Estadística para Economístas
Clase 3
Teoría

Docente

Universidad Privada del Norte

26 de febrero de 2023

Contenido

Introducción

Introducción

- **Casas de apuestas**: En un encuentro de futbol entre el Arsenal y el Fullham, las casas de apuestas ofrecen una probabilidad (odds) de **2/9** en conra de que el Arsenal gane (local)
    - El enunciado anterir significa que si tu apuestas un dolar 1 \$ sobre una victoria del Arsena, las casas de apuestas te pagaran 1 \$ mas 0.22 centavos

- Por tanto, las casas de apuestas tienen un **odds ratio** en contra de que ocurra el evento (victoria de arsenal) definido como:

$$\frac{(1-\rho)}{\rho} = \frac{2}{9}$$

- La probabilidad implicita de la victoria del local (Arsenal) que las casas de apuestas usan es:

$$\rho = \frac{9}{11} = 0.818$$

- **las casas de apuestas asumen una victoria del Arsenal en 82 % de probabilidad**

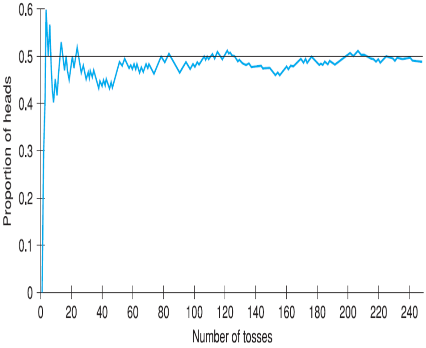
Logro de la Sesion

Analizar y comprender las probabilidades, conteo, combinaciones y permutaciones

Para logar la comprension realizaremos ejemplos númericos y ejercicios aplicados usando python

Probabilidad

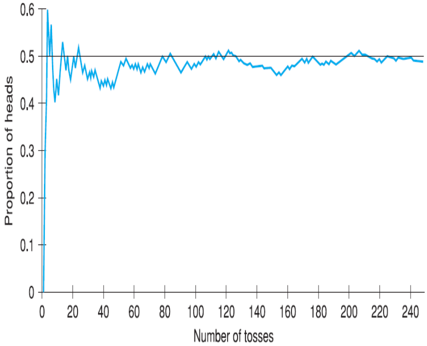
- Considere las siguientes preguntas:
  - Cuál es la probabilidad de que aparezcan *caras* en el lanzamiento de una moneda?
  - Cuál es la probabilidad de que un conductor tenga un *accidente* en un año de conducción?
- **Probabilidad**: medida númerica de la posibilidad de que ocurra un evento.



Probabilidad

- **Probabilidad**: medida númerica de la posibilidad de que ocurra un evento.
- La probabilidad sera:
  - La **proporción** de obtener *caras* dado el lanzamiento infinito de una moneda ($Pr(C)$)
- Podemos definir la probabilidad del evento $Cara(C)$:

$$Pr(C) = \frac{Numero - ocurrencia - C}{Numero - lanzamiento}$$



Probabilidad

- **Experimento**: proceso que genera resultados.
- Un experimiento puede ser:
  - El lanzamiento de una moneda
  - Lanzamiento de un dado
  - Jugar un partido de futbol
- El **espacio muestral (Ω)** define como el conjunto de todos los resultados experimentales
  - El lanzamiento de una moneda

$$\Omega = [C, T]$$

  - Lanzamiento de un dado

$$\Omega = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$$

  - Jugar un partido de futbol

$$\Omega = [Ganar, Empatar, Perder]$$

- **Figura 1**. Obtener una carta de un total de 52 (paquete de cartas)
- El Ω sera 52
- La *probabilidad* y Ω estaran relacionadas:
- La probabilidad de sacar el as de espadas de un mazo de cartas es de uno en 52.

Figura 1

	A	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2
♠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♥	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♦	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♣	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Probabilidad

- **Propiedades**:
  - La probabilidad debe encontrarse entre los valores de 0 a 1

    $$0 \leq Pr(A) \leq 1$$

  - La suma de probabilidad sera asociado con totos los productos del espacio muestral

    $$\sum P_i = 1$$

  - El **complemento de un evento** definido como todo el espacio muestral diferente del evento

    $$Pr(not - A) = 1 - Pr(A)$$

Figura 1

	A	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2
♠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♥	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♦	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
♣	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Eventos compuestos

- El **evento compuesto** definido como el resultado de dos experimentos
  - El lanzamiento de un dado y tener como resultado un *straight* en el juego de poker

Figura 2: lanzamiento de dado (Ω)

1	2	3	4	5	6
●	●	●	●	●	●

Figura 3: baraja de cartas (espada y reina) (Ω)

	A	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2
♠	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♥	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♦	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♣	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Eventos compuestos: regla de adicionar

