MAT

ticlass

ENSAYO MATEMÁTICA PSU

# Ensayo Online II 2019

Videos por **Nicolás Melgarejo Sabelle** 

TICLASS 2019 ACTUALIZACIÓN: October 4, 2019



## 1 Presentación

Una de las actividades obligadas para preparar la Prueba de Selección Universitaria, es realizar los ensayos del DEMRE, ya que son las pruebas más cercanas a la real que podemos encontrar.

Es recomendable comenzar con los modelos del año 2015 en adelante, los cuales presentan un orden de dificultad creciente y también una actualización curricular progresiva.

A continuación te presentamos un modelo DEMRE donde hemos añadido las **resoluciones en vídeo por cada pregunta**. Lo ideal es que puedas resolver el ensayo por tu cuenta y, al finalizar, revisar las resoluciones propuestas en video para complementar tus estrategias y resolver las dudas en casos que no sepas cómo abordar la pregunta.

# 2 Programa PSU online

Porque sabemos que somos el mejor preuniversitario del condado (13 PTJES NACIONALES Admisión 2018 - 2019; 248 PTJES PSU SOBRE 800 Admisión 2019; 4.336 PTJES PSU SOBRE 700 Admisión 2019), te dejamos usar nuestra plataforma de manera **gratuita**, para que la pruebes y te convenzas de que nos necesitas.



## 2.1 ¿Qué encontraré en el programa?

- CUMPLE TUS METAS Sube más de 150 puntos en la PSU.
- TODAS LAS ASIGNATURAS Incluye programas diferenciado TP, Ciencias e Historia.
- CALENDARIO DE ESTUDIO Te diremos qué estudiar y cuándo hacerlo.
- CLASES EN VIVO Es como si fueras al preuniversitario, ¡pero desde la comodidad de tu casa!
- MINI ENSAYOS PSU Que te ayudarán a saber si has aprendido los conceptos fundamentales.
- CLASES OPTIMIZADAS Lecciones de 5-7 minutos para que no pierdas tiempo y estudies lo que necesitas
- RESOLUCIÓN DE DUDAS PSU Que son respondidas por nuestros profesores y comunidad.
- RESOLUCIONES DEMRE EN VIDEO Somos los únicos que tenemos resueltos todos los modelos de todas las asignaturas.
- MATERIAL DESCARGABLE Para imprimir y rayar.

## 2.2 Los más altos puntajes

En Chile, superamos todas nuestras expectativas! El aumento promedio de nuestros estudiantes que terminaron el curso PSU 2018, fue de 150 puntos, muchos de ellos consiguieron entrar a estudiar las carreras que querían y donde querían. ¡Amamos a nuestra comunidad!

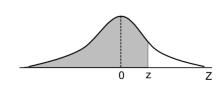
Estamos seguros que este nuevo periodo superaremos estos resultados ¿te unes a ser parte de ellos? COMIENZA AHORA!



# 3 Instrucciones específicas

- **1.** A continuación encontrará una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios.
- 2. Las figuras que aparecen en el modelo son solo indicativas.
- **3.** Los gráficos que se presentan en este modelo están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
- **4.** Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son equiprobables de salir.
- **5.** En esta prueba, las dos opciones de una moneda son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
- **6.** Los números complejos i y i son las soluciones de la ecuación  $x^2 + 1 = 0$ .
- 7. Si z es un número complejo, entonces  $\bar{z}$  es su conjugado y |z| es su módulo.
- **8.** Si Z es una variable aleatoria continua, tal que  $Z \sim N(0, 1)$  y donde la parte sombreada de la figura representa a  $P(Z \le z)$ , entonces se verifica que:

z	$P(Z \le z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



# 4 Símbolos matemáticos

< es menor que

> es mayor que

 $\leq\,$  es menor o igual a

 $\geq$  es mayor o igual a

∡ ángulo

log logaritmos en base 10

Ø conjunto vacío

In logaritmo en base e

∪ unión de conjuntos

A<sup>c</sup> complemento del conjunto A

 $\cong$  es congruente con

 $\sim$  es semejante con

⊥ es perpendicular a

≠ es distinto de

∥ es paralelo a

∈ pertenece a

AB trazo AB

IxI valor absoluto de x

x! factorial de x

∩ intersección de conjuntos

u vector u



# **Preguntas**

**1.** (0,1:0,01) + 0,001 =

(DEMRE 2018)

Resolución



- A) 0,101
- B) 9,09
- C) 0,002
- D) 10,001
- E) 0,01

2. En la recta numérica, ¿cuál de los siguientes números racionales se encuentra más cercano al número uno?



Resolución

- A)  $\frac{3}{2}$
- B)
- C)
- D)
- E)

3. ¿Cuál de los siguientes es un número racional que NO es un número entero? (DEMRE 2018)

Resolución



- A) 1,9

- D)  $\frac{0,\overline{24}}{0,\overline{08}}$



**4.** El resultado de  $(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{7})$ , truncado a la décima es

(DEMRE 2015)

