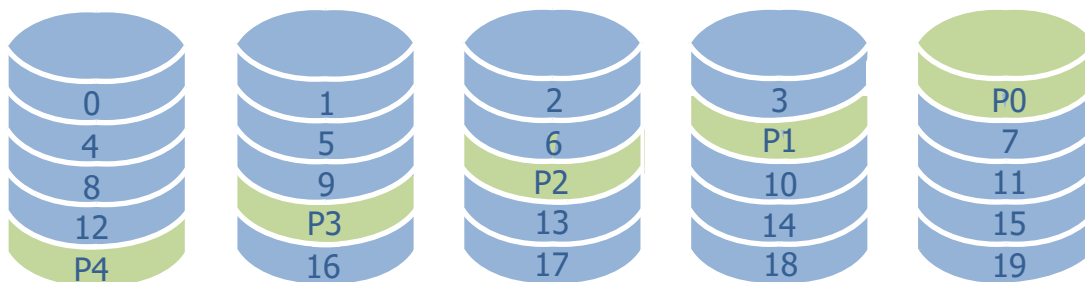
- kao i kod RAID 3 za korekciju jednostrukih pogrešaka se također koristi jedan paritetni disk, ali su pojasevi veći
- pri kvaru jednog diska mogu se rekonstruirati podaci pokvarenog pojasa uz pomoć pripadnog pojasa paritetnog diska (primjerice, paritetni pojas *P0* štiti podatkovne pojaseve 0, 1, 2 i 3).



Zaključak: – ne koristi se ni RAID 3 ni RAID 4 jer paritetni disk može postati usko grlo

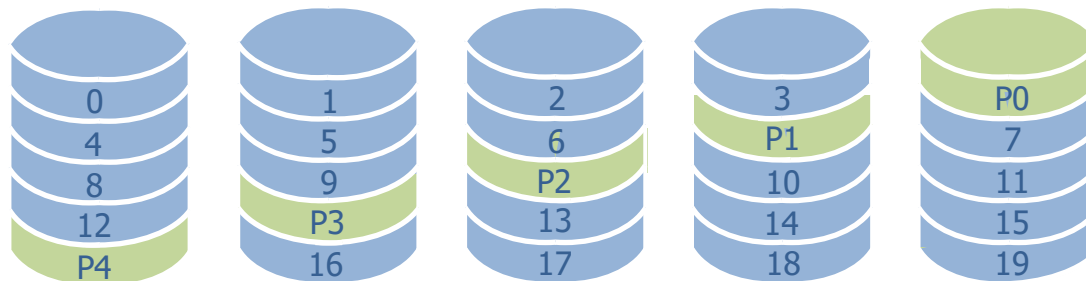
RAID 5 - paritetna organizacija krupne zrnatosti s raspodijeljenim paritetnim pojasevima

- paritetni pojasevi su raspodijeljeni po svim diskovima
- najprikladniji je način razmještaja pojaseva prikazan slikom (zove se *left-asymmetric parity distribution*)

