



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – UFG
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
SEMESTRE SELETIVO 2018/1

CURSO:	Engenharia da Computação
DISCIPLINA:	ESTRUTURA DE DADOS II
PROFESSORA:	Ma. Renata Dutra Braga (renata@inf.ufg.br ou professorarenatabraga@gmail.com)
TEMA DA AULA:	Algoritmos de ordenação
AULAS	09 e 11/abril/2018

ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO

Algoritmos: considerações gerais

- Servem para ordenar/organizar uma lista de números ou palavras de acordo com a sua necessidade.
- Os mais populares algoritmos de ordenação são: Insertion sort, Selection sort, Bubble sort, Quick sort, Merge sort, Heap sort e Shell sort, estando assim estruturados:
 - Ordenação por inserção
 - *Insertion Sort (direta)*
 - **Shell sort**
 - Ordenação por troca
 - *Bubble sort*
 - **Quick sort**
 - Ordenação por seleção
 - *Selection sort*
 - Heap sort
 - Ordenação por intercalação
 - **Merge sort**
 - Ordenação por distribuição

Existem vários aplicativos na Play Store e Apple Store que demonstram, de forma didática, o funcionamento de cada algoritmo (ex: Sort Simulation, Sorting algorithms e Algorithm View).

Algoritmos de ordenação: considerações gerais

- Algoritmo de ordenação é um algoritmo que coloca os elementos de uma dada sequência em uma certa ordem.
- Isto é, rearranja os itens de um vetor ou lista de modo que suas chaves estejam ordenadas de acordo com
- alguma regra (podendo a ordenação ser completa ou parcial).
- O objetivo da ordenação é facilitar a recuperação dos dados de uma lista.
- Exemplo de aplicação: A realizar a consulta por produtos, ordenados pela data de cadastro, em um banco de dados.

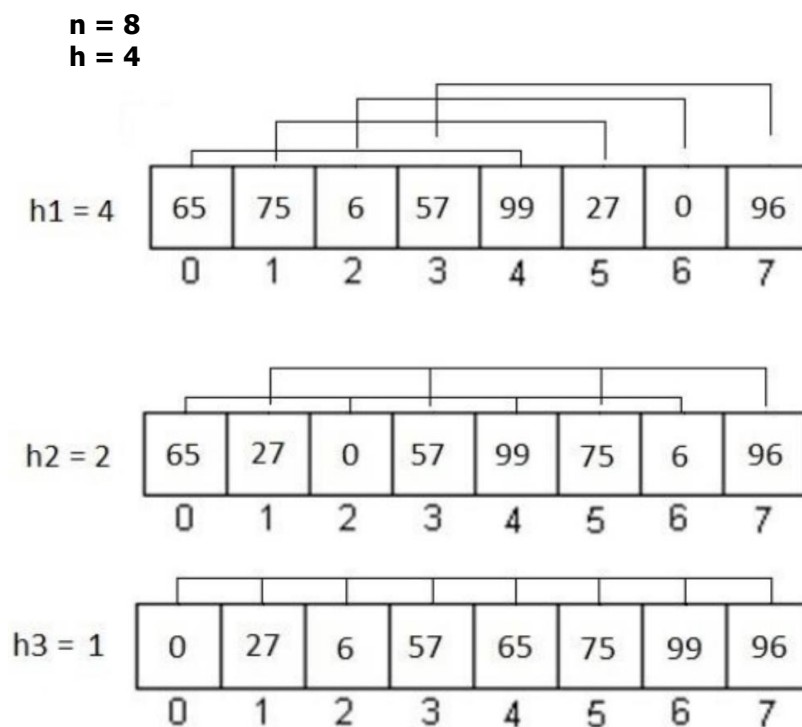
Alguns conceitos importantes:

- **Ordenação interna:** todos os dados estão em memória principal (RAM). Portanto, todos os elementos a serem ordenados cabem na memória principal e qualquer registro pode ser imediatamente acessado.
- **Ordenação externa:** memória principal não cabe todos os dados. Portanto, devem estar armazenados em memória secundária (disco) e os registros são acessados sequencialmente ou em grandes blocos.
- **Estabilidade:** um algoritmo é estável se a ordem relativa dos registros com a mesma chave não se altera após a ordenação (mantém a ordem de inserção).
- **Adaptabilidade:** um algoritmo é adaptável quando a sequência de operações realizadas depende da entrada. Inversamente, quando um algoritmo que sempre realiza as mesmas operações, independente da entrada, é não adaptável.
- **In-place:** é quando necessita de uma estrutura auxiliar para realizar a ordenação (comparações e movimentos).
- A quantidade de comparação e a troca realizadas por um algoritmo são os fatores que determinam a eficiência (ou ineficiência) do mesmo.

