

Тренировочные задачи на рекурсию

В этом листке собраны тренировочные задачи. Их решение необязательно, но рекомендуется тем, кто плохо освоил задачи на рекурсию. Также в этом листке есть несколько довольно сложных задач, которые могут быть интересны всем. Задачи из этого листка не учитываются при выставлении оценок.

Задачи можно сдавать на языках C++ и Python, поэтому если вы хотите попрактиковаться в другом языке, то тоже можете сдавать задачи.

В задачах этого листка нельзя использовать циклы и массивы. Также могут быть и другие ограничения в каких-то конкретных задачах (например, запрет использования строк в арифметических задачах, запрет использования срезов в решениях на питоне).

Задачи проверяются только автоматически и сразу же получают ОК при прохождении всех тестов. Однако, если при последующей проверке кода будет выявлено нарушение вышеизложенных требований или будут другие замечания к решению, статус ОК может быть изменен.

A: От 1 до n

Дано натуральное число n . Выведите все числа от 1 до n .

Ввод	Вывод
5	1 2 3 4 5

B: От A до B

Даны два целых числа A и B (каждое в отдельной строке). Выведите все числа от A до B включительно, в порядке возрастания, если $A < B$, или в порядке убывания в противном случае.

Ввод	Вывод
5 1	5 4 3 2 1

C: Функция Аккермана

В теории вычислимости важную роль играет функция Аккермана $A(m, n)$, определенная следующим образом:

$$A(m, n) = \begin{cases} n + 1 & m = 0 \\ A(m - 1, 1) & m > 0, n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & m > 0, n > 0 \end{cases}$$

Даны два целых неотрицательных числа m и n , каждое в отдельной строке. Выведите $A(m, n)$.

Ввод	Вывод
2 2	7

D: Точная степень двойки

Дано натуральное число N. Выведите слово YES, если число N является точной степенью двойки, или слово NO в противном случае.

Операцией возведения в степень пользоваться нельзя!

Ввод	Вывод
8	YES
3	NO

Е: Сумма цифр числа

Дано натуральное число N . Вычислите сумму его цифр.

При решении этой задачи нельзя использовать строки, списки, массивы (ну и циклы, разумеется).

Ввод	Вывод
179	17

Е: Цифры числа справа налево

Дано натуральное число N . Выведите все его цифры по одной, в обратном порядке, разделяя их пробелами или новыми строками.

При решении этой задачи нельзя использовать строки, списки, массивы (ну и циклы, разумеется). Разрешена только рекурсия и целочисленная арифметика.

Ввод	Вывод
179	9 7 1

Е: Цифры числа слева направо

Дано натуральное число N . Выведите все его цифры по одной, в обычном порядке, разделяя их пробелами или новыми строками.

При решении этой задачи нельзя использовать строки, списки, массивы (ну и циклы, разумеется). Разрешена только рекурсия и целочисленная арифметика.

Ввод	Вывод
179	1 7 9

Н: Проверка числа на простоту

Дано натуральное число $n > 1$. Проверьте, является ли оно простым. Программа должна вывести слово YES, если число простое и NO, если число составное. Алгоритм должен иметь сложность $O(\sqrt{n})$.

Ввод	Вывод
2	YES
4	NO

Указание. Понятно, что задача сама по себе нерекурсивна, т.к. проверка числа n на простоту никак не сводится к проверке на простоту меньших чисел. Поэтому нужно сделать еще один параметр рекурсии: делитель числа, и именно по этому параметру и делать рекурсию.

И: Разложение на множители

Дано натуральное число $n > 1$. Выведите все простые делители этого числа в порядке неубывания с учетом кратности. Алгоритм должен иметь сложность $O(\sqrt{n})$.

Ввод	Вывод
18	2 3 3

Ж: Палиндром

Дано слово, состоящее только из строчных латинских букв. Проверьте, является ли это слово палиндромом. Выведите YES или NO.

При решении этой задачи нельзя пользоваться циклами, в решениях на питоне нельзя использовать срезы с шагом, отличным от 1.

Ввод	Вывод
radar	YES
yes	NO

К: Вывести нечетные числа последовательности

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Выведите все нечетные числа из этой последовательности, сохраняя их порядок.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные и передавать какие-либо параметры в рекурсивную функцию. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры. Функция не возвращает значение, а сразу же выводит результат на экран. Основная программа должна состоять только из вызова этой функции.

