Dr. Hendrik Schlieter

Klausur

Formale Grundlagen der Informatik I und II – A100

2. Quartal 2021

Name des Prüflings: **Matrikelnummer:** **Zenturie:**

____________________________ _______________ __________

Dauer: 120 min Seiten ohne Deckblatt: 4 Datum: 25. Juni 2021

Hilfsmittel: Nordakademie Taschenrechner, Stifte (aber möglichst kein Stift in roter Farbe).

Bemerkungen: Diese Klausur enthält 10 Aufgaben. Es können 100 Punkte erreicht werden. Zum Bestehen der Klausur benötigen Sie 50 Punkte.

Bitte lösen Sie nicht die Heftung!

Bitte prüfen Sie zunächst die Klausur (alle Teile) auf Vollständigkeit.

Bitte vermerken Sie auf Ihren Antwortbögen folgende Angaben: Name, Matrikelnummer, Zenturie, Aufgabennummer (falls nicht vorhanden).

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Erreichbare Punkte:	10	4	14	12	10	8	13	10	10	9	100
Erreichte Punkte:											

Note: __________ Prozentsatz: ______ Ergänzungsprüfung: __________

Datum: __________ Unterschrift: ____________________

Datum: __________ Unterschrift: ____________________

Aufgabe 1 (10 Punkte)
Verständnisfragen

Tipp: Nehmen Sie sich für das Lesen und Verstehen der Aufgabenstellung viel Zeit, ansonsten verlieren Sie unnötig viele Punkte.

Hinweis:

- Jede mögliche Antwort ist am Anfang mit einem Schlüssen versehen (z. B. 1a, 1b, 1c).
- Schreiben Sie den Schlüssel der korrekten Antworten auf (nur als Beispiel gedacht: 1a, 1b). Mindestens eine Antwort ist richtig. Es können mehrere Antworten richtig sein.
- Falls Sie alle korrekten Antworten notiert haben, erhalten Sie zwei Punkte.
- Falls Sie nicht alle korrekten Antworten notiert haben, erhalten Sie keine Punkte.

(1.1) (2 Punkte) Notieren Sie die Schlüssel der korrekten Antworten:

- ☐ **1a:** Kellerautomaten sind ausdrucksstärker als Automaten mit ϵ-Übergängen, d. h. die Klasse der von Kellerautomaten erzeugten Sprachen umfasst die Klasse der von Automaten mit ϵ-Übergängen erzeugten Sprachen.
- ☐ **1b:** Kellerautomaten sind ausdrucksstärker als Turingmaschinen.
- ☐ **1c:** Rechtslineare Grammatiken beschreiben Typ-3-Sprachen.

(1.2) (2 Punkte) Notieren Sie die Schlüssel der korrekten Antworten:

- ☐ **2a:** Zu jeder Grammatik von Typ 2 gibt es einen nichtdeterministischen Kellerautomaten, der die zugehörige Sprache akzeptiert.
- ☐ **2b:** Zu jeder Grammatik von Typ 1 gibt es einen nichtdeterministischen Kellerautomaten, der die zugehörige Sprache akzeptiert.
- ☐ **2c:** Zu jeder Grammatik von Typ 2 gibt es einen endlichen Automaten, der die zugehörige Sprache akzeptiert.

(1.3) (2 Punkte) Notieren Sie die Schlüssel der korrekten Antworten:

- ☐ **3a:** Grammatikregeln für Typ-2-Grammatiken haben nur Nicht-Terminalsymbole auf der linken Regelseite.
- ☐ **3b:** Jede Grammatik in Kuroda-Normalform ist regulär.
- ☐ **3c:** Jede Grammatik in Chomsky-Normalform ist kontextfrei.

(1.4) (2 Punkte) Notieren Sie die Schlüssel der korrekten Antworten:

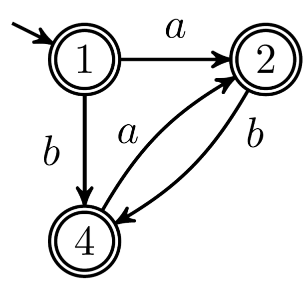
- ☐ **4a:** Für reguläre Ausdrücke α und β gilt: $\alpha \circ \beta \equiv \beta \circ \alpha$.
- ☐ **4b:** Für jeden regulären Ausdruck α gilt: $(\alpha \circ \epsilon) \equiv \epsilon$.
- ☐ **4c:** Für reguläre Ausdrücke α und β gilt: $(\alpha \,|\, \beta) \equiv (\beta \,|\, \alpha)$.

(1.5) (2 Punkte) Notieren Sie die Schlüssel der korrekten Antworten:

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Die folgenden Aussagen sind äquivalent dazu, dass L eine Typ-0-Sprache ist:

- ☐ **5a:** Es gibt eine Turingmaschine M, die L akzeptiert, also $L = L(M)$.
- ☐ **5b:** Es gibt eine kontextsensitive Grammatik G, die L erzeugt, also $L = L(G)$.
- ☐ **5c:** L ist semi-entscheidbar.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Gegeben sei der folgende endliche Automat A:



Welche der Wörter ϵ, aa, ab und abb gehören zu $L(A)$ (ohne Beweis)?

Aufgabe 3 (14 Punkte)
Konstruktion eines DEA:

(a) Zeichnen Sie das Diagramm eines DEA A_1, der alle Wörter aus $\{a, b\}^*$ akzeptiert, die eine gerade Anzahl an a's enthalten.

(b) Geben Sie die schrittweise Verarbeitung des Wortes aba durch den Automaten A_1 an.

