

NAME DES DOZENTEN: BJÖRN-HELGE BUSCH

**KLAUSUR A100
FORMALE GRUNDLAGEN**

QUARTAL: Q1/2017

Name des Prüflings:

Matrikelnummer:

Zenturie:

Dauer: 120 Min.

Seiten ohne Deckblatt und Infoblatt: 17

Datum: 14.02.2017

Hilfsmittel:

Bemerkungen:

- Infoblatt zur Klausur (siehe letzte Seite)
- Bitte kontrollieren Sie Ihr Klausurheft zu Beginn der Prüfung auf Vollständigkeit.
- **Bitte lösen Sie nicht die Heftung**

Es sind 120 Punkte erreichbar.

Zum Bestehen der Klausur sind 60 Punkte ausreichend.

Punkte für Aufgaben	
Aufgabe 1	von 10
Aufgabe 2	von 31
Aufgabe 3	von 29
Aufgabe 4	von 24
Aufgabe 5	von 26
Insgesamt	von 120

Datum: _____

Note: _____

Ergänzungsprüfung: _____

Unterschrift: _____

Aufgabe 1: Wortmengen und Wortfunktionen

- a) Geben Sie Eigenschaften von formalen und natürlichen Sprachen an. Nutzen Sie für Ihre Ausführungen die Tabelle (3 Punkte)

Natürliche Sprache	Formale Sprache

- b) In welche drei Bestandteile lassen sich Wörter einer Sprache in der Regel zerlegen? Was ist eine unechte Zerlegung? Beziehen Sie Ihre Ausführungen auf das Wort $w = acacac$. (1 Punkt)

- c) Geben Sie zwei Wortfunktionen oder Zahlenfunktionen inklusive des Definitions- und Wertebereichs gemäß üblicher (mengentheoretischer) Funktionsvorschrift und beispielhaftem Funktionsaufruf an.

Erläutern Sie die jeweiligen Zuordnungen von Definitions- und Wertebereich. Ordnen Sie ferner die Eigenschaften total oder partiell, bijektiv, injektiv oder surjektiv zu, sofern möglich. (3 Punkte)

- d) Stellen Sie eine Wortfunktion oder Zahlenfunktion Ihrer Wahl als Turingautomaten dar. Geben Sie entsprechenden Zustandsüberföhrungsfunktionen exemplarisch für das Eingabealphabet

$$\Sigma = \{1, 2, 3\}$$

an. Alternativ können Sie auch ein eigenes Alphabet definieren. (3 Punkte)

Aufgabe 2: Endliche Automaten

a) Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, b, c\}\{dd\}^+\{a, b\}\}$$
$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{a, c\}^+\{d\}^+\{b\}^*\}$$

Konstruieren Sie den Produktautomaten, der den Schnitt $L_1 \cap L_2$ akzeptiert. Hinweis: Markieren Sie den akzeptierenden Zustand. Der Produktautomat soll ausschließlich den Schnitt akzeptieren. (4 Punkte)

b) Gegeben seien die beiden hübschen Sprachen

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{b, c\}^+ \{aaa, fff\}^+ \{bb, cc\}^+\}$$

$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{aa, ff\}^* \{1, 2, 3\} b^i c^j, i > 1, j > 2, j \bmod 3 = 0\}.$$

Konstruieren Sie einen nicht verallgemeinerten DEA A_5 , der ausschließlich die Sprache

$$L_5 = L_3 \cup L_4$$

akzeptiert. Geben Sie die graphische Repräsentation mit markierten akzeptierenden Zuständen an. Auf eine mengenwertige Darstellung von δ_5 kann verzichtet werden. (7 Punkte)

- c) Erläutern Sie den Begriff Transduktor und skizzieren Sie eine Mealy-Maschine, die das Verhalten eines Parkautomaten widerspiegelt (mindestens fünf Zustände). Was versteht man unter der Semantik einer Mealy-Maschine? (7 Punkte)
- d) Was versteht man unter dem Begriff „Moore-Berechenbarkeit“? Geben Sie ein Beispiel für eine Moore-berechenbare Funktion f und erläutern Sie Ihre Antwort auf Basis der mit f korrespondierenden Zustandsüberföhrungsfunktion δ_f und der Ausgabefunktion λ_f (5 Punkte)

e) Gegeben sei die Sprache

$$L_6 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{d, f, e\}^+ \{fff\}^+ \{d\}^+\}$$

Konstruieren Sie den korrespondierenden, nicht verallgemeinerten NEA A_6 (Automatengraph genügt) und demonstrieren Sie die Äquivalenz zwischen NEA und DEA, indem Sie A_6 in einen äquivalenten DEA A_6^* transformieren. Nutzen Sie dafür den tabellarischen Ansatz und zeichnen Sie den Graphen von A_6^* . (8 Punkte)

Aufgabe 3: Grammatiken

- a) Erläutern Sie die Begriffe Thue- und Semi-Thue-System anhand beispielhafter Produktionen in Bezug auf das Alphabet $\Sigma = \{a, o, u\}$. (2 Punkte)
- b) Erläutern Sie die Begriffe Ableitung, Satzform, Terminalsymbol und Nonterminalsymbol auf Basis der Mengen $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $N = \{A, B, C\}$ und entsprechender, sinnvoller Regeln aus P (4 Punkte)

c) Gegeben ist die Sprache

$$L_7 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{aa\}^+(bcd)^i\{a,b\}, i \geq 2\}.$$