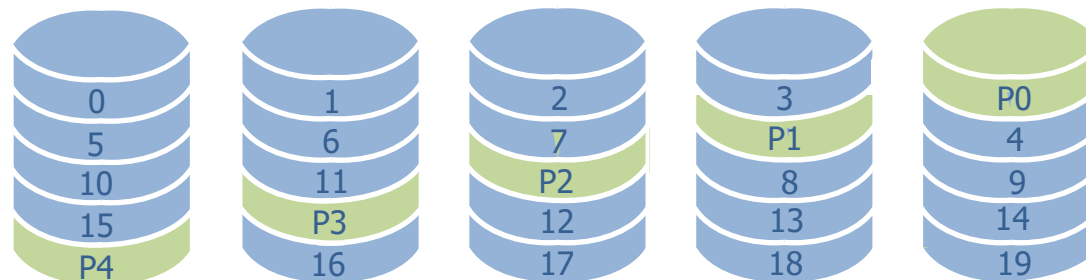


$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

*left-asymmetric
parity distribution:*



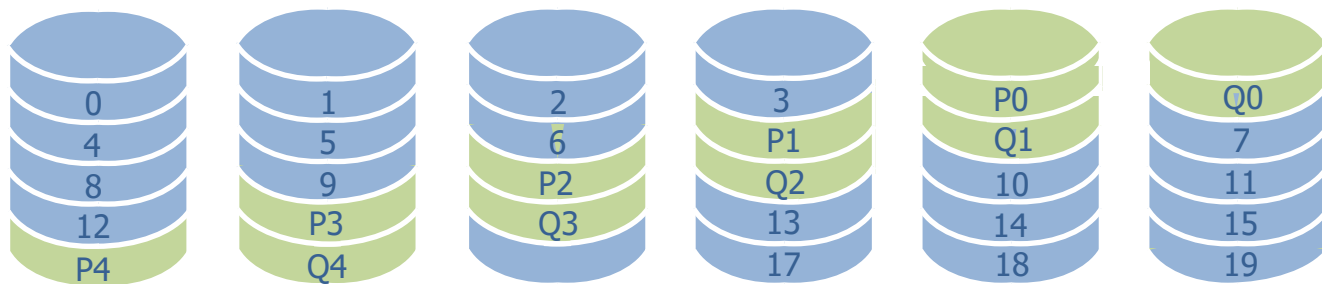
*left-symmetric
parity distribution:*



- Zaključak:
- izvrsna raspoloživost
 - pisanje sporo kao i kod RAID 4
 - RAID 1 i RAID 5 se najčešće upotrebljavaju ali je iskoristivost kapaciteta mnogo veća u RAID 5 organizaciji

RAID 6 – organizacija sa zaštitom od dvostrukog kvara ($P+Q$ zalihost)

- podloga za RAID 6 organizaciju su Reed-Solomonovi kodovi
- postoje dva zaštitna diska (odnosno dva zaštitna pojasa za svaku zaštićenu skupinu diskova koji se ravnomjerno raspoređuju po svim diskovima)



$$MTTDL = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \frac{MTTF^3}{MTTR^2}$$

