



## Klausur

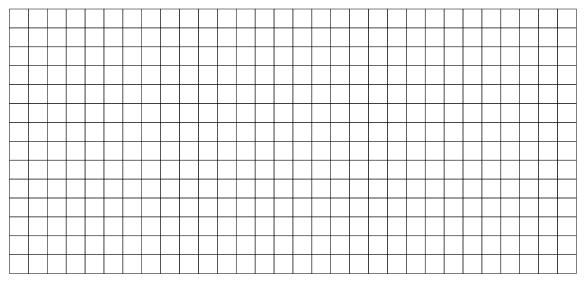
## W150 Ingenieurmathematik 1 (Q1/2019)

Name d	es Prüflings:				Matri	kelnum	mer:	Zenturi
Dauer: 9	00 min			<del>-</del>			Da	- utum: 11. März 2
	e Hilfsmittel:		Tascher	nrechnei	r, 3 Blat	t Forme	lsamml	ung (beidseitig,
me • Di	er und Ihre Ze le Klausuraufg	nturie. gaben ui	mfassen	inkl. de	n Seiten	für Ihre	Lösung	gen aber ohne Deligkeit! Belassen
die	e Klausur in g ım Bestehen d	eklamm	ertem Z	ustand.	_			
	Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	Gesamt:
	Punktzahl:	16	18	14	16	16	20	100
	Erreicht:							
	Erreicht:							
Datum:	n: Note: _				Ergänzungsprüfung:			
Untersch	nrift:				_ Unt	erschrif	t:	

**Aufgabe 1** (16 Punkte)

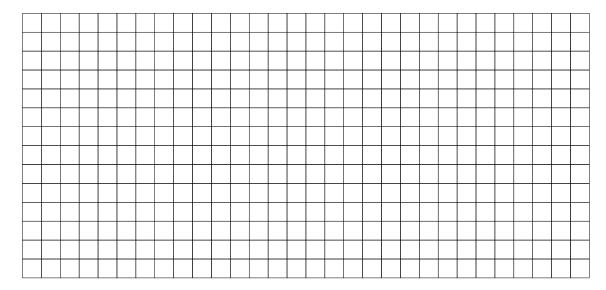
Gegeben sind die komplexen Zahlen  $z_1 = \sqrt{2} + i \cdot \sqrt{2}$  und  $z_2 = -\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2}$ .

(1.1) (4 Punkte) Berechnen Sie das Produkt  $z_3 = z_1 \cdot z_2$  in Normalform.

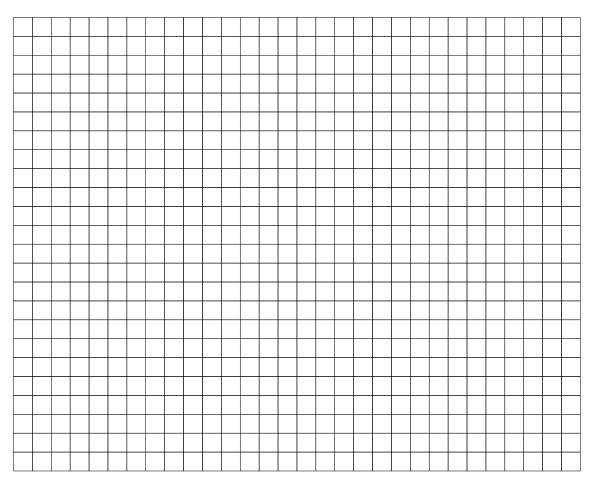


(1.2) (5 Punkte) Stellen Sie  $z_1$  und  $z_2$  in Polarform dar und berechnen Sie anschließend  $z_3 = z_1 \cdot z_2$  in Polarform. Überführen Sie das Ergebnis für  $z_3$  in Normalform und überprüfen Sie damit das Ergebnis der vorigen Teilaufgabe.

