Lucrare laborator 4:

Modelarea matematică a conexiunilor de sisteme

A. Noțiuni teoretice

O schemă bloc, a unui sistem complex care rezultă direct prin conectarea unor sisteme separabile în anumite moduri, nu are, în general, o formă favorabilă unei prelucrări ulterioare.

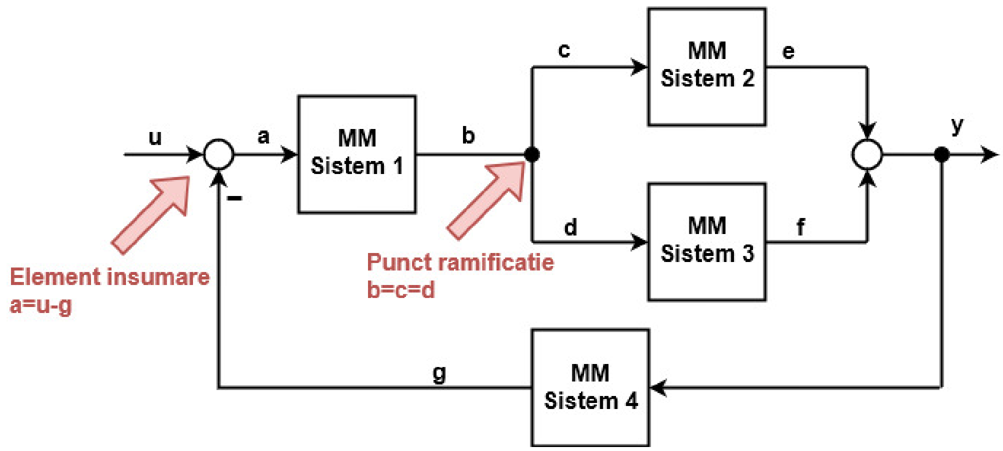


Fig. 1 Reprezentarea unei conexiuni de sisteme-Schemă bloc

De cele mai multe ori ea trebuie supusă unor operații de reconfigurare, care să conducă la o reprezentare cât mai simplă și cât mai sugestivă. Pentru reconfigurare se folosesc reguli care pot fi grupate în două categorii:

a) ***Reguli de compunere*** - se referă la compunerea mai multor blocuri în scopul obținerii unui bloc echivalent;

b) ***Reguli de reconfigurare*** - se referă la schimbarea poziției unor blocuri în cadrul schemei bloc.

Algebra schemelor bloc reprezintă ansamblul regulilor și metodelor de calcul aplicabile schemelor bloc. Atât regulile de compunere cât și cele de reconfigurare sunt valabile numai la sistemele lineare invariante în timp. Aceste sisteme se caracterizează prin dependențe de forma:

$$y(\lambda) = H(\lambda) \cdot u(\lambda), \quad \lambda = \begin{cases} s\ , & \text{la } STC \\ z\ , & \text{la } STD \end{cases} \qquad (1),$$

unde $H(\lambda)$ reprezintă matricea de transfer.

Ordinul sistemului obținut prin interconectarea unor sisteme este egal cu suma ordinelor subsistemelor componente. Modelul minimal al unui sistem poate avea un ordin mai mic decât sistemul. Un exemplu rezolvat se găsește în Anexa 1.

A1. Reguli de compunere

1°<u>Conexiunea paralel</u> (Fig.2)

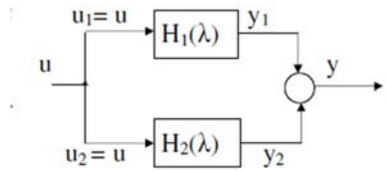


Fig. 2 Conexiunea paralel

La conexiunea paralel funcția de transfer este *suma* funcțiilor de transfer ale elementelor componente:

$$H(\lambda) = H_1(\lambda) + H_2(\lambda) \qquad (2).$$

Rezultatul poate fi generalizat pentru *q* elemente de transfer legate în paralel:

$$H(\lambda) = \sum_{i=1}^{q} H_i(\lambda) \qquad (3).$$

2°<u>Conexiunea serie</u> (Fig.3).

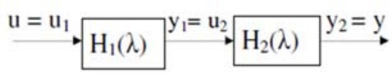


Fig. 3 Conexiunea serie

La conexiunea serie, funcția de transfer este *produsul* funcțiilor de transfer ale elementelor componente:

$$H(\lambda) = H_2(\lambda) \cdot H_1(\lambda) \qquad (4).$$

Rezultatul poate fi generalizat pentru *q* elemente de transfer legate în serie:

$$H(\lambda) = \prod_{i=q}^{1} H_i(\lambda) \qquad (5)$$

3°<u>Conexiunea cu reacție</u> (Fig.4).

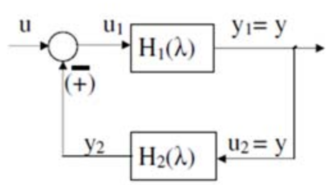


Fig. 4 Conexiunea cu reacție

La conexiunea cu reacție, funcția de transfer este:

$$H(\lambda) = \frac{H_1(\lambda)}{1 \pm H_1(\lambda) \cdot H_2(\lambda)} \qquad (6).$$

Acest rezultat nu mai este generalizabil.

- Semnul "+" din formula (6) corespunde reacției *negative* ("–" din figură).
- Semnul "–" din formula (6) corespunde reacției *pozitive* ("+" din figură).

