

Proyecto Final

Simulación y Control de Sistemas de Baterías de Litio

Alumno: Trubiano Lucas
Profesor: Dr. Ing. Rodrigo Gonzalez

Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería
Cátedra: Control y Sistemas
Ingeniería Mecatrónica

3 de marzo de 2022

1. Resumen

La motivación de este trabajo es el estudio del comportamiento y modelado de baterías de Ion-Litio ya que cada vez más circuitos y dispositivos son alimentados por estas baterías como celulares, notebooks, autos eléctricos, casas con paneles solares, etc. Así como las baterías son tan necesarias para muchos circuitos y sistemas, es clave poder hacer estimaciones de su comportamiento para un correcto uso de las mismas y así poder determinar como gestionar esa energía almacenada.

Con esa motivación es que vamos a desarrollar el siguiente proyecto final para la cátedra de Control y Sistemas de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica en la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo. Con el fin de abarcar todos los aspectos relevantes que hacen al estudio de este tema y sus posibles usos y aplicaciones.

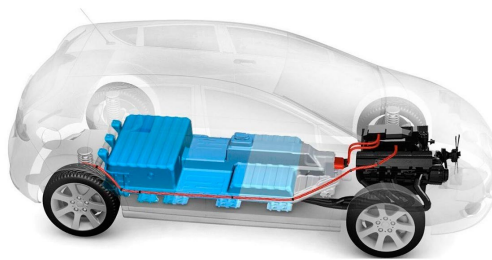


Figura 1: Sistema de baterías de un auto eléctrico.

Lo abarcado en el presente informe es el modelado mediante **Simulink** y **Simscape** de baterías de Ion-Litio y sus respectivos modelos matemáticos. El estudio y aplicación de un **Filtro de Kalman Extendido** para hacer estimaciones de estado en sistemas no lineales. Y el análisis del comportamiento o respuesta característica de baterías ante cierto perfil de corriente.

2. Introducción

La utilización de las baterías de litio en aparatos eléctricos ha aumentado de forma muy notable en los últimos años. Su uso se ha extendido en numerosas aplicaciones, como son dispositivos móviles, ordenadores portátiles y sistemas de transporte. En lo que respecta a los vehículos, inicialmente su estructura era híbrida, combinando electricidad con otras fuentes de energía, usualmente derivados del petróleo. Sin embargo, con el tiempo los vehículos han pasado a ser totalmente eléctricos.

El aumento de la complejidad de los dispositivos donde se utilizan dichas baterías ha conllevado a la necesidad de un aumento de precisión en la estimación de su comportamiento. Además se ha desarrollado la necesidad de poder apreciar el comportamiento de la batería en tiempo real. Analizar un sistema en tiempo real implica ser capaz de conocer su comportamiento en el instante en el que está operando, sin necesidad de conocer ninguna otra condición extra, como puede ser la necesidad de un periodo de tiempo para que el sistema se estabilice.

Las baterías están compuestas por varias celdas interconectadas entre si, dichas celdas sufren reacciones electroquímicas que hacen que su comportamiento sea altamente no lineal. Uno de los mayores desafíos es encontrar un modelo equivalente que logre aproximar lo mejor posible ese comportamiento no lineal. De estos modelos se pueden hacer muchas estimaciones pero una de las más útiles es la de estimar el estado de carga (State of Charge, **SOC**) de la batería, que no es un problema tan trivial de resolver.

Estas estimaciones y modelos aproximados implican una cierta complejidad y hay que tener en cuenta que cualquier modelo será aproximado:

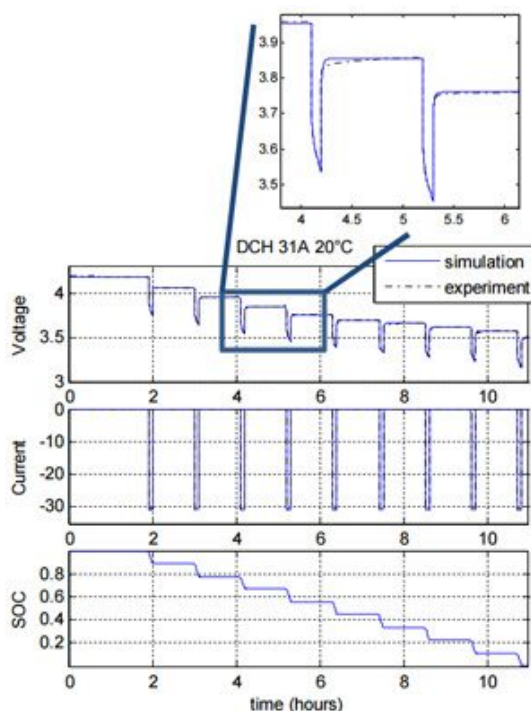


Figura 2: Respuesta de tensión (arriba) a una descarga de corriente pulsada (centro) y SOC resultante (abajo) para una batería de iones de litio NMC.

Por lo tanto en este proyecto nos vamos a enfocar en obtener modelos y estimadores, que nos permitan simular baterías y lo haremos todo en SimscapeTM y Simulink[®] ya que estos ambientes de modelado están muy orientados a resolver sistemas físicos y cuentan con las herramientas necesarias para abordar este proyecto.

3. Objetivos

En este proyecto lo que se pretende desarrollar es:

- Un circuito equivalente (R-C) de la batería con el cual podamos modelar y simular su comportamiento.
- Un estudio de parametrización para poder ver como influyen diferentes variables en la precisión del modelo.
- Un modelo que sea capaz de estimar el estado de carga (SOC), a partir de un observador o filtro de Kalman.
- Estudiar, simular y analizar el comportamiento del modelo obtenido y sacar conclusiones que permitan su aplicación.

4. Desarrollo

4.1. Principio de Funcionamiento

Una celda se define como un dispositivo electroquímico cuya estructura está formada por dos electrodos y un electrolito. El electrolito es una sustancia en la que se encuentran los electrodos y que se caracteriza por tener gran densidad de iones, los cuales serán muy necesarios para que se produzca la reacción química principal. Los electrodos están compuestos por materiales semiconductores cuya función es proporcionar las características químicas que favorecen las reacciones que tienen lugar. Se ha de distinguir entre electrodo positivo, denominado como ánodo, y electrodo negativo, denominado como cátodo. Cada electrodo será considerado como ánodo o cátodo en función de la dirección que tenga el tráfico de cargas entre ellos, y por tanto la función que tengan en la reacción química que tiene lugar.

Partimos de que la celda tiene una energía almacenada en forma química. Esta energía corresponde a las cargas que poseen los iones de la solución que hemos denominado electrolito. Esta energía química se transforma en energía eléctrica debido a la reacción química de oxidación-reducción (REDOX) que tiene lugar entre los electrodos. El ánodo, es susceptible a cargarse positivamente y tener la capacidad de atraer cargas negativas, o lo que es lo mismo iones negativos o aniones. De igual forma el cátodo es capaz de cargarse negativamente y así atraer iones positivos o cationes, de ahí el nombre del electrodo. Es necesario un material que proporcione los iones que permitan cargarse a los electrodos, de aquí la función del electrolito.

El que una batería tenga unas características u otras de comportamiento depende en gran medida del material del que estén compuestos los electrodos y el electrolito. Estos materiales serán los que definan que una batería se considere de un tipo concreto. Las baterías en las que nos vamos a centrar en este proyecto son las denominadas baterías de ion-litio, nombre que reciben debido a que es el litio el compuesto que proporciona los iones. La elección del litio como sustancia base del electrolito se debe a que el litio es un compuesto cuya separación de iones es fácilmente realizable siempre y cuando se le proporcione la energía necesaria. Dicha energía es aportada por la fuente de alimentación a la que se conecta la batería para su carga.

Este fenómeno electro-químico es muy difícil de modelar y simular por computadora debido a las grandes no linealidades de esta respuesta. Por eso vamos a proponer un circuito eléctrico capaz de modelar eléctricamente este fenómeno mostrado en la siguiente figura [3].

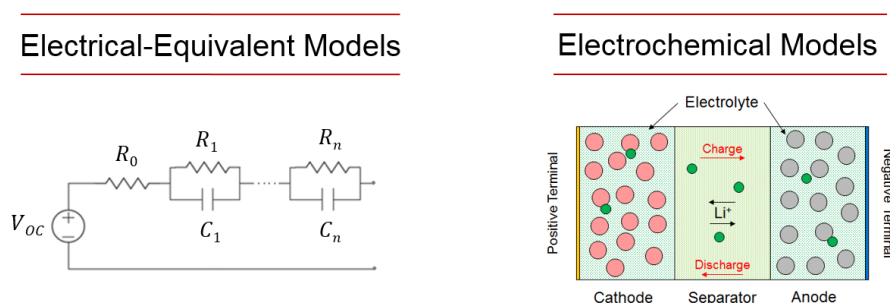


Figura 3: Equivalencia entre modelo eléctrico equivalente y modelo electroquímico

4.2. Modelo Matemático

Para el análisis del comportamiento de baterías nos vamos a centrar en los modelos equivalentes de Thevenin ampliados al añadirles un cierto número de redes RC. Si se realiza un estudio en el dominio del tiempo comparando la eficiencia de los modelos en función del número de conjuntos RC que posean, número que identifica como “n”. Como veremos a continuación llegaremos a la conclusión que cuantos más conjuntos de redes RC se tengan en cuenta implicará que más efectos se tendrán en cuenta y más preciso será el modelo. Por el contrario, el aumento de redes RC también conllevará el aumento de la complejidad en los cálculos. A continuación en la figura [4] se muestra un ejemplo del circuito propuesto.

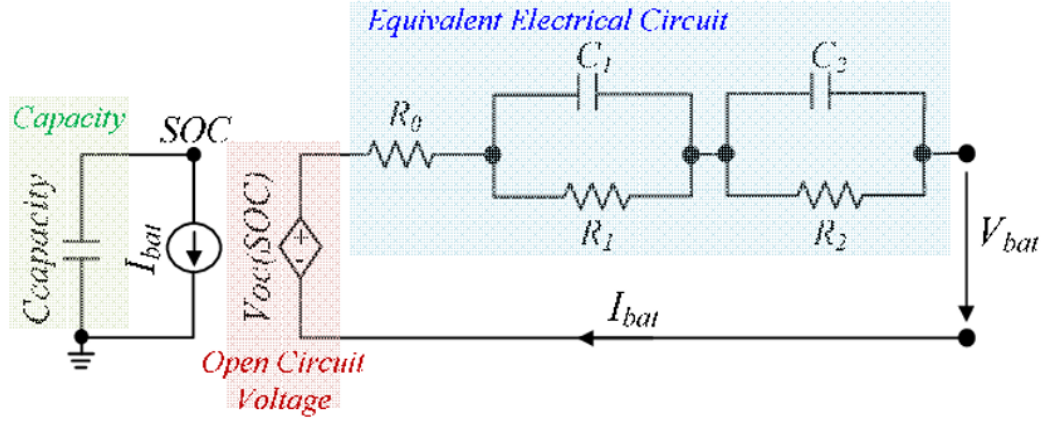


Figura 4: Circuito representativo de baterías de Ion de Litio

En este circuito se pueden observar dos sub-circuitos uno (el de la izquierda) que modela la respuesta del ciclo de vida de la batería (ciclos de carga/descarga) y otro (el de la derecha) que modela la respuesta en tensión y corriente de la batería para cada estado de carga (State of Charge “SOC”). Notar que la tensión de la batería depende directamente del estado de carga (SOC). Esta relación, como veremos más adelante, es una relación totalmente no-lineal y esa es la complejidad que tiene modelar baterías.