Resolución



- A) 0,1
- B) 0,2
- C) 0,3
- D) 0,8
- E) 0,7
- **5.** Si X es la mejor aproximación por defecto a la centésima de 2,64575131 e Y es la aproximación por redondeo a la décima de 3,16227766, entonces el valor de (X + Y) es

(DEMRE 2017)

- A) 5,84
- B) 5,74
- C) 5,75
- D) 5,85
- E) 5,76

Resolución



- **6.** ¿Cuál de las siguientes expresiones es **siempre** igual a  $(p^{n-m-1})^2$  con  $p \neq 0$  (DEMRE 2019)
  - A)  $p^{n^2-m^2-1}$
  - B)  $p^{2n} p^{2m} p^2$
  - C)  $\frac{p^{n^2}}{p^{(m+1)^2}}$
  - D)  $p^{(n-m-1)^2}$
  - E)  $\frac{p^{2n}}{p^{2(m+1)}}$

Dooglusión





7. Mario planea viajar de la ciudad M a la ciudad N, para lo cual deberá recorrer en su auto 1,344 · 10<sup>6</sup> m en tres días, de modo que cada día recorrerá la misma distancia. Si el primer día Mario recorrerá, adicionalmente a lo que va a recorrer en un día, 11 km en su auto para conocer el pueblo donde parará a descansar, ¿cuántos metros recorrerá durante el primer día en su auto, sabiendo que éste lo usará solo para los dos motivos mencionados?





- A) 11.000,448 · 10<sup>6</sup>
- B) 11,448 · 10<sup>6</sup>
- C)  $4,59 \cdot 10^5$
- D) 4,48011 · 10<sup>5</sup>
- E) 0,814 · 10<sup>10</sup>
- **8.** Si se ordenan de menor a mayor los siguientes números:  $\sqrt{5}$ ,  $2\sqrt{3}$ ,  $3\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{7}$ , y  $\frac{11}{3}$  entonces el término del medio es





- A)  $\sqrt{5}$
- B)  $2\sqrt{3}$
- C)  $3\sqrt{2}$
- D)  $\sqrt{7}$
- E)  $\frac{11}{3}$
- 9. ¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera?





- A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$
- B)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2} < \frac{6}{2}$
- C)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$
- D)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2} > \sqrt{3}+\sqrt{2}$
- E)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$



**10.** Si x es un número real mayor que 1, entonces  $(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2$  es igual a (DEMRE 2017)



- A) 0
- B) 2
- C)  $2x \sqrt{x^2 1}$
- D)  $2x 2\sqrt{x^2 1}$
- E) 2x
- **11.** Si  $\log \sqrt{m} = p$  y  $\log b^5 = q$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es siempre igual a  $\log \sqrt{mb}$ ?



- A)  $p + \frac{q}{10}$
- B)  $p + \frac{q}{5}$
- C)  $p + \frac{\sqrt[5]{q}}{2}$
- D)  $\frac{pq}{5}$
- E)  $\frac{pq}{10}$
- **12.** Sea *p* un número entero positivo múltiplo de 6, *q* un número entero positivo múltiplo de 12, *r* un número divisor de 6 y *s* un número divisor de 12. ¿Cuál de las siguientes expresiones tiene por resultado siempre un número racional **NO** entero?



- A)  $\frac{p}{s}$
- B)  $\frac{r}{q}$
- C)  $\frac{q}{p}$
- D)  $\frac{s}{r}$
- E)  $\frac{s}{q}$



13. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) SIEMPRE verdadera(s)?

I) Si Py Q son números irracionales, entonces  $P \cdot Q$  es un número irracional.



- II) Si P y Q son números irracionales, entonces (P+Q) es un número irracional.
- III) Si P es un número irracional y Q es un número entero positivo, entonces  $\frac{P}{Q}$  es un número irracional.
- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.
- **14.** Sea *n* un número entero positivo mayor que 64, se puede determinar el valor del número complejo  $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + \cdots + i^{n-1} + i^n$ , si:



- (1) n es un número par.
- (2) Se conoce el resto al dividir n por 64.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



**15.** Con respecto a los números complejos  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  representados en el plano complejo de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)? (DEMRE

I) 
$$z_1 = -z_2$$



II) 
$$z_3 = \overline{z_1}$$

8

III)  $z_2 = \overline{z_3}$ 



- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) Ninguna de ellas.



**16.** Sean ay b números enteros distintos de cero y n un número entero positivo. La ecuación  $ax^2 - b^n = 0$ , en x, tiene como solución siempre números complejos de la forma p + qi, con p y q números reales y  $q \neq 0$ , si (DEMRE 2018)

E 2018) Resolución



- A) a < 0 y n es un número impar.
- B) a > 0 y n es un número impar.
- C) a < 0 y n es un número par.
- D) b < 0 y n es un número impar.
- E) b < 0 y n es un número par.
- **17.** Para p y q números enteros, se puede determinar que la solución de la ecuación px + qx = c, en x, es un número entero positivo, si se sabe que:

Resolución



- (1) p y q dividen a c.
- (2)  $(p+q) \cdot c > 0$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional
- **18.** En un juego del casino, donde solo se gana o solo se pierde, Maximiliano apostó  $(m-a)^3$  veces y ganó  $(m+a)^3$  veces. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la cantidad de veces que perdió Maximiliano?