În consecință, în locul celor trei conexiuni putem folosi câte un singur element echivalent♣ după cum urmează:

CONEXIUNEA	PARALEL	SERIE	CU REACȚIE
Elementul echivalent pentru sisteme în timp continuu	$u \rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{q} H_i(s)} \rightarrow y$	$u \rightarrow \boxed{\prod_{i=q}^{1} H_i(s)} \rightarrow y$	$u \rightarrow \boxed{\frac{H_1(s)}{1 \pm H_1(s) \cdot H_2(s)}} \rightarrow y$

A2. Reguli de reconfigurare

4° <u>Deplasarea unui bloc înaintea unui element de însumare</u> (Fig. 5)

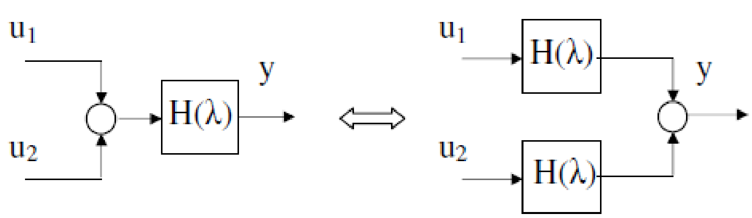


Fig. 5 Deplasare bloc înainte de sumator

Și de această dată termenul echivalent are o semnificație abstractă întrucât pentru schema din partea stângă avem un singur element de transfer în timp ce pentru schema din partea dreaptă avem două elemente de transfer.

♣ Răspunsul elementului echivalent la orice semnal de intrare este același cu răspunsul conexiunii. Nu este vorba despre echivalență fizică ci despre echivalență abstractă.

5° <u>Deplasarea unui element de transfer după un punct de ramificație</u> (Fig. 6)

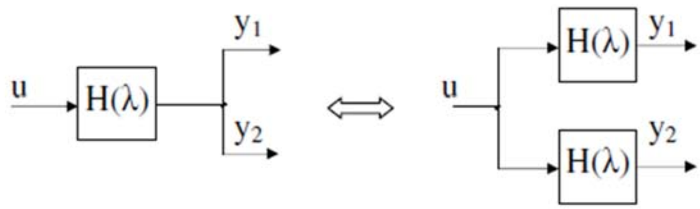


Fig. 5 Deplasare bloc după punct ramificație

Pentru următoarele două reguli este importantă noțiunea de *element de transfer invers*. Dacă avem un element de transfer care are f.d.t H(λ), atunci numim *element de transfer invers* un element de transfer cu f.d.t $(H(\lambda))^{-1} = \frac{1}{H(\lambda)}$), adică inversa f.d.t H(λ). În acest caz, prin înserierea a două elemente de transfer unul fiind invers celuilalt se realizează operatorul identic. În ceea ce privește elementele de transfer invers, este valabilă afirmația că: funcția de transfer H(λ) corespunde unui sistem fizice, atunci inversa $(G(\lambda))^{-1}$ nu are nici un corespondent fizic, sistemul cu f.d.t inversă este pur abstract.

6° <u>Deplasarea unui element de transfer înaintea unui punct de ramificație</u> (Fig. 7)

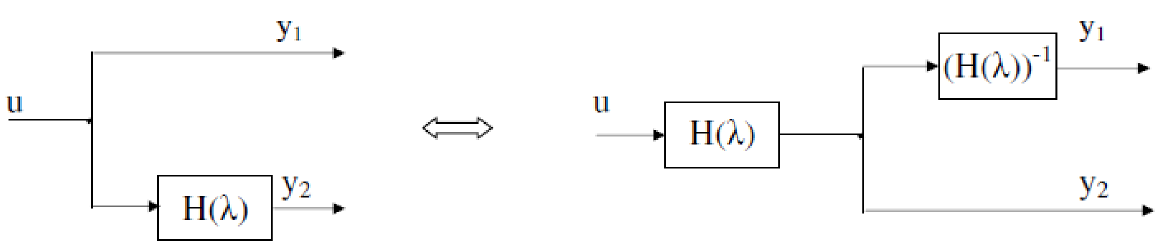


Fig. 7 Deplasare bloc înainte punct ramificație

7° <u>Deplasarea unui bloc după un element de însumare</u> (Fig. 8)

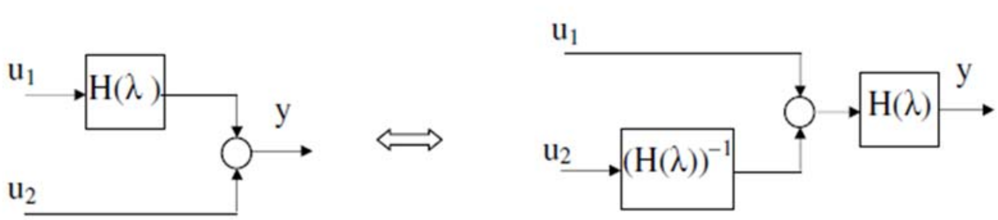


Fig. 8 Deplasare bloc după sumator

A3. Determinarea MM-ISI plecând de la o schemă bloc

Forma canonică unificată STC, STD a unui MM-ISI este:

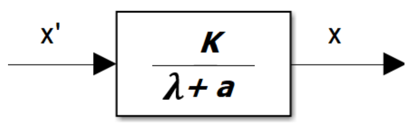
$$\begin{cases} x' = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}, \quad x' = \begin{cases} x'(t),\ pt.\ STC \\ x[t+1],\ pt.\ STD \end{cases}.$$

Prin aplicarea Transformatelor Laplace și z in condiții inițiale nule se obțin, de asemenea, dependențe de forme similare în domeniul operațional

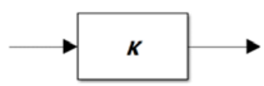
$$\begin{cases} \lambda x(\lambda) = Ax(\lambda) + Bu(\lambda) \\ y(\lambda) = Cx(\lambda) + Du(\lambda) \end{cases}, \quad \lambda = \begin{cases} s\ ,\ \text{la } STC \\ z\ ,\ \text{la } STD \end{cases}.$$

Astfel metoda de determinare a unui MM-ISI plecând de la o schema bloc este aceeași și pentru STC și pentru STD.