Višerazinski RAID sustavi

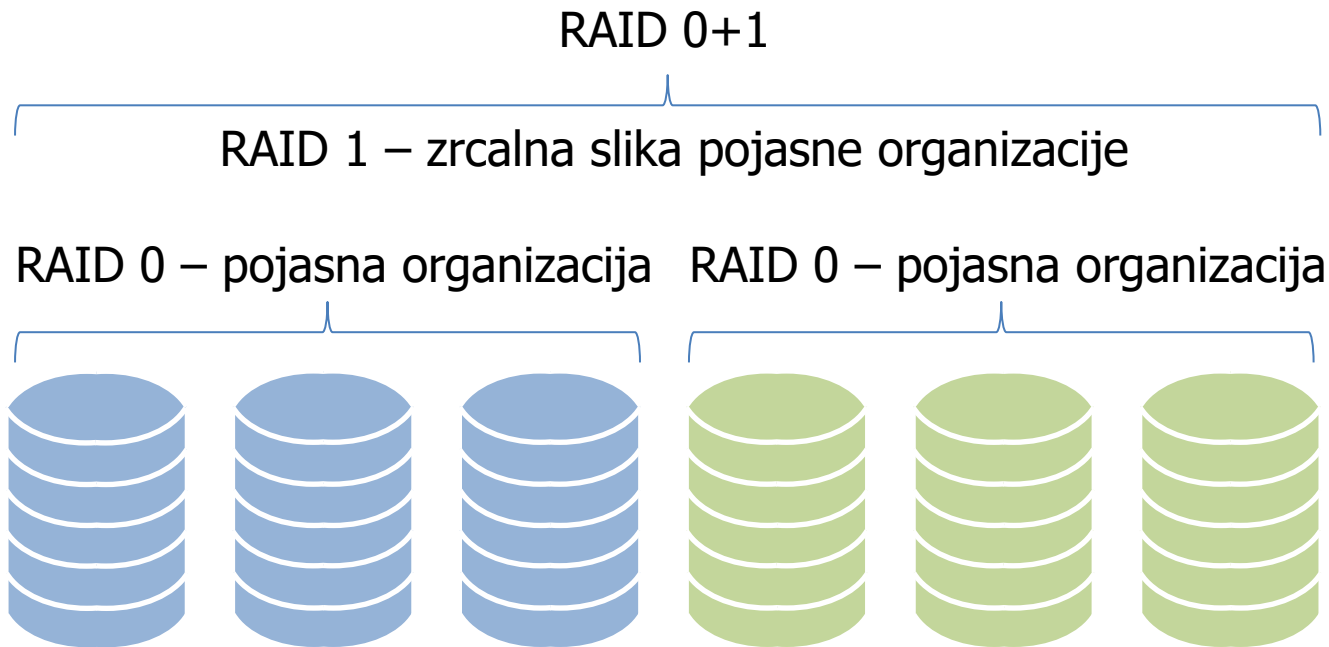
RAID 0+1

RAID 10

RAID 0+1

ili RAID 01 ili RAID 0/1

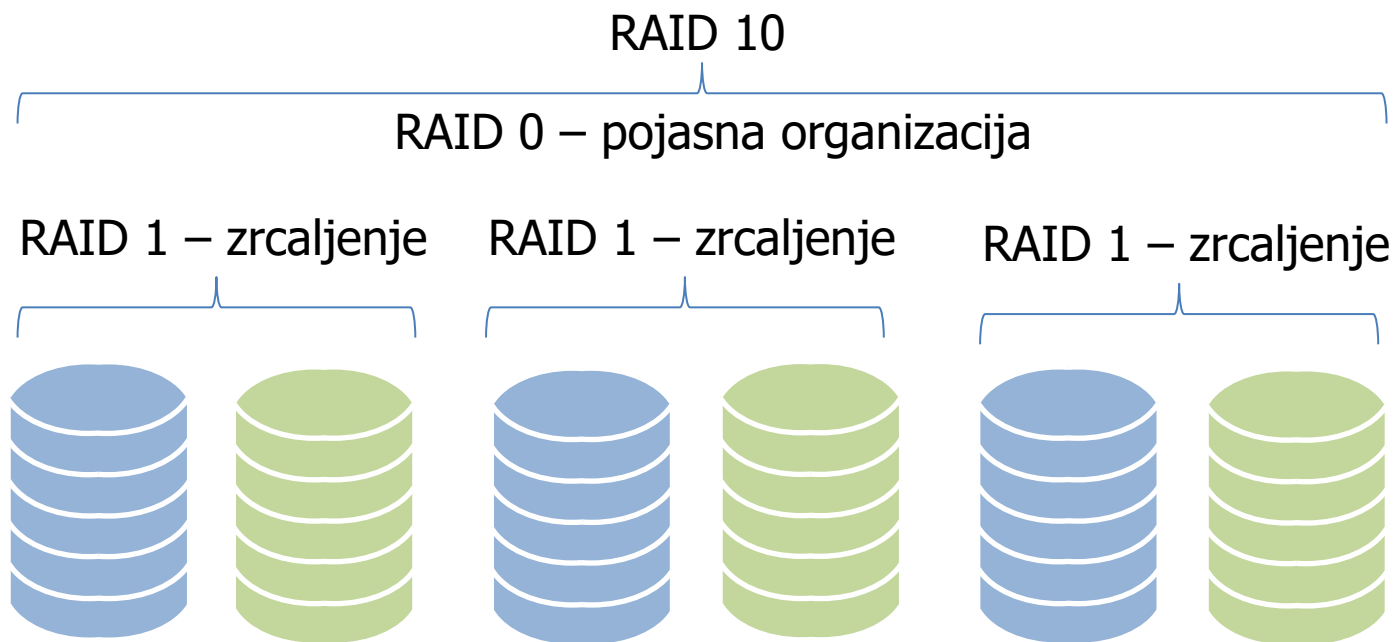
- engl. *mirror of stripes (mirrored stripes)*



RAID 10

ili RAID 1+0 ili RAID 1/0

- engl. *stripe of mirrors (striped mirrors)*



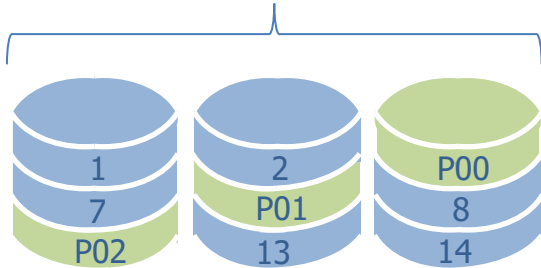
Usporedba sustava RAID 10 i RAID 0+1

- na prvi pogled izgleda kao da nema razlike
- razlika je u pouzdanosti: RAID 10 je pouzdaniji sustav!
 - u svakoj grupi sustava RAID 10 može se pokvariti 1 disk a da nije došlo do gubljenja podataka jer u svakoj grupi postoji zrcalni disk
 - za 3 grupe po 2 diska ukupno se može pokvariti 3 diska na $2^3=8$ načina po 1 disk iz svake grupe a da sustav ne ide u kvarno stanje
 - u RAID 0+1 sustavu uvijek su dvije grupe diskova (original i zrcalna slika) i do gubitka podataka dolazi ako dođe do kvara obje grupe
 - primjerice, ako dođe do kvara 3 diska u RAID 0+1 sustavu s 2 grupe po 3 diska, podaci ostaju sačuvani u samo 2 slučaja: kada se pokvare svi diskovi iz jedne ili druge grupe