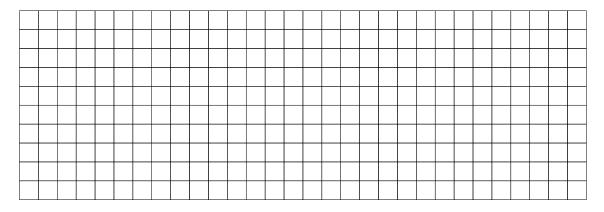
**Hinweis:**  $\cos(\frac{3}{2}\pi) = 0$ ,  $\sin(\frac{3}{2}\pi) = -1$ ,  $\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$ 



(1.3) (3 Punkte) Stellen Sie die komplexen Zahlen  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z_3$  graphisch dar.



(1.4) (4 Punkte) Gegeben ist z = 2i. Berechnen Sie die 2. Wurzeln aus z.

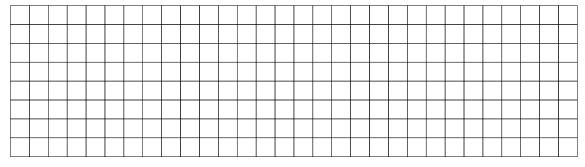


## **Aufgabe 2** (18 Punkte)

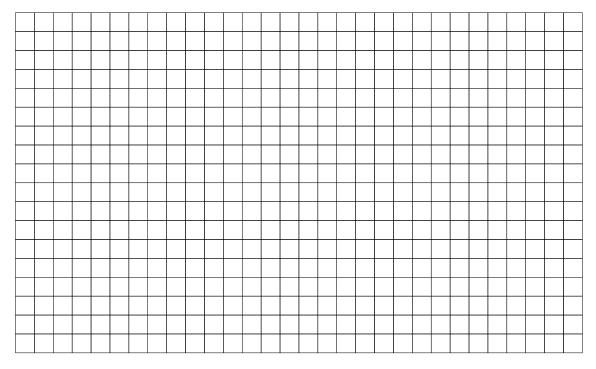
Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

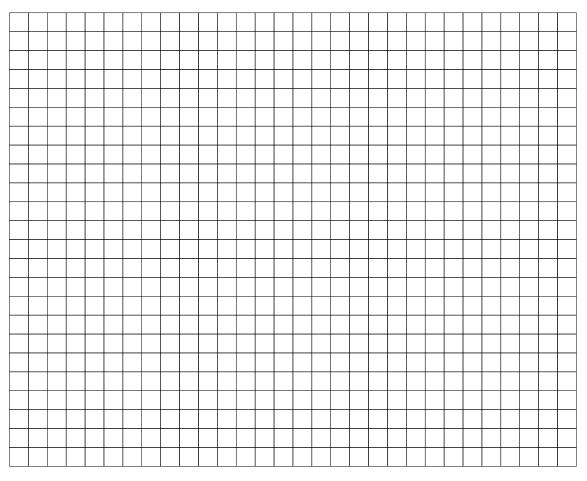
Hierbei ist  $a \in \mathbb{R}$ .

(2.1) (2 Punkte) Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrix-Form.

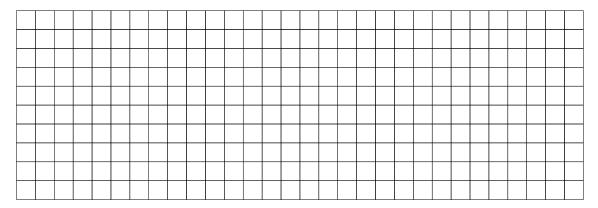


(2.2) (12 Punkte) Geben Sie für das lineare Gleichungssystem die Lösungsmenge in Abhängigkeit von *a* an. Verwenden Sie zur Lösung das Gauß–Verfahren unter Angabe aller Zwischenschritte.