Ordenação por inserção

Shell sort

- É o mais eficiente algoritmo de classificação dentre os de complexidade quadrática.
- Extensão (ou refinamento) do algoritmo de ordenação por inserção direta (Insertion sort).
- O algoritmo de ordenação de Shell (nome de seu inventor Donald Shell) foi um dos primeiros a baixar a complexidade de $O(N^2)$.
- Ordenação por inserção só troca itens adjacentes para determinar o ponto de inserção. O método de Shell contorna este problema, permitindo trocas de registros distantes.
 - Se o menor item estiver na posição mais a direita no vetor então o número de comparações e movimentações é igual a $n-1$ para encontrar o seu ponto de inserção.
- Portanto, O Shell sort difere do método de inserção direta pelo fato de no lugar de considerar o array a ser ordenado como um único segmento, ele considera vários segmentos sendo aplicado o método de inserção direta em cada um deles.
 - O algoritmo passa várias vezes pela lista dividindo o grupo maior em menores.
 - Nos grupos menores é aplicado o método da ordenação por inserção.
- Funcionamento:
 - O algoritmo usa uma sequência de incrementos e ordena os elementos cuja distância é igual a este incremento.
 - Cada incremento não deve ser múltiplo do anterior.
 - A cada etapa o incremento vai diminuindo até chegar a 1, ao final de uma etapa com incremento h , dizemos que o conjunto está h -ordenado.
 - Uma importante propriedade deste algoritmo é que para $h_1 < h_2$ um conjunto h_1 -ordenado, que é submetido a uma ordenação com incremento h_2 , permanece h_1 -ordenado. A figura ilustra a ideia do algoritmo.



- Método proposto por D. L. Shell que propõe a ordenação dos elementos distantes h posições. Este parâmetro h é uma sequência que sempre termina em 1. Ele não apresenta regra fixa para ser definida, sendo que em várias situações o resultado esperado pode não ocorrer.
- A ideia do método é rearranjar a lista de tal forma que fiquem ordenados os elementos que ocupam posições que diferem entre si por um passo h constante. Na verdade, a lista passa a consistir em sub listas ordenadas com elementos espaçados de h posições. Essa tal lista se diz h -ordenação.

```

Função ShellSort(A, n)
    aux, i, j, h = n/2;
    Enquanto h > 0
        i = h;
        Enquanto i < n
            aux = A[i]
            j = i;
            Enquanto j >= h && aux < A[j - h]
                A[j] = A[j - h];
                j = j - h;
            A[j] = aux;
            i = i + 1;
        h = h/2;

```

Características do Shell sort

- Bom para ordenar um número moderado de elementos
- Quando encontra um arquivo parcialmente ordenado, trabalha menos

Shell sort	
classe	Algoritmo de ordenação
estrutura de dados	Array, Listas ligadas
complexidade pior caso	depende da sequência do gap. Melhor conhecida: $O(n \log_2 n)$
complexidade caso médio	depende da sequência do gap
complexidade melhor caso	$O(n)$
complexidade de espaços pior caso	$O(n)$

Vantagens do Shell sort

- Shellsort é uma ótima opção para arquivos de tamanho moderado
- Sua implementação é simples e requer uma quantidade de código pequena

Desvantagens do Shell sort

- O tempo de execução do algoritmo é sensível à ordem inicial do arquivo
- O método não é estável, pois ele nem sempre deixa registros com chaves iguais na mesma posição relativa.

Vídeos sobre o Shell sort:

- <https://www.youtube.com/watch?v=c1tRyovhb3I>

Vamos praticar?

QUESTÃO 01

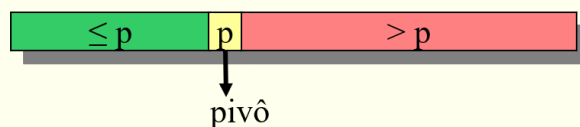
Implemente na linguagem C o algoritmo de ordenação Shell sort. Utilize uma função auxiliar para implementar a ordenação.

