

Aufgabenblatt 2 zur Diskreten Mathematik 2

(Eigenschaften von Relationen)

Aufgabe 2.1

Sei $M = \{a, b, c\}$. Geben Sie ein Beispiel für eine Relation $R \subseteq M \times M$ an, die reflexiv, aber weder symmetrisch noch antisymmetrisch ist.

Aufgabe 2.2

Es seien R und S Relationen auf der Menge M . Zeigen Sie: Ist R oder S antisymmetrisch, so auch $R \cap S$.

Aufgabe 2.3

Ist die Vereinigung zweier reflexiver (resp. symmetrischer, antisymmetrischer, transitiver) Relationen auf einer Menge M stets selbst wieder reflexiv (resp. symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv)? Geben Sie jeweils einen Beweis oder ein einfaches Gegenbeispiel.

Aufgabe 2.4

Ist die Komposition zweier reflexiver (resp. symmetrischer, antisymmetrischer, transitiver) Relationen auf der Menge M stets selbst wieder reflexiv (resp. symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv)? Geben Sie jeweils einen Beweis oder ein einfaches Gegenbeispiel.

Aufgabe 2.5

Gegeben sei die Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und die Relation

$$R := \{(1, 2), (2, 3), (1, 4), (4, 5), (5, 4)\} \subseteq M \times M.$$

- (a) Stellen Sie die Relation R als Pfeildiagramm dar.
- (b) Bestimmen Sie die transitiv-reflexive Hülle R^* .