Geben Sie die normierte Grammatik G_7 mit der Regelmenge P_7 an, die ausschließlich die Sprache L_7 erzeugt. Zeichnen Sie den mit P_7 korrespondierenden Automaten (6 Punkte).

d) Erläutern Sie den Begriff Greibach-Normalform auf Basis einer selbst gewählten Regelmenge P . (2 Punkte)

e) Gegeben sei die Sprache

$$L_9 = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{c, d\}^* a^i b^j c^j, i > 0, j > 1\}$$

Geben Sie die Grammatik G_9 in Chomsky-Normalform mit der Regelmenge P_9 an und konstruieren Sie den korrespondierenden Kellerautomaten K_9 mit Angabe der Zustandsübergangsfunktion δ_9 . (7 Punkte)

f) Erläutern Sie den Begriff mehrdeutige Grammatik. Untermauern Sie Ihre Ausführungen mit einer beispielhaften Regelmenge P für eine Sprache Ihrer Wahl. (3 Punkte)

g) Geben Sie den Mehrkellerautomaten K an, der die Sprache

$$L_{10} = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^i b^i c^i d^i, i > 0\}$$

Gut findet und daher akzeptiert. Die Angabe der Zustandsüberföhrungsfunktion genügt. (5 Punkte)

Aufgabe 4: Sprachklassen

- a) Zeigen Sie mithilfe einer Skizze, dass die Sprache $L_{11} = \{\varepsilon\}$ zur Klasse der regulären Sprache gehört. (1 Punkte)

- b) Skizzieren Sie die Chomsky-Hierarchie und erläutern Sie die Unterschiede anhand der Ausdrucksmächtigkeit der klassifizierten Grammatiken (Hinweis: ***P*** enthält Regeln unterschiedlichen Typs zur Worterzeugung). Geben Sie die jeweiligen Abschlusseigenschaften an. (8 Punkte)

- c) Gegeben sei eine beliebige reguläre Sprache L_{12} . Handelt es sich bei L_{12}^+ , also der Plushülle von L_{12} , um eine reguläre Sprache? Nutzen Sie für Ihre Ausführungen eine Skizze. (2 Punkte)
- d) Erläutern Sie mithilfe einer Skizze, warum reguläre Sprachen abgeschlossen gegenüber der Vereinigung sind. (2 Punkte)
- e) Gegeben seien zwei Typ-2-Grammatiken G_1 und G_2 . Zeigen Sie mithilfe geschickter Modifikationen der Regelmengen, dass Typ-2-Sprachen abgeschlossen gegenüber der Konkatenation und der Vereinigung sind. (3 Punkte)

- f) Lässt sich das Wortproblem für Typ 3 – Sprachen lösen? Begründen Sie Ihre Antwort. Auf welche Weisen lässt sich dies bewerkstelligen? (2 Punkte)

- g) Gegeben seien die Sprachen

$$L_{12} = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{1, 2, 3\}^+ a^i b^j e^j \{ccc\}^*, i \geq 2, j \geq 1\}$$
$$L_{13} = \{w \in \Sigma^* \mid w = \{ee\}^+ a^i c^j \{a\}^+, i > 0, j > 0\}$$

Testen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, ob es sich um Typ 3, Typ 2 oder Typ1/Typ0 Sprachen handeln könnte und geben Sie für die jeweilige Zerlegung, sofern möglich, die Pumping-Lemma-Zahl an. (6 Punkte)

Aufgabe 5: Berechenbarkeit

- a) Erläutern Sie den Begriff Algorithmus. Wann spricht man von einer berechenbaren Funktion f . Was ist der Unterschied zu einer lösbaren Funktion (2 Punkte)
- b) Welche Berechenbarkeitskonzepte sind Ihnen bekannt. Nennen und erläutern Sie diese. Bestehen grundlegende Unterschiede zwischen den einzelnen Konzepten (6 Punkte).

- c) Gegeben sei die wichtige Funktion $f: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x + y + 3$. Geben Sie die Turingmaschine **TM** mit der Zustandsüberföhrungsfunktion an, die diese Funktion implementiert, wobei die Eingaben gemäß

$$\alpha: \mathbb{N}_0 \rightarrow \{\mid\}^*, n \mapsto \mid^n$$

mit der Null als Trennsymbol für k -stellige Eingaben codiert werden. Für die Ausgabecodierung gilt dementsprechend $\beta = \alpha^{-1}$. (8 Punkte)

d) Stellen Sie die Funktion

$$f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, x \mapsto x^2 + x$$

mithilfe eines geeigneten Programms (GOTO, WHILE oder LOOP) dar.
Ordnen Sie ferner die Attribute total, partiell, bijektiv, injektiv und surjektiv, sofern möglich, zu. (6 Punkte)

- e) Erläutern Sie in eigenen Worten das Konzept der primitiven Rekursion. Welche Typen von Funktionen lassen sich mithilfe der primitiven Rekursion berechnen (2 Punkte).
- f) Auf welche Weise lässt sich der partielle Charakter von Funktionen ausdrücken, falls eine Turingmaschine den korrespondierenden Algorithmus abbilden soll? Untermauern Sie Ihre Ausführungen mit einer beispielhaften Zustandsüberföhrungsfunktion (2 Punkte).