Ordenação por troca

Quick sort

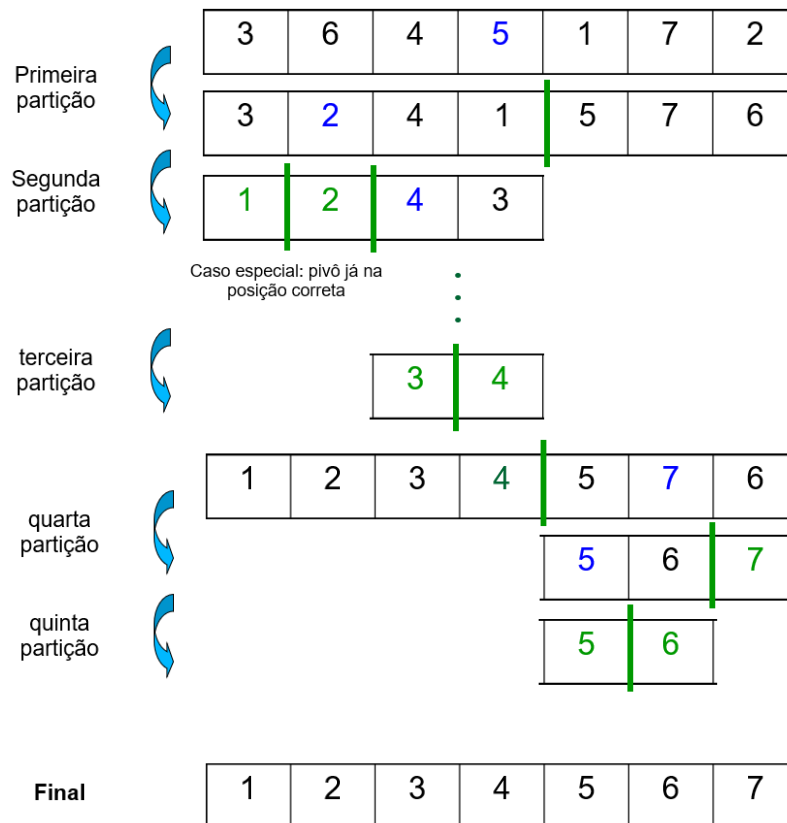
- É o algoritmo mais eficiente que existe para uma grande variedade de situações. Provavelmente é o mais utilizado.
- O algoritmo é recursivo, o que demanda uma pequena quantidade de memória adicional
- Pior caso realiza $O(n^2)$ operações.
- Basicamente a operação do algoritmo pode ser resumida na seguinte estratégia:
 - divide sua lista de entrada em duas sub-listas a partir de um pivô, para em seguida realizar o mesmo procedimento nas duas listas menores até uma lista unitária.
- O principal cuidado a ser tomado é com relação à escolha do pivô
 - A escolha do elemento do meio do arranjo melhora o desempenho quando o arquivo está total ou parcialmente ordenado
 - O pior caso tem uma probabilidade muito pequena de ocorrer quando os elementos forem aleatórios
 - Eficiência: mediana de três: *Geralmente se usa a mediana de uma amostra de três elementos para evitar o pior caso*
- Usar inserção em partições pequenas melhora o desempenho significativamente.
 - Funcionamento:
 - A ideia básica é dividir o problema de ordenar um conjunto com n itens em dois sub-problemas menores.
 - Os problemas menores são ordenados independentemente.
 - Os resultados são combinados para produzir a solução final.
 - A parte mais delicada do método é o processo de partição.
 - O vetor $v[\text{esq}..\text{dir}]$ é rearranjado por meio da escolha arbitrária de um pivô x .
 - O vetor v é particionado em duas partes:
 - Parte esquerda: chaves $\leq x$.
 - Parte direita: chaves $\geq x$.
 - Ideia: Dividir e Conquistar
 - Algoritmo para o particionamento:
 - 1. Escolha arbitrariamente um pivô x .
 - 2. Percorra o vetor a partir da esquerda até que $v[i] \geq x$.
 - 3. Percorra o vetor a partir da direita até que $v[j] \leq x$.
 - 4. Troque $v[i]$ com $v[j]$.
 - 5. Continue este processo até os apontadores i e j se cruzarem.
 - Ao final, do algoritmo de partição:
 - Vetor $v[\text{esq}..\text{dir}]$ está particionado de tal forma que:
 - Os itens em $v[\text{esq}], v[\text{esq} + 1], \dots, v[j]$ são menores ou iguais a x ;
 - Os itens em $v[i], v[i + 1], \dots, v[\text{dir}]$ são maiores ou iguais a x .

