Programa de Especialización en Econometría Aplicada
Centro de Formación Continua -UNI
Modelo Probit Ordenado
Clase 2

Edinson Tolentino
Docente
email: edinson.tolentino@gmail.com

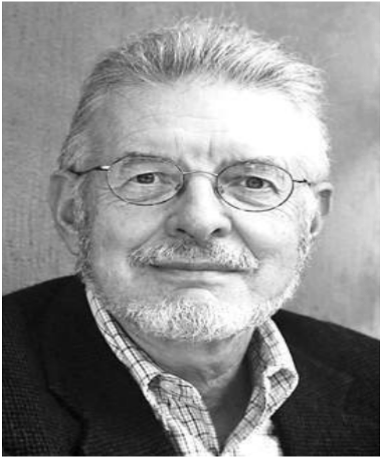
Twitter: @edutoleraymondi

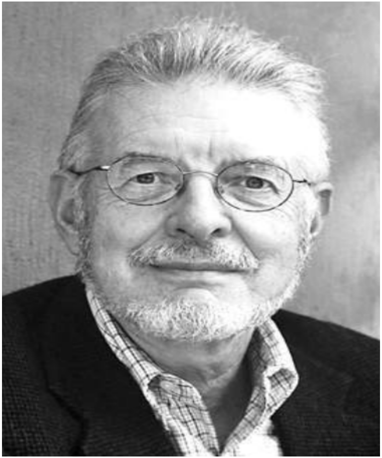
Universidad Nacional de Ingeneria

11 de julio de 2025

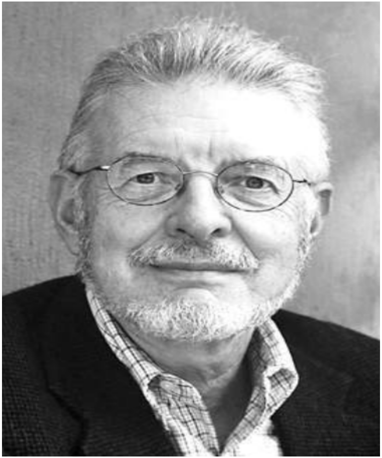
Contenido

Introducción

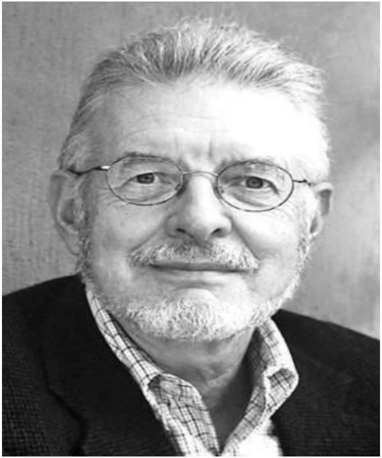




- **McFadden** ganador del Nobel en Economía en el 2000, por diseñar métodos para comprender los comportamientos económicos de las economías familiares y los individuos.

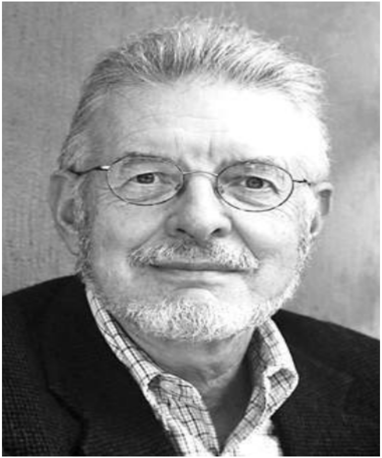


- **McFadden** ganador del Nobel en Economía en el 2000, por diseñar métodos para comprender los comportamientos económicos de las economías familiares y los individuos.
- Labor desenpeñada en métodos econométricos estudiando los patrones de comportamiento en elecciones **discretas** de los individuos cuando realizan una decisión.



- **McFadden** ganador del Nobel en Economía en el 2000, por diseñar métodos para comprender los comportamientos económicos de las economías familiares y los individuos.
- Labor desenpeñada en métodos econométricos estudiando los patrones de comportamiento en elecciones **discretas** de los individuos cuando realizan una decisión.
- Su trabajo provee una fundamentación teórica relacionada a los modelos logit para la teoría de elección comunmente usada por la Psicología.