Ahora desarrollaremos en forma más detallada, en la figura [5], el circuito propuesto anteriormente en la figura [4], para deducir las ecuaciones que modelaran a nuestro sistema.

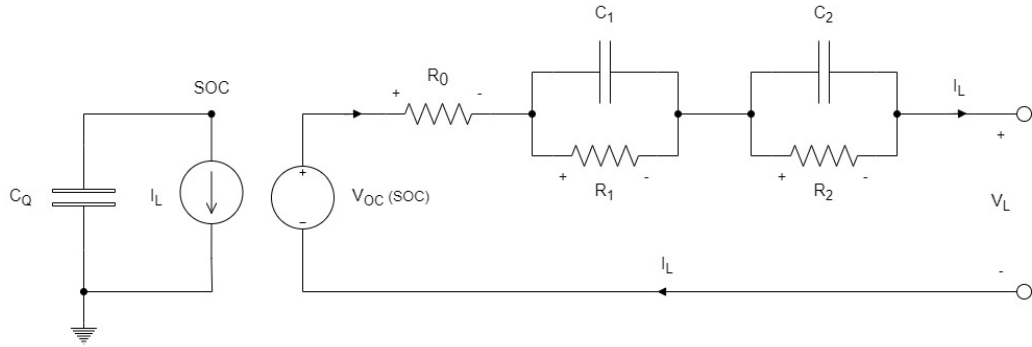


Figura 5: Circuito esquemático del modelado dinámico de baterías

De el modelo de la figura [5] las ecuaciones que se corresponden son las siguientes [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_L = V_{OC}(SOC) + V_{RC1} + V_{RC2} + I_L \cdot R_0 \\ \dot{V}_{RC1} = -\frac{V_{RC1}}{R_1 \cdot C_1} + \frac{I_L}{C_1} \\ \dot{V}_{RC2} = -\frac{V_{RC2}}{R_2 \cdot C_2} + \frac{I_L}{C_2} \\ V_{OC} = f(SOC) \\ SOC(t) = SOC(0) - \eta \int_0^t \frac{I_L(\tau)}{C_Q} d\tau \\ \dot{SOC}(t) = -\eta \frac{I_L(t)}{C_Q} \end{array} \right. \quad (1)$$

Para obtener las ecuaciones [1] en función del circuito de la figura [5] se han realizado las siguientes simplificaciones:

- Vamos a suponer que no hay variación de ninguno de los parámetros con la temperatura, o dicho de otra forma que trabajamos a $T_{amb} \text{ } ^\circ C = cte$.
- También vamos a considerar que los parámetros R_0, R_1, R_2, C_1, C_2 no varían significativamente con el SOC .
- Por último sólo consideraremos la variación de V_{OC} con el SOC , y esta variación será siguiendo una función no lineal que determinaremos en la estimación de parámetros y que es única para cada batería.

Ahora expresando las ecuaciones [1] en forma matricial en el espacio de estados cuya forma general es:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde:

$$x(t) = \begin{bmatrix} V_{RC1}(t) \\ V_{RC2}(t) \\ SOC(t) \end{bmatrix} ; \quad \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{V}_{RC1}(t) \\ \dot{V}_{RC2}(t) \\ \dot{SOC}(t) \end{bmatrix} ; \quad u(t) = I_L(t) \quad ; \quad y(t) = V_L(t) \quad (3)$$

y

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 \cdot C_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2 \cdot C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{C_2} \\ -\frac{\eta}{C_Q} \end{bmatrix} ; \quad C = [1 \quad 1 \quad V_{OC}(\textcolor{red}{})] ; \quad D = [R_0] \quad (4)$$

Hay que notar que en este sistema, en la matriz C de la ecuación [4] hay una función no lineal que se corresponde con la variación del V_{OC} en función del SOC . En forma genérica se puede representar esta función como se muestra en la siguiente figura [6] y veremos una linealización propuesta a dicha no linealidad.

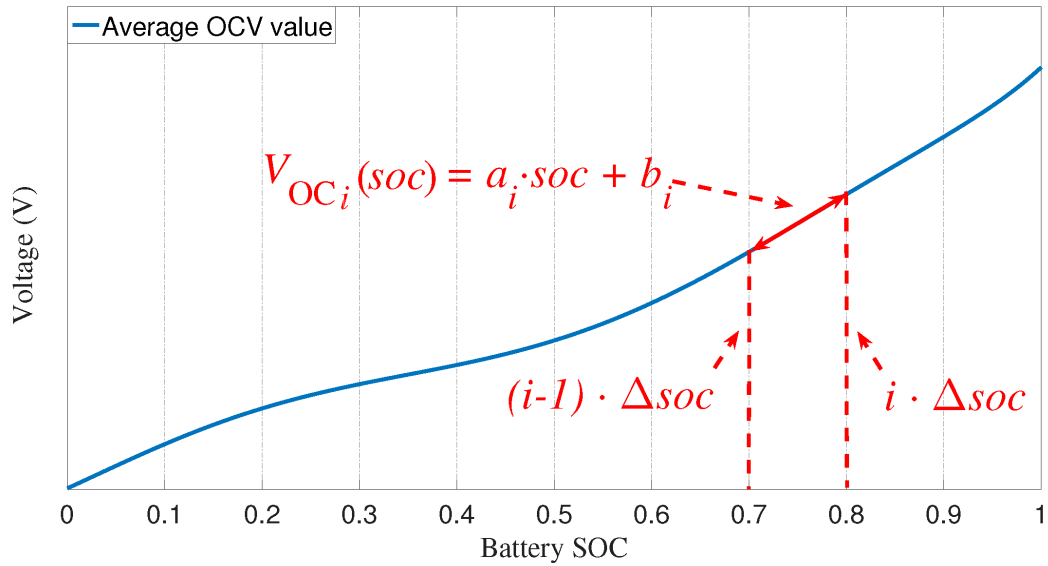


Figura 6: Variación no lineal de $V_{OC} = f(SOC)$ (azul) y la linealización (rojo)

4.3. Estimación de Parámetros

Ahora que ya conocemos el circuito que vamos a utilizar para modelar la respuesta característica de las baterías, vamos a utilizar el esquema de Simulink (*batteryParameterEstimation.slx*) de la siguiente figura [7] para estimar los parámetros que mejor representen la respuesta real de una batería cuyos datos experimentales se pueden ver en la figura [8].

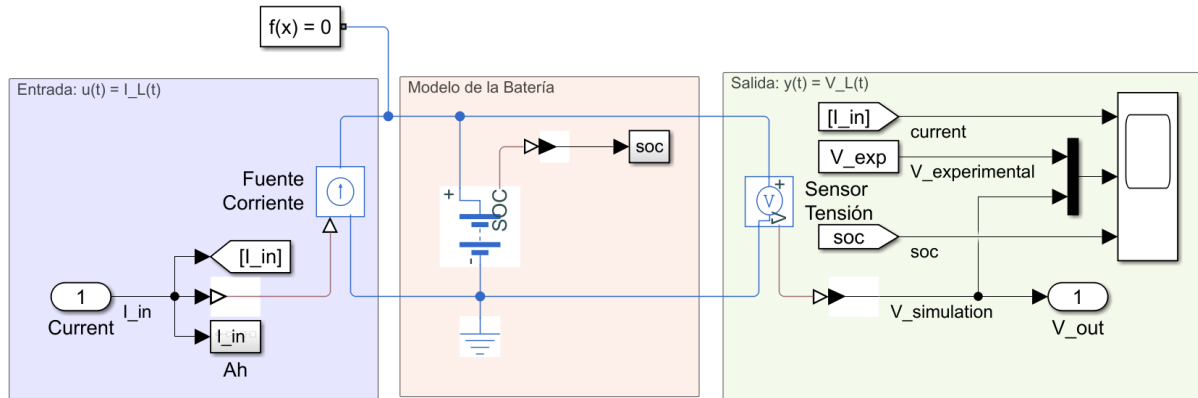


Figura 7: Modelo de Simulink para estimación de parámetros.

Para hacer esta estimación utilizaremos un tool de Simulink de estimación de parámetros (*Simulink/APPS/Parameter Estimator*) que se basa en un algoritmo de optimización y al cuál hay que indicarle tres (3) campos:

- La entrada al sistema (Corriente, $I_L(t)$).
- La salida que queremos obtener (Tensión, $V_L(t)$).
- Y los parámetros que debe ajustar por optimización, que son:
 - E_m , que representa $V_{OC}(SOC)$
 - R_0 , resistencia interna de la batería.
 - R_1, τ_1 (para 1 cte. de tiempo) ; R_2, τ_2 (para 2 ctes. de tiempo) ; R_3, τ_3 (para 3 ctes. de tiempo)

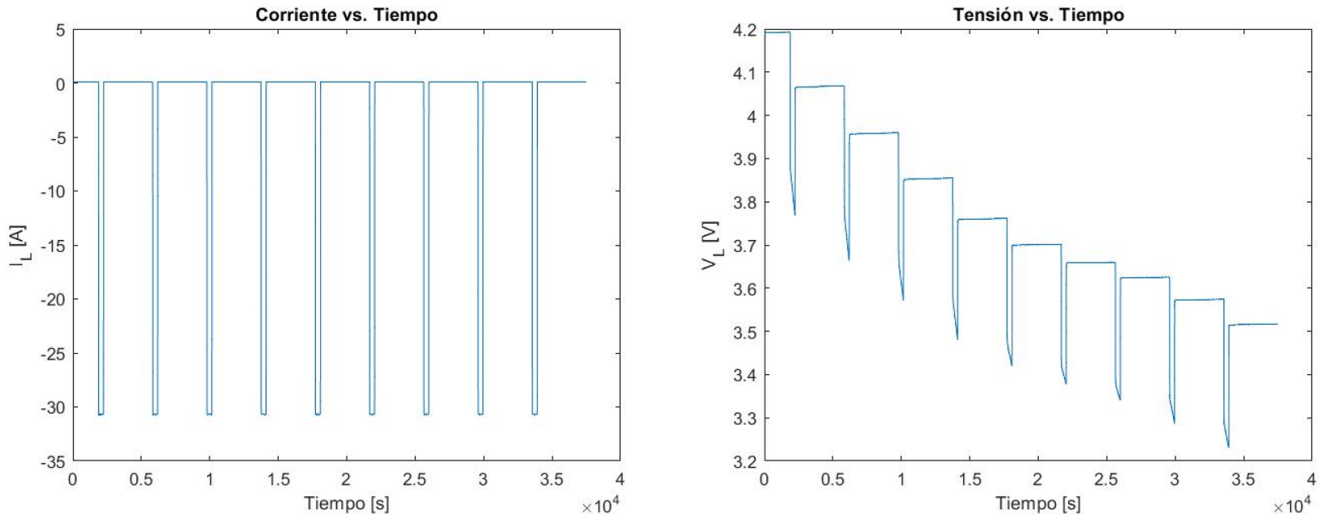


Figura 8: Respuesta real de ensayo de descarga a batería. Datos en (*synthData.mat*)

A continuación se van a documentar las distintas salidas obtenidas para distintas pruebas. Vamos a empezar por mostrar los valores iniciales, antes de hacer la estimación, podremos ver que la respuesta de la figura [9] no modela nada bien a nuestra batería “real”.