(c) Geben Sie einen regulären Ausdruck α an mit $L(\alpha) = L(A_1)$.

Aufgabe 4 (12 Punkte)
NEA in DEA überführen:

Gegeben sei ein NEA $A = (\Sigma, S, \delta, s_0, F)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $F = \{s_0, s_2\}$ und δ gegeben durch die folgende Tabelle:

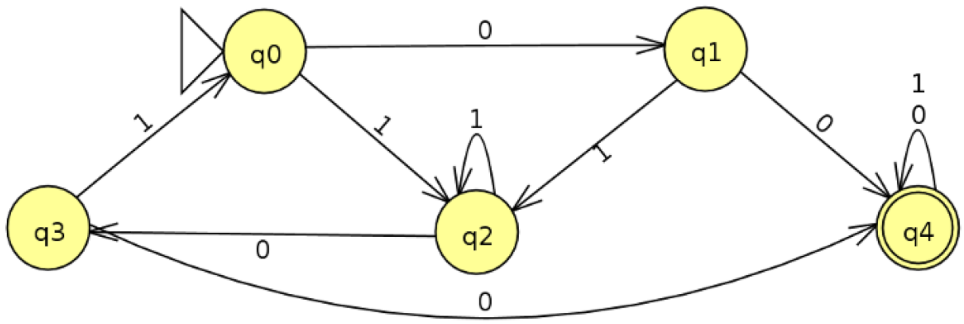
	a	b
s_0	s_1	$-$
s_1	$\{s_1, s_2\}$	s_0
s_2	$-$	s_1

(a) Zeichnen Sie das zum NEA A zugehörige Diagramm.

(b) Transformieren Sie den NEA A zu einem äquivalenten DEA und zeichnen Sie diesen DEA als Diagramm.

Aufgabe 5 (10 Punkte)
DEA minimieren:

Gegeben sei der DEA $A = (\Sigma, S, \delta, q_0, F)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $S = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $F = \{q_4\}$ und δ gegeben durch das folgende Diagramm:



(a) Minimieren Sie den DEA A mit Hilfe des Markierungsalgorithmus, und stellen Sie hierzu eine Tabelle für die Zustandspaare auf.

(b) Zeichnen Sie den minimierten DEA.

Aufgabe 6 (8 Punkte)
Gegeben sei der reguläre Ausdruck $\alpha = (ba)^* \,|\, (a(bb|a))$

(a) Geben Sie zwei verschiedene Worte an, die in $L(\alpha)$ liegen (ohne Beweis).

(b) Geben Sie einen DEA A, der $L(A) = L(\alpha)$ erfüllt, als Diagramm an.

Aufgabe 7 (13 Punkte)
Grammatik zu DEA:

Gegeben sei die folgende Grammatik $G = (\{a, b, c, d\}, \{S, B, C, D\}, P, S)$ mit Regelmenge

$$\begin{aligned} P = \{S &\to aB|aC, \\ B &\to bB|bD, \\ C &\to cC|dD, \\ D &\to \epsilon\}. \end{aligned}$$

(a) Ist G eine rechts- oder linkslineare Grammatik?

(b) Zeigen Sie (durch schrittweise Ableitung) oder widerlegen Sie: (i) $abb \in L(G)$, (ii) $accd \in L(G)$.

(c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der die von G erzeugte Sprache akzeptiert.

(d) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache $L(G)$ beschreibt.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

Gegeben sei die Sprache $L = \{b^m a^n c^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}$.

(a) Bestimmen Sie den höchsten Typ der Sprache L (ohne Beweis).

(b) Geben Sie eine Grammatik G mit $L(G) = L$ an und eine schrittweise Ableitung für das Wort *bbacc* in G an.

Aufgabe 9 (10 Punkte)

(9.1) Formulieren Sie die Churchsche These.

(9.2) Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Definieren Sie, wann L entscheidbar genannt wird.

(9.3) Geben Sie eine Turingmaschine $T = (\Sigma, S, \Gamma, \delta, s_0, \#, F)$ formal an, die zu einer natürlichen Zahl in Strichcodierung 2 addiert (z. B. $| \rightarrow |||$) und auf dem am weitesten rechts stehenden Strich stoppt.

Aufgabe 10 (9 Punkte)

(10.1) Seien a, b, c, d, e, f Funktionen von $\mathbb{N}_0$ nach $\mathbb{R}_{\geq 0}$ definiert durch

$$\begin{aligned}
a(n) &= 5n + 1, \\
b(n) &= log(n) + 3, \text{ falls } n > 0, \ b(0) = 0 \\
c(n) &= 2^n + 7, \\
d(n) &= 42, \\
e(n) &= n^3, \\
f(n) &= n + 12 \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0.
\end{aligned}$$

Sortieren Sie für die oben gegebenen Funktionen die O-Klassen $O(a)$, $O(b)$, $O(c)$, $O(d)$, $O(e)$ und $O(f)$ bezüglich ihrer Teilmengenbeziehung. Nutzen Sie ausschließlich die echte Teilmenge $\subset$ sowie die Gleichheit $=$ für die Beziehungen zwischen den Mengen.

Die angegebenen Beziehungen müssen weder bewiesen noch begründet werden.

Folgendes Beispiel illustriert diese Schreibweise für Funktionen f_1 bis f_5 (diese haben nichts mit den oben angegebenen Funktionen zu tun):

$$O(f_4) \subset O(f_3) = O(f_5) \subset O(f_1) = O(f_2)$$

(10.2) (i) Definieren Sie den Begriff NP-vollständig.

(ii) Geben Sie ein Beispiel für ein Problem an, das NP-vollständig ist.

Viel Erfolg!