

Klausurübungen

1) Gegeben sei die Sprache $L_1 = \{w \in \Sigma^* | w = \{cc, b, d\}^+ \{ee\} \{a, f\}^*\}$

- Zeichnen Sie den Automaten A_1 , der L_1 akzeptiert.
- Geben Sie die formale Beschreibung von A_1 an (Quintupel-Darstellung) mit Angabe der enthaltenen Mengen an.
- Geben Sie die Grammatik G_1 mit der vollständigen Angabe der Regelmenge P_1 an.
- Normieren Sie ggf. Ihre Grammatik.
- Leiten Sie das Wort $w = cccceefa$ ab und geben Sie die vollständige Ableitungssequenz an. Zeichnen Sie den Syntaxbaum.
- Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um eine Typ 3- Sprache handeln könnte. Geben Sie die Pumping-Lemma Zahl an.
- Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um keine Typ 2-Sprache handelt.

2) Gegeben sei die Sprache $L_1 = \{w \in \Sigma^* | w = \{a^i\} \{b^j\} \{cd, dc\}^+, i \geq 2, j \geq 1\}$

- Zeichnen Sie den Automaten A_2 , der L_2 akzeptiert.
- Geben Sie die formale Beschreibung von A_2 an (Quintupel-Darstellung) mit Angabe der enthaltenen Mengen an.
- Geben Sie die Grammatik G_2 mit der vollständigen Angabe der Regelmenge P_2 an.
- Normieren Sie ggf. Ihre Grammatik.
- Leiten Sie das Wort $w = aaaabbbcdcccd$ ab und geben Sie die vollständige Ableitungssequenz an. Zeichnen Sie den Syntaxbaum.
- Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um eine Typ 3- Sprache handeln könnte. Geben Sie die Pumping-Lemma Zahl an.
- Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um keine Typ 2-Sprache handelt.

3) Gegeben sei die Sprache $L_3 = \{w \in \Sigma^* | w = \{a, c\}^* \{ee, dd, gg\}^+ a^i, i \bmod 2 = 0, i > 0\}$

- Zeichnen Sie den Automaten A_3 , der L_3 akzeptiert.
- Geben Sie die formale Beschreibung von A_3 an (Quintupel-Darstellung) mit Angabe der enthaltenen Mengen an.
- Geben Sie die Grammatik G_3 mit der vollständigen Angabe der Regelmenge P_3 an.
- Normieren Sie ggf. Ihre Grammatik.
- Leiten Sie das Wort $w = acacaceeggaaaa$ ab und geben Sie die vollständige Ableitungssequenz an. Zeichnen Sie den Syntaxbaum.
- Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um eine Typ 3- Sprache handeln könnte. Geben Sie die Pumping-Lemma Zahl an.

g) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um keine Typ 2-Sprache handelt.

4) Geben Sie die Automaten an, die folgende Sprachen akzeptieren:

a) $L = L_1 \circ L_1$

b) $L = (L_1 \circ L_1) \cup L_1$

c) $L = (L_2 \circ L_1) \cup L_2 \cup L_1$

d) $L = \{L_2 \circ L_1\}^*$

e) $L = (L_1 \circ L_3) \cup L_2$

f) $L = (L_3 \circ L_1) \cup \{L_2\}^*$

5) Geben Sie für die Sprachen aus 4) die Grammatiken an. Normieren Sie Ihre Regelmengen.

6) Gegeben sei die Sprache $L_4 = \{w \in \Sigma^* | w = \{a, c\}^* \{aaa, ddd, ccc\}^+ k^i, i \bmod 3 = 0, i > 0\}$

a) Zeichnen Sie den Automaten A_4 , der L_4 akzeptiert.

b) Geben Sie die formale Beschreibung von A_4 an (Quintupel-Darstellung) mit Angabe der enthaltenen Mengen an.

c) Geben Sie die Grammatik G_4 mit der vollständigen Angabe der Regelmenge P_4 an.

d) Normieren Sie ggf. Ihre Grammatik.

e) Leiten Sie das Wort $w = aaaakkk$ ab und geben Sie die vollständige Ableitungssequenz an. Zeichnen Sie den Syntaxbaum.

f) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um eine Typ 3- Sprache handeln könnte. Geben Sie die Pumping-Lemma Zahl an.

g) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um keine Typ 2-Sprache handelt.

h) Zeigen Sie mithilfe des Trellis-Schemas, dass das Wort $w = accaaacaaaaccckkk$ zur Sprache L_4 gehört.

i) Transformieren Sie den NEA in einen äquivalenten DEA.

j) Zeichnen Sie einen verallgemeinerten NEA. Erläutern Sie die Funktionsweise des verallgemeinerten NEA mithilfe der Hülle der Zustandsüberföhrungsfunktion.

7) Gegeben sei die Sprache $L_5 = \{w \in \Sigma^* | w = \{pp, ddd\} a^i b^j \{a, b, c\}^* \{bb, ccc\}, i, j > 3\}$

a) Zeichnen Sie den Automaten A_5 , der L_5 akzeptiert.

b) Geben Sie die formale Beschreibung von A_5 an (Quintupel-Darstellung) mit Angabe der enthaltenen Mengen an.

- c) Geben Sie die Grammatik G_5 mit der vollständigen Angabe der Regelmenge P_5 an.
- d) Normieren Sie ggf. Ihre Grammatik.
- e) Leiten Sie das Wort $w = ppaaabbbccccc$ ab und geben Sie die vollständige Ableitungssequenz an. Zeichnen Sie den Syntaxbaum.
- f) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um eine Typ 3- Sprache handeln könnte. Geben Sie die Pumping-Lemma Zahl an.
- g) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass es sich um keine Typ 2-Sprache handelt.
- h) Zeigen Sie mithilfe des Trellis-Schemas, dass das Wort $w = ppaaabbbccccbb$ zur Sprache L_5 gehört.
- i) Transformieren Sie den NEA in einen äquivalenten DEA.

8) Geben Sie die Automaten an, die folgende Sprachen akzeptieren:

- a) $L = L_1 \circ L_5$
- b) $L = (L_5 \circ L_1) \cup \{L_3\}^+$
- c) $L = (L_5 \circ L_3) \cup L_4 \cup L_1$
- d) $L = \{L_5 \circ L_4\}^*$
- e) $L = (L_5 \circ L_3) \cup L_2$
- f) $L = (L_5 \circ L_1) \cup \{L_4\}^*$

9) Gegeben sei die Sprache $L_6 = \{w \in \Sigma^* | w = \{ac, bc\}^* d^i \{ac, bc\}^* e^i \{kk\}^+, i > 2\}$

- a) Prüfen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für Typ 3 Sprachen, ob es sich um eine Typ 3 Sprache handeln könnte. Geben Sie dabei die Pumping-Lemma Zahl an.
- b) Prüfen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für Typ 2 Sprachen, ob es sich um eine Typ 2 Sprache handeln könnte. Geben Sie dabei die Pumping-Lemma Zahl an.
- c) Geben Sie die Grammatik an, die die Sprache L_6 erzeugt. Die Regeln sollen in Chomsky-Normalform vorliegen.
- d) Transformieren Ihre Grammatik in eine Greibach-Normalform-konforme Grammatik.
- e) Geben Sie den Kellerautomaten an, der die Sprache L_6 akzeptiert.
- f) Skizzieren Sie den Keller für die Verarbeitung des Wortes $w = acacddddaceeeeekk$

10) Gegeben sei folgende Sprache $L_7 = \{w \in \Sigma^* | w = \{a, c\}^* \{cc, dd, ee\}^+ \{b, d\}^+\}$

- a) Prüfen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich um eine Typ-3-Sprache handeln könnte.
- b) Konstruieren Sie den NEA, der die Sprache L akzeptiert (Darstellung sowohl als Graph als auch mittels der Mengendarstellung/Tupelschreibweise)
- c) Stellen Sie die Verarbeitung des Wortes $w = aacaccccd$ mithilfe des Trellis-Schemas dar.

d) Transformieren Sie den NEA in einen äquivalenten DEA und geben Sie die formale Beschreibung inklusive enthaltener Mengen an. Zeichnen Sie den Automatengraphen

e) Geben Sie die korrespondierende (nicht verallgemeinerte) Grammatik an.