Determinarea unui MM-ISI plecând de la o schemă bloc se poate realiza prin alegerea corespunzătoare a semnalelor din schemă care pot îndeplini rol de mărimi de stare. Aceste semnale trebuie sa fie ieșirile blocurilor unor sisteme care au f.d.t cu polinom de gradul 0 la numărător, respectiv cu polinom de gradul 1 la numitor (ET-I sau/și ET-PT1).



Pe lângă aceste blocuri în scheme mai pot să apară sisteme proporționale ET-P.



Dacă schema cuprinde blocuri a unor sisteme care au f.d.t. cu polinoame de grad mai mare ca 0 la numărător și grad mai mare ca 1 la numitor acestea trebuie descompuse în prealabil. In acest scop poate fi folosita algebra schemelor bloc.

Odată alese mărimile de stare, pentru fiecare bloc se deduce ecuația de stare corespunzătoare mărimii de stare de la ieșirea blocului. În final se scrie ecuația de ieșire și se alcătuiește MM-ISI al sistemului. Un exemplu rezolvat se găsește în Anexa 1.

A4. Abordarea conexiunilor de sisteme cu mai multe intrări și/sau ieșiri

- Determinare m.d.t.

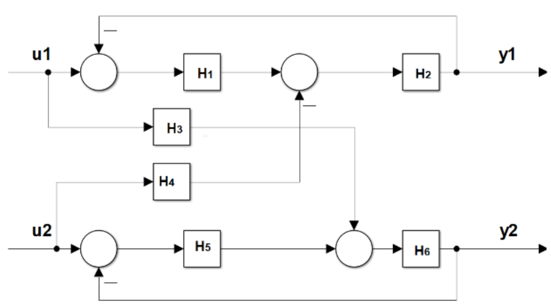
În cazul sistemelor liniare cu mai multe mărimi de intrare dependențele intrare-ieșire se pot obține în domeniul imaginilor prin superpoziție, folosind regulile de reducere și de reconfigurare prezentate la punctele A1 și A2.

În acest caz dependența intrare-ieșire în domeniul operațional este dată de relația de mai jos.

$$\begin{bmatrix} y_1(\lambda) \\ y_2(\lambda) \\ \vdots \\ y_p(\lambda) \end{bmatrix} = H(\lambda) \begin{bmatrix} u_1(\lambda) \\ u_2(\lambda) \\ \vdots \\ u_r(\lambda) \end{bmatrix} \rightarrow H(\lambda) = \overbrace{\begin{bmatrix} H_{1,1} & H_{1,2} & \cdots & H_{1,r-1} & H_{1,r} \\ H_{2,1} & H_{2,2} & & H_{2,r-1} & H_{2,r} \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ H_{p-1,1} & H_{p-1,2} & \cdots & H_{p-1,r-1} & H_{p-1,r} \\ H_{p,1} & \underset{f.d.t.}{\boxed{H_{p,2}}} & & H_{p,r-1} & H_{p,r} \end{bmatrix}}^{m.d.t.}$$

Practic se iau în considerare, pe rând, fiecare canal informațional intrare-ieșire și se reduce schema la una având o singură intrare, respectiv o singură ieșire. Restul intrărilor se consideră zero, iar restul ieșirilor sunt ignorate. De exemplu, pentru a obține f.d.t $H_{p,2}(\lambda)$ se consideră diferită de zero doar intrarea $u_2(\lambda)$, iar ieșirea luată în considerare este $y_p(\lambda)$.

Exemplul: *Să se stabilească m.d.t. pentru sistemul din figura de mai jos, cu orientarea {u1, u2} → {y1, y2}.*

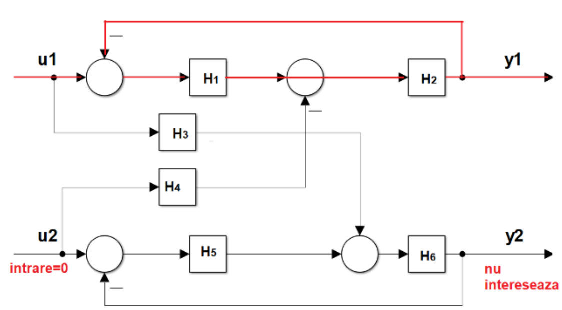


Rezolvare: M.d.t. are patru elemente, fiecare f.d.t făcând legătura intre o intrare și o ieșire

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix}}_{H(s)} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$$

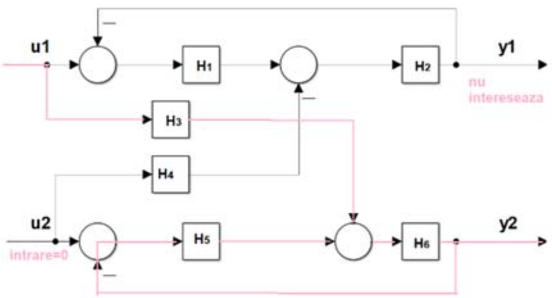
Se determină fiecare f.d.t. pe rând.