Introducción



- **McFadden** ganador del Nobel en Economía en el 2000, por diseñar métodos para comprender los comportamientos económicos de las economías familiares y los individuos.
- Labor desenpeñada en métodos econométricos estudiando los patrones de comportamiento en elecciones **discretas** de los individuos cuando realizan una decisión.
- Su trabajo provee una fundamentación teórica relacionada a los modelos logit para la teoría de elección comunmente usada por la Psicología.
- **McFadden** compartio el premio en campos del conocimiento micro-econometricos con el estadounidense **Heckman**

Modelo Probit Ordenado

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
    - Encuestas de Opinion
        1. Totalmente de acuerdo
        2. De acuerdo

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo
    4. Totalmente en desacuerdo

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo
    4. Totalmente en desacuerdo
- Dado y_i^* representa una variable latente (no observable) que captura el nivel de satisfación del i^{th} individuo.

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo
    4. Totalmente en desacuerdo
- Dado y_i^* representa una variable latente (no observable) que captura el nivel de satisfación del i^{th} individuo.
- El punto de partida de los modelos multinomiales ordenados es el tratamiento de la variable latente (no observada), que a diferencia de nuestra variable dependiente real, es continua:

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo
    4. Totalmente en desacuerdo
- Dado y_i^* representa una variable latente (no observable) que captura el nivel de satisfación del i^{th} individuo.

- El punto de partida de los modelos multinomiales ordenados es el tratamiento de la variable latente (no observada), que a diferencia de nuestra variable dependiente real, es continua:

$$y_i^* = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon_i$$

$$y_i^* = x_i^{'} \beta + \varepsilon_i$$

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
    - Encuestas de Opinion
        1. Totalmente de acuerdo
        2. De acuerdo
        3. Desacuerdo
        4. Totalmente en desacuerdo
- Dado y_i^* representa una variable latente (no observable) que captura el nivel de satisfación del i^{th} individuo.
- El punto de partida de los modelos multinomiales ordenados es el tratamiento de la variable latente (no observada), que a diferencia de nuestra variable dependiente real, es continua:

$$y_i^* = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon_i$$

$$y_i^* = x_i^{'} \beta + \varepsilon_i$$

- Sin embargo, la variable que observamos es categoríca y ordenada

Modelo Probit Ordenado

- Este es un modelo de producto multiple pero diferente al modelo Multinomiales Logisticos
- La varable dependiente toma un número de valores finitos y discretos que contienen información ordinal.
  - Encuestas de Opinion
    1. Totalmente de acuerdo
    2. De acuerdo
    3. Desacuerdo
    4. Totalmente en desacuerdo
- Dado y_i^* representa una variable latente (no observable) que captura el nivel de satisfación del i^{th} individuo.

- El punto de partida de los modelos multinomiales ordenados es el tratamiento de la variable latente (no observada), que a diferencia de nuestra variable dependiente real, es continua:

$$y_i^* = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon_i$$

$$y_i^* = x_i^{'}\beta + \varepsilon_i$$

- Sin embargo, la variable que observamos es categoríca y ordenada

$$y^* = \begin{cases} 1 & ;si \quad \alpha_0 = -\infty \leq y_i^* \leq \alpha_1 \\ 2 & ;si \quad \alpha_1 \leq y_i^* \leq \alpha_2 \\ \vdots & \\ J & ;si \quad \alpha_{j-1} \leq y_i^* < \alpha_j = +\infty \end{cases}$$

Modelo Probit Ordenado

Modelo Probit Ordenado

- El modelo de producto en base a la satisfación puede ser expresado como:

$$y_i^* = X_i\beta + u_i \sim N(0,1)$$

- Este es asumido tal que y_i es relativo a y_i^* como sigue:

Modelo Probit Ordenado

- El modelo de producto en base a la satisfación puede ser expresado como:

$$y_i^* = X_i\beta + u_i \sim N(0,1)$$

- Este es asumido tal que y_i es relativo a y_i^* como sigue:

$$y_i = 1\,[no - del - todo - satisfecho] \text{ si } -\infty < y_i^* < \theta_0$$

- El modelo de producto en base a la satisfación puede ser expresado como:

$$y_i^* = X_i\beta + u_i \sim N(0,1)$$

- Este es asumido tal que y_i es relativo a y_i^* como sigue:

$$y_i = 1\,[no - del - todo - satisfecho] \text{ si } -\infty < y_i^* < \theta_0$$
$$y_i = 2\,[poco - satisfecho] \text{ si } \theta_0 \leq y_i^* < \theta_1$$