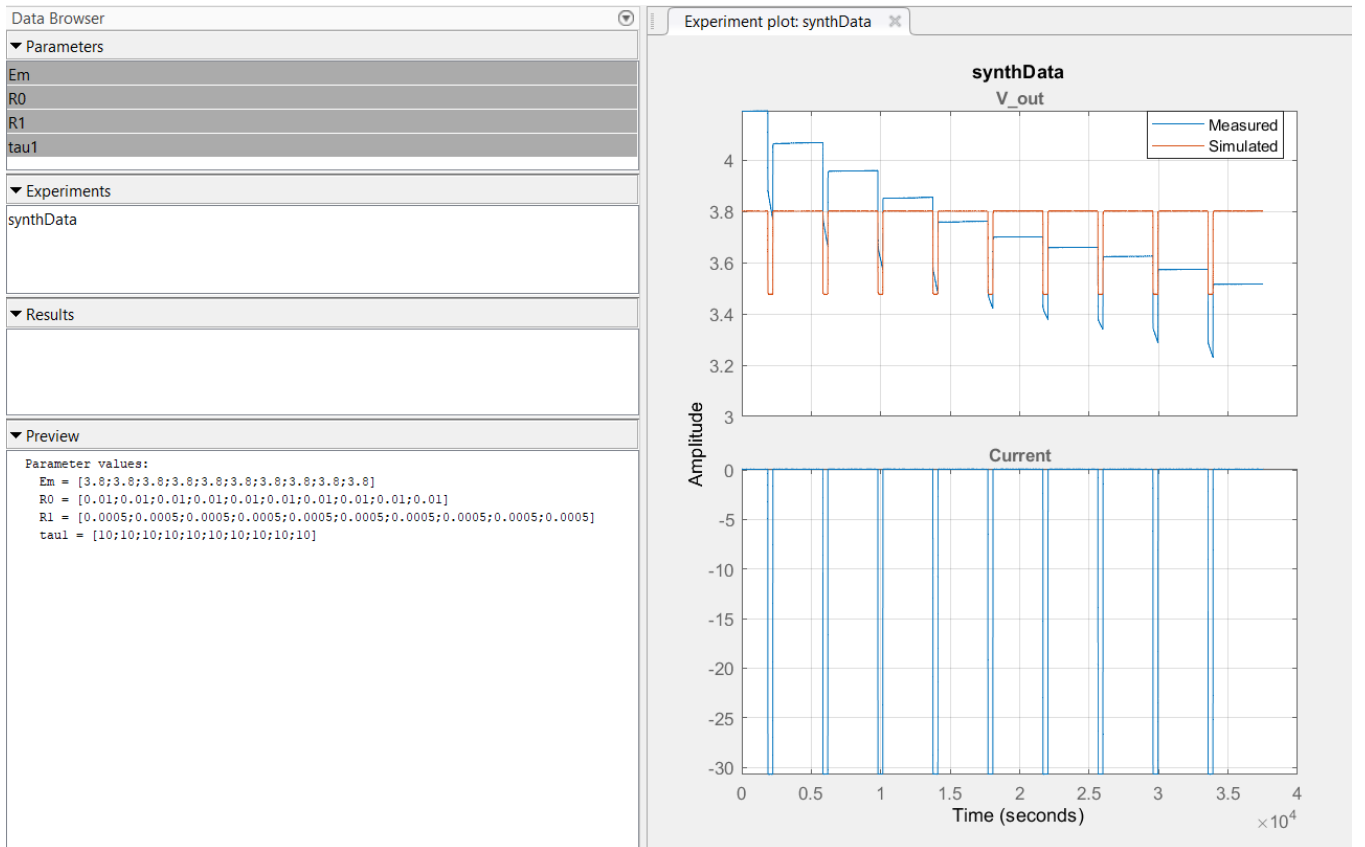


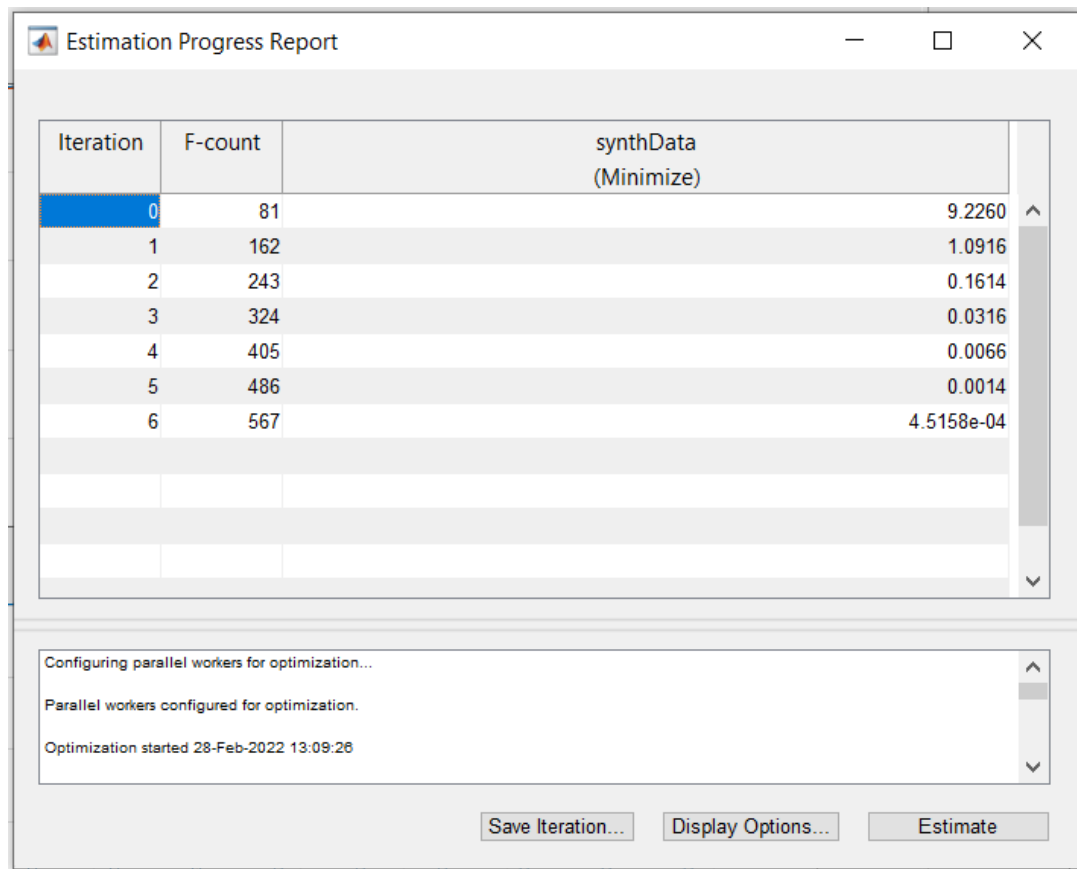
Figura 9: Datos en el momento 0 de la simulación, valores por defecto.

Todos los ensayos que se mostrarán a continuación serán realizados con una función error del tipo **Sum Squared Error** de la forma $\sum e^2$. Y a una temperatura constante de $T_{amb} = 20^\circ C$.

4.3.1. Parametrización con 1 cte. de tiempo.

Ahora vamos a proceder a estimar los parámetros, mostrando los resultados en un punto intermedio y los resultados finales. Considerando una (1) sola constante de tiempo.

El resultado de las iteraciones para la estimación con 1 cte. de tiempo es el que se aprecia en la figura [10].



The figure shows a software window titled "Estimation Progress Report". It contains a table with three columns: "Iteration", "F-count", and "synthData (Minimize)". The table lists iterations from 0 to 6. Iteration 0 is highlighted in blue. Below the table, there is a status area with text: "Configuring parallel workers for optimization...", "Parallel workers configured for optimization.", and "Optimization started 28-Feb-2022 13:09:28". At the bottom, there are three buttons: "Save Iteration...", "Display Options...", and "Estimate".

Iteration	F-count	synthData (Minimize)
0	81	9.2260
1	162	1.0916
2	243	0.1614
3	324	0.0316
4	405	0.0066
5	486	0.0014
6	567	4.5158e-04

Figura 10: Resultados de las iteraciones. Con 1 cte. de tiempo. A 20 °C

Viendo más detalladamente la diferencia en las respuestas temporales, de nuestra estimación y las mediciones de la batería real. Vamos a encontrar que para la iteración 2 en la figura [11] se puede ver una diferencia notable de respuestas.

Si analizamos la misma gráfica pero para la última iteración (iteración 6). Vamos a ver en la figura [12] que a simple vista no hay diferencias entre la respuesta de nuestro modelo y la de la batería real.

Para ver si esta última iteración es una buena aproximación de los parámetros reales deberemos validar el modelo. Esto lo hacemos comparando los resultados obtenidos, con los datos que tenemos tabulados del experimento real. Cuando hacemos la validación, recordando que estamos aproximando el modelo con una (1) constante de tiempo, veremos la siguiente gráfica de error en la figura [13]. En la cuál vemos que el error entre las tensiones de salida es del orden de $e = 0,015V$.