Considerăm canalul {u1 } → {y1 }. Schema se simplifică ca în figura de mai jos considerând doar conexiunile colorate:



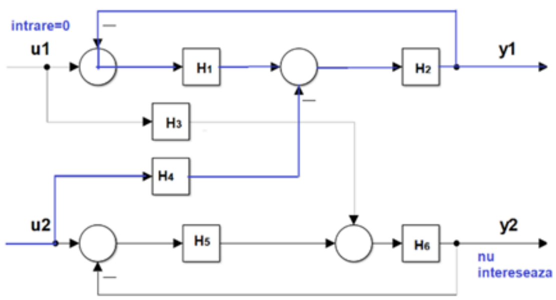
Rezulta f.d.t. $H_{11}(s) = \left.\frac{y_1(s)}{u_1(s)}\right|_{u_2(s)=0} = \frac{H_1(s)H_2(s)}{1+H_1(s)H_2(s)}$

Considerăm canalul {u1 } → {y2 }. Schema rezultată și f.d.t. sunt



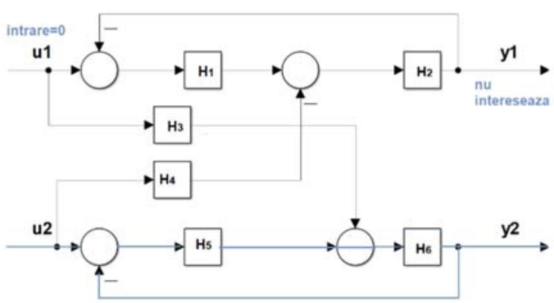
$$H_{11}(s) = \left.\frac{y_2(s)}{u_1(s)}\right|_{u_2(s)=0} = \frac{H_3(s)H_6(s)}{1+H_5(s)H_6(s)}$$

Considerăm canalul {u2 } → {y1 }. Schema rezultată și f.d.t. sunt



$$H_{21}(s) = \left.\frac{y_1(s)}{u_2(s)}\right|_{u_1(s)=0} = \frac{-H_2(s)H_4(s)}{1+H_1(s)H_2(s)}$$

Considerăm canalul {u2 } → {y2 }. Schema rezultată și f.d.t. sunt



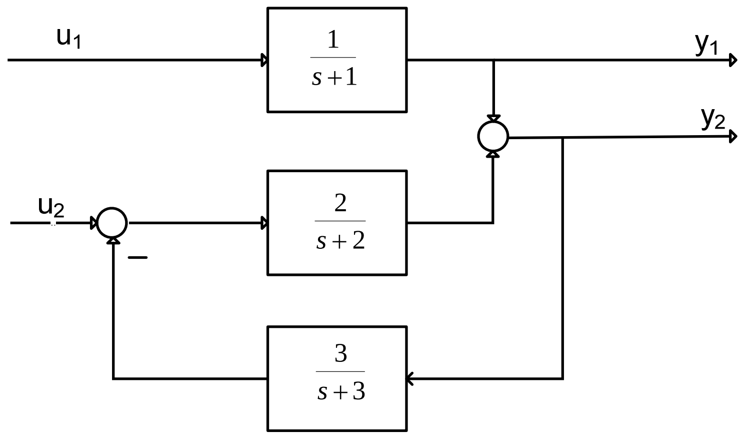
$$H_{22}(s) = \left.\frac{y_2(s)}{u_2(s)}\right|_{u_1(s)=0} = \frac{H_5(s)H_6(s)}{1+H_5(s)H_6(s)}$$

Deci m.d.t. este: $H(s) = \begin{bmatrix} \frac{H_1(s)H_2(s)}{1+H_1(s)H_2(s)} & \frac{H_3(s)H_6(s)}{1+H_5(s)H_6(s)} \\ \frac{-H_2(s)H_4(s)}{1+H_1(s)H_2(s)} & \frac{H_5(s)H_6(s)}{1+H_5(s)H_6(s)} \end{bmatrix}$

- Determinare MM-ISI

Dacă se dorește obținerea MM-ISI se abordează problema așa cum a fost descris la punctul A3. În continuare este prezentat un exemplu explicat.

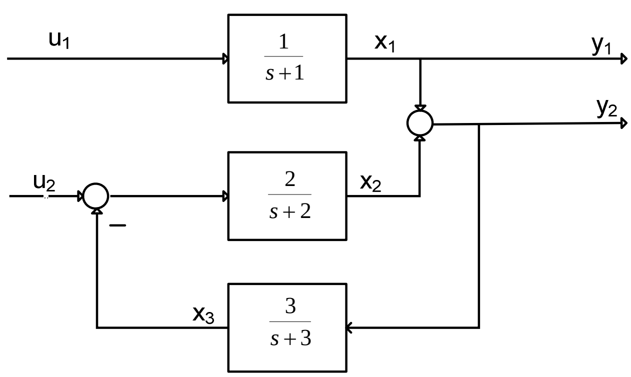
Exemplu: *Să se determine MM_ISI pentru sistemul reprezentat in schema:*



Rezolvare:

MM_ISI:-sistemul este de ordinul 3=> $x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}$, are două mărimi de intrare =>$u(t)=\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{bmatrix}$ și două mărimi de ieșire=> $y(t)=\begin{bmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\end{bmatrix}$

Se aleg mărimile de stare la ieșirea sistemelor de tip PT1



Plecând de la schema se pot obține relațiile:

$$x_1(s)=\frac{1}{s+1}u_1(s)$$

$$x_2(s)=\frac{2}{s+2}(u_2(s)-x_3(s))$$

$x_3(s) = \frac{3}{s+3}(x_1(s) + x_2(s)),$

care prelucrate conduc la:

$s \cdot x_1(s) = -x_1(s) + u_1(s)$

$s \cdot x_2(s) = -2x_2(s) - 2x_3(s) + 2u_2(s)$

$s \cdot x_3(s) = 3x_1(s) + 3x_2(s) - 3x_3(s)$

Aplicând Transformata Laplace Inversa se obțin ecuațiile de stare:

$x_1'(t) = -x_1(t) + u_1(t)$

$x_2'(t) = -2x_2(t) - 2x_3(t) + 2u_2(t)$

$x_3'(t) = 3x_1(t) + 3x_2(t) - 3x_3(t)$

Plecând de la schema se pot scrie cele doua ecuații de ieșire:

$y_1(t) = x_1(t)$ și $y_2(t) = x_1(t) + x_2(t)$

Scriind în forma matriceala ecuațiile de stare si de ieșire obținem MM-ISI:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \\ x_3'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

A5. Metode de calcul folosind f.d.t. în Matlab/Scilab

În **Matlab** există mai multe instrucțiuni prin care se poate declara o f.d.t.