- El modelo de producto en base a la satisfación puede ser expresado como:

$$y_i^* = X_i\beta + u_i \sim N(0,1)$$

- Este es asumido tal que y_i es relativo a y_i^* como sigue:

$$y_i = 1\,[no - del - todo - satisfecho] \text{ si } -\infty < y_i^* < \theta_0$$
$$y_i = 2\,[poco - satisfecho] \text{ si } \theta_0 \leq y_i^* < \theta_1$$
$$y_i = 3\,[muy - satisfecho] \text{ si } \theta_1 < y_i^* < \theta_2$$

Modelo Probit Ordenado

- El modelo de producto en base a la satisfación puede ser expresado como:

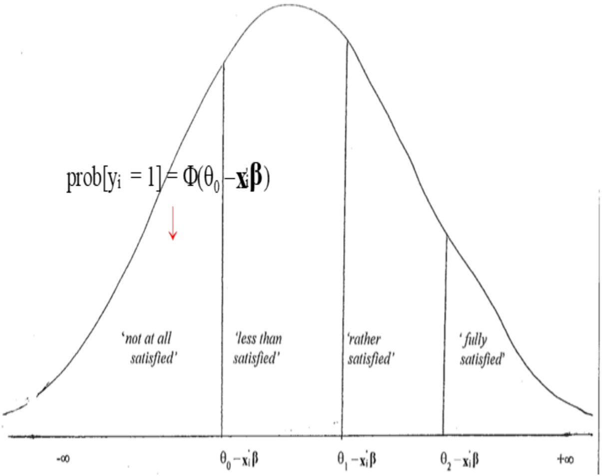
$$y_i^* = X_i\beta + u_i \sim N(0,1)$$

- Este es asumido tal que y_i es relativo a y_i^* como sigue:

$$\begin{aligned}
y_i &= 1\,[no - del - todo - satisfecho] \text{ si } -\infty < y_i^* < \theta_0 \\
y_i &= 2\,[poco - satisfecho] \text{ si } \theta_0 \leq y_i^* < \theta_1 \\
y_i &= 3\,[muy - satisfecho] \text{ si } \theta_1 < y_i^* < \theta_2 \\
y_i &= 4\,[totalmente - satisfecho] \text{ si } \theta_2 < y_i^* < +\infty
\end{aligned}$$