- **Regla de Adicionar**: asociado con la letra *o*. Cuando se desea la probabilidad de un producto *o* cualquier otro.

$$\text{Pr}(\text{A } o \text{ B}) = Pr(A) + Pr(B)$$

- **¿Cuál es la probabilidad de obtener 5 o 6 del alnzamiento de un dado**:

$$\text{Pr}(5 \ o \ 6) = Pr(5) + Pr(6)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

1	2	3	4	5	6
●	●	●	●	●	●

Eventos compuestos: regla de adicionar

- **¿Cuál es la probabilidad de obtener** *reina(queen)* **o** *espada(spade)* **en una baraja de cartas (solo una baraja)?**:

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{Q}\ o\ \mathrm{S}) = Pr(Q)+Pr(S)$$
$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} = \frac{17}{52}$$

	A	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2
♠	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♥	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♦	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
♣	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

- Sin embargo, el espacio muestral Ω esxamindado , no para ser una respuesta correcta, dado su resultado donde $16/52$.
- El problema es el conteo doble de un punto dentro del Ω, por o cual, se debe diferenciar

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{Q}\ o\ \mathrm{S}) = Pr(Q)+Pr(S)\text{-}Pr(Q \wedge S)$$
$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$$

Eventos compuestos: regla de adicionar

- **Regla de Adicionar**: asociado con la letra *o*. Cuando se desea la probabilidad de un producto *o* cualquier otro. La regla general sera:

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{A}\ o\ \mathrm{B}) = Pr(A) + Pr(B) - \mathrm{Pr}(\mathrm{A} \wedge \mathrm{B})$$

Eventos compuestos: regla de multiplicacion

- **Regla de Multiplicacion**: asociado con la letra *y*. Cuando se desea la probabilidad combinada de un producto *y* cualquier otro evento.

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{A} \wedge \mathrm{B}) = Pr(A) \ x \ Pr(B)$$

- Considere una madre con dos nilños: **¿Cuál es la probabilidad de ellos sean ambos niños?**:
  - Asumiendo el nacimiento de los niños es igual

$$Pr(Niño) = Pr(Niña) = 0.5$$
$$Pr(B1) = Pr(B2) = 0.5$$

  - Niño: $B1$ y Niña: $B2$
  - Entonces la pregunta sera:

$$\mathrm{Pr}(\mathrm{B1} \wedge \mathrm{B2}) = Pr(B1) \mathrm{x} Pr(B2)$$
$$= \frac{1}{2} x \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Permutaciones y Combinaciones

- Muchas veces tener un diagrama para todos los posibles eventos puede ser tedioso, por tanto, se necesita una regla que permita considerar mitigar el error.
- ¿Cuantas maneras posibles puede tener una familia de 5 hijos, 3 niñas y 2 niños ?
- **Combinaciones**: N cantidad total hijos, n de niñas (orden) por tanto, el simbolo C_n^N denota una combinacion:

$$C_n^N = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

- **Permutaciones**:

$$P_n^N = \frac{N!}{(N-n)!}$$

$$P_n^N = \frac{5!}{2!} = 60$$

- $N!$ es denotado como n factorial

Asignación de Probabilidades

- Existen tres métodos usados para asignar probabilidades:
- El mètodo mas usado es conocido como **Frecuencia relativa**
- Indistinta del método se debe tener en cuenta algunos requerimientos básicos:
  - La probabilidad debe estar entre el valor de 1 y 0
  - La suma de probabilidades debe ser igual a 1

Asignación de Probabilidades

Ejemplo 1: considere un estudio sobre los tiempos de espera en el departamento de rayos x de un hospital pequeño.
Durante 20 días sucesivos un empleado registra el número de personas que están esperando el servicio a las 9:00 a.m. **los resultados son**

N personas que esperan	N de dias resultados
0	2
1	5
2	6
3	4
4	3
Total	20

- En estos datos aparece que 2 de los 20 días, había cero pacientes esperando el servicio, 5 días había un paciente en espera y así sucesivamente.

Asignación de Probabilidades

Solucion: el método de frecuencia se resolvera de la siguiente manera en la tercera columna.

N personas que esperan	N de dias resultados	Frecuencia
0	2	$\frac{2}{20} = 0.10$
1	5	$\frac{5}{20} = 0.25$
2	6	$\frac{6}{20} = 0.30$
3	4	$\frac{4}{20} = 0.20$
4	3	$\frac{3}{20} = 0.15$
Total	20	1

- En el primer caso, la probabilidad que se le asignará al resultado experimental de cero pacientes que esperan el servicio, sera 0.10
- En el primer caso, la probabilidad que se le asignará al resultado experimental de un paciente que esperan el servicio, sera 0.25