Resolución



- A)  $-2a^{3}$
- B) -6ma
- C)  $-6ma^2$
- D)  $-6m^2a 2a^3$
- E)  $-8a^3$



**19.** Un técnico cobra un cargo fijo de \$ 17.000 más \$ 1.500 por hora de trabajo. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro, en pesos, para un trabajo de **n** horas de este técnico?

A) 
$$g(n) = 17.000n + 1.500$$

B) 
$$f(n) = 17.000 + 1.500n$$

C) 
$$h(n) = 18.500n$$

D) 
$$p(n) = 17.000 \cdot 1.500n$$

E) 
$$q(n) = n + 18.500$$

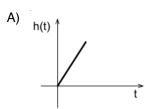
**20.** ¿Cuál(es) de las siguientes relaciones se puede(n) escribir como una función de la forma f(x) = kx, con k una constante y con dominio el conjunto de los números reales positivos?

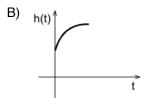


- I) La longitud de una circunferencia en función de su radio.
- II) La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles en función de su cateto.
- III) La medida de un lado de un triángulo equilátero en función de su área.
- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



21. Una bomba comienza a llenar con agua un estangue cilíndrico de base horizontal y plana, a caudal constante. Si inicialmente el estanque contenía 2m3 de agua, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor la altura h(t), en m, que alcanza el nivel de aqua en el estanque, después de t segundos desde que se comenzó a llenar?





Resolución



- C) 'h(t) 1
- h(t) ť

D) |<sub>h(t)</sub>

**22.** Sea la función f, cuyo dominio es el conjunto  $\{1, 2, 3\}$ , definida por f(x) = x - 1, sea la función g, con dominio el conjunto  $\{0, 1, 2, 3\}$ , definida por g(x) = x + 1 y sea la función h con dominio el conjunto de los números enteros definida por h(x) = 3. ¿Para cuál de las siguientes funciones el 3 NO es parte del dominio? (DEMRE 2017)



B) 
$$g \circ (h \circ f)$$

C) 
$$f \circ (h \circ g)$$

D) 
$$g \circ (f \circ h)$$

E)  $h \circ (g \circ f)$ 

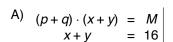




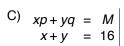
- **23.** Sean a, b y p números reales, tales que a > b y  $p = \frac{a^2 b^2}{a^2 2ab + b^2}$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?
  - A) p = 1
  - B) Si b < 0, entonces p < 1.
  - C) p > 1
  - D) Si b > 0, entonces p < 1.
  - E) p = 0
- **24.** Jorge retira del banco \$6.540.000 en billetes de \$5.000 y de \$20.000 . Si le entregaron en total 450 billetes, ¿cuántos billetes de \$20.000 recibió?



- B) 164
- C) 280
- D) 225
- E) 286
- **25.** El precio de un artículo es \$M, el cual es cancelado con 16 monedas de dos tipos, x de un tipo e y del otro tipo, cuyos valores son de \$p y \$q, respectivamente. ¿Cuál de los siguientes sistemas, al resolverlo, da como solución siempre la cantidad de monedas de cada valor utilizadas para cancelar el artículo?.



B) 
$$px + qy = M$$
  
 $(p+q) \cdot (x+y) = 16$ 



$$\begin{array}{ccc} (x+y) &=& M \\ xp+yq &=& 18 \end{array}$$









**26.** Sea la función  $f(x) = \sqrt{x - h} + k$ , con dominio el intervalo  $[h, \infty[$  Si h y k son números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?



- I) El recorrido de f es el intervalo [h, $\infty$ [.
- II) Si k > 0 y h < 0, entonces la gráfica de f se encuentra solo en el segundo cuadrante.
- III) El mínimo valor que alcanza f es k.
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III
- **27.** Sean las funciones  $f(x) = x^4$  y  $g(x) = x^2$ , con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál es el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad  $f(x) \le g(x)$ ? **siempre** verdadera?
  - A)  $\mathbb{R}$
  - B) ]  $-\infty$ ,  $-1[\cup]1$ ,  $\infty[$
  - C) ]-1,1[
  - D) [0, 2]
  - E) [-1, 1]
- **28.** Las soluciones de la ecuación  $3(x-2)^2 = 7$  están representadas en

(DEMRE 2015)

- A)  $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
- B)  $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- C)  $2\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$
- D)  $\frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$
- E)  $\frac{2\pm\sqrt{7}}{3}$



**29.** En un terreno rectangular de largo 4x metros y ancho (2x + 2) metros se construye una piscina rectangular de (3x + 2) metros de largo y (2x - 2) metros de ancho y se embaldosa el resto del terreno. Si x > 2 y el área de la región embaldosada es 136 metros cuadrados, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el valor de x? (DEMRE



A) 
$$(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 4) = 136$$

B) 
$$(8x^2 + 2) - (6x^2 - 4) = 136$$

C) 
$$(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 2x - 4) = 136$$

D) 
$$(8x^2 + 2) - (6x^2 - 10x - 4) = 136$$

E) 
$$(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 10x - 4) = 136$$

- **30.** Si el eje y es el eje de simetría de una parábola asociada a una función cuadrática con dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)? (DEMRE 2019)



- I) El vértice de la parábola pertenece al eje y.
- II) La recta que pasa por un punto de la parábola y por el vértice de ella tiene pendiente positiva.
- III) Una recta paralela al eje de simetría de la parábola la intersecta en un solo punto.

