

NAME DES DOZENTEN: BJÖRN-HELGE BUSCH

**KLAUSUR I140
AUTOMATENTHEORIE UND FORMALE SPRACHEN**

QUARTAL: Q2/2018

Name des Prüflings:

Matrikelnummer:

Zenturie:

Dauer: 90 Min.

Seiten ohne Deckblatt und Infoblatt: 14

Datum: 16.04.2018

Hilfsmittel:

Bemerkungen:

- Infoblatt zur Klausur (siehe letzte Seite)
- Bitte kontrollieren Sie Ihr Klausurheft zu Beginn der Prüfung auf Vollständigkeit.
- **Bitte lösen Sie nicht die Heftung**

Es sind 120 Punkte erreichbar.

Zum Bestehen der Klausur sind 60 Punkte ausreichend.

Punkte für Aufgaben	
Aufgabe 1	von 10
Aufgabe 2	von 27
Aufgabe 3	von 26
Aufgabe 4	von 27
Insgesamt	von 90

Datum: _____

Note: _____

Ergänzungsprüfung: _____

Unterschrift: _____

Aufgabe 1: Wortmengen und Wortfunktionen

- a) Geben Sie jeweils drei Eigenschaften von formalen und natürlichen Sprachen an. Nutzen Sie für die Gegenüberstellung die Tabelle (3 Punkte)

Natürliche Sprache	Formale Sprache

- b) In welche Bestandteile lässt sich ein Wort $w = eeacb$ zerlegen? Wann spricht man von einer unechten Zerlegung? (1 Punkte)

c) Gegeben sei ein Alphabet Σ . Was ist $P(\Sigma^*)$ und welche Eigenschaften besitzt $P(\Sigma^*)$ bzgl. der Kardinalität? (2 Punkt)

d) Geben Sie zwei Wortfunktionen inklusive des Definitions- und Wertebereichs und beispielhaftem Funktionsaufruf an.

- Ordnen Sie ferner die Eigenschaften der Funktion zu.
- Konstruieren Sie eine Turingmaschine, welche eine dieser Wortfunktionen abbildet.

(insgesamt 4 Punkte)

Aufgabe 2: Endliche Automaten

a) Gegeben seien die Sprachen

$$\begin{aligned}L_1 &= \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c\}^* \{e\}^+ \{a, f\}^*\} \\L_2 &= \{w \in \Sigma^* \mid w = \{b, c\}^+ \{e\}^* \{aa\}^+\}\end{aligned}$$

Zeichnen Sie zuerst die Automaten von L_1 und L_2 und konstruieren Sie den dazugehörigen Produktautomaten, der ausschließlich den Schnitt $L_1 \cap L_2$ akzeptiert. (6 Punkte)

b) Gegeben seien die beiden Sprachen

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{b\}^+ \{eee\}^* \{d\}^+\}$$

$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, b\}^+ c^i e^j, i > 0, j > 2, j \bmod 3 = 0\}.$$

Konstruieren Sie einen DEA A_5 , der ausschließlich die Sprache

$$L_5 = L_3 \circ L_4$$

akzeptiert. (6 Punkte)

c) Gegeben sei die Sprache

$$L_6 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, b, c\}^+ \{abc, bbc\} \{d\}^+\}$$

Konstruieren Sie den NEA A_6 und demonstrieren Sie die Äquivalenz zwischen NEA und DEA, indem Sie A_6 in einen äquivalenten DEA transformieren. Nutzen Sie dafür den tabellarischen Ansatz. (6 Punkte)

- d) Erläutern Sie den Begriff Turingautomat. Konstruieren Sie einen Turingautomaten, der die Funktion

$$f: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x + y + 1$$

umsetzt. Die Operanden sollen in Strichnotation kodiert (z.B. 3 als |||, 5 über |||||, etc.) werden. Als Trennsymbol für die Operanden soll die Null verwendet werden. (5 Punkte)

- e) Erläutern Sie den Begriff Mealy-Maschine anhand eines Beispiels (mindestens 5 Zustände) und geben Sie die äquivalente Moore-Maschine an. (4 Punkte)

Aufgabe 3: Grammatiken

- a) Gegeben ist die Sprache

$$L_7 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{cc\}^+(bd)^i\{g\}^*, i \geq 1\}.$$

Geben Sie die normierte Typ-3-Grammatik G_7 an, die ausschließlich die Sprache L_7 erzeugt. Zeichnen Sie den mit G_7 korrespondierenden Automaten (5 Punkte).

