

KLAUSUR

Prüfer:
R. Albert

Modul:
I12 Mathematik

Quartal:
2/2009

Datum: 17.06.09

Dauer (Min.): 120

Zugelassene Hilfsmittel:

Bemerkungen:

Name des Prüflings: _____

Zenturie: _____

Matr. Nr. _____

(vom Prüfer auszufüllen):

Note: _____

Prozent: _____

Datum: _____

Unterschrift: _____

Bearbeitungshinweise:

Die Klausur besteht aus acht Aufgaben mit insgesamt 100 erreichbaren Punkten. Sie haben die Klausur bestanden, wenn sie mindestens 50 Punkte erreicht haben.

Abgabeformat: Auf jedem Blatt rechts oben Ihre Matrikelnummer und Name und eine fortlaufende Blattnummerierung und alle Blätter zusammengeheftet. Ihre Lösungsblätter müssen zusammen mit der Klausur abgegeben werden.

Lassen Sie auf der linken Seite oben genug Platz, damit Ihr Text durch das Zusammenheften nicht verdeckt wird.

Vom Korrektor nicht lesbare Texte oder Zahlen werden als nicht geschrieben gewertet.

Anforderung an Skizzen:

Skizzen müssen nicht mit dem Lineal, ... gezeichnet sein, aber Koordinatenkreuze sollten als solche erkennbar sein und wesentliche Werte in Abhängigkeit von der Aufgabe sollten erkennbar eingezeichnet sein.

Aufgabe 1 (2 x 5 = 10 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{27x^2 - 6x - 1}{6x^2 + x - 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\sin x}$$

Aufgabe 2 (2 x 5 = 10 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz/Divergenz:

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k} \right)^{k^2}$$

$$b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$$

Aufgabe 3 (2 x 5 = 10 Punkte)

$$a) \text{ Differenzieren Sie } f(x) = \sin\left(\frac{x^3}{\cos(x^3)}\right)$$

$$b) \text{ Berechnen Sie die dritte Ableitung von } f(x) = (x^3 + 2x) \ln x$$

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Die Funktion $f: x \rightarrow y$ sei durch $f(x) = 2x \cdot \ln \frac{3}{x}$ gegeben. Diskutieren Sie diese Funktion:

- Geben sie den Definitionsbereich dieser Funktion an und skizzieren Sie diese Funktion.
- Untersuchen Sie diese Funktion auf relative Minima bzw. Maxima und errechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten. Betrachten Sie auch $f(x)$ an den Grenzen des Definitionsbereiches.

Aufgabe 5 (2 x 5 = 10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int \frac{2x-7}{x^2+2x-3} dx$

b) $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx$

Aufgabe 6 (1+3+2+1+1+2=10 Punkte)

Ein Versandhändler führt 500 verschiedene Artikel. Die Häufigkeitsverteilung (in Tsd. €) des letzten Monats ist

Umsatz (Tsd. €)		Anzahl der Artikel
von ...	bis unter ...	
0	10	50
10	20	80
20	30	160
30	40	120
40	60	50
60	100	20
100	200	50

- Berechnen Sie den gesamten Artikelumsatz
- Berechnen Sie arithmetisches Mittel, Modalklasse und Median. Welchen Umsatz erzielen somit 50% der Artikel?
- Berechnen und interpretieren Sie das erste Quartil.
- Wie viele Artikel haben einen Wert unter 50 Tsd. € ?
- Wieviel Prozent der Artikel haben einen Wert von mindestens 75 Tsd € ?
- Berechnen sie die Varianz.

Aufgabe 7 (15 Punkte)

Eine Firma stellt im Verlaufe eines Wirtschaftsjahres 10000 Kuppelzelte eines bestimmten Typs her. Die zugehörigen Zeltgestänge werden von den Firmen ALPHA, BETA und GAMMA zugeliefert. Die Firma Alpha liefert 5000 Gestänge, die Firmen BETA und GAMMA liefern je 2500 Gestänge. Der Zelthersteller garantiert für zwei Jahre die Funktionstüchtigkeit der Gestänge. Erfahrungsgemäß hat der Zelthersteller Garantieleistungen für 5% der von Firma ALPHA gelieferten Gestänge, für 2% der von Firma BETA gelieferten Gestänge und für 4% der von Firma GAMMA gelieferten Gestänge zu erbringen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bezieht sich eine eingehende Garantieforderung auf ein Gestänge der Firma a) ALPHA, b) BETA, c) GAMMA?

Aufgabe 8 (3 x 5 = 15 Punkte)

Eine Zufallsvariable Z besitze die folgende Dichtefunktion

$$f(z) = \begin{cases} 1 - |z-1| & \text{für } 0 \leq z \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Skizzieren Sie die Dichtefunktion der Zufallsvariablen Z
- Berechnen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen Z
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen Z.