14

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



31. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a la función f definida por  $f(x) = x^2 - 8$ , para  $x > \sqrt{8}$ ?



- I) Modela el área de un rectángulo de lados  $(x \sqrt{8})$  cm y  $(x + \sqrt{8})$ .
- II) Modela el área de un cuadrado de lado  $(x \sqrt{8})$  cm.
- III) Modela el área que queda de restar el área de un cuadrado de lado  $\sqrt{8}$ cm al área de un cuadrado mayor de lado x cm.
- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III
- 32. El sistema de inecuaciones

$$ax + 1 \le 0$$
  
 $x + a \ge 0$ 

tiene un conjunto solución NO vacío, si se sabe que:

(1) 
$$a^2 < 1$$

(2) 
$$a < 0$$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

(DEMRE 2017)





- **33.** Sea f una función, con dominio el conjunto de los números reales, definida por  $f(x) = mx^n$ , con m un número real distinto de cero y n un número entero positivo, tal que  $0 < n \le 3$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- Resolución



- A) Para cualquier *m* y *n*, las gráficas de las funciones tienen un eje de simetría.
- B) Si f(a) = f(b), entonces a = b, para todo n y m.
- C) La función f no puede ser decreciente.
- D) Si para n = 1 se tiene que f se denota por g, para n = 2 se tiene que f se denota por h y para n = 3 se tiene f se denota por f, entonces hay al menos un punto donde se intersectan las gráficas de g, f y f.
- E) Para m < 0 y para n un número par, el recorrido de f es el conjunto de los números reales positivos.
- **34.** Sea  $f^{-1}$  la función inversa de **f**. Si en la figura adjunta se representa la gráfica de la función  $f^{-1}$ , ¿cuál de los gráficos presentados en las opciones representa la gráfica de **f**?

Resolución



 $\begin{array}{c|c}
 & f^{-1} \\
\hline
 & 1 \\
\hline
 & X
\end{array}$ 

A)

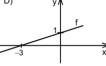


B)



C)





E)





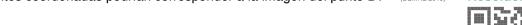
**35.** En la ecuación  $(ax-bx)(a-b) = a^2 - b^2$  con a y b números reales tal que  $a \ne b$ , se puede determinar el valor numérico de x, si se sabe que:



- (1) a = 2b
- (2) El 20% de (a + b) es 2.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional
- **36.** Si a los números mayores que 1 y menores que 3 se les resta p y luego se divide por el número entero negativo b, entonces los números que se obtienen son **siempre** mayores que



- A) 1
- B)  $\frac{3+p}{b}$
- C)  $\frac{3-p}{b}$
- D)  $\frac{1-p}{b}$
- E)  $\frac{1+p}{b}$
- **37.** Considere el triángulo *ABC*, donde dos de sus vértices son *A*(–1, 2) y *B*(–3, 6). Si a este triángulo se le aplica una traslación de modo que la imagen del punto *A* pertenece al eje de las ordenadas y está a la misma distancia del origen que se encuentra *A*, ¿cuál de las siguientes coordenadas podrían corresponder a la imagen del punto *B*?



- A)  $(1, \sqrt{5}-2)$
- B)  $(-2, 4 + \sqrt{5})$
- C)  $(\sqrt{5}-2,4)$
- D)  $(\sqrt{5} + 1, -2)$
- E)  $(-2-\sqrt{5},4)$

Resolución

A DE LES



**38.** En la figura adjunta, al aplicar al triángulo *ABC* una simetría puntual con respecto al origen, se obtiene el triángulo *A'B'C'*. ¿Cuál(es) de las siguientes transformaciones isométricas aplicada(s) al triángulo *A'B'C'*, permite(n) obtener el triángulo *ABC* como imagen?

Resolución

- 3 2 1 1 3 5 x
- I) Una reflexión con respecto al eje y, seguida de una reflexión con respecto al eje x.
- II) Una traslación según el vector (2, 4).
- III) Una rotación en 180° con centro en el origen y en sentido antihorario.
- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III
- **39.** Considere el rectángulo *ABCD*, donde tres de sus vértices son A(b, b), B(a, b) y  $C(a, -\frac{1}{2}b)$ , con a y b números reales tal que ab < 0 y a < b. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el área de este rectángulo?

