Albert, Brzezinski, Ullmann, Zimmermann

Klausur

Diskrete Mathematik 1 I145

1. Quartal 2018

Name des Prüflings: **Matrikelnummer:** **Zenturie:**

Dauer: 90 min Seiten ohne Deckblatt 13 Datum: 13. März 2018

Hilfsmittel: Nordakademie Taschenrechner, Stifte, aber kein roter Stabilo 88/40.

Bemerkungen: Diese Klausur enthält 9 Aufgaben. Es können 100 Punkte erreicht werden. Zum Bestehen der Klausur benötigen Sie 50 Punkte. **Überprüfen Sie zuerst** die Anzahl der Seiten. Liegen Ihnen 13 Seiten (ohne Titelseite) vor?

Trennen Sie nicht die Heftung. Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf die jeweiligen Aufgabenblätter. Falls Sie mit dem Platz nicht auskommen, verwenden sie auch die Rückseiten oder die Zusatzseiten am Ende des Klausurheftes.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Prozent:
Punktzahl:	6	18	10	10	14	11	10	11	10	100
Erreicht:										

Datum: Note: Ergänzungsprüfung:

Unterschrift: Unterschrift:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

(1.1) (6 Punkte) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Geben Sie **w** für wahr oder **f** für falsch an.

Bewertungshinweis: $\frac{1}{2}$ Punkt für jede richtige Antwort. Kein Abzug für falsche.

____ $\{1\} \in \{1, \{1, 2\}, \{\{1\}\}\}$

____ $\{1, 2\} \not\subseteq \{1, 2, \{1, 2\}\}$

____ $2 \notin \{1, \{1, 2\}\}$

____ Seien x, y Objekte. Dann gilt: $\{x, y\} \subseteq \{x\} \Rightarrow x = y$

____ $\{\emptyset\} \subsetneq \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

____ Für jede Menge M gilt: $M \subseteq P(M)$

____ $P(\emptyset) = \emptyset$

____ $\{(1, 1), (2, 1)\} = \{(2, 1), (1, 1)\}$

____ $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2 = 0\} = \{\sqrt{2}\}$

____ $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 0\} = \{\emptyset\}$

____ $1 \in P(\{1, 2\})$

____ $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

Aufgabe 2 (18 Punkte)

Seien M und N Mengen.

(2.1) (4 Punkte) Zeichnen Sie die Menge $M \setminus (M \Delta N)$ und die Menge $N \setminus (M \setminus N)$ in zwei Venn-Diagramme ein, indem Sie die Mengen schraffieren.

(2.2) (2 Punkte) Kreuzen Sie die richtige(n) Aussage(n) an.

☐ $N \setminus (M \setminus N) \subseteq M \setminus (M \Delta N)$ ☐ $M \setminus (M \Delta N) \subseteq N \setminus (M \setminus N)$

(2.3) (12 Punkte) Beweisen Sie ggf. die wahre(n) Aussage(n) bzw. widerlegen die falsche(n) Aussage(n) aus (2.2). Nutzen Sie ggf. für das Widerlegen die Mengen $M := \{1, 2, 3\}$ und $N := \{3, 4, 5\}$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

(3.1) (1 Punkt) Geben Sie eine formal korrekte Definition der Menge M aller Menschen an.

(3.2) (5 Punkte) Formalisieren Sie unter Verwendung der Menge M aus (3.1) und der Aussageform $L(x, y) :=$ „x liebt y“ die folgende Aussage.

Jeder Mensch liebt einen anderen Menschen, aber es gibt trotzdem Menschen, die von keinem anderen Menschen geliebt werden.

(3.3) (4 Punkte) Negieren Sie die Aussage aus (3.2) und geben Sie diese umgangssprachlich wieder.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Beweisen Sie die wahre(n) Aussage(n) und widerlegen Sie die falsche(n) Aussage(n).

(4.1) (5 Punkte) $\exists x \in \mathbb{N}\, \forall y \in \mathbb{N} : y \leq 3 \Rightarrow 2 + x \leq y$.

(4.2) (5 Punkte) $\exists y \in \mathbb{N}\, \forall x \in \mathbb{N} : x < 3 \Rightarrow 2 + x \leq y$.