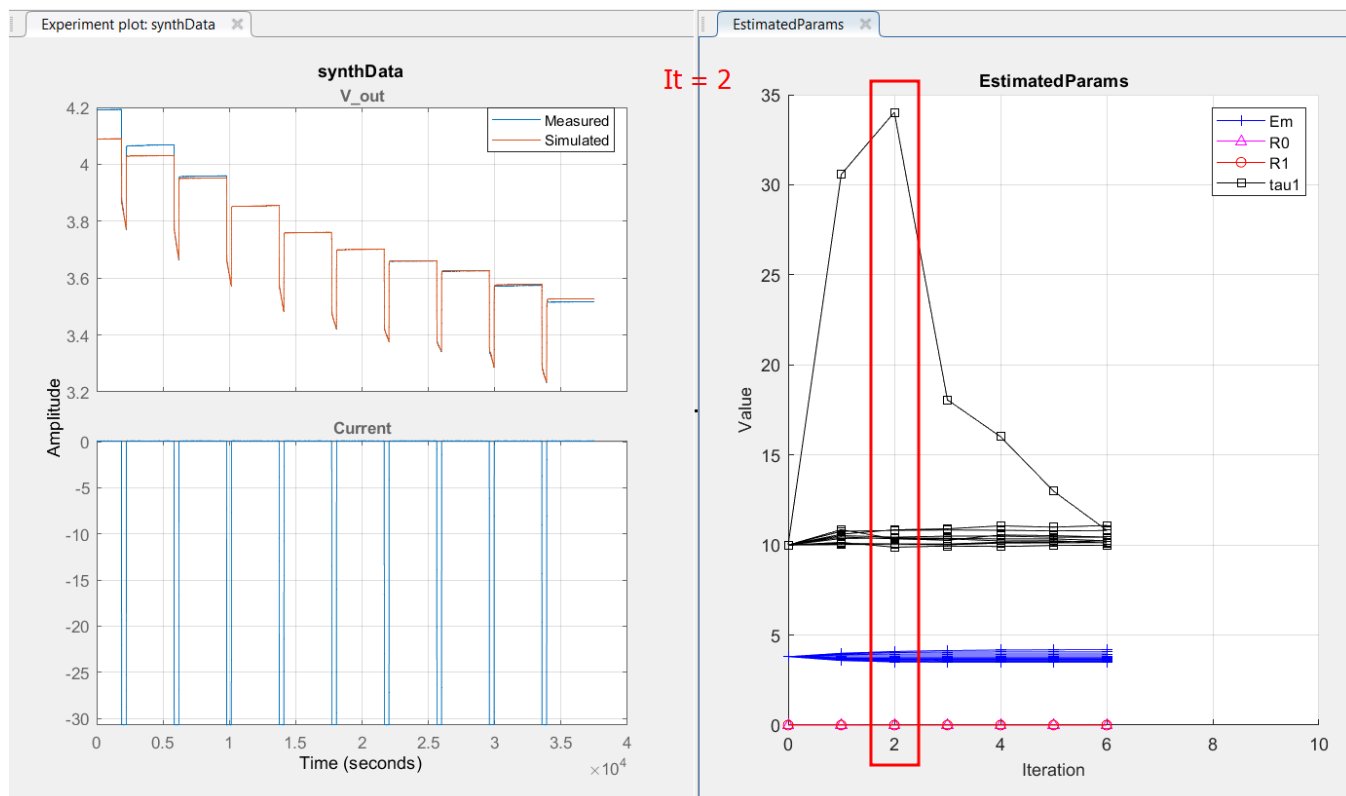


Figura 11: Respuesta temporal de la iteración 2. Con 1 cte. de tiempo. A 20 °C

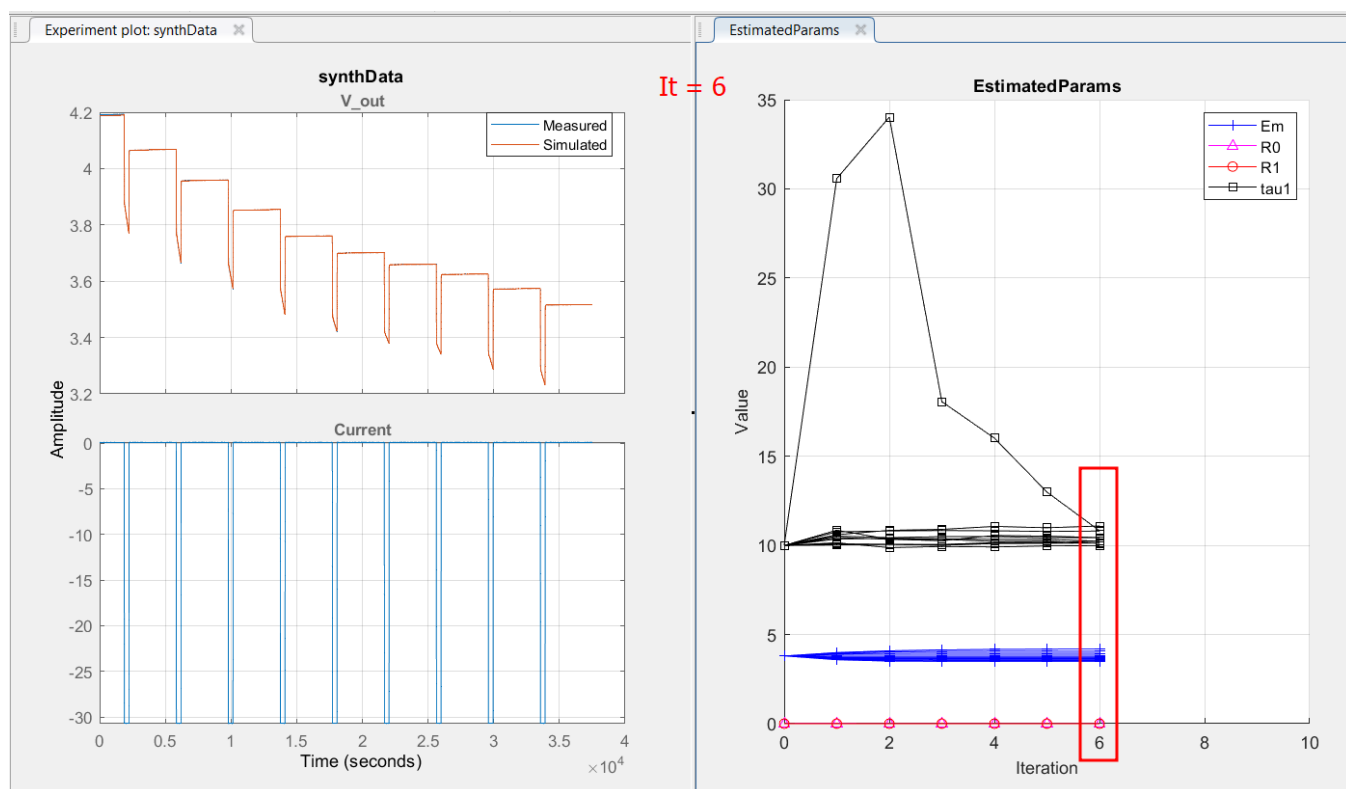


Figura 12: Respuesta temporal de la iteración 6. Con 1 cte. de tiempo. A 20 °C

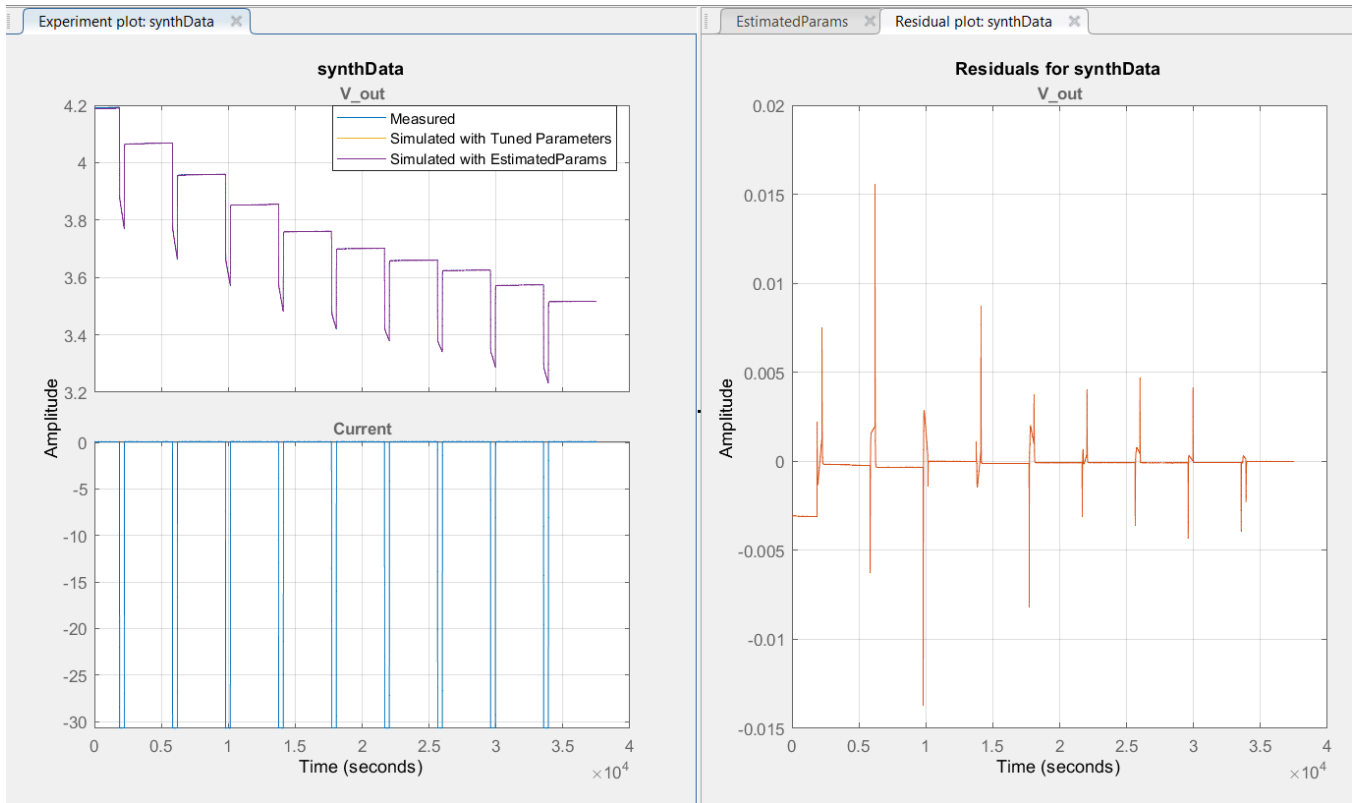


Figura 13: Amplitud del error para parametrización de 1 cte. de tiempo. A 20 °C

4.3.2. Parametrización con 2 ctes. de tiempo

Ahora podemos repetir el proceso con dos (2) ctes. de tiempo, y ver como afecta a la estimación de parámetros, el hecho de agregar un mayor número de redes RC. Los resultados finales de las iteraciones de esta parametrización se muestran en la figura [14]. A priori podemos ver que se requieren un mayor número de iteraciones para lograr ajustar correctamente los parámetros del modelo.

Para ver como es la respuesta en el dominio del tiempo, de acuerdo a la nueva parametrización que tiene en cuenta dos (2) ctes. de tiempo, podemos ver la siguiente figura [15] que muestra la comparación de respuestas y las variaciones de los parámetros en las iteraciones realizadas.

Pero como hemos podido notar en la figura [15] no se puede apreciar a simple vista diferencia entre las respuestas. De vuelta deberemos analizar más en detalle estas salidas y validar los resultados de la parametrización. Por ello es que volveremos a repetir el proceso validando nuestros resultados obtenidos, esta vez para dos (2) ctes. de tiempo, con los datos que tenemos del experimento real.

Esta diferencia de respuestas se puede apreciar mejor en la figura [16], donde vemos que el error en las salidas de tensión ahora es del orden de $e = 0,008V$.

4.3.3. Conclusiones de la parametrización

Podemos concluir luego de haber realizado estos ensayos y parametrizaciones, con una (1) y dos (2) ctes. de tiempo, y de comparar las respuestas de los modelos. Teniendo en cuenta las gráficas de las figuras [13] y [16] que por los errores que se pueden ver, es mejor y más preciso un modelo con más redes RC. Aunque cabe aclarar que a mayor número de redes RC, más complejos se vuelven los cálculos en las simulaciones y más tardan los procesos. Con lo cual lo mejor es una relación óptima de compromiso entre precisión y costo computacional. Por ello es que vamos a tomar dos (2) ctes. de tiempo como suficientes para modelar la respuesta de forma adecuada.

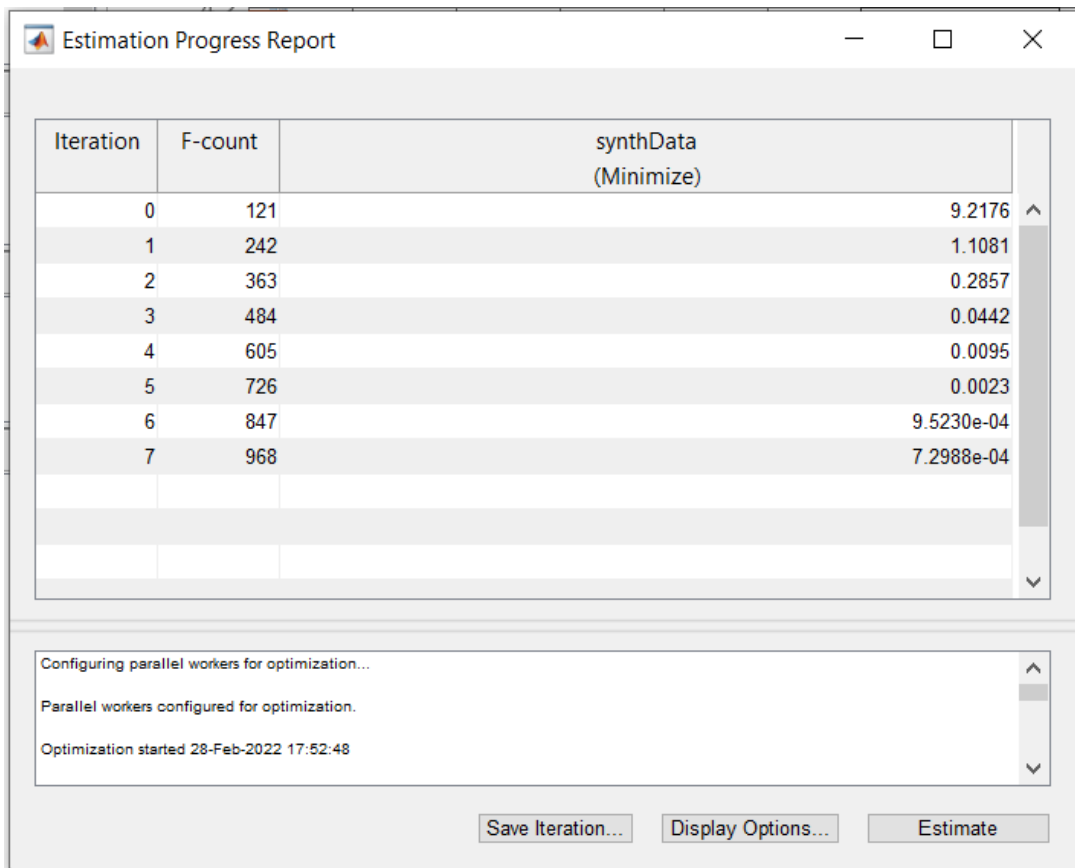


Figura 14: Resultados de las iteraciones. Con 2 ctes. de tiempo. A 20 °C

4.3.4. Análisis de Parámetros

Como dijimos anteriormente vamos a tomar los resultados de la parametrización de dos (2) ctes. de tiempo, ya que nos dan una buena relación entre la precisión del modelo y el costo computacional del mismo. A continuación vamos a mostrar como varían los distintos parámetros estimados en función del *SOC*. Especialmente el que más nos interesa por su alta no linealidad, y por su gran influencia en el modelo, que es la variación del V_{OC} en función del *SOC*.