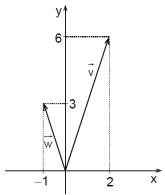


- A)  $\frac{3b(b-a)}{2}$
- B)  $\frac{3b(b+a)}{2}$
- C)  $\frac{b(b+a)}{2}$
- D)  $\frac{b(a-b)}{2}$
- E)  $\frac{3b(a-b)}{2}$

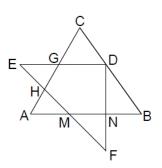


**40.** Si en el plano cartesiano de la figura adjunta se representan  $\overrightarrow{v}$  y  $\overrightarrow{w}$ , entonces  $(2\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w})$  es





- A) (5, 9)
- B) (3, 9)
- C) (-4,0)
- D) (9,5)
- E) ninguno de los vectores anteriores.
- **41.** Los puntos M, N, G y H están en los lados de los triángulos ABC y EDF a la vez, como se muestra en la figura adjunta. Si D pertenece a  $\overline{BC}$ , AM = MN = NB y  $\overline{EF}$  //  $\overline{BC}$  , entonces es **siempre** verdadero que







- A)  $\triangle AMH \cong \triangle MNF$
- B)  $\triangle BND \cong \triangle MNF$
- C)  $\triangle GDC \cong \triangle MNF$
- D)  $\triangle EGH \cong \triangle GCD$
- E)  $\triangle AMH \cong \triangle GDC$



**42.** En la figura, MNPQ es un trapecio isósceles, S pertenece a  $\overline{QN}$  y R pertenece a  $\overline{MP}$ . Si O es la intersección de las diagonales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

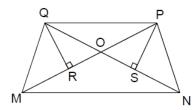


fig. 1

- I)  $\triangle MRQ \cong \triangle NSP$
- II)  $\triangle OSP \cong \triangle NSP$
- III)  $\Delta MOQ \cong \Delta NOP$
- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III
- **43.** En la figura los puntos A, B y C están a igual distancia del punto D y los puntos D y C están a un mismo lado de la recta AB. Si  $\triangleleft ABD = \alpha$ , ¿cuánto debe medir el ángulo ACB para que  $\alpha$  sea siempre menor que  $40^{\circ}$ ?



A

fig. 8

D c

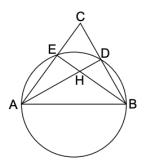
B

- A) Más de 50°.
- B) Menos de 20°.
- C) Menos de 50°.
- D) Más de 40°.
- E) Menos de 100°.



**44.** En la figura adjunta el segmento AB es un diámetro de la circunferencia y las prolongaciones de las cuerdas  $\overline{AE}$  y  $\overline{BD}$  se intersectan en el punto C. Si H es el punto de intersección de las cuerdas  $\overline{AD}$  y  $\overline{BE}$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

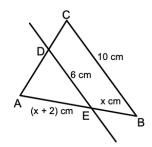




- I)  $\Delta AHE \sim \Delta BHD$
- II) La recta HC intersecta al segmento AB en su punto medio.
- III)  $\triangleleft DBA = \triangleleft EAB$
- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III
- **45.** Si  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , donde  $\overline{AB}$  es homólogo con  $\overline{DE}$ , AB = a cm y DE = 3a cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?
  - A) Si el área del triángulo ABC es 16 cm $^2$ , entonces el área del triángulo DEF es  $48 \, \mathrm{cm}^2$ .
  - B)  $3 \cdot \triangleleft ABC = \triangleleft DEF$
  - C) El perímetro del triángulo ABC es un tercio del perímetro del triángulo DEF.
  - D)  $\overline{AB} / / \overline{DE}$ ,  $\overline{AC} / / \overline{DF}$  y  $\overline{BC} / / \overline{EF}$
  - E) Ninguna de las anteriores.



- **46.** Si dos polígonos son semejantes, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?
- Resolución
- A) La razón entre sus áreas es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.
- B) La razón entre las medidas de sus ángulos es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.
- C) Los polígonos son congruentes.
- D) Los polígonos son regulares.
- E) La razón entre sus perímetros es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.
- **47.** En el triángulo ABC de la figura adjunta, D pertenece a  $\overline{AC}$  y E pertenece a  $\overline{AB}$ . Si  $\overline{DE}$  //  $\overline{BC}$ , ¿cuál es la medida del segmento AE?



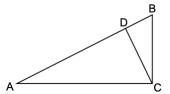


- A) 5 cm
- B) 6 cm
- C) 7 cm
- D) 9 cm
- E) 10 cm

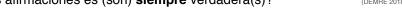


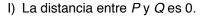
**48.** En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura adjunta, el segmento CD es altura y D pertenece al segmento AB. Si  $AB = 15\sqrt{2}$  cm y BD: DA = 1: 4, ¿cuál es la medida del segmento CD?

Resolución



- A) 2 cm
- B)  $6\sqrt{2}$  cm
- C) 72 cm
- D)  $3\sqrt{10}$  cm
- E)  $6\sqrt{10}$  cm
- **49.** Considere los puntos P(x, y), Q(-x, -y) y O(0, 0), con x e y números enteros. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?





- II) La distancia entre P y O es la misma que la distancia entre Q y O.
- III) Los puntos P, Q y O son colineales.



- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

### Resolución





**50.** Dos rectas del plano se intersectan en un único punto. Se puede determinar que el sistema de ecuaciones,  $\begin{bmatrix} 2x + ay = c \\ bx - 3y = d \end{bmatrix}$  en las variables x e y, representa esta situación, si se sabe que:





- (1)  $a \neq b$
- (2)  $c \neq d$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional
- **51.** Sea la recta L de ecuación y = mx + n. Si  $m \ne 0$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?



