Programa de Especialización en Econometría Aplicada
Centro de Formación Continua -UNI
Modelo Lineal
Clase 1

Edinson Tolentino
Docente
email: edinson.tolentino@gmail.com

Twitter: @edutoleraymondi

Universidad Nacional de Ingeneria

11 de julio de 2025

Contenido

Logro de la sesión

- Análisis de la regresion lineal multiple
- Comprender las pruebas de inferencia de parametros no lineales
- Aplicación del método delta
- Aplicación del test de Wald

Modelo Multiple

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln\left(w_i\right) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios

Modelo Multiple

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.

Modelo Multiple

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln\left(w_i\right) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N\left(0, \sigma^2\right)$
  - $\ln\left(w_i\right)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.
- Cual sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

- Como analizar la inferencia de Experiencia laboral sobre los salarios?

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.
- Cual sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?
  - Analizar el rol de la variable experiencia laboral
- Como analizar la inferencia de Experiencia laboral sobre los salarios?

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.
- Cual sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?
  - Analizar el rol de la variable experiencia laboral

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Como analizar la inferencia de Experiencia laboral sobre los salarios?

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.
- Cual sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?
  - Analizar el rol de la variable experiencia laboral

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Como analizar la inferencia de Experiencia laboral sobre los salarios?

$$H_o : \gamma_2 = 0 \qquad\qquad H_a : \gamma_2 \neq 0$$

Modelo Multiple

- La ecuación general de los salarios puede ser formulada como sigue:

$$\ln(w_i) = \alpha + \gamma_1 Educ_i + \gamma_2 Exp_i + \gamma_3 Exp_i^2 + \pi Male_i + \mu_i$$

- Donde:
  - $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$
  - $\ln(w_i)$, logaritmo de salarios
  - *Exp* experiencia laboral.
- Cual sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?
  - Analizar el rol de la variable experiencia laboral

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Como analizar la inferencia de Experiencia laboral sobre los salarios?

$$H_o : \gamma_2 = 0 \qquad\qquad H_a : \gamma_2 \neq 0$$

  - Que problemas presenta la presente hipotesis?

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

Relación no lineal `parametros`: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln\left(w_i\right) = f\left(Exp\,,\; Exp^2\right)$$

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\; Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\; Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

- El punto de inflexión, se encontrara bajo la derivada de la ecuación respecto a la experencia, la cual se analiza bajo un estado estacionario (ss)

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

- El punto de inflexión, se encontrara bajo la derivada de la ecuación respecto a la experencia, la cual se analiza bajo un estado estacionario (ss)

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

Relación no lineal `parametros`: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln\left(w_i\right) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

- El punto de inflexión, se encontrara bajo la derivada de la ecuación respecto a la experencia, la cual se analiza bajo un estado estacionario (ss)

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln\left(w_i\right) = f\left(Exp\,,\, Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

- El punto de inflexión, se encontrara bajo la derivada de la ecuación respecto a la experencia, la cual se analiza bajo un estado estacionario (ss)

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$
$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

- Nota: esta última expresión es una función no lineal de los dos estimadores de OLS

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Cuál sera la edad optima para poder alcanzar los salarios maximos?

$$\ln(w_i) = f\left(Exp\,,\ Exp^2\right)$$

- Calculamos el efecto marginal para Exp esta dado por:

$$\frac{\partial \ln(w)}{\partial exp} = \hat{\gamma}_2 + 2\hat{\gamma}_3 Exp$$

- El punto de inflexión, se encontrara bajo la derivada de la ecuación respecto a la experencia, la cual se analiza bajo un estado estacionario (ss)

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

- Nota: esta última expresión es una función no lineal de los dos estimadores de OLS
- Sera correcto realizar una inferencia lineal sobre $\hat{\gamma}_2$ y $\hat{\gamma}_3$

Relación no lineal parametros: Método Delta

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

Relación no lineal `parametros`: Método Delta

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

  La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

  - Por tanto, nosotros deseamos testear el punto de cambio en el logaritmo de salario en relación a sus años de experiencia de 20 años

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

  La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

  - Por tanto, nosotros deseamos testear el punto de cambio en el logaritmo de salario en relación a sus años de experiencia de 20 años
  - Esto es formalmente expresado a través de la hipótesis:

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

  - Por tanto, nosotros deseamos testear el punto de cambio en el logaritmo de salario en relación a sus años de experiencia de 20 años
  - Esto es formalmente expresado a través de la hipótesis:

$$H_o : \triangle = 20 \qquad\qquad H_a : \triangle \neq 20$$

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

  - Por tanto, nosotros deseamos testear el punto de cambio en el logaritmo de salario en relación a sus años de experiencia de 20 años
  - Esto es formalmente expresado a través de la hipótesis:

$$H_o : \triangle = 20 \qquad\qquad H_a : \triangle \neq 20$$

  - La varianza muestral para el estimado es derivado usando el método delta y esta dado por:

- **Método delta**: método utilizado para poder analizar test no-lineales, basado en un cálculo de varianza no lineal.
- **Ejemplo**: Supongamos, la siguiente afirmacion:

La edad óptima donde se alcanza un ingreso máximo sera de 20 años

  - Por tanto, nosotros deseamos testear el punto de cambio en el logaritmo de salario en relación a sus años de experiencia de 20 años
  - Esto es formalmente expresado a través de la hipótesis:

$$H_o : \triangle = 20 \qquad\qquad H_a : \triangle \neq 20$$

  - La varianza muestral para el estimado es derivado usando el método delta y esta dado por:

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right)=\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2}Var\left(\hat{\gamma}_{2}\right)+\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2}Var\left(\hat{\gamma}_{3}\right)+2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)Cov\left(\hat{\gamma}_{2},\hat{\gamma}_{3}\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

$$t = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{\sqrt{\text{Var}(\widehat{\beta})}}$$

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

$$t = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{\sqrt{\mathrm{Var}(\widehat{\beta})}} \qquad \text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\mathrm{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

$$t = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{\sqrt{\mathrm{Var}(\widehat{\beta})}} \qquad \text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\mathrm{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Donde:

Relación no lineal parametros: Método Delta

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

$$t = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{\sqrt{\mathrm{Var}(\widehat{\beta})}} \qquad \text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\mathrm{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Donde:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

- Entonces, el calculo de la varianza no lineal

$$Var\left(\hat{\triangle}\right)=\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2}Var\left(\hat{\gamma}_{2}\right)+\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2}Var\left(\hat{\gamma}_{3}\right)+2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)Cov\left(\hat{\gamma}_{2},\hat{\gamma}_{3}\right)$$

- Esta expresión provee una aproximación asintótica de la varianza muestral para el punto en estimación
- Entonces , podemos construir nuestra prueba de inferencia:

$$t=\frac{\widehat{\beta}-\beta}{\sqrt{\mathrm{Var}(\widehat{\beta})}}\qquad\qquad \text{t-asisntotico}=\frac{\hat{\triangle}-\triangle}{\sqrt{\mathrm{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Donde:

$$Exp_{ss}=\frac{\hat{\gamma}_{2}}{2\hat{\gamma}_{3}}$$

$$\hat{\triangle}=-\frac{\hat{\gamma}_{2}}{2\hat{\gamma}_{3}}$$

- Calculamos de manera empirica la experiencia optima sobre los salarios:

$$\ln(r6_i) = \beta_0 + \beta_1 \text{reduca}_i + \beta_2 \text{rmujer}_i + \beta_3 \text{redad}_i + \beta_4 \text{redadsq}_i + \beta_5 \text{rpareja}_i + \varepsilon_i$$

Source	SS	df	MS			
				Number of obs	=	24,774
				F(5, 24768)	=	743.75
Model	5883.60475	5	1176.72095	Prob > F	=	0.0000
Residual	39186.3713	24,768	1.58213708	R-squared	=	0.1305
				Adj R-squared	=	0.1304
Total	45069.976	24,773	1.81931845	Root MSE	=	1.2578

lnr6	Coefficient	Std. err.	t	P>|t|	[95% conf.	interval]
reduca	.0709218	.0014671	48.34	0.000	.0680462	.0737975
rmujer	-.5601657	.0216613	-25.86	0.000	-.6026231	-.5177082
redad	.0954538	.0049842	19.15	0.000	.0856844	.1052232
redadsq	-.0011058	.0000533	-20.74	0.000	-.0012103	-.0010013
rpareja	-.1340353	.0206053	-6.50	0.000	-.1744228	-.0936477
_cons	4.450105	.1142115	38.96	0.000	4.226243	4.673966

Relación no lineal `parametros`: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

Relación no lineal parametros: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

Relación no lineal `parametros`: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$
$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

Relación no lineal parametros: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

Relación no lineal `parametros`: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

Relación no lineal parametros: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

Relación no lineal `parametros`: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{43.16 - 0}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

Relación no lineal parametros: ejemplo

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{43.16 - 0}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

- Procedemos estimando la relacion no lineal de parametros:

$$Exp_{ss} = \frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3}$$

$$\hat{\triangle} = -\frac{\hat{\gamma}_2}{2\hat{\gamma}_3} \qquad \hat{\triangle} = 43.16$$

- Calculamos el test:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

$$\text{t-asisntotico} = \frac{43.16 - 0}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:

Relación no lineal parametros: ejemplo

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Para proceder con la respuesta, debemos recordar que existe una preocupacion al poder realizar inferencias sobre parametros no lineales.