Entonces el primer parámetro que vamos a ver es el $V_{OC} = f(SOC)$ que se puede ver en la siguiente figura [17].

Este parámetro tiene una variación muy similar a la forma genérica que habíamos visto en la figura [6]. Y esta relación será muy relevante cuando pasemos a la parte de estimación del *SOC*.

Otro parámetro de interés es R_0 ya que es la resistencia interna de nuestra batería que representa las caídas de tensión instantáneas con la corriente. Dicho parámetro se ve en la figura [18].

Y por último tenemos los parámetros de los cuales depende la respuesta dinámica del sistema, todos en función también del *SOC*. Estos se ven en la figura [19].

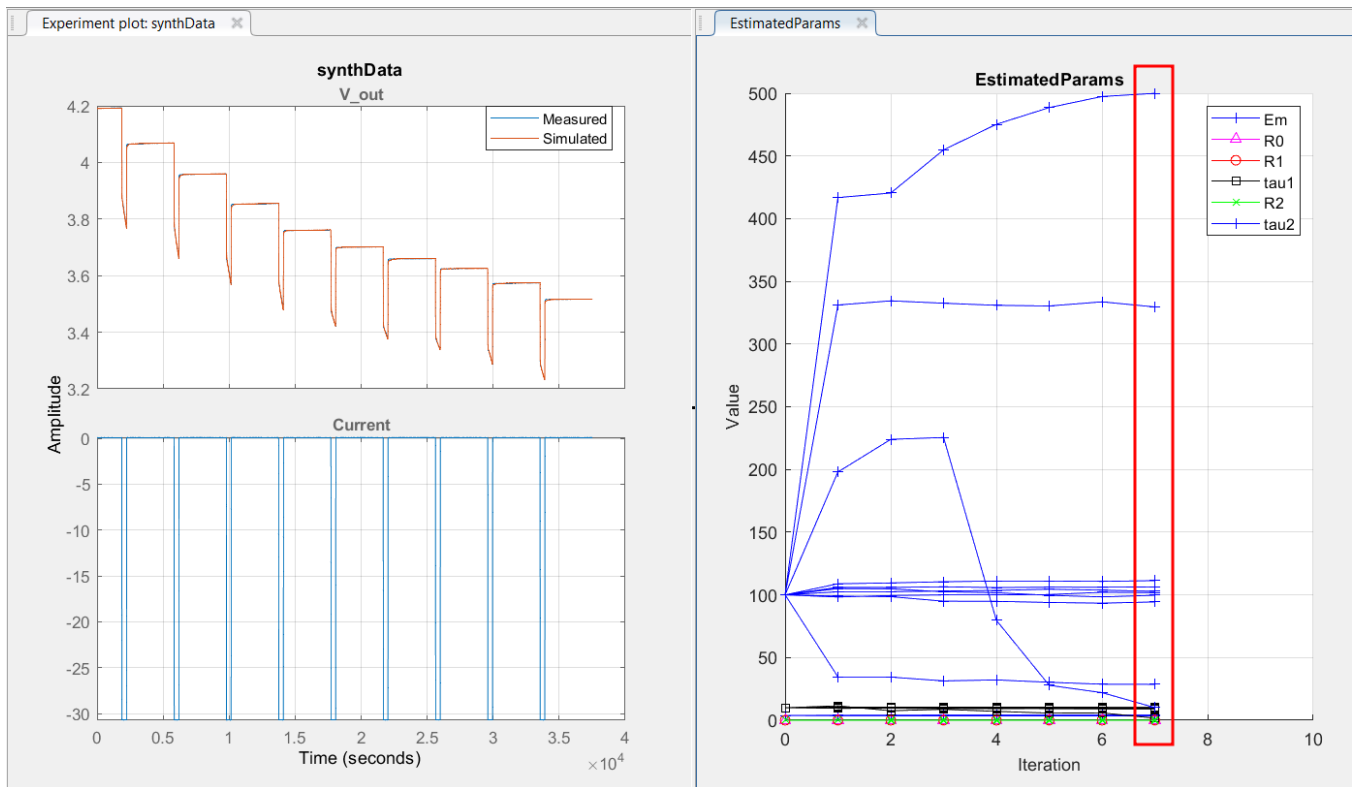


Figura 15: Respuesta temporal de la iteración 7. Con 2 ctes. de tiempo. A 20 °C

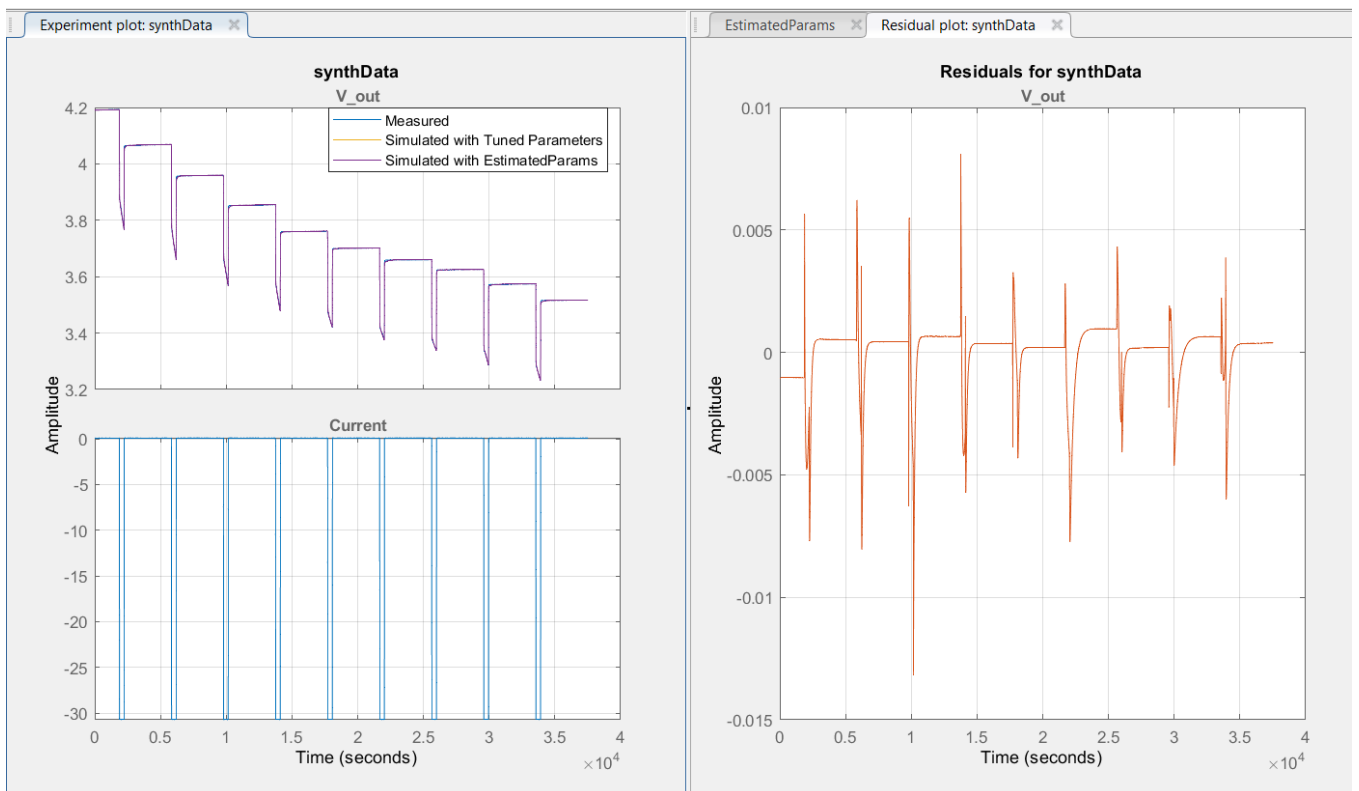


Figura 16: Amplitud del error para parametrización de 2 ctes. de tiempo. A 20 °C

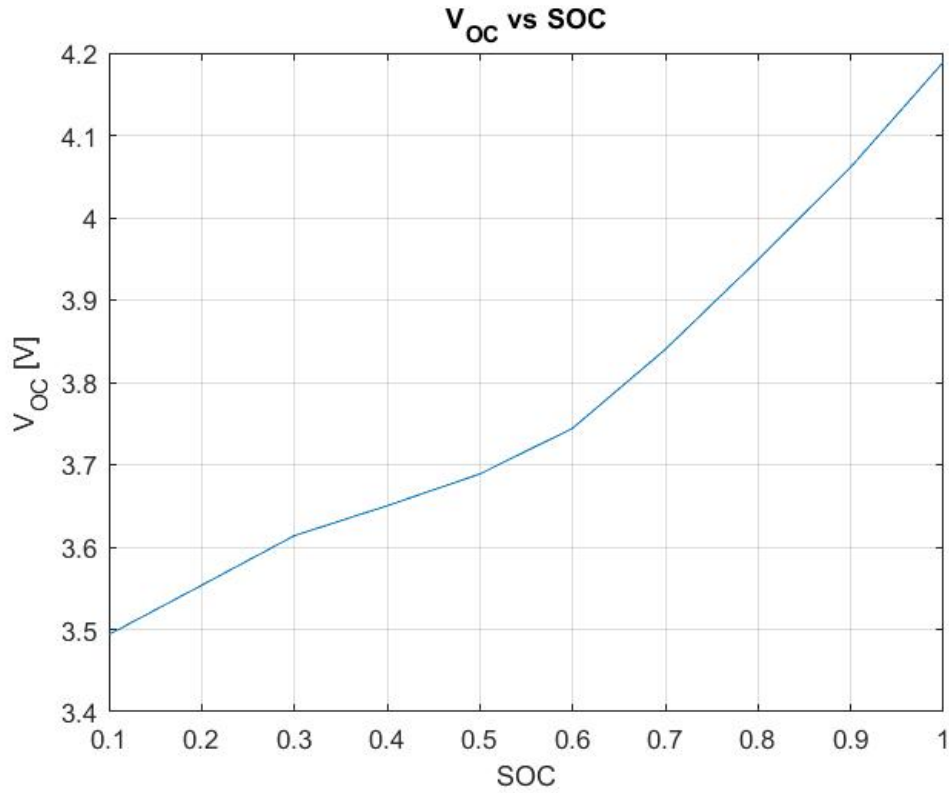


Figura 17: Variación del V_{OC} en función del SOC

4.4. Estimación del Estado de Carga (SOC)

Para estimar el estado de carga (SOC), que es una variable de estado del sistema, hay que verificar primero si el sistema es observable desde la tensión de salida V_L .

