

GUÍA TÉCNICA: LÓGICA PROPOSICIONAL

Matemática - Universidad

1. Definición de Proposición

En lógica matemática, una **proposición** es una unidad semántica que solo puede ser **Verdadera (V)** o **Falsa (F)**, pero nunca ambas a la vez (Principio del Tercero Excluido).

Análisis de Casos

■ SÍ es proposición:

- ' $2 + 2 = 5$ ' (Es proposición, su valor es Falso).
- 'Santiago es la capital de Chile' (Es proposición, su valor es Verdadero).
- ' $x > 5$ para todo $x \in \mathbb{N}$ ' (Es proposición cuantificada).

■ NO es proposición:

- '¿Qué hora es?' (Pregunta).
- '¡Sal de ahí!' (Orden).

2. Conectivos Lógicos y Tablas de Verdad

2.1. A. Negación (\neg)

Invierte el valor de verdad.

p	$\neg p$
V	F
F	V

2.2. B. Conjunción (\wedge) 'Y'

Es estricta. Solo es verdad si **AMBAS** ocurren. *Ejemplo: 'Tengo entrada Y tengo carnet'. Si falta uno, no entras.*

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

2.3. C. Disyunción (\vee) 'O'

Es inclusiva. Basta con que **UNA** sea verdad (o ambas). *Ejemplo: 'Se busca programador que sepa Python O Java'. Si sabes ambos, te contratan igual.*

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

2.4. D. Implicancia (\implies) 'Si... entonces...'

La Promesa del Político: Imaginemos a un candidato que dice: '*Si gano las elecciones (p), bajaré los impuestos (q)*'.
'

- **$V \rightarrow V$:** Ganó y bajó impuestos. Cumplió. (Verdadero).
- **$V \rightarrow F$:** Ganó y NO bajó impuestos. **MINTIÓ. (Falso)**. (Único caso falso).
- **$F \rightarrow V$:** No ganó, pero bajaron los impuestos por otra razón. No rompió su promesa. (Verdadero).
- **$F \rightarrow F$:** No ganó y no bajaron impuestos. No estaba obligado a nada. (Verdadero).

p	q	$p \implies q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

2.5. E. Equivalencia (\iff) 'Si y solo si'

Es verdadera cuando ambos valores son **iguales** (ambos V o ambos F).

p	q	$p \iff q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

3. Equivalencia Lógica

Dos fórmulas son lógicamente equivalentes si sus columnas de resultado final en la tabla de verdad son idénticas.

Ejemplo: Demostrar que $p \implies q$ es equivalente a $\neg p \vee q$. Para esto haremos la tabla de verdad de cada una de las expresiones (la implicancia y la disyunción con negación)

p	q	$p \implies q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Como las columnas sombreadas son idénticas fila por fila, las expresiones son equivalentes.

4. Ejercicios de Entrenamiento

Construye la tabla de verdad completa para las siguientes proposiciones. Determina si son Tautologías (todo V), Contradicciones (todo F) o Contingencias (mezcla).

Nivel 1: Calentamiento (2 Variables)

- $\neg p \wedge q$
- $p \vee \neg q$

Nivel 2: Combinatoria Básica

- $(p \wedge q) \implies p$ (*¿Es esto siempre verdad?*)
- $\neg(p \vee q) \iff (\neg p \wedge \neg q)$ (*Ley de De Morgan*)

Nivel 3: El Desafío (3 Variables p, q, r - 8 Filas pues hay más combinaciones)

- $(p \vee q) \wedge r$
- $(p \implies q) \wedge (q \implies r) \implies (p \implies r)$ (*Silogismo Hipotético*)