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Para proceder con la respuesta, debemos recordar que existe una preocupacion al poder realizar inferencias sobre parametros no lineales.
  - Por tanto, debemos calcular na varianza no lineal de los paramtros , para ello utilizamos el método delta, sobre el cual debemos calcular las derivadas de los parametros lineales, para este caso tenemos:

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Para proceder con la respuesta, debemos recordar que existe una preocupacion al poder realizar inferencias sobre parametros no lineales.
  - Por tanto, debemos calcular na varianza no lineal de los paramtros , para ello utilizamos el método delta, sobre el cual debemos calcular las derivadas de los parametros lineales, para este caso tenemos:

$$\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}}_{2}\right) \qquad \left(\frac{1}{2\times(-0.001)}\right) = 500$$

Relación no lineal parametros: ejemplo

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Para proceder con la respuesta, debemos recordar que existe una preocupacion al poder realizar inferencias sobre parametros no lineales.
  - Por tanto, debemos calcular na varianza no lineal de los paramtros , para ello utilizamos el método delta, sobre el cual debemos calcular las derivadas de los parametros lineales, para este caso tenemos:

$$\left(\frac{\partial \hat{\triangle}}{\partial \hat{\gamma}}_{2}\right) \qquad \left(\frac{1}{2 \times (-0.001)}\right) = 500$$

  - La derivada por el parametro cuadrático esta dado por:

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Para proceder con la respuesta, debemos recordar que existe una preocupacion al poder realizar inferencias sobre parametros no lineales.
  - Por tanto, debemos calcular na varianza no lineal de los paramtros , para ello utilizamos el método delta, sobre el cual debemos calcular las derivadas de los parametros lineales, para este caso tenemos:

$$\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}}_2\right) \qquad \left(\frac{1}{2\times(-0.001)}\right) = 500$$

  - La derivada por el parametro cuadrático esta dado por:

$$\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}}_3\right) \qquad \left(\frac{0.041}{2\times(-0.01)^2}\right) = 20,500$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:

Relación no lineal `parametros`: ejemplo

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

Relación no lineal parametros: ejemplo

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = (500)^2 \times 0.00002 \ \ , + \ (20500)^2 \times 0.00000002 \ + \ 2 \times 500 \times 20500 \times (0.0000006)$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = (500)^2 \times 0.00002\ , + (20500)^2 \times 0.00000002 + 2 \times 500 \times 20500 \times (0.0000006)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = 1.105$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = (500)^2 \times 0.00002\ , + (20500)^2 \times 0.00000002 + 2 \times 500 \times 20500 \times (0.0000006)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = 1.105$$

  - El valor del $t - asintotico$ sera:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad\qquad H_a : \triangle \neq 0$$

Relación no lineal parametros: ejemplo

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right)^2 Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_2}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_3}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = (500)^2 \times 0.00002\ , + (20500)^2 \times 0.00000002 + 2 \times 500 \times 20500 \times (0.0000006)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = 1.105$$

  - El valor del $t - asintotico$ sera:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad\qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asintotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}}$$

- **Ejemplo** : Un investigador estima la ecuación de logaritmo de salarios como en función de la experiencia laboral y su termino cuadrático. Los estimadores de MCO para la variable de experiencia laboral es de 0.041 y el estimado para el termino cuadrático es de -0.001. El estimado de la matriz de varianza-covarianza de MCO para la experiencia laboral y su termino cuadrático esta dado por:

$$\begin{bmatrix} 0.00002 & -0.0000006 \\ -0.0000006 & 0.00000002 \end{bmatrix}$$

- El investigador desea analizar la hipótesis nula sobre la cual el numero de años optimo del logaritmo de salarios alcanza su maximo valor en 20 años. Por tanto, usando un test-asintotico de t-test, encuentre si esta afirmación es correcta o no:
  - Calculo de la Var($\hat{\triangle}$):