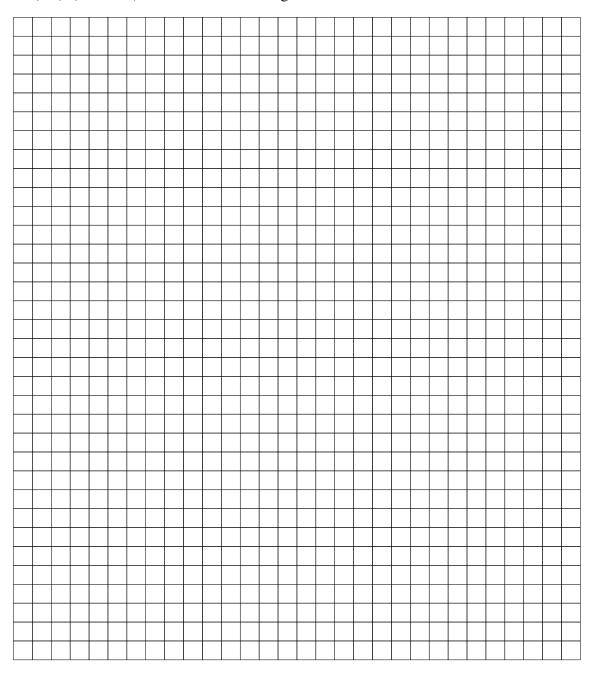
(2.3) (4 Punkte) Geben Sie den Rang der Koeffizientenmatrix A und der erweiterten Koeffizientenmatrix (A|b) zu obigem Gleichungssystem an. Sie dürfen dazu die berechnete Stufenform aus dem vorigen Aufgabenteil verwenden.



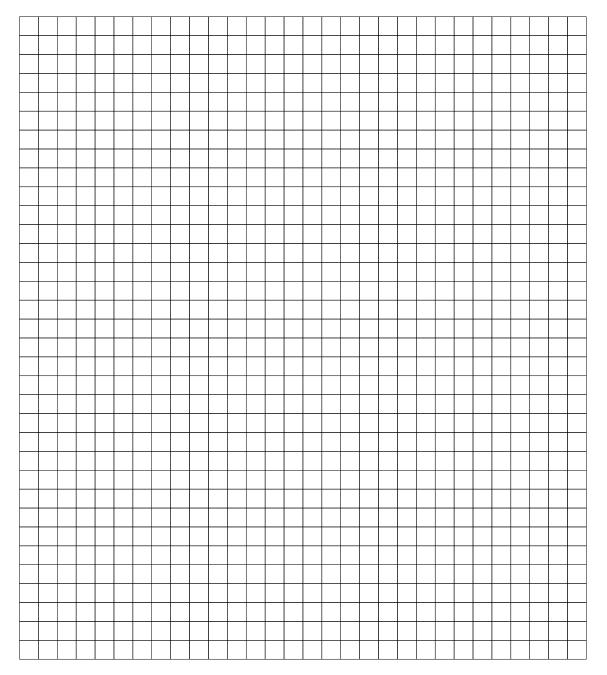
## Aufgabe 3 (14 Punkte)

Gegeben ist die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

(3.1) (6 Punkte) Berechnen Sie die Eigenwerte von A.



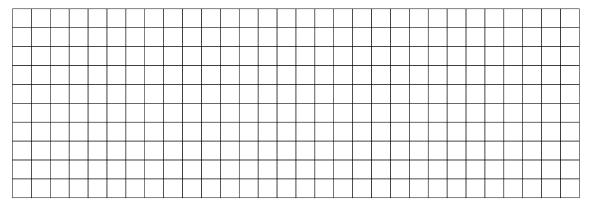
(3.2) (8 Punkte) Berechnen Sie die zugehörigen Eigenvektoren für die berechneten Eigenwerte und geben Sie jeweils auch den normierten Eigenvektor an.



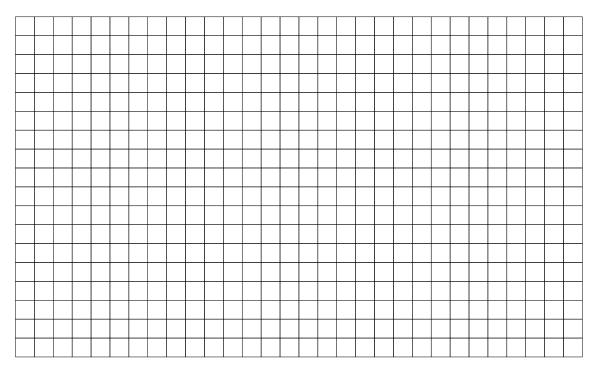
**Aufgabe 4** (16 Punkte)

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem 
$$A \cdot x = b$$
 mit  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

(4.1) (4 Punkte) Berechnen Sie die Determinante von *A* mit Hilfe des Laplace'schen Entwicklungssatz.