4.4.1. Cálculo de Observabilidad

Para esto vamos a tener que construir la matriz de observabilidad W_o cuya ecuación [5] es:

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ C \cdot A^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Desarrollando obtenemos la ecuación [6]:

$$W_o = \begin{bmatrix} 1 & 1 & V_{OC}(\cdot) \\ -\frac{1}{R_1 \cdot C_1} & -\frac{1}{R_2 \cdot C_2} & 0 \\ \frac{1}{(R_1 \cdot C_1)^2} & \frac{1}{(R_2 \cdot C_2)^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para poder calcular el $\det(W_o)$ deberíamos tener en cuenta la función $V_{OC} = f(SOC)$, esta función como vimos anteriormente en la figura [6] es no lineal, pero se puede linealizar localmente. Y además si consideramos la figura [17], podemos ver que los valores de V_{OC} para todo SOC son siempre mayores que cero (0). Esto se expresa en la ecuación [7].

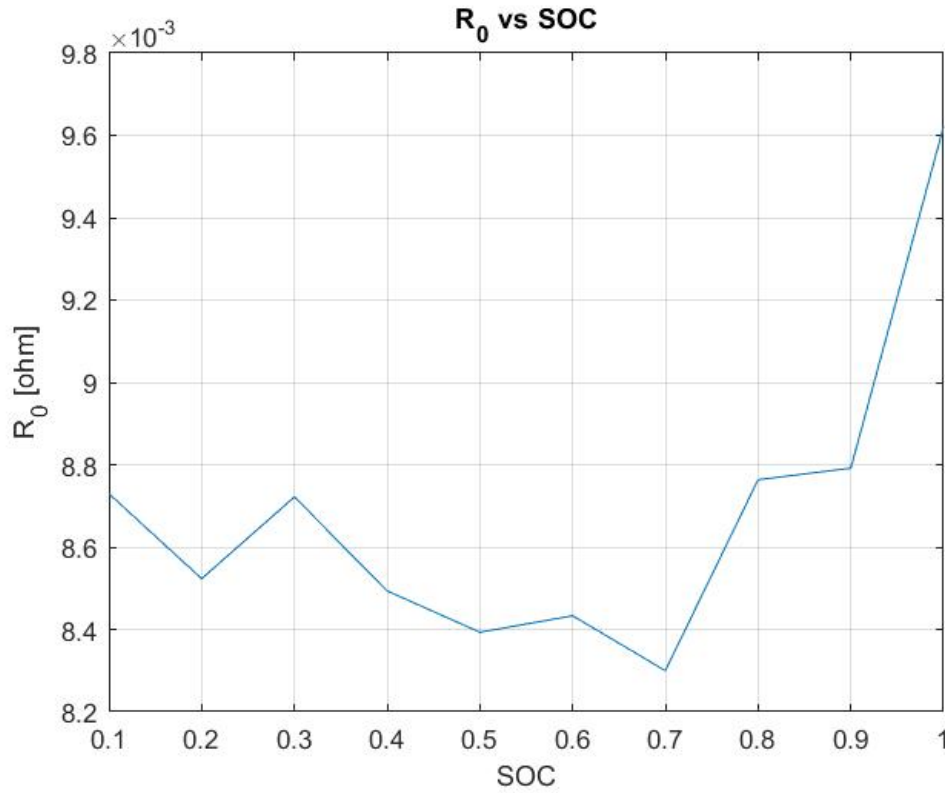


Figura 18: Variación de R_0 en función del SOC

$$V_{OC}(SOC) > 0; SOC \geq 0 \quad (7)$$

Ahora que sabemos que V_{OC} tiene una forma lineal localmente y es distinto de cero siempre, podemos decir que:

$$\det(W_o) = -\frac{V_{OC}(SOC) \cdot (R_1 C_1 - R_2 C_2)}{(R_1 C_1)^2 \cdot (R_2 C_2)^2} \neq 0 \quad (8)$$

Osea que el sistema es **observable localmente**. Con eso podemos avanzar al siguiente paso que es plantear un estimador (filtro de Kalman) para estimar el SOC del modelo de la batería.

4.4.2. Algoritmo Filtro de Kalman Extendido

Antes de explicar la solución implementada, filtro de Kalman extendido, vamos a repasar lo que es un filtro de Kalman.

Un filtro de Kalman no es un filtro propiamente dicho (como filtros FIR, IIR o Moving Average), sino que es un estimador de estados (observador) que tiene la particularidad de considerar ruidos o incertidumbres, tanto en el modelo del sistema como en las lecturas de los sensores.

Además tiene la particularidad de no sólo ser un estimador, sino que si el sistema es lineal, es el mejor estimador posible. Esto se debe a que el algoritmo ajusta de forma óptima las ganancias del estimador. Para que sea válido este algoritmo debemos cumplir con las siguientes hipótesis:

- El sistema es lineal y se puede expresar en ecuaciones de estado como en la ecuación [2].
- Se considera un ruido o incertidumbre tanto en el modelo como en los sensores, con distribución gaussiana y media cero.

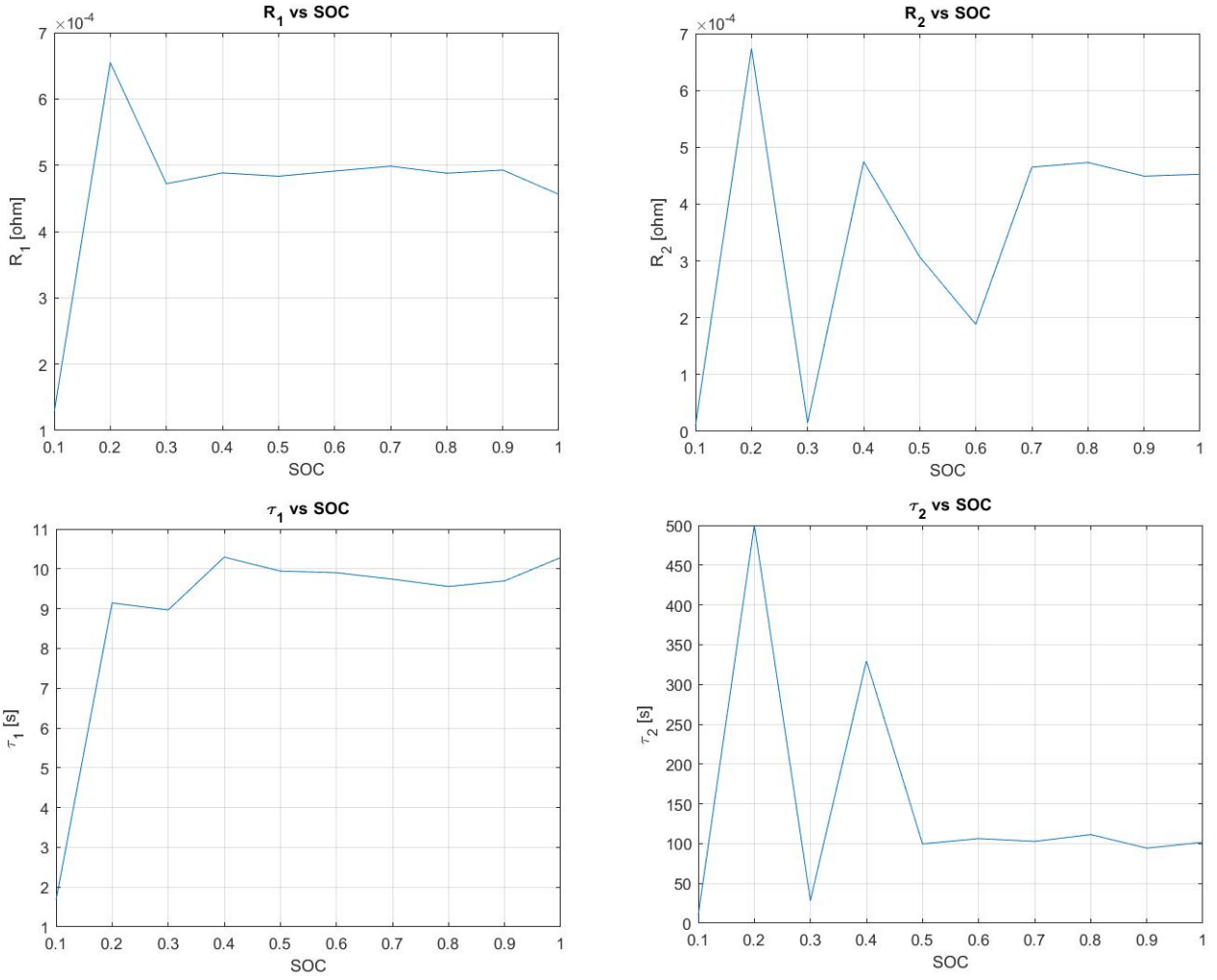


Figura 19: Variación de R_1 ; R_2 ; τ_1 ; τ_2 en función del SOC .

Con estas hipótesis podemos plantear que las ecuaciones que rigen a nuestro filtro de Kalman son [9].

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + v \\ y &= Cx + w\end{aligned}\tag{9}$$

Donde v es la incertidumbre que tenemos en el modelo del proceso y w es el ruido de las mediciones de los sensores. Ambos v y w tienen una distribución Gaussiana y media cero. Y definiendo las ecuaciones [10]:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(v(s)v^T(t)) &= R_v\delta(t-s) \\ \mathbb{E}(w(s)w^T(t)) &= R_w\delta(t-s)\end{aligned}\tag{10}$$

De las ecuaciones anteriores tenemos a \mathbb{E} que son los valores esperados, R_v y R_w las matrices de ruido del proceso y de las mediciones respectivamente. Y $\delta(t-s)$ es la función delta de Dirac. Con estas consideraciones las ecuaciones finales del observador de Kalman son:

El estado estimado, ecuación [11]:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})\tag{11}$$

El error estimado, ecuación [12]:

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - LC)\tilde{x} + v - Lw \quad (12)$$

Siendo la covarianza, ecuación [13]:

$$P_{\tilde{x}} = \mathbb{E}(\tilde{x}(t)\tilde{x}^T(t)) \quad (13)$$

Que tiene un valor mínimo dado por la ecuación [14]:

$$0 = (A - LC) P_{\tilde{x}} + P_{\tilde{x}}(A - LC)^T + R_v + LR_wL^T \quad (14)$$

Ya habiendo explicado y desarrollado las ecuaciones del filtro de Kalman, hay que aclarar que para implementar esto hay que ponerlo en forma de algoritmo iterativo o recursivo. Por esto es que en la siguiente figura [20] se muestra como implementar un filtro de Kalman en forma discreta con sus dos procesos principales (**Predict-Update**) o también conocido como predicción y corrección.

Predict

Predicted (a priori) state estimate

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

Predicted (a priori) estimate covariance

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

Update

Innovation or measurement pre-fit residual

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

Innovation (or pre-fit residual) covariance

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

Optimal Kalman gain

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

Updated (a posteriori) state estimate

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

Updated (a posteriori) estimate covariance

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

Figura 20: Implementación filtro de Kalman en forma discreta.