- b) Konstruieren Sie eine Grammatik, welche die leere Sprache definiert. Zeichnen Sie den entsprechenden Automaten. (3 Punkte)

c) Gegeben sei die Sprache

$$L_8 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{b\}^* \{f\}^+ c^i d^i, i \geq 1\}.$$

Geben Sie korrespondierende Grammatik an und überführen Sie diese in die Chomsky-Normalform. (5 Punkte)

d) Gegeben sei die Sprache

$$L_9 = \{w \in \Sigma^* | w = b^i c^i \{dd\}^*, i > 0\}$$

- Konstruieren Sie die Typ 2 – Grammatik G_9 mit der Regelmenge P_9 .
- Überführen Sie Ihre konstruierte Regelmenge P_9 in die Greibach-Normalform (GNF).

- Konstruieren Sie den mit

$$L_9 = \{w \in \Sigma^* \mid w = b^i c^i \{dd\}^*, i > 0\}$$

korrespondierenden Kellerautomaten K_9 mit Angabe der Zustandsübergangsfunktion δ_9 (insgesamt 9 Punkte).

- e) Geben Sie den Mehrkelerautomaten K_{10} an, der die Sprache

$$L_{10} = \{w \in \Sigma^* \mid w = b^j c^j d^j, j > 0\}$$

akzeptiert. Die Angabe der Zustandsüberföhrungsfunktion genügt. (4 Punkte)

Aufgabe 4: Sprachklassen

- a) Skizzieren Sie die Chomsky-Hierarchie und erläutern Sie die Unterschiede anhand der Ausdrucksmächtigkeit der klassifizierten Grammatiken (Hinweis: ***P*** enthält Regeln unterschiedlichen Typs zur Worterzeugung). Geben Sie die jeweiligen Abschlusseigenschaften an. (7 Punkte)

b) Erläutern Sie anhand der beiden Sprachen

$$L_a = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a\}^* \{d\}^+\}$$
$$L_b = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c\}^+ \{a, b\}\}$$

, warum reguläre Sprachen abgeschlossen gegenüber der Vereinigung sind. (3 Punkte)

c) Erläutern Sie anhand der beiden Sprachen

$$L_a = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a\}^* \{d\}^+\}$$
$$L_b = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c\}^+ \{a, b\}\}$$

, warum reguläre Sprachen abgeschlossen gegenüber der Konkatenation sind. (3 Punkte)

- d) Lässt sich das Wortproblem für Typ 2 – Sprachen lösen? Begründen Sie Ihre Antwort. Auf welche beiden prinzipiellen Wege lässt sich dies bewerkstelligen? Wie viele Schritte benötigt ein Algorithmus, um das Wortproblem bei Eingabe eines Wortes w zu lösen? (4 Punkte)
- e) Was versteht man unter dem Äquivalenzproblem? Für welche Sprachklassen lässt dies sich entscheiden und wie würden Sie bei zwei gegebenen Sprachdefinitionen dabei vorgehen? (4 Punkte)

f) Geben Sie für die Sprache

$$L_{13} = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{k\}^+ b^i c^j \{k\}^+, i > 0, j > 0\}$$

die Klassen der Myhill-Nerode-Relation an mit den ersten Repräsentanten an (3 Punkte).

g) Gegeben seien die Sprachen

$$L_{12} = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, b\}^+ d^i e^j f^j \{cc\}^*, i \geq 1, j \geq 2\}$$

Testen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich um Typ 3, Typ 2 oder Typ1/Typ0 Sprachen handeln könnte und geben Sie für die jeweilige Zerlegung, sofern möglich, die Pumping-Lemma-Zahl an. (3 Punkte)