(4.2) (12 Punkte) Berechnen Sie die Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe der Cramerschen Regel.

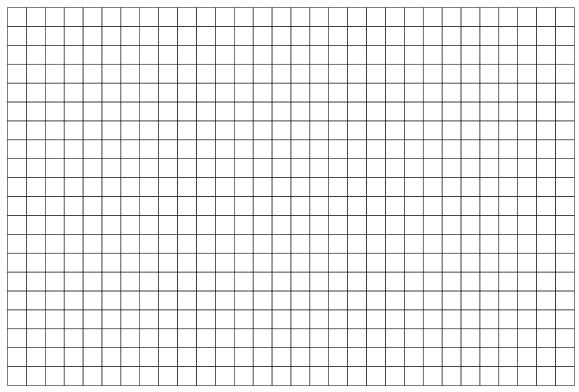


**Aufgabe 5** (16 Punkte)

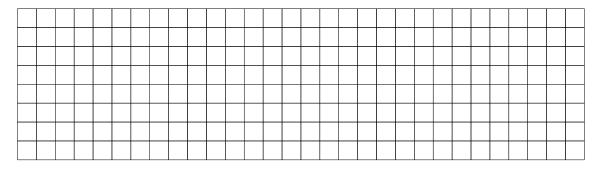
Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(5.1) (12 Punkte) Berechnen Sie die inverse Matrix  $A^{-1}$  mit Hilfe der Unterdeterminanten.



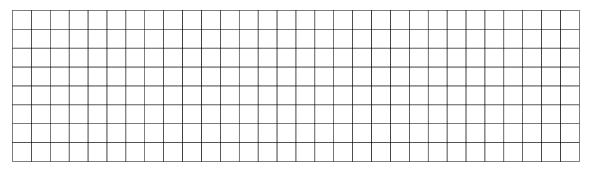
(5.2) (4 Punkte) Multiplizieren Sie zur Kontrolle die Matrizen A und  $A^{-1}$ .



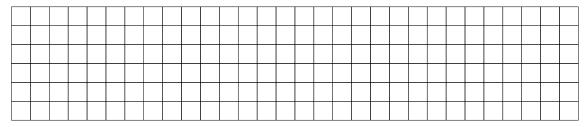
Aufgabe 6 (20 Punkte)

Gegeben ist die Funktion 
$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + x + 11}{x^2 + 2x - 3}$$
.

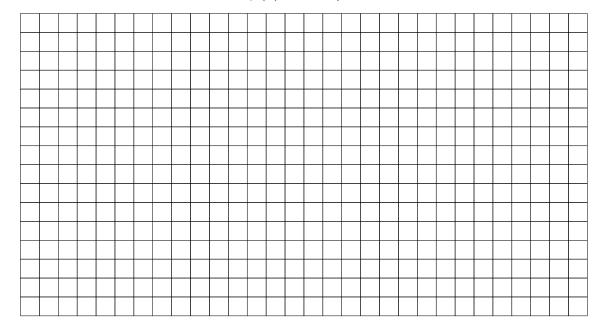
(6.1) (3 Punkte) Berechnen Sie die Nullstellen vom Nennerpolynom.



(6.2) (3 Punkte) Geben Sie den Definitionsbereich von f(x) an.



(6.3) (6 Punkte) Führen Sie für f(x) eine Polynomdivision durch.



(6.4) (8 Punkte) Führen Sie für die aus der eben berechneten verbleibenden echt gebrochen rationalen Funktion eine Partialbruchzerlegung durch.