Divisão: escolher um **pivô**. Dividir o array em duas partes em torno do **pivô**.



Conquista: Recursivamente ordenar os dois sub-arrays.

Combinação: Trivial.



Características do Quick sort

- É um algoritmo de comparação que emprega a estratégia de "divisão e conquista".
- A ideia básica é dividir o problema de ordenar um conjunto com n itens em dois problemas menores.
- Os problemas menores são ordenados independentemente e os resultados são combinados para produzir a solução final.

Quicksort	
classe	Algoritmo de ordenação
estrutura de dados	Array, Listas ligadas
complexidade pior caso	$O(n^2)$
complexidade caso médio	$O(n \log n)$
complexidade melhor caso	$O(n \log n)$
complexidade de espaços pior caso	$O(n)$
ótimo	Não
estabilidade	não-estável

Vantagens do Quick sort

- É extremamente eficiente para ordenar arquivos de dados.
- Necessita de apenas uma pequena pilha como memória auxiliar.
- Requer $O(n \log n)$ comparações em média (caso médio) para ordenar n itens.

Desvantagens do Quick sort

- Tem um pior caso $O(n^2)$ comparações.
- Sua implementação é delicada e difícil:
- Um pequeno engano pode levar a efeitos inesperados para algumas entradas de dados.
- O método não é estável.

Vídeos sobre o Quick sort:

- <https://www.youtube.com/watch?v=GqVRiqNI1UA>
- <https://www.youtube.com/watch?v=Ge5MvrOkN8U>

Vamos praticar?

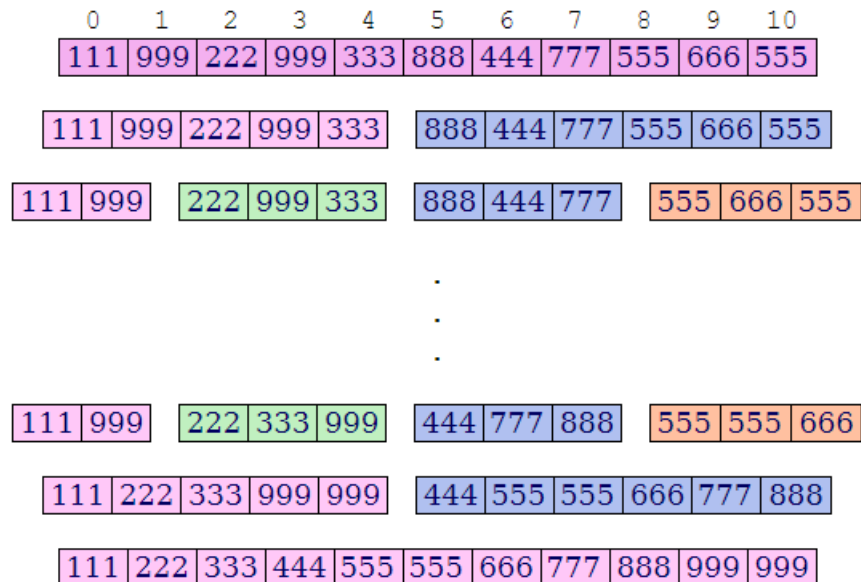
QUESTÃO 02

Implemente na linguagem C o algoritmo de ordenação Quick sort. Utilize uma função auxiliar para implementar a ordenação.

Ordenação por intercalação

Merge sort

- Criado por C.A.R. Hoare (em 1960), é um método de ordenação muito rápido e eficiente.
- Princípio:
 - Parte o arranjo em dois.
 - Intercala dois arranjos independentes.
- Ou seja,
- Método que consiste em Dividir a entrada em conjuntos menores
 - Resolve cada instância menor de maneira recursiva
 - Reuni as soluções parciais para compor a solução do problema original.



Características do Merge sort

- Dividir: Calcula o ponto médio do vetor e divide.
- Conquistar: Recursivamente, resolve dois sub-problemas, cada um de tamanho $n/2$.
- Combinar: Unir os sub-vetores em um único conjunto ordenado.

