

Aufgabenblatt 1 zur Diskreten Mathematik 2

(Allgemeinen Relationen und deren Darstellung)

Aufgabe 1.1

Berechnen Sie die kartesischen Produkte:

1. $\{1, 2\} \times \{a, b, c\}$
2. $\{1, \{1\}\} \times \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$
3. $(\{1, 2\} \times \{a, b\}) \times \{a, b\}$
4. $\{1, 2\} \times (\{a, b\} \times \{a, b\})$
5. $\{1, 2\} \times \{a, b\} \times \{a, b\}$
6. $\{\emptyset\} \times \{\emptyset\}$

Aufgabe 1.2

Definiere $M := \{1, 2\}$. Geben Sie alle Relationen auf der Menge M an.

Aufgabe 1.3

Es seien M, N endliche Mengen und $R, S \subseteq M \times N$ Relationen zwischen M und N . Wie ergibt sich die Matrixdarstellung von $R \cup S$ (resp. $R \cap S$) aus den Matrixdarstellungen von R und S ?

Aufgabe 1.4

Beweisen Sie die fehlenden Inklusionen des Assoziativgesetz für die Verkettung von Relationen (Folie 23) und Rechenregeln für die inverse Relation (Folie 24):

Es seien $R_1 \subseteq M_1 \times M_2, R_2 \subseteq M_2 \times M_3$ und $R_3 \subseteq M_3 \times M_4$ Relationen, dann gilt:

$$R_1(R_2 R_3) \subseteq (R_1 R_2) R_3 \quad \text{und} \quad R_2^{-1} R_1^{-1} \subseteq (R_1 R_2)^{-1}$$

Aufgabe 1.5

Definiere $M := \{1, 2, 3, 4\}$ und $N := \{5, 6, 7, 8\}$ sowie die Relationen

$$\begin{aligned} R &:= \{(n, n+4) \mid n \in M\} \subseteq M \times N, \\ S &:= \{(5, 2), (5, 3), (6, 3), (7, 2), (8, 2)\} \subseteq N \times M, \\ T &:= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1)\} \subseteq M \times M. \end{aligned}$$

- (a) Stellen Sie die Relation R als Pfeildiagramm und die Relation T als vereinfachtes Pfeildiagramm dar.
- (b) Stellen Sie die Relation S in der Matrixschreibweise dar.
- (c) Geben Sie die Relationen RS , $R \circ S$ und $T \circ T$ an.
- (d) Geben Sie die Relationen R^{-1} , S^{-1} und $(RS)^{-1}$ an.