- I) La recta de ecuación y = mx + p, con  $p \neq n$ , se puede obtener mediante una traslación de la recta L.
- II) La recta de ecuación y = tx + n, se puede obtener mediante una rotación centrada en (0, n) de la recta L.
- III) La recta de ecuación y = 2mx + 2n, se puede obtener mediante una traslación de la recta L.
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III
- **52.** Si la recta que pasa por los puntos (3, -4) y (4, -3) tiene por ecuación y = mx + n, en x e y, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?



- A) m > 0 y n > 0
- B) m > 0 y n < 0
- C) m < 0 y n > 0
- D) m < 0 y n < 0
- E) m > 0 y n = 0



**53.** El punto B(5,4) se rota en torno al punto A(1,1) en  $90^{\circ}$ , obteniéndose el punto B'. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B'?



A) 
$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$$

B) 
$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$$

C) 
$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$$

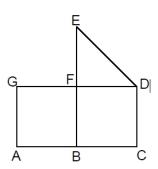
D) 
$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

E) 
$$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$$

**54.** ¿Cuál es el área, en unidades cuadradas, de un triángulo isósceles de vértices A(4,-2,0), B(0,-4,2) y C(0,0,0)?



- A) 10
- B)  $\sqrt{14}$
- C)  $\sqrt{84}$
- D) √336
- E)  $\sqrt{320}$
- **55.** En la figura adjunta, ABFG y BCDF son cuadrados congruentes, con F el punto medio de  $\overline{BE}$ . Si el polígono ACDEFG se hace girar indefinidamente en torno a  $\overline{BE}$ , entonces se obtiene un cuerpo formado por



Resolución



- A) dos cubos y un prisma triangular.
- B) un cilindro y un cono.
- C) un tronco de cono.
- D) dos cilindros y un cono.
- E) un cilindro y una pirámide.



**56.** Sea L la recta del espacio que contiene a los puntos P(-1,1,2) y Q(0,-1,1), y sea  $R(-b^2,b,b^2+1)$  un punto en el espacio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- A) Existe un único valor de *b* para el cual *R* pertenece a *L*.
- B) R no pertenece a L, cualquiera sea el valor de b.
- C) Existen exactamente dos valores de *b* para los cuales *R* pertenece a *L*.
- D) Cualquiera sea el valor de b, R pertenece a L.
- E) Existen al menos dos valores positivos de *b* para los cuales *R* pertenece a *L*.
- **57.** Una ecuación vectorial de la recta L está dada por  $(x,y)=(6,2)+\lambda(2,3)$ , donde  $\lambda$  pertenece al conjunto de los números reales. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a una ecuación cartesiana de la recta L?
  - A) 3x 2y = 14
  - B) 3x 2y = 4
  - C) 3x + 2y = -22
  - D) 3x + 2y = 22
  - E) Ninguna de las anteriores.
- **58.** Considere los vectores  $\overrightarrow{p}(6,-4)$ ,  $\overrightarrow{q}(2,9)$ ,  $\overrightarrow{r}(5,-2)$  y  $\overrightarrow{s}(3,7)$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?



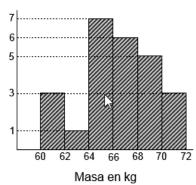
- I) El vector  $(\overrightarrow{q} \overrightarrow{r})$  se encuentra en el segundo cuadrante.
- II) El vector  $(\overrightarrow{s} 2\overrightarrow{p})$  se encuentra en el tercer cuadrante.
- III)  $\overrightarrow{p} + \overrightarrow{q} = \overrightarrow{r} + \overrightarrow{s}$
- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III



**59.** A un grupo de mujeres se le preguntó acerca de su masa corporal. Sus respuestas se resumen en el histograma de la figura adjunta, donde los intervalos son de la forma [a,b[ y el último de la forma [c,d]. Según la información del gráfico es verdadero que, (DEMRE 2017)

Resolución

## Número de mujeres



- A) 7 mujeres fueron entrevistadas en total.
- B) exactamente un 50% de las mujeres entrevistadas tiene una masa corporal que está en el intervalo [64,70].
- C) la mediana de las masas corporales está en el intervalo [66,68[.
- D) las modas de las masas corporales son 65 kg y 71 kg.
- E) solo una de las mujeres entrevistadas tiene una masa corporal menor que 64 kg.
- **60.** En las tablas adjuntas se muestran los resultados obtenidos en dos muestras para la variable M, con p < q < r. Si m es la media aritmética de la muestra A y n es la media aritmética de la muestra B y las medianas de las muestras A y B son S y S, respectivamente, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

Muestra A

Variable M Frecuencia

p 3

q 5

r 4

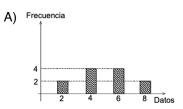
Muestra B											
Variable M	Frecuencia										
р	5										
q	3										
r	4										



- A) m > n, s = t
- B) m > n, s < t
- C) m < n, s > t
- D) m < n, s = t
- E) m = n, s = t

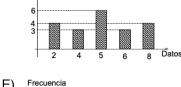


61. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a un conjunto de datos con media igual a 5 y primer cuartil igual a 2?