Merge sort	
classe	Algoritmo de ordenação
estrutura de dados	Array, Listas ligadas
complexidade pior caso	$\Theta(n \log n)$
complexidade caso médio	$\Theta(n \log n)$
complexidade melhor caso	$\Theta(n \log n)$ típico, $\Theta(n)$ variante natural
complexidade de espaços pior caso	$\Theta(n \log n)$

Vantagens do Merge sort

- Pior caso: $O(n \log n)$
- Só precisa acesso sequencial aos dados.
- Boa opção quando dados estão em lista encadeada.
- Fácil implementação.
- Indicado para aplicações que exigem restrição de tempo (executa sempre em um determinado tempo para um dado n)

Desvantagens do Merge sort

- Por utilizar funções recursivas, o algoritmo necessita de memória extra (auxiliar).
- O algoritmo cria uma cópia do vetor para cada nível da chamada recursiva, totalizando um uso adicional de memória igual a $(n \log n)$.

Vídeos sobre o Merge sort:

- <https://www.youtube.com/watch?v=-UsrwCcTrzY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=PKCMMSXQyJE>

Vamos praticar?**QUESTÃO 03**

Implemente na linguagem C o algoritmo de ordenação Merge sort. Utilize uma função auxiliar para implementar a ordenação.

REFERÊNCIAS SUPLEMENTAR

Juliano Schimiguel. **Algoritmos de ordenação: análise e comparação.** Disponível em:
<https://www.devmedia.com.br/algoritmos-de-ordenacao-analise-e-comparacao/28261>

W. Celes e J.L. Rangel. **Ordenação.** Disponível em:
<http://www.ic.unicamp.br/~ra069320/PED/MC102/1s2008/Apostilas/Cap15.pdf>

EXERCÍCIOS

QUESTÃO 04

O trecho de algoritmo a seguir corresponde ao método de ordenação do tipo:

```
1  declare X[5], n, i, aux numérico
2  para n ← 1 até 5 faça
3    início
4      para i ← 0 até 3 faça
5        início
6          se (X [i] > X[i+1] )
7            então início
8              aux X[i]
9              X [i] ← X[i + 1]
10             X[i+1] ← aux
11        fim
12    fim
13  fim
```

- a) Quick sort.
- b) Merge sort.
- c) Bubble sort.
- d) Insertion sort.
- e) Selection sort.

QUESTÃO 05

O seguinte algoritmo, chamado ordena, implementa um conhecido método de ordenação para listas seqüenciais:

```
ordena (int vet[], int n) {
    int i, j, pos, aux;
    para ( i = 0; i < n - 1; i++) {
        pos = i;
        para ( j = i + 1; j < n; j++ )
            se ( vet [pos] > vet [j] )
                pos = j;
        se ( pos <> i ) {
            aux = vet[i];
            vet[i] = vet[pos];
            vet[pos] = aux;
        }
    }
}
```

Se o algoritmo for executado recebendo como parâmetros {5, 3, 1, 2, 4} e 5, quantas trocas são efetuadas e em que sentido é feita a ordenação (crescente ou decrescente)?

- a) 5, crescente.
- b) 6, crescente.
- c) 9, crescente.
- d) 4, decrescente.
- e) 7, decrescente.

QUESTÃO 06

Considere o seguinte algoritmo, responsável por realizar a ordenação de um array de dados.

```

public int[] mySortingAlgorithm (int[] data){
    int size = data.length;
    int tmp = 0;
    for(int i = 0; i < size; i++){
        for(int j = (size-1); j >= (i+1); j--){
            if(data[j] < data[j-1]){
                tmp = data[j];
                data[j] = data[j-1];
                data[j-1] = tmp;
            }
        }
    }
    return data;
}

```

Podemos afirmar que o método de ordenação utilizado pelo algoritmo é o:

- a) quickSort;
- b) insertionSort;
- c) mergeSort;
- d) shellSort;
- e) bubbleSort.

QUESTÃO 07

Observe o código abaixo, que busca o maior elemento de um vetor $v[0..n-1]$.

```

int max(int n, int v[])
{
    int j, x = v[0];
    for (j = 1; j < n; j += 1)
        if (x < v[j]) x = v[j];
    return x;
}

```

A complexidade de tempo desse algoritmo é:

- a) $O(\log n)$
- b) $O(n)$
- c) $(n \log n)$
- d) $O(1)$
- e) (n^2)

QUESTÃO 08

Qual é o tipo de algoritmo de ordenação que tem como princípio percorrer o vetor diversas vezes, a cada passagem fazendo o maior elemento se mover para o final da estrutura?