Ahora que ya hicimos una introducción al filtro de Kalman vamos a abordar el filtro de Kalman **extendido** que es lo que vamos a utilizar realmente en este proyecto. La principal diferencia es que el filtro de Kalman está pensado para sistemas lineales con matrices A , B y C constantes; pero el problema surge cuando trabajamos con sistemas no lineales, como es nuestro caso. Ahora no podremos plantear unas matrices sino que nuestro sistema estará dado por la ecuación [15].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) + w \\ y &= g(x, u) + v \end{aligned} \quad (15)$$

Donde las funciones $f(x, u)$ y $g(x, u)$ son linealizadas por series de Taylor talque [16]:

$$\hat{A}_k = \left. \frac{\partial f(x_k, u_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \hat{x}_k} ; \quad \hat{C}_k = \left. \frac{\partial g(x_k, u_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \hat{x}_k} \quad (16)$$

Repetiendo un procedimiento equivalente al descrito anteriormente para filtro de Kalman, pero ahora considerando que a cada paso $f(x, u)$ y $g(x, u)$ van a variar y por ende hay que recalculer en cada paso. Todo este procedimiento se hace automáticamente por un bloque de Simulink llamado “**Extended Kalman Filter**” que internamente hace todo lo que explicamos. Este bloque se puede ver en la figura [21].

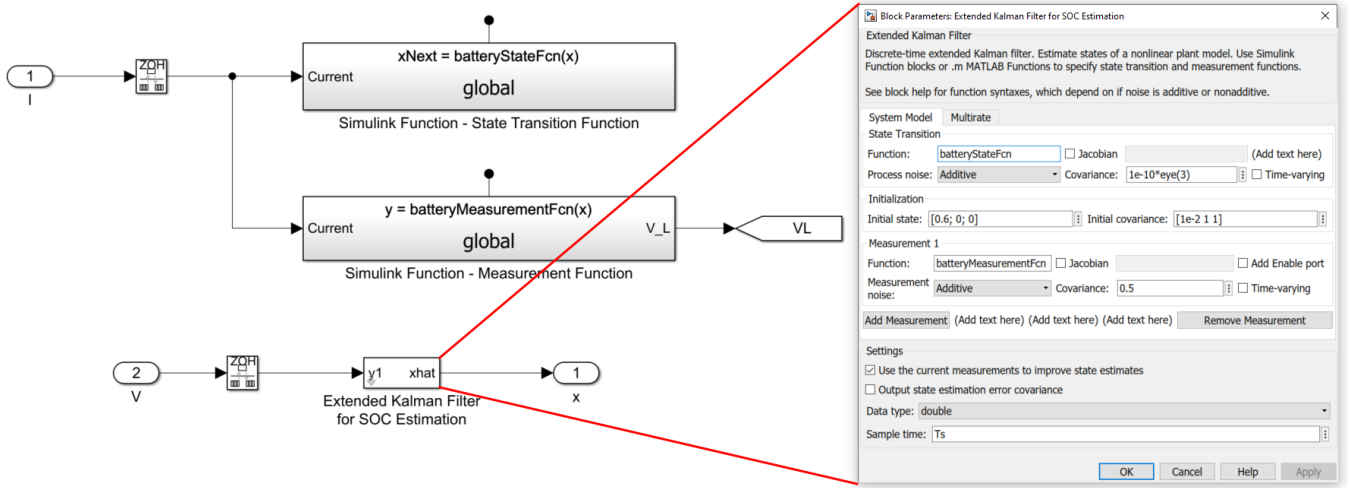


Figura 21: Configuración del filtro de Kalman extendido en Simulink.

El bloque “**Extended Kalman Filter**” necesita que le configuremos:

- El modelo no lineal de la planta $f(x, u)$ (batteryStateFcn), para hacer la estimación del estado siguiente en función del estado actual.
- La incertidumbre que tenemos en ese modelo R_w o covarianza del proceso.
- También necesita una función que modele o nos permita ajustar la estimación en función de las mediciones $g(x, u)$ (batteryMeasurementFcn).
- Y el ruido o covarianza que estimamos tener en las mediciones de los sensores R_v .
- Además vamos a configurar el tiempo de muestreo T_s , porque como dijimos esto se ejecuta en forma discreta. Este tiempo T_s es el mismo que tenemos en los ZOH.
- Y por último cargamos el estado inicial y la covarianza inicial. Cabe aclarar que este estado inicial no tiene porque ser conocido, ya veremos más adelante como el filtro de Kalman extendido converge y compensa el hecho de no conocer el estado inicial del sistema.

Si vemos en detalle la función *batteryStateFcn* en la figura [22] podemos ver cómo se hace la linealización o cálculo de los parámetros (R_1, τ_1, R_2, τ_2) en función del estado actual (SOC).

El cálculo interno que hace en la función *fx* de Matlab es donde están cargadas la ecuación de estado [2] con las respectivas matrices de la ecuación[4].

Además de este modelo tenemos el modelo de la ecuación de salida, que nos sirve para ajustar la estimación en función de las mediciones. La ecuación de salida y la no linealidad de $V_{OC} = f(SOC)$ están visualizadas en la figura [23].

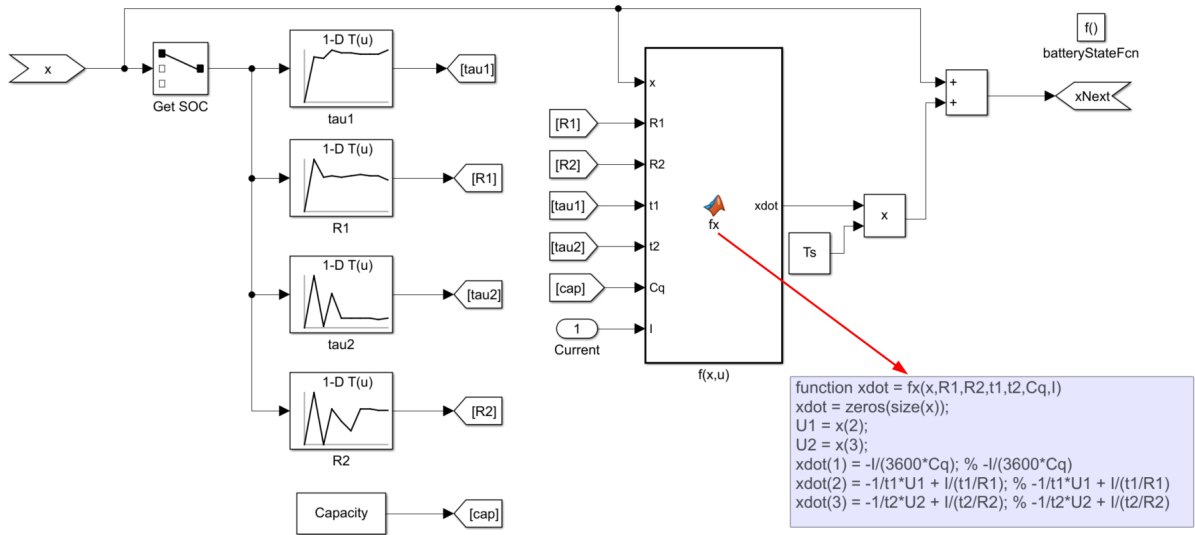


Figura 22: Bloque de Simulink *batteryStateFcn*.

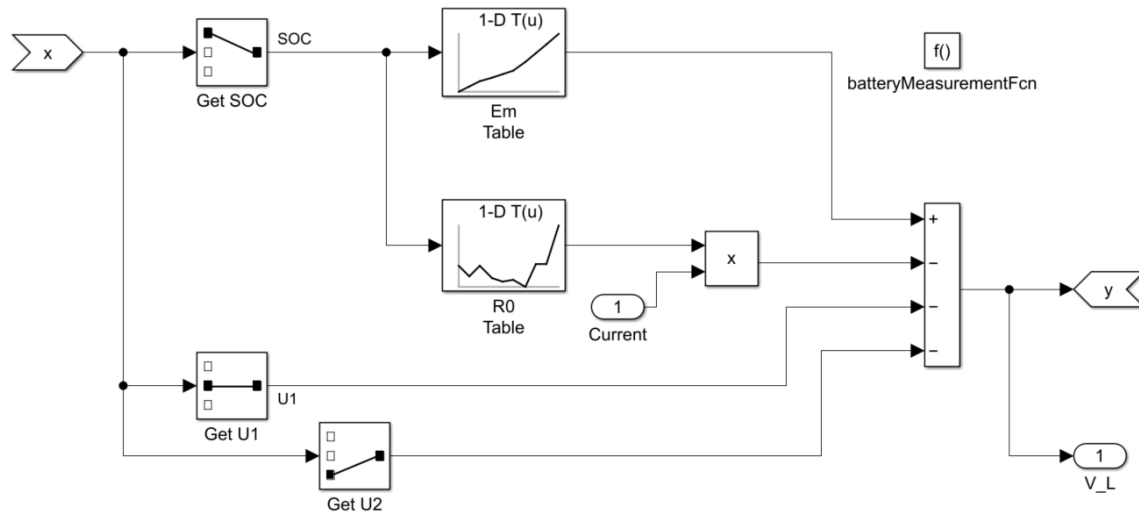


Figura 23: Bloque de Simulink *batteryMeasurementFcn*.

5. Simulación y Conclusiones

El esquema final de Simulink es el que se ve en la siguiente figura [24]. En azul tenemos la parte de la fuente de corriente, el perfil de corriente viene dado por el archivo (*synthData.mat*) que tiene los datos del experimento real. En rojo tenemos el modelo físico de la batería (idealizado), es para simular la planta (batería) real. En verde tenemos la parte de mediciones y salidas del sistema para monitorear y sacar conclusiones.

Más abajo vamos a encontrar dos bloques, el primero es un contador de cargas que integra la carga para calcular de forma analítica el SOC. El segundo es nuestro estimador (EKF) filtro de Kalman extendido, el cuál estimará el SOC a partir de un modelo y de las mediciones.

Notemos que se han agregado dos bloques de ruido al modelo, los mismos están puestos en la salida de los sensores. Esto es con el fin de modelar la respuesta de que los sensores no son perfectos y tienen errores en las mediciones.

Con este modelo se obtuvieron las siguientes respuestas que se ven en la figura [25] a tiempo completo. El tiempo total de la

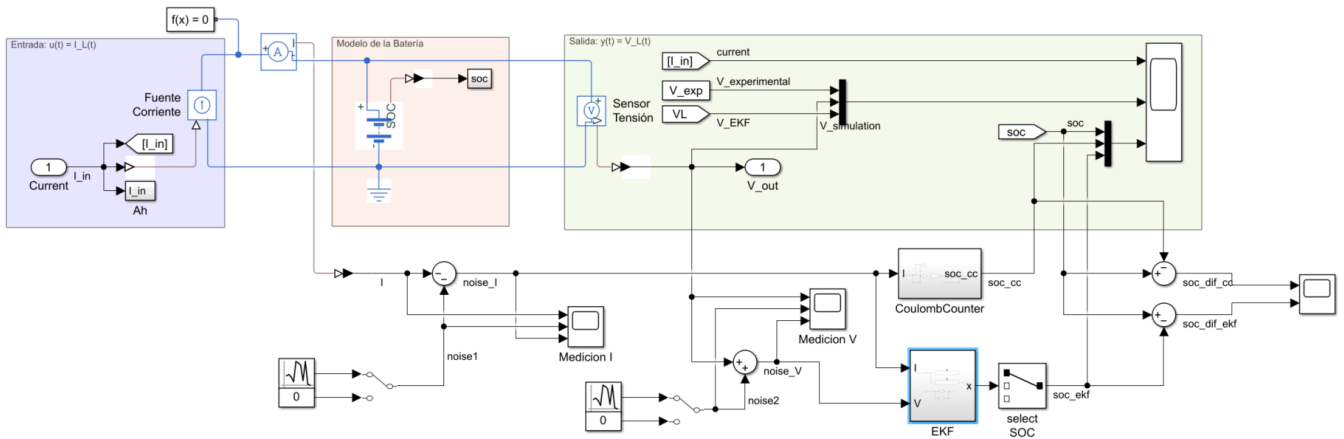


Figura 24: Esquema completo de modelado de baterías con Simulink + Estimador de SOC mediante EKF.

simulación está dado por el perfil de corrientes que tenemos simulado. Podemos observar en tensión cómo es la salida simulada (modelo de la batería) y la que obtenemos por estimación (estimador de Kalman extendido). Y en el SOC vamos a ver 3 curvas, el SOC real de la batería el que obtenemos por integración y el que obtenemos por estimador de Kalman.