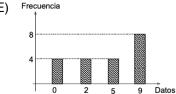




C) Frecuencia



E)



D) Frecuencia

Frecuencia

B)

62. ¿Cuántas muestras distintas de tamaño 2 se pueden extraer de una población de 6 elementos distintos entre sí, si las extracciones se hacen sin reemplazo y con orden?

(DEMRE 2019)

- A) 12
- B) 64
- C) 30
- D) 36
- E) 3

Resolución



- **63.** Sea la población  $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Si desde P se extraen todas las muestras posibles, sin reposición y sin orden, de tamaño 9, y a cada una de ellas se les calcula su promedio, ¿cuál es la suma de todos estos promedios?
  - A) 55
  - B) 55 · 5
  - C) 5
  - D) 5,5 · 5
  - E) 50





- **64.** De una población de n elementos se obtendrán todas las muestras de tamaño m que se pueden formar con ella, con n > m y donde las medias aritméticas de todas las muestras serán distintas. Se puede determinar la media de la población, si se conoce: (DEMRE 2016)
- Resolución



- (1) La media aritmética de cada muestra.
- (2) El valor de n y de m.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional
- **65.** Se tienen dos llaveros: *P* con 4 llaves y *Q* con 2 llaves. En cada llavero solo hay una ll ave que abre la puerta de una bodega. Cada llavero tiene la misma probabilidad de ser elegido y cada llave de ese llavero es equiprobable de ser elegida. Si se escoge un llavero al azar y de él se escoge al azar una llave, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
- Resolución



- I) La probabilidad de que la llave abra la bodega es  $\frac{3}{8}$
- II) La probabilidad de que el llavero escogido sea Q y que la llave no abra la bodega es  $\frac{1}{2}$ .
- III) La probabilidad de que el llavero escogido sea P y que la llave abra la bodega es la mitad de la probabilidad de que el llavero escogido sea Q y que la llave abra la bodega.
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III



**66.** Un curso está compuesto por 30 hombres, de los cuales 10 utilizan frenillos y 20 mujeres, de las cuales 6 no los usan. Si se selecciona a un estudiante del curso al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer y utilice frenillos?



- A)  $\frac{35}{50}$
- B)  $\frac{14}{50}$
- C)  $\frac{14}{24}$
- D)  $\frac{24}{125}$
- E)  $\frac{6}{20}$
- **67.** Sea el conjunto A formado por los elementos  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  y  $a_6$ , con desviación estándar  $\sigma$  y varianza  $\sigma^2$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? (DEMRE 2015)
  - A)  $\sigma$  y  $\sigma^2$  nunca serán iguales.
  - B)  $\sigma^2$  nunca será cero.
  - C) Siempre  $\sigma^2 > \sigma$ .
  - D) Si los elementos de A son números impares consecutivos, entonces  $\sigma = 1$ .
  - E) Si los elementos de A son números enteros positivos distintos entre sí, entonces  $\sigma$  es mayor que cero.
- **68.** Sean 4,0; 6,0; 4,0; 6,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°A de un colegio y sean 4,0; 4,0; 5,0; 2,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°B del mismo colegio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
  - A) La media aritmética de las cinco notas del 4°B es mayor que la media aritmética de las cinco notas del 4°A.
  - B) La desviación estándar de las cinco notas del 4°A es mayor que la desviación estándar de las cinco notas del 4°B.
  - C) El percentil 50 de las cinco notas del 4°A es mayor que el percentil 50 de las cinco notas del 4°B.
  - D) El rango de las cinco notas del 4°B es igual que el rango de las cinco notas del 4°A.
  - E) Si a las cinco notas del 4°A se le agrega una nota 6,0, entonces el promedio de estas notas no varía respecto a las notas originales.



**69.** En el experimento de lanzar un dado común tres veces se define la variable aleatoria discreta X como la cantidad de números pares obtenidos. ¿Cuál de los siguientes conjuntos corresponde al recorrido de X?



- A) {2, 4, 6}
- B) {0, 1, 2, 3}
- C)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- D) {0, 1}
- E) {1, 2, 3}
- **70.** En el experimento de lanzar un dado, se define la variable aleatoria *X* como el número obtenido en el lanzamiento del dado. La tabla adjunta muestra la función de probabilidad *f* de *X*.

