

Aufgaben zu Kapitel 3: EULER und FERMAT

Aufgabe 3.1 (EULERSCHE φ -FUNKTION) Berechnen Sie folgende Werte und geben Sie den Rechenweg an:

- a) $\varphi(31) = 31 - 1 = 30$ (da 31 eine Primzahl ist),
- b) $\varphi(625) = 625 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 500$ (da 625 eine Primzahlpotenz ist),
- c) $\varphi(4950) = 4950 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 1200$ (allgemeiner Fall).

Aufgabe 3.2 (SÄTZE VON EULER UND FERMAT)

Satz von Euler: n teilt $a^{\varphi(n)} - 1$ wenn a und n teilerfremd sind;

alternative Formulierung: $\text{ggT}(a, n) = 1 \Rightarrow a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$.

(Kleiner) Satz von Fermat: Im Spezialfall ist n eine Primzahl, somit sind a und n teilerfremd und $\varphi(n) = n - 1$.