- Dacă funcția de transfer se cunoaște în forma polinomială nefactorizată $H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$, declararea se realizează prin definirea vectorilor polinoamelor de la numărător, respectiv numitor și utilizarea funcției Matlab *tf*.

```
num=[bm, bm-1,....b1, b0]
den=[an, an-1,...a1, a0]
H=tf(num, den)
```

- Dacă funcția de transfer se cunoaște în forma polinomiala factorizată $H(s) = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$, cu $z_i, i = \overline{1,m}$ zerourile sistemului, respectiv, $p_j, j = \overline{1,n}$ polii sistemului, declararea se realizează prin definirea coeficientului de transfer K și a vectorilor zerourilor și polilor sistemului și utilizarea funcției Matlab *zpk*.

```
zerouri=[z1, z2,... zm]
poli=[ p1, p2,... pn]
H=zpk(zerouri, poli, K)
```

Se poate trece de la o forma la cealaltă simplu prin utilizarea acelorași instrucțiuni: H_{zpk}*=zpk(*H_{tf} *)* sau H_{tf}*=tf(*H_{zpk}*).*

Pentru aducerea unei f.d.t. la forma ireductibilă trebuie să fie declarată în forma factorizată și aplicată instrucțiunii *minreal(H)*. Determinarea coeficienților polinoamelor f.d.t. se realizează prin utilizarea funcției *tfdata(H, 'v').*

- Dacă sistemul este dat prin MM-ISI, el poate fi definit în Matlab folosind funcția *ss.*

```
%se declara matricile A,B,C,D
sistem=ss(A, B,C,D)
```

Mediul MATLAB ne permite să calculăm numeric m.d.t. (f.d.t.) din MM-ISI și MM-ISI din m.d.t. (f.d.t.). Funcțiile utilizate sunt: ss2tf, tf2ss, dacă se lucrează cu forma nefactorizată a m.d.t. (f.d.t), respectiv ss2zp, zp2ss, dacă se lucrează cu forma factorizată a m.d.t. (f.d.t). Cele 4 func'ii fac apel la parametrii f.d.t., respectiv la matricele MM-ISI.

```
num=[bm, bm-1,....b1, b0]
den=[an, an-1,...a1, a0]
[A, B,C,D]=tf2ss(num, den)
```

Trecerea de la un tip de model la altul se poate face direct folosind *sistem_ISI=ss(sistem_fdt),* respectiv *sistem_fdt=tf(sistem_ISI).*

Exemplu *de calcul al f.d.t. pentru conexiunile fundamentale pentru două sisteme cu f.d.t.* $H_1 = \frac{s+2}{s^2+3s+4}$ *și* $H_2 = \frac{10(s+1)}{s+2}$*. Programul calculează, de asemenea, MM-ISI asociate conexiunii paralel*

```
%sistem 1
num1=[1 2];
den1=[1 3 4];
H1=tf(num1,den1)
%sistem 2
K=10;
zerouri2=[-1];
poli2=[-2];
H2=zpk(zerouri2, poli2, K)
% f.d.t. serie rezultat factorizat
Hserie=minreal(H1*H2)
% f.d.t. paralel rezultat factorizat
Hparalel=minreal(H1+H2)
% f.d.t. reactie negativa rezultat nefactorizat
Hreactie=tf(minreal(H1/(1+H1*H2)))
% determinare vectori coeficienti polinoame
numarator si numitor fdt
[num, den]=tfdata(Hparalel, 'v')
%determinarew MM-ISI cnx paralel
[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)
%definire sistem prin MM-ISI
sis=ss(A,B,C,D)
%determinare f.d.t plecand de la MM-ISI
Hparalel_=tf(sis)
```

În **Scilab** există posibilitatea de a introduce și opera de expresii polinomiale. Astfel f.d.t. se pot introduce ca fracții polinomiale de variabilă „*s*” introdusă cu *%s*. Apoi, f.d.t. astfel introduse li se pot aplica operatori matematici.

```
H=(b_m*%s^m+b_{m-1}*%s^(m-1)+….+b_1*%s+ b_0)/(a_n*%s^n+a_{n-1}*%s^(n-1)+…a_1*%s+a_0)

H1=2*H+5*H
```

Pentru declararea unui STC cu o anumită f.d.t. sau MM-ISI în Scilab trebuie definită într-o primă etapa variabila „*s*” cu instrucțiunea *s=poly(0,'s')*. Apoi se folosește instrucțiunea *syslin* pentru declararea unei variabile care cuprinde câmpuri cu valorile coeficienților de la numărătorul și numitorul fd.t. sau cu matricele MM-ISI. Pentru accesarea valorilor numerice ale coeficienților si matricelor prin care sunt definite modelele matematic se poate folosi funcția *coeff*.

```
s=poly(0,'s');

//cu expresie

H=syslin("c", bm*s^m+bm-1*s^(m-1)+….+b1*s+ b0)/(an*s^n+an-1*s^(n-1)+…a1*s+a0)

//prin vectorii coeficientilor de la numarator, numitor

H=syslin("c",[ bm, bm-1,…., b1, b0],[an, an-1,… a1, a0])

//MM-ISI- se definesc matricele A,B,C,D

Sistem_ISI=syslin("c", A,B,C;D)

num=coeff(H.num)

A=coeff(Sistem_ISI.A)
```

Se poate transpune f.d.t a unui sistem astfel definit în forma factorizată prin utilizarea funcției *zkp*.