- a) Double sort
- b) Heap sort
- c) Merge sort
- d) Bubble sort
- e) Insertion sort

QUESTÃO 09

Correlacione os algoritmos internos de ordenação de listas da coluna à esquerda com sua descrição, na coluna à direita.

- 1) Bubblesort.
- 2) Ordenação por Seleção
- 3) Ordenação por Inserção
- 4) Shellsort
- 5) Quicksort

() Escolhe-se um pivot e particiona-se a lista em duas sublistas: uma com os elementos menores que ele e outra com os maiores, que, ao serem ordenadas e combinadas com o pivot, geram uma lista ordenada. O processo é aplicado às partições para ordená-las. Embora tenha uma complexidade de pior caso de $O(n^2)$, no caso médio é de $O(n \log n)$.

() Encontra-se o menor item do vetor. Troca-se com o item da primeira posição do vetor. Repetem-se essas duas operações com os $n - 1$ itens restantes, depois com os $n - 2$ itens, até que reste apenas um elemento.

() Método preferido dos jogadores de cartas. A cada momento existem duas partes na lista: uma ordenada (destino) e outra não ordenada (fonte). Inicialmente a lista destino tem apenas o primeiro elemento, e a fonte os demais elementos. Em cada passo a partir de $i=2$, seleciona-se o i -ésimo item da lista fonte. Deve-se colocá-lo no lugar apropriado na lista destino, de acordo com o critério de ordenação.

() É uma extensão de um outro algoritmo de ordenação conhecido e permite trocas de elementos distantes um do outro, não necessariamente adjacentes. Os itens separados de h posições são rearranjados. Todo h -ésimo item leva a uma lista ordenada. Tal lista é dita estar h -ordenada.

() Varre-se a lista trocando-se de posição os elementos adjacentes fora de ordem. Varre-se a lista até que não haja mais trocas e, neste caso, a lista está ordenada.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- a) 1, 2, 3, 4, 5.
- b) 5, 2, 3, 4, 1.
- c) 1, 4, 5, 3, 2.
- d) 5, 4, 2, 3, 1.
- e) 1, 3, 2, 4, 5.

QUESTÃO 10

Quantas comparações e trocas de posição ocorrerão se utilizarmos o algoritmo Bubble Sort para ordenar do menor para o maior valor o vetor $[60, 32, 45, 5, 6, 2]$, respectivamente:

- a) 10 e 4.
- b) 15 e 13.
- c) 25 e 15.
- d) 22 e 12.
- e) 12 e 9.

QUESTÃO 11

O algoritmo de ordenação denominado quicksort é baseado na partição do arquivo em duas partes, a partir de um elemento arbitrariamente escolhido que termina localizado na sua posição final. Cada uma das partes é então ordenada independentemente, aplicando-se o algoritmo recursivamente, até que todo o arquivo esteja ordenado.

Analisar as mudanças na disposição dos elementos de um vetor com 10 elementos que é submetido ao processo de partição.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	S	O	R	T	I	N	B	C	E
A	C	O	R	T	I	N	B	S	E
A	C	B	R	T	I	N	O	S	E
A	C	B	E	T	I	N	O	S	R

O elemento arbitrariamente escolhido foi aquele que estava na posição:

- a) 1
- b) 5
- c) 8
- d) 9
- e) 10

QUESTÃO 12

Utilizando o algoritmo Shell sort, obtenha o número de comparações e movimentações em cada passo (h e i) para os seguintes vetores

- 45,56,12,43,95,19,8,67
- 8,12,19,43,45,56,67,95
- 95,67,56,45,43,19,12,8
- 19,12,8,45,43,56,67,95

QUESTÃO 13

Escreva uma função que receba vetores disjuntos $x[0..m-1]$ e $y[0..n-1]$, ambos em ordem crescente, e produza um vetor $z[0..m+n-1]$ que contenha o resultado da intercalação dos dois vetores dados. Escreva duas versões da função: uma iterativa e uma recursiva.

Any fool can write code that a computer can understand.

Good programmers write code
that humans can understand.

— Martin Fowler,

Refactoring: Improving the Design of Existing Code