Ввод	Вывод
3	3
1	1
2	
0	

Л: Вывести члены последовательности с нечетными номерами

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Выведите первое, третье, пятое и т.д. из введенных чисел. Завершающий ноль выводить не надо.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные и передавать какие-либо параметры в рекурсивную функцию. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры. Функция не возвращает значение, а сразу же выводит результат на экран. Основная программа должна состоять только из вызова этой функции.

Ввод	Вывод
7	7
2	9
9	
5	
0	

М: Максимум последовательности

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Определите наибольшее значение числа в этой последовательности.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные и передавать какие-либо параметры в рекурсивную функцию. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры. Функция возвращает единственное значение: максимум считанной последовательности. Гарантируется, что последовательность содержит хотя бы одно число (кроме нуля).

Ввод	Вывод
1	7
7	
2	
4	
0	

Н: Среднее значение последовательности

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Определите среднее значение элементов этой последовательности (без учета последнего нуля).

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры, а не получая их в виде параметра. В программе на языке Python функция возвращает кортеж из пары чисел: число элементов в последовательности и их сумма. В программе на языке C++ результат записывается в две переменные, которые передаются в функцию по ссылке.

Гарантируется, что последовательность содержит хотя бы одно число (кроме нуля).

Ввод	Вывод
1 7 9 0	5.666666666666667

О: Второй максимум

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Определите значение второго по величине элемента в этой последовательности, то есть элемента, который будет наибольшим, если из последовательности удалить наибольший элемент.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры, а не получая их в виде параметра. В программе на языке Python функция возвращает результат в виде кортежа из нескольких чисел и функция вообще не получает никаких параметров. В программе на языке C++ результат записывается в переменные, которые передаются в функцию по ссылке. Других параметров, кроме как используемых для возврата значения, функция не получает.

Гарантируется, что последовательность содержит хотя бы два числа (кроме нуля).

Ввод	Вывод
1 7 9 0	7
1 2 2 1 0	2

Р: Количество элементов, равных максимуму

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся числом 0. Определите, какое количество элементов этой последовательности, равны ее наибольшему элементу.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные. Функция получает данные, считывая их с клавиатуры, а не получая их в виде параметра. В программе на языке Python функция возвращает результат в виде кортежа из нескольких чисел и функция вообще не получает никаких параметров. В программе на языке C++ результат записывается в переменные, которые передаются в функцию по ссылке. Других параметров, кроме как используемых для возврата значения, функция не получает.

Гарантируется, что последовательность содержит хотя бы одно число (кроме нуля).

Ввод	Вывод
1 7 9 0	1
1 3 3 1 0	2

Q: Количество единиц

Дана последовательность натуральных чисел (одно число в строке), завершающаяся двумя числами 0 подряд. Определите, сколько раз в этой последовательности встречается число 1. Числа, идущие после двух нулей, необходимо игнорировать.

В этой задаче нельзя использовать глобальные переменные и параметры, передаваемые в функцию. Функция получает данные,

считывая их с клавиатуры, а не получая их в виде параметров.

Ввод	Вывод
1 0 1 0 0 1	2

R: Треугольная последовательность

Дана монотонная последовательность, в которой каждое натуральное число k встречается ровно k раз: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...

По данному натуральному n выведите первые n членов этой последовательности. Попробуйте обойтись только одним циклом `for`.

Ввод	Вывод
2	1 2
5	1 2 2 3 3

S: Заданная сумма цифр

Даны натуральные числа k и s . Определите, сколько существует k -значных натуральных чисел, сумма цифр которых равна d . Запись натурального числа не может начинаться с цифры 0.

В этой задаче можно использовать цикл для перебора всех цифр, стоящих на какой-либо позиции.

Ввод	Вывод
3 15	69

T: Без двух нулей

Даны числа a и b . Определите, сколько существует последовательностей из a нулей и b единиц, в которых никакие два нуля не стоят рядом.

Ввод	Вывод
2 2	3

U: Разворот числа

Дано число n , десятичная запись которого не содержит нулей. Получите число, записанное теми же цифрами, но в противоположном порядке.

При решении этой задачи нельзя использовать циклы, строки, списки, массивы, разрешается только рекурсия и целочисленная арифметика.

Функция должна возвращать целое число, являющееся результатом работы программы, выводить число по одной цифре нельзя.

Ввод	Вывод
179	971