

NAME DES DOZENTEN: BJÖRN-HELGE BUSCH

**KLAUSUR I140
AUTOMATENTHEORIE UND FORMALE SPRACHEN
I14A, I14B**

QUARTAL: Q2/2016

Name des Prüflings:

Matrikelnummer:

Zenturie:

Dauer: 90 Min.

Seiten ohne Deckblatt und Infoblatt: 15

Datum: 18.04.2016

Hilfsmittel:

Bemerkungen:

- Infoblatt zur Klausur (siehe letzte Seite)
- Bitte kontrollieren Sie Ihr Klausurheft zu Beginn der Prüfung auf Vollständigkeit.

Es sind 90 Punkte erreichbar.

Zum Bestehen der Klausur sind 45 Punkte ausreichend.

Punkte für Aufgaben	
Aufgabe 1	von 10
Aufgabe 2	von 30
Aufgabe 3	von 23
Aufgabe 4	von 27
Insgesamt	von 90

Datum: _____

Note: _____

Ergänzungsprüfung: _____

Unterschrift: _____

Termin für Klausureinsicht: _____

Ort: _____

Aufgabe 1: Wortmengen und Wortfunktionen

- a) Geben Sie jeweils drei Eigenschaften von formalen und natürlichen Sprachen an. Nutzen Sie für die Gegenüberstellung die Tabelle (3 Punkte)

Natürliche Sprache	Formale Sprache

- b) Erläutern Sie die Begriffe Alphabet und Plushülle über einem Alphabet mithilfe eines Beispiels. (2 Punkte)

- c) In welche drei Bestandteile lassen sich Wörter $w \in \Sigma^+$ zerlegen? Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit sich $w \in \Sigma^*$ in drei disjunkte Teile zerlegen lassen? (2 Punkt)
- d) Geben Sie zwei Wortfunktionen inklusive des Definitions- und Wertebereichs gemäß üblicher (mengentheoretischer) Funktionsvorschrift und beispielhaftem Funktionsaufruf an. Ordnen Sie ferner, sofern möglich, die Attribute total, partiell, injektiv, surjektiv und bijektiv zu. Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)

Aufgabe 2: Endliche Automaten

a) Gegeben sind die Sprachen

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c\}^* \{aa, ab\}^+ \{ee\}^*\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{zz\}^+ \{xy, xx, yx, yy\} 1^j, j > 2, j \bmod 3 = 0\}.$$

Konstruieren Sie einen nicht verallgemeinerten DEA A_3 , der ausschließlich die Sprache

$$L_3 = L_1 \circ L_2$$

akzeptiert. Geben Sie die graphische Repräsentation mit markierten akzeptierenden Zuständen an. Auf eine mengenwertige Darstellung von δ_3 kann verzichtet werden. (8 Punkte)

- b) Erläutern Sie den Begriff Produktautomat. Konstruieren Sie für Ihre Ausführungen den Produktautomaten A_{Π} , wobei A_{Π} ausschließlich $L_3 \cap L_4$ akzeptieren soll. Die graphische Repräsentation mit akzeptierenden Zuständen genügt.

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, b\}^* \{c\}^*\}$$
$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a\}^+ \{b\} \{c\}^+\},$$

(6 Punkte)

- c) Was versteht man unter der reflexiv-transitiven Hülle der Zustandsübergangsfunktion δ eines endlichen Automaten. Für welchen Automatentyp ist δ stets total? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

- d) Erläutern Sie den Begriff Kleene-Stern-Produkt und konstruieren Sie einen Automaten, der das Kleene-Stern-Produkt über einem beliebigen Alphabet Σ akzeptiert. (1 Punkt)

- e) Erläutern Sie den Begriff Turingautomat. Konstruieren Sie einen Turingautomaten, der die Funktion

$$f: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, (x, y, z) \mapsto x + y + z$$

umsetzt. Die Operanden sollen in Strichnotation kodiert (z.B. 3 als |||, 5 über |||||, etc.) werden. Als Trennsymbol für die Operanden soll die Null verwendet werden. Geben Sie den Bandinhalt für die Operanden ($x = 3, y = 5, z = 2$) für den Anfang und das Ende der Bearbeitung an. (6 Punkte)

f) Gegeben sei die Sprache

$$L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{0, 1, 2, 3\}^* \{123\} \{0, 1\}^+\}$$