Aufgabe 5 (14 Punkte)

(5.1) (14 Punkte) Beweisen Sie durch vollständige Induktion die folgende Behauptung:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!} = \frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!}.$$

Korrigieren Sie dafür zunächst die „Ungenauigkeit“ bei der Formulierung der Behauptung.

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Gegeben sei die Formel $\alpha := (x \to (y \to z))(y \leftrightarrow z)$.

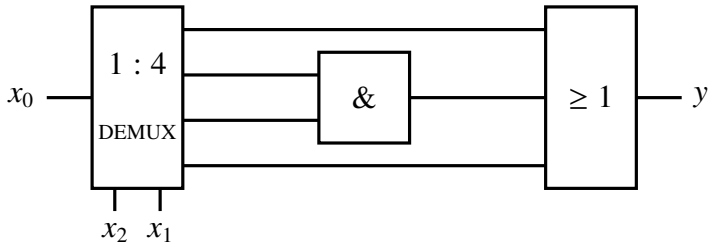
(6.1) (6 Punkte) Berechnen Sie die KDNF von α mit dem Entwicklungssatz von Shannon.

(6.2) (4 Punkte) Ist die DNF aus (6.1) eine minimale DNF von α? Begründen Sie Ihre Antwort.

(6.3) (1 Punkt) Geben Sie eine semantisch äquivalente Formel zu α an, in der genau ein Junktor vorkommt.

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Betrachten Sie die Schaltfunktion y, die über das folgende Schaltnetz definiert wird.



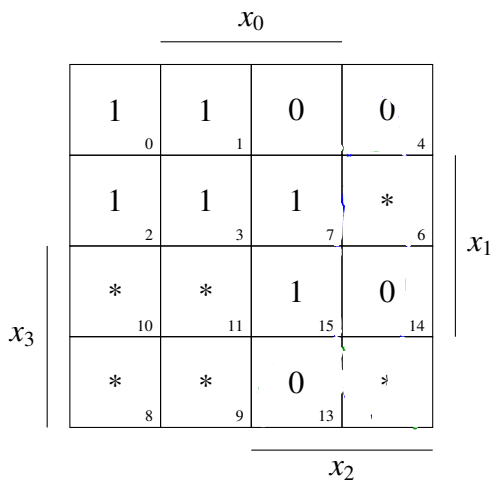
(7.1) (4 Punkte) Stellen Sie die zu y gehörige Wertetabelle auf.

x_2	x_1	x_0	y

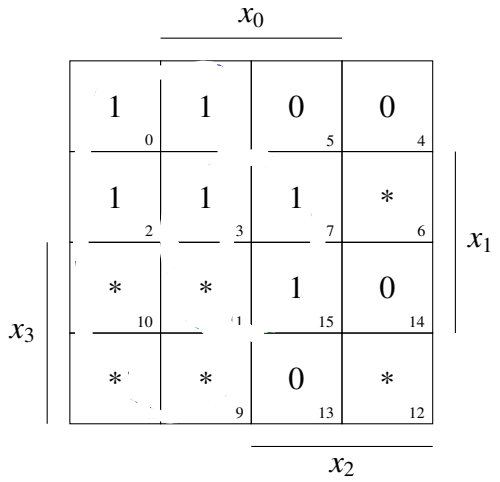
(7.2) (6 Punkte) Entwerfen Sie ein Schaltnetz, welches y mit möglichst wenigen 2:1 Multiplexern implementiert. Verwenden Sie dabei nur 2:1-Multiplexer.
Hinweis: Die Eingänge und Steuerleitungen dürfen mit 0,1 und Literalen belegt werden.

Aufgabe 8 (11 Punkte)

(8.1) (5 Punkte) Gegeben sei das nachfolgende KV-Diagramm einer Schaltfunktion y. Geben Sie eine minimale KNF von y an.



(8.2) (5 Punkte) Gegeben sei das KV-Diagramm aus (8.1). Geben Sie eine minimale DNF von y an.



(8.3) (1 Punkt) Würden Sie die Formel aus (8.1) oder aus (8.2) bevorzugen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 9 (10 Punkte)

(9.1) (10 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls die folgende semantische Folgerung.

$$(x \to y)(y \to z) \models (x \leftrightarrow y) + z.$$

Leere Seite für Ihre Notizen

Leere Seite für Ihre Notizen

Viel Erfolg