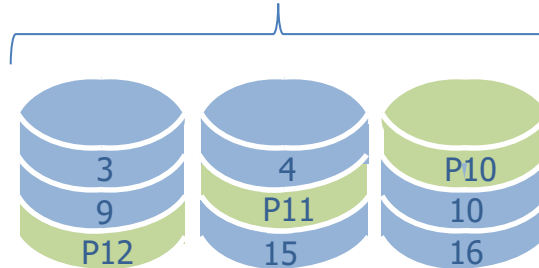
RAID 50 ili RAID 5+0

RAID 0 – pojasna organizacije

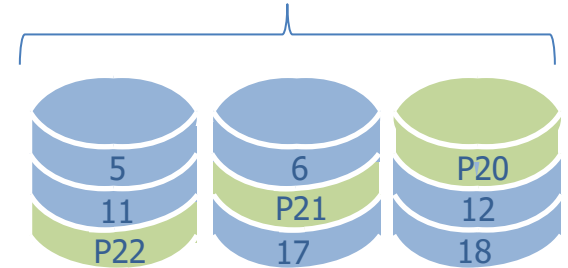
RAID 5



RAID 5



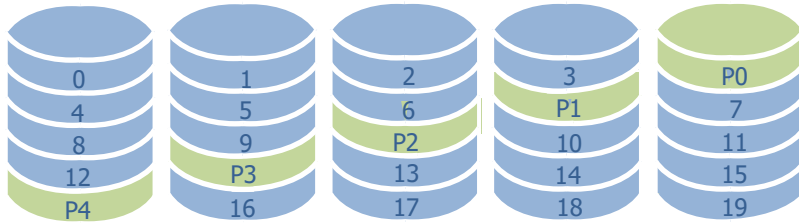
RAID 5



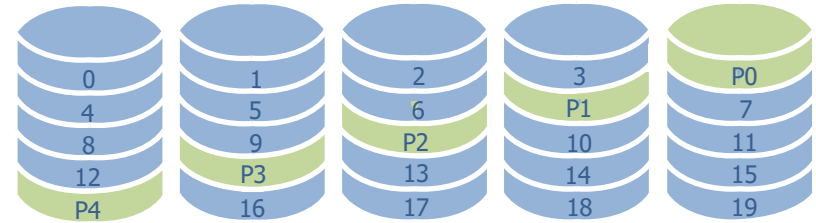
RAID 51

RAID 1 – zrcaljenje

RAID 5



RAID 5



Dodatni slajdovi

Primjer 12.2. iz udžbenika

- neka se neki sustav sastoji od K skupina od G diskova što čini ukupno $N = K \times G$ diskova
- svaka skupina od G diskova zaštićena je RAID 5 načinom u kojem očekivano vrijeme do gubitka podataka iznosi:

$$MTTDL_G = \frac{1}{N(N-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

- ako se pojavi kvar jedne od K grupa (što znači dvostruki kvar unutar te grupe), onda imamo gubitak podataka te je

$$MTTDL_N = \frac{1}{K} \frac{1}{G(G-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR} = \frac{1}{N(G-1)} \frac{MTTF^2}{MTTR}$$

Primjer 12.2. iz udžbenika proširen sa sustavom RAID 6

- primjerice uz parametre sustava:

$$MTTF = 200\ 000 \text{ sati}$$

$$MTTR = 1 \text{ sat}$$

$$N = 96$$

$$G = 16$$

- dobiva se za RAID 5 sustav:

$$\begin{aligned} MTDL_{96} &= \frac{1}{96 \times (16 - 1)} \frac{(2 \times 10^5)^2}{1} \\ &= 2.78 \times 10^7 \text{ sati} \\ &= 3170 \text{ godina} \end{aligned}$$

- uz jednake parametre, ali uz primjenu RAID 6 organizacije sustava prosječno vrijeme do pojave gubitka podataka iznosi:

$$MTDL_N = \frac{1}{N(G - 1)(G - 2)} \frac{MTTF^3}{MTTR^2}$$

odnosno

$$\begin{aligned} MTDL_{96} &= \frac{1}{96 \times (16 - 1)(16 - 2)} \frac{(2 \times 10^5)^3}{1} \\ &= 3.97 \times 10^{11} \text{ sati} \\ &= 45\ 300\ 000 \text{ godina} \end{aligned}$$

Korisni kapacitet RAID sustava

Neka se RAID sustav sastoji od N

- istovrsnih diskova kapaciteta C ili
- različitih diskova gdje je disk s najmanjim kapacitetom C_{MIN} pa je $C = C_{MIN}$

RAID 0	RAID 1	RAID 5	RAID 6
$N \times C$	$\frac{N}{2} \times C$	$(N - 1) \times C$	$(N - 2) \times C$