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_2\right) + \left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right)^{2} Var\left(\hat{\gamma}_3\right) + 2\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{2}}\right)\left(\frac{\partial\hat{\triangle}}{\partial\hat{\gamma}_{3}}\right) Cov\left(\hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3\right)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = (500)^2 \times 0.00002\ , + (20500)^2 \times 0.00000002 + 2 \times 500 \times 20500 \times (0.0000006)$$

$$Var\left(\hat{\triangle}\right) = 1.105$$

  - El valor del $t - asintotico$ sera:

$$H_o : \triangle = 0 \qquad H_a : \triangle \neq 0$$

$$\text{t-asintotico} = \frac{\hat{\triangle} - \triangle}{\sqrt{\text{Var}\left(\hat{\triangle}\right)}} \qquad \text{t-asintotico} = \frac{20.5 - 20.0}{(1.105)^{0.5}} = 0.476$$

- El test diagnostico **White - Koenker** es util aqui

Test para Heterocedasticidad

- El test diagnostico **White - Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original

Test para Heterocedasticidad

- El test diagnostico **White** - **Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)

- El test diagnostico **White** - **Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)
- La regresión auxiliar se especifica con $k-1$ rergesores como:

- El test diagnostico **White** - **Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)
- La regresión auxiliar se especifica con $k-1$ rergesores como:

$$\widehat{\varepsilon}^2 = \delta_0 + \delta_1 Educ_i + \delta_2 Exp + \delta_3 Exp_i^2 + \delta_4 Male_i + \xi_i$$

Test para Heterocedasticidad

- El test diagnostico **White - Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)
- La regresión auxiliar se especifica con $k-1$ rergesores como:

$$\widehat{\varepsilon}^2 = \delta_0 + \delta_1 Educ_i + \delta_2 Exp + \delta_3 Exp_i^2 + \delta_4 Male_i + \xi_i$$

- Donde el test(prueba) se obtendra bajo la multiplicacion de dos paramteros:

$$\text{n} \times R^2 \sim \chi^2_{k-1}$$

- El test diagnostico **White** - **Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)
- La regresión auxiliar se especifica con $k-1$ rergesores como:

$$\widehat{\varepsilon}^2 = \delta_0 + \delta_1 Educ_i + \delta_2 Exp + \delta_3 Exp_i^2 + \delta_4 Male_i + \xi_i$$

- Donde el test(prueba) se obtendra bajo la multiplicacion de dos paramteros:

$$\text{n} \times R^2 \sim \chi^2_{k-1}$$

- Esta última expresión es el Multiplicador de lagrange (LM) para heterocedasticidad

- El test diagnostico **White** - **Koenker** es util aqui
- El test permite obtener el residuo de OLS de la regresión original
- Luego de obtener el residuo podemos elevar al cuadrado (definido como: $\widehat{\varepsilon}^2$)
- La regresión auxiliar se especifica con $k-1$ rergesores como:

$$\widehat{\varepsilon}^2 = \delta_0 + \delta_1 Educ_i + \delta_2 Exp + \delta_3 Exp_i^2 + \delta_4 Male_i + \xi_i$$

- Donde el test(prueba) se obtendra bajo la multiplicacion de dos paramteros:

$$\text{n x } R^2 \sim \chi^2_{k-1}$$

- Esta última expresión es el Multiplicador de lagrange (LM) para heterocedasticidad
- Nota: El test de LM asume que los errores del logaritmo de salarios son i.i.d y no distribuido normalmente

Test para Heterocedasticidad

- La expresión convencional para la matrix de varianza y covarianza de OLS esta dado por:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} \tag{1}$$

Test para Heterocedasticidad

- La expresión convencional para la matrix de varianza y covarianza de OLS esta dado por:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} \tag{1}$$

- Sin embargo, ante la presencia de heterocedasticidad, se tiene:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'E\left(uu'\right)\left(X'X\right)^{-1} \tag{2}$$

- La expresión convencional para la matrix de varianza y covarianza de OLS esta dado por:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} \quad (1)$$

- Sin embargo, ante la presencia de heterocedasticidad, se tiene:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'E\left(uu'\right)\left(X'X\right)^{-1} \quad (2)$$

- Donde, $E\left(uu'\right) = \Omega$, y Ω es una matriz diagonal de orden n x n

- La expresión convencional para la matrix de varianza y covarianza de OLS esta dado por:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} \tag{1}$$

- Sin embargo, ante la presencia de heterocedasticidad, se tiene:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'E\left(uu'\right)\left(X'X\right)^{-1} \tag{2}$$

- Donde, $E\left(uu'\right) = \Omega$, y Ω es una matriz diagonal de orden n x n
- La expresión puede ser re-expresada como:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'\Omega\left(X'X\right)^{-1} \tag{3}$$

- En el caso de 5 x 5 (por ejemplo, donde solo existe 5 observaciones) , la matriz Ω puede ser expresada como:

- En el caso de 5 x 5 (por ejemplo, donde solo existe 5 observaciones) , la matriz Ω puede ser expresada como:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 \end{bmatrix}$$

- En el caso de 5 x 5 (por ejemplo, donde solo existe 5 observaciones) , la matriz Ω puede ser expresada como:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 \end{bmatrix}$$

- el termino σ^2 determinado en la diagonal son desconocidos

- En el caso de 5 x 5 (por ejemplo, donde solo existe 5 observaciones) , la matriz Ω puede ser expresada como:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 \end{bmatrix}$$

- el termino σ^2 determinado en la diagonal son desconocidos
- Por tanto, como se puede estimar los elementos en la diagonal principal en la matriz Ω?