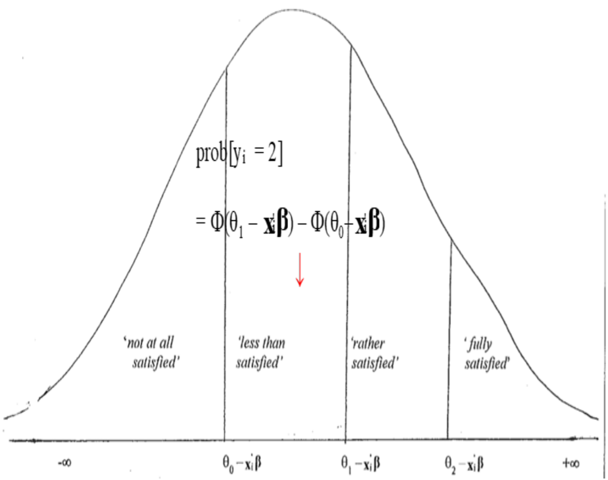
Modelo Probit Ordenado

Figure 4:1 The Ordered Probit Model



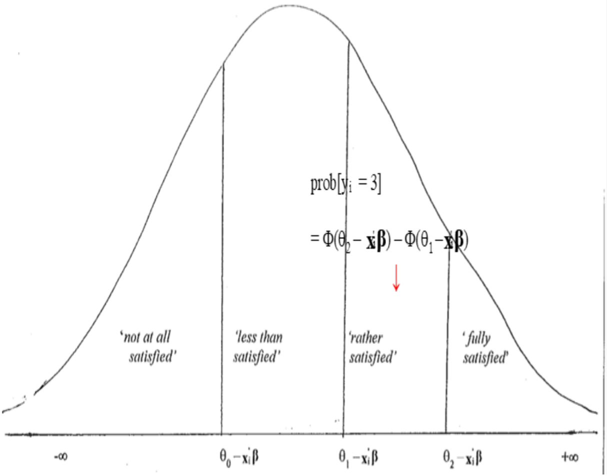
Modelo Probit Ordenado

Figure 4:1 The Ordered Probit Model



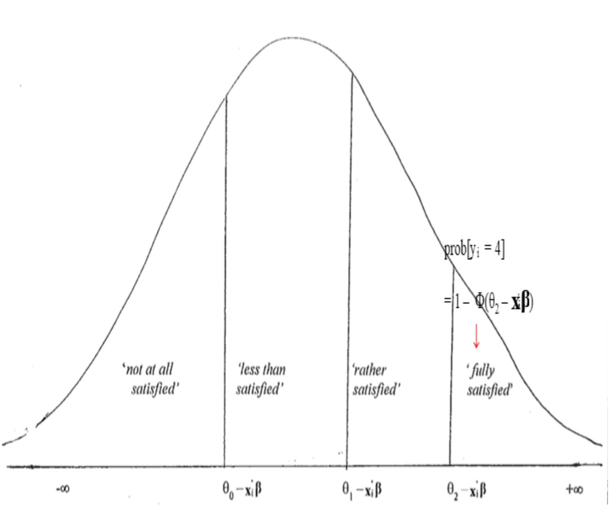
Modelo Probit Ordenado

Figure 4:1 The Ordered Probit Model



Modelo Probit Ordenado

Figure 4:1 The Ordered Probit Model



Modelo Probit Ordenado

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

Modelo Probit Ordenado

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i \beta\right)$$

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 2\right] = \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 2\right] = \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 3\right] = \Phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)$$

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 2\right] = \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 3\right] = \Phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 4\right] = 1 - \Phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right)$$

- Por tanto, al juntar y relacionar las probabilidades (usando una función de distribución normal estandar)

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 2\right] = \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 3\right] = \Phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)$$

$$Prob\left[y_i = 4\right] = 1 - \Phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right)$$

- Donde $\Phi(\cdot)$ es el CDF (función de distribución acumulada) para la distribución normal

- En general, las probabilidades pueden ser escritas como:

Modelo Probit Ordenado: método de estimación

- En general, las probabilidades pueden ser escritas como:

$$Prob\left[y_j = j\right] = \Phi\left(\theta_j - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_{j-1} - X_i\beta\right)$$

Modelo Probit Ordenado: método de estimación

- En general, las probabilidades pueden ser escritas como:

$$Prob\left[y_j = j\right] = \Phi\left(\theta_j - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_{j-1} - X_i\beta\right)$$

- Para $j = 0, \cdots, J$ productos

Modelo Probit Ordenado: método de estimación

- En general, las probabilidades pueden ser escritas como:

$$Prob\left[y_j = j\right] = \Phi\left(\theta_j - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_{j-1} - X_i\beta\right)$$

- Para $j = 0, \cdots, J$ productos
- La función de Log-likelihood se expresa como:

$$L = \sum_{i=i}^{n} \sum_{j=0}^{3} \delta_{ij} log_e \left[\Phi\left(\theta_j - X_i'\beta\right) - \Phi\left(\theta_{j-1} - X_i'\beta\right)\right]$$

- Donde $\delta_{ij} = 1$ si i^{th} individuo esta dentro de la j^{th} categoria y 0 otro caso.
- Se procede en la estimación a través del algoritmo de **Newton-Raphson**

Probit Ordenado: efectos marginales

Probit Ordenado: efectos marginales

- Dado la primera categoria:

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i'\beta\right)$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- Dado la primera categoria:

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i'\beta\right)$$

- Si se toma la derivada respecto a X_k:

$$\frac{\partial Prob\left[y = 1\right]}{\partial X_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) x\beta_k$$

- Dado la primera categoria:

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i'\beta\right)$$

- Si se toma la derivada respecto a X_k:

$$\frac{\partial Prob\left[y = 1\right]}{\partial X_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) x\beta_k$$

- El efecto marginal puede entonces ser calculado como el valor promedio de X

Probit Ordenado: efectos marginales

- Dado la primera categoria:

$$Prob\left[y_i = 1\right] = \Phi\left(\theta_0 - X_i'\beta\right)$$

- Si se toma la derivada respecto a X_k:

$$\frac{\partial Prob\left[y = 1\right]}{\partial X_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) x \beta_k$$

- El efecto marginal puede entonces ser calculado como el valor promedio de X
- $\Phi(\cdot)$: Función de densidad de probabilidad acumulada
- $\phi(\cdot)$: Función de densidad de probabilidad

Probit Ordenado: efectos marginales

- Si $Prob\left[y=2\right] = \Phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \Phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

- Si $Prob\left[y=2\right]=\Phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)-\Phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)-\phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- Si $Prob\left[y=2\right]=\Phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)-\Phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)-\phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

- El efecto marginal puede entonces puede ser calculado como el valor promedio de X