11) Gegeben sei folgende Sprache $L_8 = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^i b^j \{bb, dd, ee\}, i, j > 0\}$

a) Prüfen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich um eine Typ-3-Sprache handeln könnte.

b) Konstruieren Sie den NEA, der die Sprache L akzeptiert (Darstellung sowohl als Graph als auch mittels der Mengendarstellung/Tupelschreibweise)

c) Stellen Sie die Verarbeitung des Wortes $w = aabbbbbbbdd$ mithilfe des Trellis-Schemas dar.

d) Transformieren Sie den NEA in einen äquivalenten DEA und geben Sie die formale Beschreibung inklusive enthaltener Mengen an. Zeichnen Sie den Automatengraphen

e) Geben Sie die korrespondierende (nicht verallgemeinerte) Grammatik an.

12) Konstruieren Sie die Automaten (graphische Darstellung genügt) für folgende Sprachen:

a) $L = L_7 \circ L_8$

b) $L = (L_7 \circ L_8) \cup L_8$

c) $L = L_8 \cup L_7$

d) $L = \{L_8 \circ L_7\}^*$

e) $L = \{L_8 \cup L_7\}^+$

13) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich bei folgenden Sprachen um Typ 3, Typ 2 oder keinen von beiden Typen handeln könnte. Geben Sie, sofern möglich, eine Pumping-Lemma-Zahl an.

a) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c, d\}^+ b^j \{ee\}^*, j > 2\}$

b) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{d, f\}^* a^j c^j e^j, j > 1\}$

c) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c, d\}^+ b^j (ee)^j, j > 0\}$

d) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = (cd)^i b^j \{efe\}^* k^j d^i, j > 0\}$

e) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^j b^i c^j d^i, j > 1\}$

f) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^{2^n}, n > 1\}$

g) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c, v\}^* (ee, ff)^n \{c, v\}^+, n > 1\}$

Konstruieren Sie für die Typ 2-Sprachen korrespondierende Kellerautomaten, die diese Sprache akzeptieren. Entwerfen Sie, sofern möglich, für jede Sprache eine genormte Grammatik (Chomsky-Normalform, Greibach-Normalform). Entwerfen Sie, sofern möglich, für die Typ 1 & Typ 0 – Sprachen Grammatiken beliebiger Form.

14) Gegeben sei die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w = (aa)^i \{b, c\}^* d^j \{c, e\}^* e^j f^i, i, j, > 1\}$$

- a) Testen Sie mithilfe des Pumping Lemmas für Typ 3, ob es sich um eine Typ 3-Sprache handeln könnte.
- b) Testen Sie mithilfe des Pumping Lemmas für Typ 2, ob es sich um eine Typ 2-Sprache handeln könnte.
- c) Geben Sie die Grammatik G an, die die Sprache L erzeugt.
- d) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten K , der die Sprache L akzeptiert.

15) Gegeben sei die Sprache

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in \{a, b\}^+, |w|_a = |w|_b\}$$

- a) Testen Sie mithilfe des Pumping Lemmas für Typ 3, ob es sich um eine Typ 3-Sprache handeln könnte.
- b) Testen Sie mithilfe des Pumping Lemmas für Typ 2, ob es sich um eine Typ 2-Sprache handeln könnte.
- c) Geben Sie die Grammatik G an, die die Sprache L erzeugt.
- d) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten K , der die Sprache L akzeptiert.

16) Gegeben seien die Grammatiken mit folgenden Regelmengen:

$$P_1 = \{S \rightarrow aS|bB, B \rightarrow bbbbB|cC|dD, C \rightarrow ccC|c, D \rightarrow dD|cC|d\}$$

$$P_2 = \{S \rightarrow abaS|cC|bbB|\varepsilon, B \rightarrow bB|b, C \rightarrow ccC|ddD|eeeE|c, D \rightarrow dD|d, E \rightarrow eeE|ee|E|D\}$$

- a) Normieren Sie die Grammatiken.
- b) Konstruieren Sie auf Basis der normierten Grammatik die korrespondierenden Automaten.