- Eicker-White-Huber (EWH) sugieren reemplazar los elementos de la diagonal por los residuos al cuadrado de la regresión de OLS.

- Eicker-White-Huber (EWH) sugieren reemplazar los elementos de la diagonal por los residuos al cuadrado de la regresión de OLS.
- Los residuos al cuadrado (pro ejemplo, $\widehat{\varepsilon}^2$) actual como proxy empiricas para la varianza del error, el cual es asumida que tiene variación a través de las n observaciones dado la heterocedasticidad.

- Eicker-White-Huber (EWH) sugieren reemplazar los elementos de la diagonal por los residuos al cuadrado de la regresión de OLS.
- Los residuos al cuadrado (pro ejemplo, $\widehat{\varepsilon}^2$) actual como proxy empiricas para la varianza del error, el cual es asumida que tiene variación a través de las n observaciones dado la heterocedasticidad.
- La matriz Ω podria ser escrita empiricamente como:

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} \widehat{\varepsilon}_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \widehat{\varepsilon}_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \widehat{\varepsilon}_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \widehat{\varepsilon}_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widehat{\varepsilon}_5^2 \end{bmatrix}$$

Test para Heterocedasticidad

- La expresión de la formula puede ser re-escrita como:

- La expresión de la formula puede ser re-escrita como:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'\hat{\Omega}\left(X'X\right)^{-1} \tag{4}$$

- La expresión de la formula puede ser re-escrita como:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'\hat{\Omega}\left(X'X\right)^{-1} \tag{4}$$

- Esta expresión puede ahora ser estimada usando los residuos al cuadrado de la forma original de la regresión propuesta.

- La expresión de la formula puede ser re-escrita como:

$$var\left(\hat{\beta}\right) = \left(X'X\right)^{-1} X'\hat{\Omega}\left(X'X\right)^{-1} \tag{4}$$

- Esta expresión puede ahora ser estimada usando los residuos al cuadrado de la forma original de la regresión propuesta.
- Por tanto, nosotros conocemos tener una matriz estimable de matriz de varianzas-covarianzas.

Test para Heterocedasticidad

- Esta matriz de varianza-covarianza proporciona un estimador consistente de la matriz independientemente de la estructura de heterocedasticidad.

- Esta matriz de varianza-covarianza proporciona un estimador consistente de la matriz independientemente de la estructura de heterocedasticidad.
- A veces se la denomina la matriz de varianza-covarianza consistente con heterocedasdicidad (HCVC, heteroscedasdicity-consistent variance-covariance, siglas en ingles).

- Esta matriz de varianza-covarianza proporciona un estimador consistente de la matriz independientemente de la estructura de heterocedasticidad.
- A veces se la denomina la matriz de varianza-covarianza consistente con heterocedasdicidad (HCVC, heteroscedasdicity-consistent variance-covariance, siglas en ingles).
- Por tanto, La corrección solo ajusta la matriz de varianza-covarianza

Test para Heterocedasticidad

- Esta matriz de varianza-covarianza proporciona un estimador consistente de la matriz independientemente de la estructura de heterocedasticidad.
- A veces se la denomina la matriz de varianza-covarianza consistente con heterocedasdicidad (HCVC, heteroscedasdicity-consistent variance-covariance, siglas en ingles).
- Por tanto, La corrección solo ajusta la matriz de varianza-covarianza
- Esta matriz de varianza-covarianza consistente de heterocedasticidad solo es válida asintóticamente $\cdots$ por lo que su uso en muestras pequeñas es cuestionable.

- Esta matriz de varianza-covarianza proporciona un estimador consistente de la matriz independientemente de la estructura de heterocedasticidad.
- A veces se la denomina la matriz de varianza-covarianza consistente con heterocedasdicidad (HCVC, heteroscedasdicity-consistent variance-covariance, siglas en ingles).
- Por tanto, La corrección solo ajusta la matriz de varianza-covarianza
- Esta matriz de varianza-covarianza consistente de heterocedasticidad solo es válida asintóticamente $\cdots$ por lo que su uso en muestras pequeñas es cuestionable.
- La HCVC se conoce como un estimador robusto de la matriz de varianza-covarianza de MCO.