Trecerea de la f.d.t. la MM-ISI și invers se poate face prin utilizarea funcțiilor *ss2tf*, respectiv *tf2ss*.

Exemplu *de calcul al f.d.t. pentru conexiunile fundamentale pentru două sisteme cu f.d.t.* $H_1 = \frac{s+2}{s^2+3s+4}$ *și* $H_2 = \frac{10(s+1)}{s+2}$. Exemplificare mod de lucru cu diferite forme de sisteme în Scilab.

```
//sistem 1- doar pentru calcule
H1=(%s+2)/(%s^2+3*%s+4)
//sistem 2- doar pentru calcule
H2=10*(%s+1)/(%s+2)
// f.d.t. serie
Hserie=H1*H2
// f.d.t. paralel
Hparalel=H1+H2
// f.d.t. reactie negativa
```

```
Hreactie=H1/(1+H1*H2)

//definire sisteme in timp continuu
s=poly(0,'s');
//sistem 1
H1=syslin("c",(s+2)/(s^2+3*s+4))
//sistem 2
H2=syslin("c",10*(s+1)/(s+2))
// f.d.t. serie
```

```
Hserie=H1*H2
//transcriere in forma factorizata
Hserie_fact=zpk(Hserie)
//determinare coeficienti numarator si numitor f.d.t
num=coeff(Hserie.num)
den=coeff(Hserie.den)

//definire sistem pt care se cunoaste MM-ISI
A=[0 1;-1 -2]
B=[0;1]
C=[3 1]
```

```
D=0
MM_ISI=syslin("c",A,B,C,D)
//determinare matrici sistem
A=coeff(MM_ISI.A)

//trecere de la MM-ISI la fdt
H=ss2tf(MM_ISI)
//trecere de la fdt la MM-ISI
MM_ISI_=tf2ss(H)
```

B. Exerciții

1. Să se determine f.d.t/m.d.t. a sistemelor din Fig. 9-12 și pe baza lor sa să se scrie MM-II. Apoi să se determine MM-ISI. Să se valideze prin simulare modelele obținute.

Indicație: la Fig.11 se va muta blocul cu f.d.t $\boxed{4/(s+1)}$ după sumator.

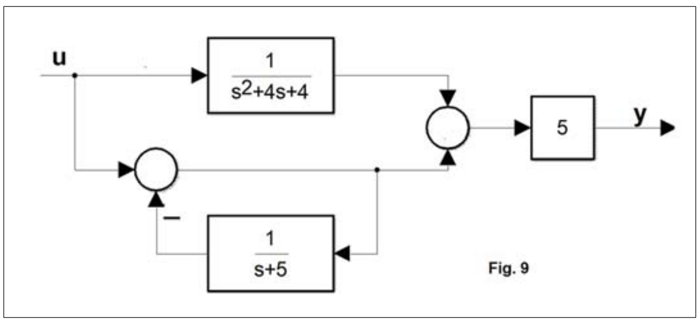


Fig. 9

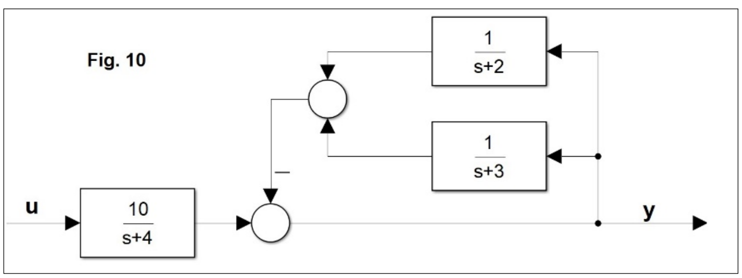


Fig. 10

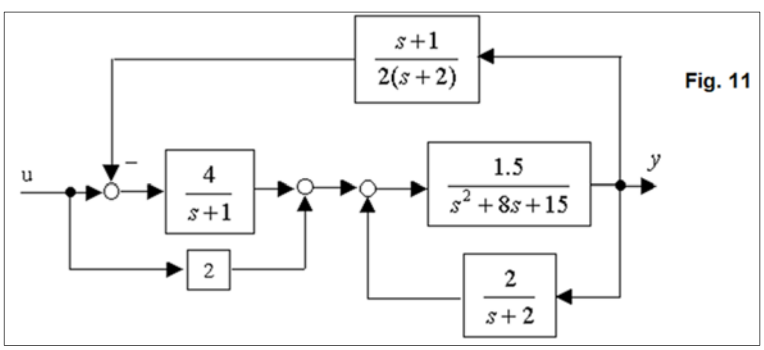
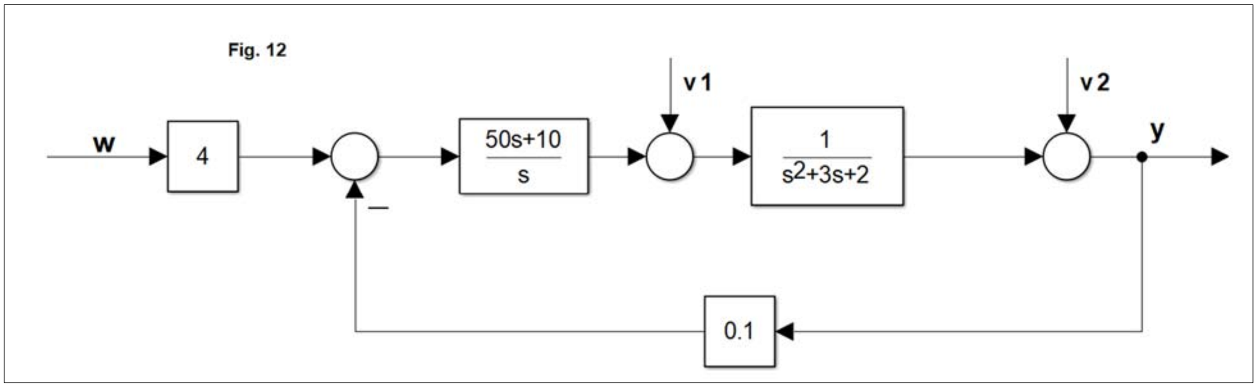