Konstruieren Sie den korrespondierenden, nicht verallgemeinerten NEA A_5 (Automatengraph genügt) und demonstrieren Sie die Äquivalenz zwischen NEA und DEA, indem Sie A_5 in einen äquivalenten DEA A_5' transformieren. Nutzen Sie dafür den tabellarischen Ansatz und zeichnen Sie den Graphen von A_5' . (8 Punkte)

Aufgabe 3: Grammatiken

- a) Erläutern Sie den Begriff Greibach-Normalform-GNF. Welche Einschränkung gilt hinsichtlich der durch GNF-konforme Grammatiken erzeugten Sprachen? (1 Punkt)

- b) Gegeben ist die Sprache

$$L_6 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a u a\}^+ (c c, c d)^i \{e, f\}^+, i > 0\}.$$

Geben Sie die normierte Grammatik G_6 mit der Regelmenge P_6 an, die ausschließlich die Sprache L_6 erzeugt. Zeichnen Sie den mit P_6 korrespondierenden endlichen Automaten (6 Punkte).

c) Gegeben sei die Sprache

$$L_7 = \{w \in \Sigma^* | w = \{ee\}^* x^i y^i \{c\}^+, i > 0\}$$

- Konstruieren Sie die Typ 2 – Grammatik G_7 mit der Regelmenge P_7 .

- Überführen Sie Ihre konstruierte Regelmenge P_7 in die Chomsky-Normalform (CNF).

- Konstruieren Sie den Kellerautomaten K_7 mit Angabe der Zustandsübergangsfunktion δ_7 , der L_7 akzeptiert (insgesamt 9 Punkte).

- d) Gegeben sei $P = \{S_0 \rightarrow S_0BB|CCS_0|Bb|Cc, B \rightarrow b|c, C \rightarrow b|c\}$ mit dem Startsymbol S_0 . Handelt es sich um eine mehrdeutige Grammatik? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe eines Syntaxbaumes für ein beliebiges Wort w mit $|w| = 4$. (2 Punkte)

e) Geben Sie den Mehrkellerautomaten K_8 an, der die Sprache

$$L_8 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c\}^* y^i z^i w^i \{c\}^+, i > 0\}$$

akzeptiert. Die Angabe der Zustandsüberföhrungsfunktion genügt. (5 Punkte)

Aufgabe 4: Sprachklassen

- a) Skizzieren Sie die Chomsky-Hierarchie und erläutern Sie die Unterschiede anhand der Ausdrucksmächtigkeit der klassifizierten Grammatiken (Hinweis: **P** enthält Regeln unterschiedlichen Typs zur Worterzeugung). Geben Sie die jeweiligen Abschlusseigenschaften an. (7 Punkte)

- b) Gegeben sei eine beliebige reguläre Sprache L . Handelt es sich bei L^* um eine reguläre Sprache? Nutzen Sie für Ihre Ausführungen eine Skizze. (2 Punkte)
- c) Erläutern Sie mithilfe einer Skizze, warum reguläre Sprachen abgeschlossen gegenüber der Konkatenation sind. (2 Punkte)
- d) Gegeben sei $L = \Sigma$. Handelt es sich bei L um eine reguläre Sprache? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe einer Skizze. (1 Punkt)

- e) Lässt sich das Wortproblem für Typ 3 – Sprachen entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)
- f) Gegeben sei die nicht normierte Typ 3-Grammatik G_a und der Epsilon-Automat A_b . Lässt sich das Äquivalenzproblem für reguläre Sprachen entscheiden? Wie würden Sie vorgehen, um zu prüfen, ob $L_a \equiv L_b$ gilt. (3 Punkte)
- g) Lässt sich das Wortproblem für Typ 1 – Sprachen entscheiden? Erläutern Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

- h) Zu den klassischen Entscheidungsproblemen formaler Sprachen gehört das Leerheitsproblem. Erläutern Sie das Leerheitsproblem und geben Sie an, für welche Sprachklassen dieses entscheidbar ist. (2 Punkte)

- i) Gegeben seien die Sprachen

$$L_9 = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^i \{x, y\}^+ b^i \{a, f\}^*, i > 0\}$$
$$L_{10} = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{aa, bb\} \{y, x\}^* c^i d, i > 3\}$$

Testen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich um Typ 3, Typ 2 oder Typ1/Typ0 Sprachen handeln könnte und geben Sie für die jeweilige Zerlegung, sofern möglich, die Pumping-Lemma-Zahl an. (8 Punkte)