Hipotesis de Test usando HCVC

- En presencia de heterocedasticidad, la matrix de varianca-covarianza robusta puede ser usado para testear cualquier hipotesis que considere un solo parametro, recordando la prueba: t-test.

Hipotesis de Test usando HCVC

- En presencia de heterocedasticidad, la matrix de varianca-covarianza robusta puede ser usado para testear cualquier hipotesis que considere un solo parametro, recordando la prueba: t-test.
- El t-test se ajusta y adapta bajo la propuesta de un t-test asintotico en este caso.

- En presencia de heterocedasticidad, la matrix de varianca-covarianza robusta puede ser usado para testear cualquier hipotesis que considere un solo parametro, recordando la prueba: t-test.
- El t-test se ajusta y adapta bajo la propuesta de un t-test asintotico en este caso.
- Por tanto, Que pasa con las pruebas conjuntas cuando se utiliza el HCVC

- En presencia de heterocedasticidad, la matrix de varianca-covarianza robusta puede ser usado para testear cualquier hipotesis que considere un solo parametro, recordando la prueba: t-test.
- El t-test se ajusta y adapta bajo la propuesta de un t-test asintotico en este caso.
- Por tanto, Que pasa con las pruebas conjuntas cuando se utiliza el HCVC
  - El uso de **la prueba F** para probar proposiciones que incorporan restricciones conjuntas no es válido ante la presencia de heterocedasticidad.

Hipotesis de Test usando HCVC

- En presencia de heterocedasticidad, la matrix de varianca-covarianza robusta puede ser usado para testear cualquier hipotesis que considere un solo parametro, recordando la prueba: t-test.
- El t-test se ajusta y adapta bajo la propuesta de un t-test asintotico en este caso.
- Por tanto, Que pasa con las pruebas conjuntas cuando se utiliza el HCVC
  - El uso de **la prueba F** para probar proposiciones que incorporan restricciones conjuntas no es válido ante la presencia de heterocedasticidad.
  - En consecuencia, una prueba alternativa es proporcionada en el test de Wald, que se puede calcular utilizando la matriz de covarianza de varianza robusta.

Hipotesis de Test usando HCVC

Hipotesis de Test usando HCVC

- Por ejemplo, se desea testear la significancia conjunta de dos efectos estimados, el cual esta descrito con los sub-indices **m** y **s**.

Hipotesis de Test usando HCVC

- Por ejemplo, se desea testear la significancia conjunta de dos efectos estimados, el cual esta descrito con los sub-indices **m** y **s**.
- La hipotesis nula esta dada por:

$$H_o : \gamma_m = \gamma_s = 0 \text{ vs } H_a : H_o \text{ es falso}$$

Hipotesis de Test usando HCVC

- Por ejemplo, se desea testear la significancia conjunta de dos efectos estimados, el cual esta descrito con los sub-indices **m** y **s**.
- La hipotesis nula esta dada por:

$$H_o : \gamma_m = \gamma_s = 0 \text{ vs } H_a : H_o \text{ es falso}$$

- Se define entonces, un vector fila de dimensión 1 x 2 a través de sus estimadores $\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_m & \hat{\gamma}_s \end{bmatrix}$

Hipotesis de Test usando HCVC

- Por ejemplo, se desea testear la significancia conjunta de dos efectos estimados, el cual esta descrito con los sub-indices **m** y **s**.
- La hipotesis nula esta dada por:

$$H_o : \gamma_m = \gamma_s = 0 \text{ vs } H_a : H_o \text{ es falso}$$

- Se define entonces, un vector fila de dimensión 1 x 2 a través de sus estimadores $\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_m & \hat{\gamma}_s \end{bmatrix}$
- La matrix de HCVC es una sub-matriz definida como:

$$\hat{V}_{robust} = \begin{bmatrix} Var(\hat{\gamma}_m) & Cov(\hat{\gamma}_m, \hat{\gamma}_s) \\ Cov(\hat{\gamma}_m, \hat{\gamma}_s) & Var(\hat{\gamma}_s) \end{bmatrix}$$

Hipotesis de Test usando HCVC

Hipotesis de Test usando HCVC

- La forma de la matriz de test de Wald esta formulada como:

$$Wald = \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s) \right] \hat{V}_{robust}^{-1} \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s) \right]'$$

Hipotesis de Test usando HCVC

- La forma de la matriz de test de Wald esta formulada como:

$$Wald = \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s)\right] \hat{V}_{robust}^{-1} \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s)\right]'$$