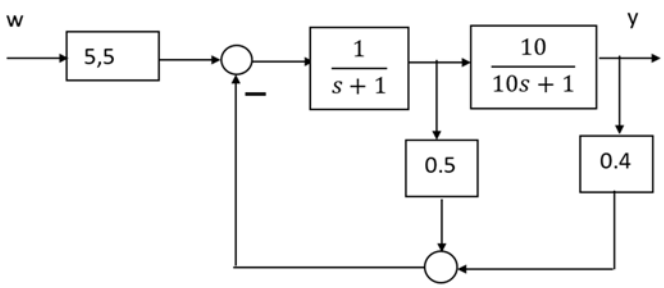
Fig. 11



C. Anexe

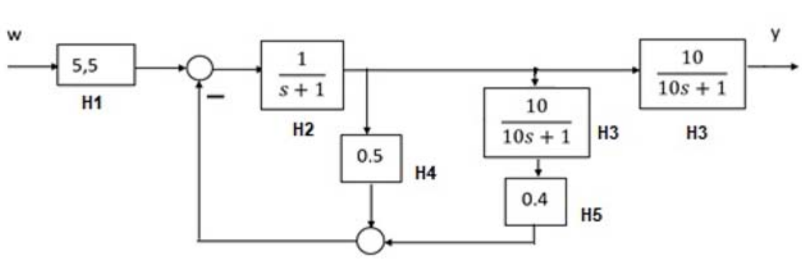
1. Exemplu de exercițiu rezolvat

Să se determine f.d.t a sistemului din figura de mai jos și pe baza sa să se scrie MM-II. Apoi să se determine un MM-ISI. Să se valideze prin simulare modelul obținut la punctul anterior.

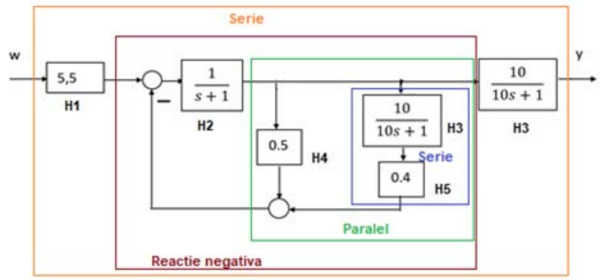


Rezolvare:

- Se studiază schema bloc dată pentru identificarea eventualelor blocuri dispuse în conexiuni fundamentale-> se observă ca nu putem aplica regulile de reducere fără o reconfigurare prealabilă a schemei
- Se stabilește mutarea cărui din bloc din schemă conduce la apariția conexiunilor fundamentale. (***Regulă:*** blocurile dispuse între două puncte de ramificație, respectiv între sumatoare sunt cele ce ar trebui deplasate în scheme) -> se mută blocul cu f.d.t $\boxed{10/(10s+1)}$ după nod; rezultă schema:



- În continuare se pot observa blocurile dispuse în conexiuni fundamentale, iar prin aplicarea succesivă a regulilor de reducere se obține expresia f.d.t. a conexiunii de sisteme date



$H_{serie\_1} = H_3 \cdot H_5$, $H_{paralel} = H_{serie\_1} + H_4$, $H_{reactie} = \frac{H_2}{1+H_2 H_{paralel}}$, $H_{serie\_2} = H_1 \cdot H_{reactie} \cdot H_3$

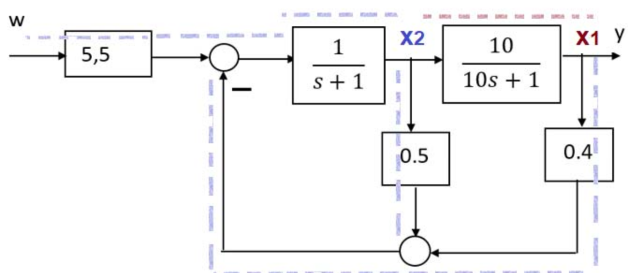
Astfel: $H = \frac{H_1 H_2 H_3}{1+H_2 H_4 + H_2 H_3 H_5} =$

- În formula obținută se înlocuiesc expresiile f.d.t. ale sistemelor din conexiune și se aduce rezultatul la o fracție polinomială. Calculul se poate realiza si folosind mediul Matlab/ Scilab conform celor prezentate la paragraful A5.

Rezultă în urma calculului: $H(s) = \frac{55}{10s^2+16s+5.5}$, respectiv MM-II: $10y''(t) + 16y'(t) + 5.5y(t) = 55u(t)$

- Pentru determinarea MM-ISI se verifică că în schemă avem doar blocuri ale unor ET-P, ET-I, ET-PT1

Schema dată are trei blocuri de tip ET-P (f.d.t. notate cu indicii 1, 4 și 5) si două blocuri de tip ET-PT1 (f.d.t. notate cu indicii 2 și 3). Sistemul are ordinul 2, iar cele două mărimi de stare se aleg ca fiind ieșirile ET-PT1.