Probit Ordenado: efectos marginales

- Finalmente si $Prob\left[y=4\right]=1-\Phi\left(\theta_2-X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

Probit Ordenado: efectos marginales

- Finalmente si $Prob\left[y=4\right]=1-\Phi\left(\theta_2-X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

$$\frac{\partial Prob\left[y=4\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_2-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

- Finalmente si $Prob\left[y=4\right]=1-\Phi\left(\theta_2-X_i\beta\right)$
- El efecto marginal sera:

$$\frac{\partial Prob\left[y=4\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_2-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

- El efecto marginal puede entonces puede ser calculado como el valor promedio de X

Probit Ordenado: efectos marginales

- El efecto marginal para cada caso de las cuatro categorías sera:

Probit Ordenado: efectos marginales

- El efecto marginal para cada caso de las cuatro categorías sera:
- El signo del efecto marginal es predecible proveniente del signo del coeficiente del probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=1\right]}{\partial x_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- El efecto marginal para cada caso de las cuatro categorías sera:
- El signo del efecto marginal es predecible proveniente del signo del coeficiente del probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=1\right]}{\partial x_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) x\beta_k$$

- Los signos de estos dos efectos marginales intermedios no pueden ser determinados provenientes de los coeficientes del modelo probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial x_k} = \left[\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)\right] x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- El efecto marginal para cada caso de las cuatro categorías sera:
- El signo del efecto marginal es predecible proveniente del signo del coeficiente del probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=1\right]}{\partial x_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)x\beta_k$$

- Los signos de estos dos efectos marginales intermedios no pueden ser determinados provenientes de los coeficientes del modelo probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial x_k} = \left[\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

$$\frac{\partial Prob\left[y=3\right]}{\partial x_k} = \left[\phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- El efecto marginal para cada caso de las cuatro categorías sera:
- El signo del efecto marginal es predecible proveniente del signo del coeficiente del probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=1\right]}{\partial x_k} = -\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right)x\beta_k$$

- Los signos de estos dos efectos marginales intermedios no pueden ser determinados provenientes de los coeficientes del modelo probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial x_k} = \left[\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

$$\frac{\partial Prob\left[y=3\right]}{\partial x_k} = \left[\phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

- El signo del efecto marginal es tambien predecible proveniente del signo del coeficiente del probit ordenado

$$\frac{\partial Prob\left[y=1\right]}{\partial x_k} = \phi\left(\theta_2 - X_i\beta\right)x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

Probit Ordenado: efectos marginales

- Existe una ambiguedad cuando se usa el signo en el **coeficiente estimado del probit ordenado** para inferir el signo en los efectos marginales, dado los casos que no sean las categorías de resultado más baja y más alta.

- Existe una ambiguedad cuando se usa el signo en el **coeficiente estimado del probit ordenado** para inferir el signo en los efectos marginales, dado los casos que no sean las categorías de resultado más baja y más alta.
- Esto permite el hecho que los efectos marginales de las categorias intermedias estan basados sobre la diferencia entre los valores **estimados de dos densidades**

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)-\phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

Probit Ordenado: efectos marginales

- Existe una ambiguedad cuando se usa el signo en el **coeficiente estimado del probit ordenado** para inferir el signo en los efectos marginales, dado los casos que no sean las categorías de resultado más baja y más alta.
- Esto permite el hecho que los efectos marginales de las categorias intermedias estan basados sobre la diferencia entre los valores **estimados de dos densidades**

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial X_k} = \left[\phi\left(\theta_0 - X_i\beta\right) - \phi\left(\theta_1 - X_i\beta\right)\right] x\beta_k$$

- La magnitud de los valores de estas dos densidades (color rojo) no puede ser conocida a priori

Probit Ordenado: efectos marginales

- Existe una ambiguedad cuando se usa el signo en el **coeficiente estimado del probit ordenado** para inferir el signo en los efectos marginales, dado los casos que no sean las categorías de resultado más baja y más alta.
- Esto permite el hecho que los efectos marginales de las categorias intermedias estan basados sobre la diferencia entre los valores **estimados de dos densidades**

$$\frac{\partial Prob\left[y=2\right]}{\partial X_k}=\left[\phi\left(\theta_0-X_i\beta\right)-\phi\left(\theta_1-X_i\beta\right)\right]x\beta_k$$

- La magnitud de los valores de estas dos densidades (color rojo) no puede ser conocida a priori
- Por tanto, ni el signo , ni la magnitud del efecto marginal puede ser inferida