- Bajo la hipotesisi nula planteada, $H_o : \gamma_m = \gamma_s = 0$, entonces

$$Wald = \left[\hat{\gamma}_m \quad \hat{\gamma}_s\right] \hat{V}_{robust}^{-1} \left[\hat{\gamma}_m \quad \hat{\gamma}_s\right]' \sim \chi_2^2$$

Hipotesis de Test usando HCVC

- La forma de la matriz de test de Wald esta formulada como:

$$Wald = \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s) \right] \hat{V}_{robust}^{-1} \left[(\hat{\gamma}_m - \gamma_m) \quad (\hat{\gamma}_s - \gamma_s) \right]'$$

- Bajo la hipotesisi nula planteada, $H_o : \gamma_m = \gamma_s = 0$, entonces

$$Wald = \left[\hat{\gamma}_m \quad \hat{\gamma}_s \right] \hat{V}_{robust}^{-1} \left[\hat{\gamma}_m \quad \hat{\gamma}_s \right]' \sim \chi_2^2$$

- Este test estadistico esta distribuido bajo una chi-cuadrado con dos grados de libertad.

Hipotesis de Test usando HCVC: ejemplo

- Un investigador desea testear si los dos coeficientes estimados provenientes de una regresión de MCO son estadísticamente conjunto usando el test de Wald. El vector final de los coeficientes de MCO esta dado por b1 y b2 y son:

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

- La inversa de la matriz de varianza y covarianza de estos dos estimadores son:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0.5 \\ 0.5 & 5 \end{bmatrix}$$

- El test de Wald resultante sera:
  - La forma de la matriz del test de Wald es expresada como:

$$\hat{b}\hat{V}^{-1}\hat{b}^{t} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 0.5 \\ 0.5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\hat{b}\hat{V}^{-1}\hat{b}^{t} = \begin{bmatrix} 2.2 & 2.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\hat{b}\hat{V}^{-1}\hat{b}^{t} = 1.28$$

- El OLS provee estimaciones para el efecto promedio de algunas variables (por ejemplo, educación o genero) sobre una variable de respuesta (por ejemplo, logaritmo de salario) esperando que otros factores se mantengan constante.

- El OLS provee estimaciones para el efecto promedio de algunas variables (por ejemplo, educación o genero) sobre una variable de respuesta (por ejemplo, logaritmo de salario) esperando que otros factores se mantengan constante.
- Independientemente de dónde se encuentre en la distribución del logarítmo de salario, se supone que el efecto del género o la educación sobre el salario logarítmico es el mismo.

- El OLS provee estimaciones para el efecto promedio de algunas variables (por ejemplo, educación o genero) sobre una variable de respuesta (por ejemplo, logaritmo de salario) esperando que otros factores se mantengan constante.
- Independientemente de dónde se encuentre en la distribución del logarítmo de salario, se supone que el efecto del género o la educación sobre el salario logarítmico es el mismo.
- La regresión por cuantiles relaja el supuesto de homogeneidad en la distribución condicional de la variable de resultado o respuesta.

- Si el individuo se encuentra en el percentil 10 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.1$), 90 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.

- Si el individuo se encuentra en el percentil 10 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.1$), 90 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.
- Si el individuo se encuentra a la mediana (por ejemplo, $\tau = 0.5$), 50 % de los individuos en la distribución tiene un logaritmo de salarios.

Modelo de Regresión cuántilica condicional

- Si el individuo se encuentra en el percentil 10 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.1$), 90 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.
- Si el individuo se encuentra a la mediana (por ejemplo, $\tau = 0.5$), 50 % de los individuos en la distribución tiene un logaritmo de salarios.
- Si el individuo se encuentra en el percentil 90 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.9$), 10 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.

- Si el individuo se encuentra en el percentil 10 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.1$), 90 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.
- Si el individuo se encuentra a la mediana (por ejemplo, $\tau = 0.5$), 50 % de los individuos en la distribución tiene un logaritmo de salarios.
- Si el individuo se encuentra en el percentil 90 de la distribución del logaritmo de salarios (por ejemplo, $\tau = 0.9$), 10 % de los individuos en la distribución tienen un logaritmo de salarios altos.
- Koenker y Basset extiende estos conceptos para el marco teórico de la regresión en la que las funciones cuantilicas condicionales pueden ser estimable.

Modelo de Regresión cuántilica condicional

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- En contraste para el OLS, la regresión cuantilica minimiza la suma ponderada de los errores absolutos, y no la suma de los errores cuadrados.