Plecând de la schema bloc se pot scrie următoarele relații în domeniul operațional (se urmăresc linile punctate de pe schemă):

$$x_1(s) = \frac{10}{10s+1} x_2(s)$$

$$x_2(s) = \frac{1}{s+1}(5.5w(s) - 0.5x_2(s) - 0.4x_1(s))$$

Efectuând în continuare calcule succesive se obțin ecuațiile de stare scrise în domeniul operațional. Acestea sunt trecute apoi în domeniul timp și scrise în formă matriceală. Se determină astfel matricele A și B ale MM-ISI.

$$x_1(s) = \frac{10}{10s+1}x_2(s) \qquad |\cdot(10s+1)$$

$$(10s+1)x_1(s) = 10x_2(s) \ \leftrightarrow sx_1(s) = -0.1x_1(s) + x_2(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\ x_1'(t) = -0.1x_1(t) + x_2(t)$$

$$x_2(s) = \frac{1}{s+1}(5.5w(s) - 0.5x_2(s) - 0.4x_1(s)) \qquad |\cdot(s+1)$$

$$(s+1)x_2(s) = 5.5w(s) - 0.5x_2(s) - 0.4x_1(s)$$

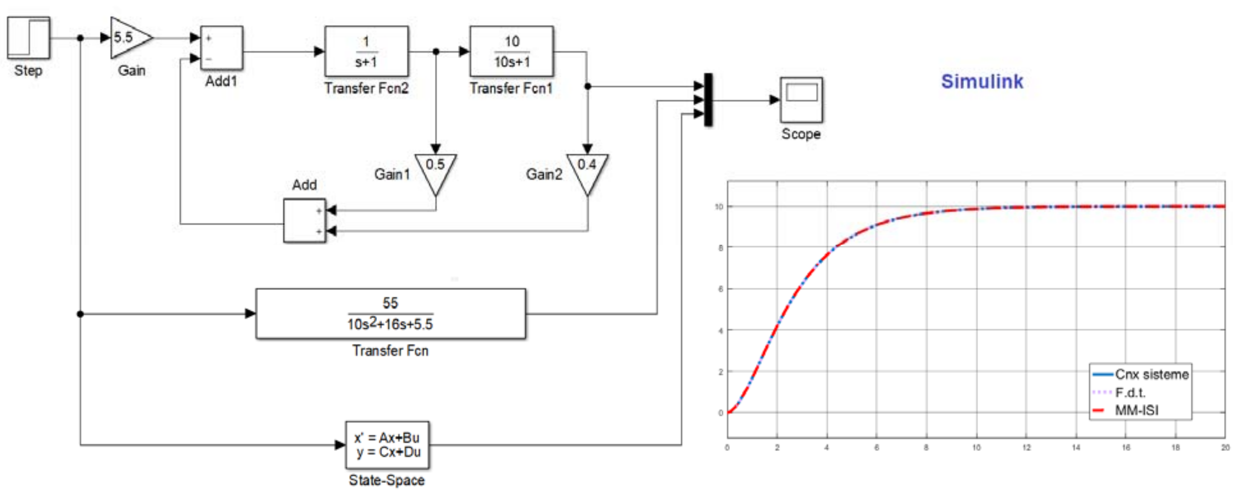
$$sx_2(s) = -0.4x_1(s) - 1.5x_2(s) + 5.5w(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\ x_2'(t) = -0.4x_1(t) - 1.5x_2(t) + 5.5w(t)$$

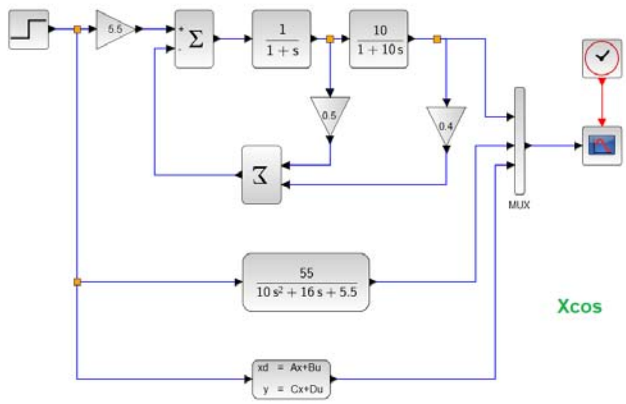
$$\begin{bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.1 & 1 \\ -0.4 & -1.5 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 5.5 \end{bmatrix}}_{B} \cdot w(t)$$

Plecând de la schema bloc se exprimă mărimea de ieșire în funcție de mărimile de stare și de intrare și se determină ecuația de ieșire, respectiv matricele C și D ale modelului. Din schelă se observă că $y(t) = x_1(t)$.

Ecuația de ieșire a modelului este: $y(t) = \underbrace{[1 \quad 0]}_{C} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{[0]}_{D} w(t)$.

- Pentru validarea rezultatului obținut se realizează în același fișier Simulink/ Xcos schemele de simulare pentru conexiunea de sisteme inițială, sistemul cu f.d.t. determinată mai sus, respectiv pentru sistemul cu MM-ISI aflat anterior. Se compară rezultatele simulării celor trei sisteme având același semnal de intrare (de ex. semnal treaptă unitare). Semnalele de ieșire au aceeași evoluție pe perioada de simulare dacă calculul a fost făcut corect




5.5
1
1 + s
10
1 + 10s
0.5
0.4
MUX
55
10 s² + 16 s + 5.5
Xcos
xd = Ax+Bu
y = Cx+Du