4 de febrero de 2020

Pérez SOlorio isidoro eduard

Ing. mecatrónica 8vo

Ingeniería de Control

Modelo dinámico mediante la formulación euler\_Lagrange

Moran Garabito Carlos Enrique

*¿Qué es?*

Las ecuaciones de Euler-LaGrange son las condiciones bajo las cuales cierto tipo de problema de variaciones alcanza un extremo. Aparecen sobre todo en el contexto de la mecánica clásica en relación con el principio de mínima acción, también aparecen en teoría clásica de campos (electromagnetismo y teoría general de la relatividad) y sirve de base para la formulación de integrales de camino para la teoría cuántica de campos.

Parámetros para las ecuaciones;

Los parámetros que intervienen en la formulación de las ecuaciones de Lagrange son los siguientes:

* $T$ Energía cinética total del sistema: suma de las energías cinéticas de las partículas.
* $V$ Energía potencial total del sistema: suma de las energías potenciales de las partículas.
* $q_{j}$ Coordenada generalizada: cada grado de libertad del sistema se expresa mediante una coordenada generalizada.
* $\dot{q}_{j}$ Velocidad generalizada: derivada temporal de las coordenadas generalizadas.
* $Q_{j}$ Fuerzas generalizadas: en esta versión del texto no hace falta definirlas, pues se considera únicamente el caso conservativo que simplifica las ecuaciones.

*Tipos de formulación Euler-LaGrange*

*Caso general:*

La forma más general de estas ecuaciones para un sistema discreto de partículas es:

|  |  |
| --- | --- |
| \begin{displaymath} \frac{d}{dt}\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}}\right) -\frac{\partial T}{\partial q_{j}}=Q_{j} \end{displaymath} |  |

El subíndice $j$ va desde $1$ hasta$n$, por lo que éstas son $n$ ecuaciones (siendo $n$ el número de grados de libertad del sistema), la resolución de estas $n$ ecuaciones nos darán el estado del sistema en todo instante.

*Caso conservativo:*

Si en las Ecuaciones de Lagrange se aplican a un sistema en el que todas las fuerzas son conservativas podemos reescribir la ecuación ya que:

\begin{displaymath}
Q_{j}=\frac{-\partial V(q_{1}, q_{2}, \cdots , q_{n})}{\partial q_{j}}\equiv \frac{\partial V}{\partial q_{j}}
\end{displaymath}

|  |
| --- |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| \begin{displaymath} \frac{d}{dt}\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}}\r... ...partial T}{\partial q_{j}}+\frac{\partial V}{\partial q_{j}}=0 \end{displaymath} |  |

$\frac{-\partial V(q_{1}, q_{2}, \dots , q_{n})}{\partial \dot{q}_{j}}=0$Si definimos $L\equiv T-V$ como la función lagrangiana (o lagrangiana, simplemente), la cual es útil introducir de ese modo.

Es decir, debido a que el potencial depende exclusivamente de las coordenadas generalizadas, y no de las velocidades generalizadas, de modo que:

\begin{displaymath}
\frac{d}{dt}\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{j}}\right) -\frac{\partial L}{\partial q_{j}}=0
\end{displaymath}

*Teoremas de conservación*

Cada simetría en la función lagrangiana de un sistema implica una ley de conservación. Estas simetrías se deben a las coordenadas cíclicas.

Una coordenada cíclica es aquella que no aparece en la lagrangiana, puede ser una coordenada generalizada o una velocidad generalizada.

Las tres propiedades de simetría más importantes son:

* Homogeneidad del tiempo (invarianza bajo traslaciones temporales) conservación de la energía.
* Homogeneidad del espacio (invarianza bajo traslaciones espaciales) conservación del momento lineal.
* Isotropía del espacio (invarianza bajo rotaciones) conservación del momento angular.

*Ficha bibliográfica*

* Gel'fand, Israel (1963). Calculus of Variations (en inglés). Dover. ISBN 0-486-41448-5.
* Hazewinkel, Michiel, ed. (2001), «Lagrange equations (in mechanics)», Encyclopaedia of Mathematics (en inglés), Springer, ISBN 978-1556080104
* Weisstein, Eric W. «Euler-Lagrange Differential Equation». Weisstein, Eric W, ed. MathWorld (en inglés). Wolfram Research.
* Gelfand, Izrail Moiseevich (1963). Calculus of Variations (en inglés). Dover. ISBN 0-486-41448-5.