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- En contraste para el OLS, la regresión cuantilica minimiza la suma ponderada de los errores absolutos, y no la suma de los errores cuadrados.
- Especialmente, para la regresión cuantilica del vector $\beta(\tau)$ es elegida para minimizar lo siguiente:

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- En contraste para el OLS, la regresión cuantilica minimiza la suma ponderada de los errores absolutos, y no la suma de los errores cuadrados.
- Especialmente, para la regresión cuantilica del vector $\beta(\tau)$ es elegida para minimizar lo siguiente:

$$ASE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta(\tau) \right] \left[\tau x \mathbf{I}(w_i > x_i^{'} \beta(\tau)) + (1-\tau) x \mathbf{I}(w_i \leq x_i^{'} \beta(\tau)) \right]$$

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- En contraste para el OLS, la regresión cuantilica minimiza la suma ponderada de los errores absolutos, y no la suma de los errores cuadrados.
- Especialmente, para la regresión cuantilica del vector $\beta(\tau)$ es elegida para minimizar lo siguiente:

$$ASE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta(\tau) \right] \left[\tau x \boldsymbol{I}(w_i > x_i^{'} \beta(\tau)) + (1-\tau) x \boldsymbol{I}(w_i \leq x_i^{'} \beta(\tau)) \right]$$

- Un caso especial de la función es la función condicional en la mediana , donde $\tau = 0.5$ y la expresión anterior colapsa como:

$$ASE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta(\tau) \right]$$

Modelo de Regresión cuántilica condicional

- Según el OLS, se busca un vector β para minimizar la siguiente cantidad:

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta \right]^2$$

- En contraste para el OLS, la regresión cuantilica minimiza la suma ponderada de los errores absolutos, y no la suma de los errores cuadrados.
- Especialmente, para la regresión cuantilica del vector $\beta(\tau)$ es elegida para minimizar lo siguiente:

$$ASE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta(\tau) \right] \left[\tau x \boldsymbol{I}(w_i > x_i^{'} \beta(\tau)) + (1-\tau) x \boldsymbol{I}(w_i \leq x_i^{'} \beta(\tau)) \right]$$

- Un caso especial de la función es la función condicional en la mediana , donde $\tau = 0.5$ y la expresión anterior colapsa como:

$$ASE = \sum_{i=1}^{n} \left[w_i - x_i^{'} \beta(\tau) \right]$$

- Esta expresión es la regresión cuantilica condicional en la mediana conocida como the least absolute deviations (LAD) estimator

- A diferencia de MCO, la regresión de la mediana es menos sensible a los valores atípicos.

- A diferencia de MCO, la regresión de la mediana es menos sensible a los valores atípicos.
- Se ha vuelto cada vez más popular explorar regresiones cuantílicas distintas a la mediana.

- A diferencia de MCO, la regresión de la mediana es menos sensible a los valores atípicos.
- Se ha vuelto cada vez más popular explorar regresiones cuantílicas distintas a la mediana.
- Esto se puede hacer minimizando la suma de los residuos absolutos ponderados asimétricamente.

- A diferencia de MCO, la regresión de la mediana es menos sensible a los valores atípicos.
- Se ha vuelto cada vez más popular explorar regresiones cuantílicas distintas a la mediana.
- Esto se puede hacer minimizando la suma de los residuos absolutos ponderados asimétricamente.
- Por tanto, esto permite estimar la regresión de cuantiles en varios percentiles de los residuos (por ejemplo, 10^{th}, 25^{th}, 75^{th} o 90^{th}).

- A diferencia de MCO, la regresión de la mediana es menos sensible a los valores atípicos.
- Se ha vuelto cada vez más popular explorar regresiones cuantílicas distintas a la mediana.
- Esto se puede hacer minimizando la suma de los residuos absolutos ponderados asimétricamente.
- Por tanto, esto permite estimar la regresión de cuantiles en varios percentiles de los residuos (por ejemplo, 10^{th}, 25^{th}, 75^{th} o 90^{th}).
- Nosotros podemos entonces estimar $\beta(\tau)$ para cualquier τ entre los valores 0 y 1.

Empirical Example:

Table 1: Quantile and OLS Regression Estimates for Schooling for US

Year	Std.Dev of Log Wages	OLS (Mean)	10^{th} Percentile	50^{th} Percentile	90^{th} Percentile
1980	0.67	0.072 (0.001)	0.074 (0.002)	0.068 (0.001)	0.079 (0.001)
2000	0.75	0.114 (0.001)	0.092 (0.002)	0.111 (0.001)	0.157 (0.001)

Source: Angrist & Piscke (2009, p.273)

Notes to table 1: Coefficient standard errors reported in parentheses; sample is for men aged between 40 and 49; other controls include race and labour force experience.