Χ	f(x)
1	0,10
2	0,15
3	0,20
4	0,20
5	0,10
6	0,25

Resolución



- Según esta información, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
  - I) El valor esperado de X es 3,8.
  - II) La probabilidad de obtener un número par es 0,5.
  - III) La probabilidad de obtener un número menor o igual que 2 es igual a la probabilidad de obtener un 6.
  - A) Solo I
  - B) Solo II
  - C) Solo I y II
  - D) Solo I y III
  - E) I, II y III



**71.** Sea  $f(x) = k^2 x^2$ , con k una constante, la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X que tiene como recorrido el conjunto  $\{1, 2, 4, 10\}$ . Si g es la función de distribución de probabilidad acumulada de X, entonces g(2) es



- A) <u>121</u>

- E) indeterminable.
- 72. Un juego de azar consiste en lanzar un dado común, donde el jugador que lanza el dado pierde si obtiene un número impar o un múltiplo de 3 y en otro caso gana. Si un jugador lanza el dado n veces, con n > 3, ¿cuál es la probabilidad de que gane exactamente en tres de ellos? (DEMRE 2018)

Resolución



- A)  $\binom{n}{3} \cdot (\frac{1}{3})^3 \cdot (\frac{2}{3})^{n-3}$
- B)  $(\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{5}{6})^{n-3}$
- C)  $\binom{n}{3} \cdot (\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{5}{6})^{n-3}$
- D)  $\binom{n}{3} \cdot (\frac{1}{6})^{n-3} \cdot (\frac{5}{6})^3$
- E)  $(\frac{1}{3})^{n-3} \cdot (\frac{2}{3})^3$
- **73.** En una población el 52% son hombres de los cuales el 12% es zurdo y el 15% de las mujeres también lo es. Si se eligiera al azar una persona entre las personas zurdas de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea hombre? (DEMRE 2019)

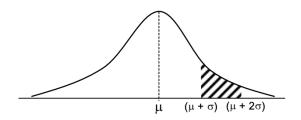


- A)  $\frac{52}{100} \cdot \frac{12}{100}$
- C)  $\frac{12}{15}$



**74.** En la figura adjunta se muestra la función densidad de la variable aleatoria X, la cual tiene una distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ . ¿Cuál de los siguientes números es la mejor aproximación de la probabilidad que representa la zona achurada?

(DEMRE 2019)



Resolución



- A) 0,08
- B) 0,14
- C) 0,27
- D) 0,17
- E) 0,34
- **75.** Un ingeniero de una fábrica debe inferir sobre el diámetro medio  $(\mu)$  de los rodamientos de su producción, y para ello tomará una muestra al azar de rodamientos y la utilizará para construir un intervalo de confianza del 95% para  $(\mu)$ . Si los diámetros de los rodamientos se modelan a través de una distribución normal, con varianza 4 mm², ¿cuál es el mínimo número de rodamientos que debe tener la muestra, para que el margen de error del intervalo construido sea menor o igual a 1 mm?



- A) 62
- B) 7
- C) 11
- D) 4
- E) 16



**76.** Sea f la función de probabilidad de la variable aleatoria X definida por

$$f(x) = \left\langle \begin{array}{cc} k(4-x) & \text{, si } x = 1 \\ kx & \text{, si } x = 2 \\ 0 & \text{, en cualquier otro caso} \end{array} \right.$$

El valor de k es

(DEMRE 2016)



- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{5}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{1}{3}$
- E) ninguno de los anteriores.
- 77. Si una variable aleatoria X tiene distribución normal con media  $\mu$  igual a 1 y desviación estándar  $\sigma$  igual a 2, ¿cuál de las siguientes variables aleatorias tiene distribución normal de media 0 y varianza 1?



B) 
$$W = \frac{X-1}{2}$$

C) 
$$V = \frac{X-1}{4}$$

D) 
$$K = \frac{X}{4}$$

E) 
$$L = \frac{X}{2}$$

Resolución





78. El gráfico de la figura adjunta representa la función de distribución acumulada de una valor de P(X = a)?

Resolución

 $P(X \leq k)$ t + m

k

- E) Indeterminable con los datos dados.
- 79. Se tienen 9 letras diferentes. ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, es posible formar con estas 9 letras, sin que se repita ninguna letra, si estas palabras están formadas por al menos 2 letras o a lo más 4 letras?



- A)  $3! \cdot {9 \choose 3}$
- B)  $\binom{9}{3}$
- C)  $\binom{9}{2}\binom{9}{3}\binom{9}{4}$
- D)  $2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot {9 \choose 2} {9 \choose 3} {9 \choose 4}$
- E)  $2! \cdot {9 \choose 2} + 3! \cdot {9 \choose 3} + 4! \cdot {9 \choose 4}$



- **80.** En el experimento de lanzar *n* dados comunes se define una variable aleatoria como la suma de los números obtenidos. Se puede determinar *n*, si: (DEMRE 2017)
- Resolución

- (1) Se conoce el recorrido de la variable aleatoria.
- (2) Se sabe que la probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor 30 es cero y la probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor 24 no es cero.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



# 6 Claves

## 6.1 Números

																17
D	Е	E	Е	Α	Е	С	В	С	D	Α	В	В	В	С	С	E

# 6.2 Álgebra y Funciones

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	В	С	D	Α	В	E	С	С	Е	С	С	D	С	В	D	D	Α	В

## 6.3 Geometría

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
В	С	Α	Α	В	С	Α	Α	С	Ε	В	В	E	Е	С	В	В	С	В	С	Α	С

## 6.4 Datos y Azar

59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
С	Α	E	С	В	Α	D	В	E	C	В	D	В	Α	E	В	E	В	В	Α	Е	D