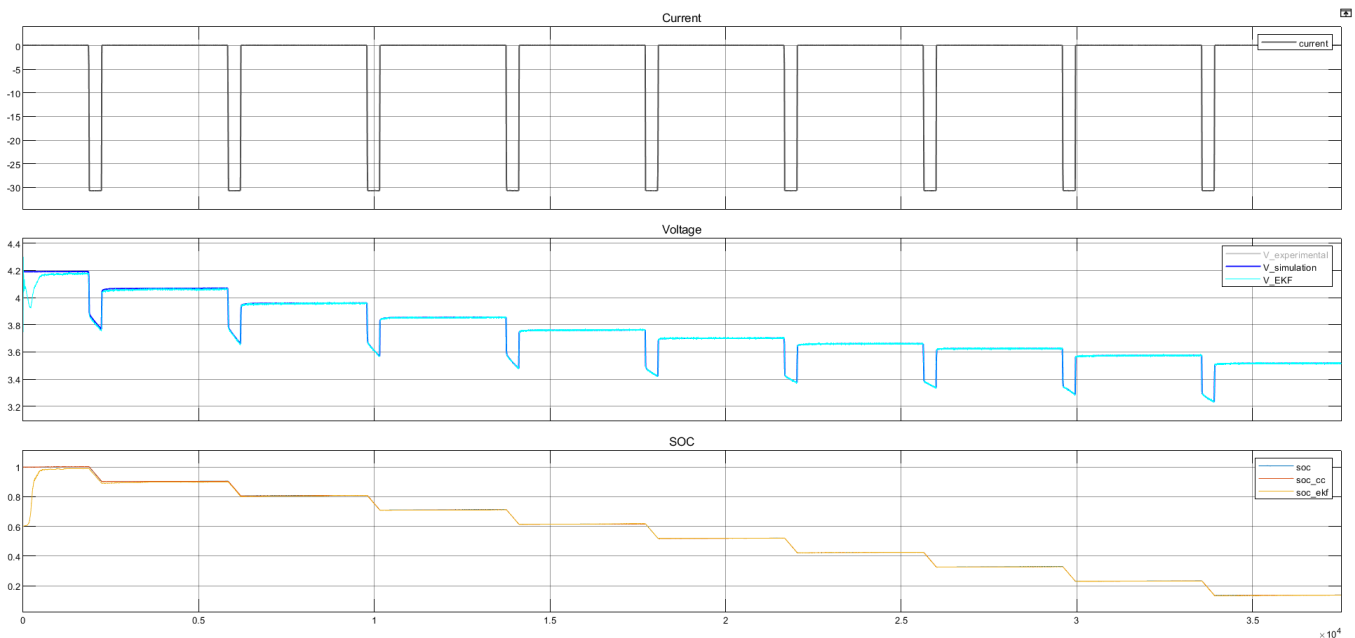


Figura 25: Salida del sistema.

Si hacemos zoom en el transitorio podemos apreciar en la siguiente figura [26] que el estimador de Kalman a pesar de no conocer el estado inicial converge rápidamente.

Y luego en un estado más estacionario o avanzado en el tiempo podemos ver cómo sigue adecuadamente la respuesta del sistema en la figura [27].

Como conclusión final de todo el estudio realizado hemos concluido que el estimador de Kalman extendido es un muy buen estimador de estados para sistemas no lineales y muy variables en el tiempo.

Además pudimos notar que ante ruidos en las mediciones o desconocimientos tanto en el modelo cómo en los estados del sistema, el filtro puede compensar muy bien esas incertidumbres y dar una respuesta bastante fiel y con un mínimo costo computacional, muy fácil de implementar en un algoritmo o procesador digital.

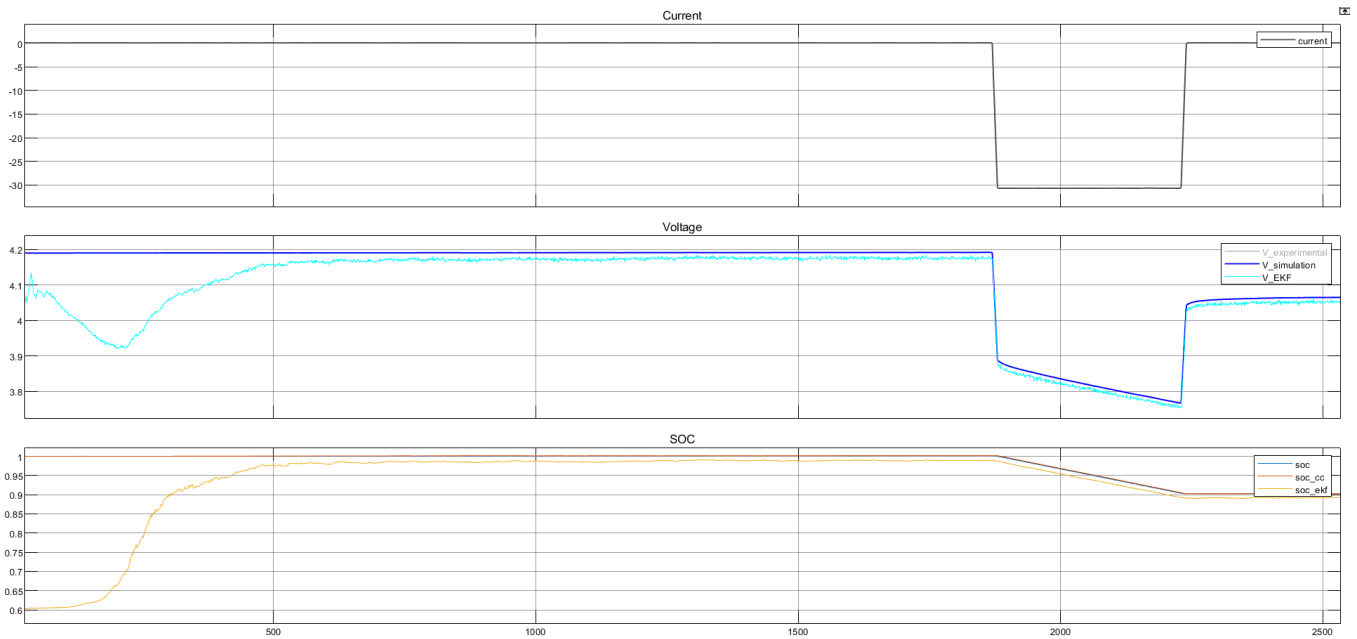


Figura 26: Zoom a la respuesta transitoria inicial del sistema.

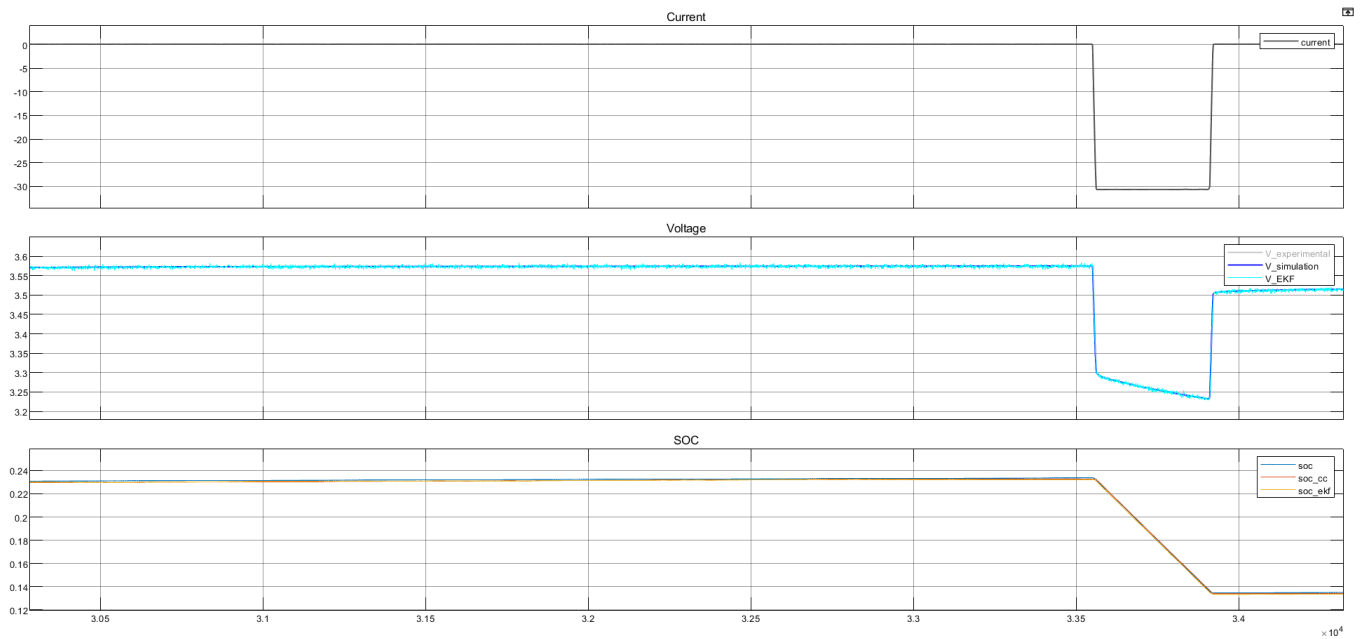


Figura 27: Zoom a la respuesta estacionaria o final del sistema.

Referencias

- [1] Mathworks. Modelado de baterías: Modele baterías durante el diseño de sistemas alimentados por baterías, 2019.
<https://la.mathworks.com/solutions/power-electronics-control/battery-models.html>
- [2] Extended Rauch–Tung–Striebel Smoother for the State of Charge Estimation of Lithium-Ion Batteries Based on an Enhanced Circuit Model
<https://www.mdpi.com/1996-1073/15/3/963/htm>
- [3] A New Cascaded Framework for Lithium-Ion Battery State and Parameter Estimation
<https://www.mdpi.com/2076-3417/10/3/1009/htm>

- [4] Modeling and state of charge estimation of lithium-ion battery
<http://html.rhhz.net/AIM/html/137.htm#rhhz>
- [5] A parameter adaptive method for state of charge estimation of lithium-ion batteries with an improved extended Kalman filter
<https://www.nature.com/articles/s41598-021-84729-1>
- [6] Extended Kalman Filter
https://www.mathworks.com/help/control/ref/ekf_block.html
- [7] Simplified Extended Kalman Filter Observer for SOC Estimation of Commercial Power-Oriented LFP Lithium Battery Cells.
- [8] State-of-Charge Estimation for Lithium-Ion Batteries Using a Kalman Filter Based on Local Linearization.
- [9] A Nonlinear-Model-Based Observer for a State-of-Charge Estimation of a Lithium-ion Battery in Electric Vehicles.
- [10] MODELO PARA LA BATERÍA DE ION DE LITIO DE UN VEHICULO ELÉCTRICO. MASTER EN INGENIERÍA DE AUTOMOCIÓN.
- [11] ANÁLISIS Y MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DE BATERÍAS PARA VEHÍCULOS ELÉCTRICOS. Universidad Carlos III de Madrid.