Computational Geometry - Abgabe 4

1st Bartolovic Eduard *Hochschule München* München, Deutschland eduard.bartolovic0@hm.edu

I. Konvexe Hülle

Für die Berechnung der Konvexe Hülle wurde das Programm *qhull* [1] verwendet. *qhull* verwendet den Quickhull Algorithmus um die Konvexe Hülle zu berechnen. *qhull* lässt sich per Kommandozeile ansprechen. Ein Beispiels für einen Aufruf:

rbox 3 D2 | qconvex s o TO result

Der Befehl *rbox* generiert eine gewisse Anzahl an Punkten in einer definierten Dimension. Der Befehl *qconvex* berechnet die Konvexe Hülle. Mit einer Pipe können die Punkte direkt *qconvex* übergeben werden.

Laufzeit von qhull:

Es wurde die Laufzeit von *qhull* untersucht. Hierbei wurden verschiedene Konfiguration bezüglich Anzahl und Dimension getestet. Um den Einfluss von Ausreißern zu reduzieren wurde das mittel aus fünf Durchläufen gebildet. Die Anzahl der Punkt die getestet wurden:

- 1000
- 10000
- 100000
- 500000
- 1000000
- 2500000
- 5000000
- 7500000
- 10000000
- 20000000

Jede Punkt Anzahl wurde mit den Dimensionen:

- 2
- 3
- 4
- 5
- 67
- 8

getestet. *Qhull* ist auf Windows nur für 32Bit compiliert. Dies resultiert darin das Qhull nur 4 GB Arbeitsspeicher allokieren kann. Deshalb schlägt ab der Dimension 5 bei einer höheren Punktezahl das Programm fehl. Da aber die Laufzeiten extrem ansteigen ist dies nicht weiter tragisch. Die Ergebnisse der Messungen sind in den beiden Abbildungen 1 und 2 zu sehen.

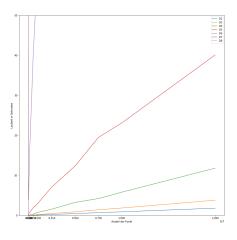


Abbildung 1. Messung der Laufzeit abhängig zur Anzahl der Punkte und Dimensionen

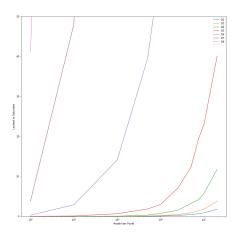


Abbildung 2. Messung der Laufzeit abhängig zur Anzahl der Punkte und Dimensionen (X-Achse ist Log Skaliert)

Wie gut in den Messungen zu sehen ist steigt der Aufwand mit Anzahl der Punkte und Dimensionen. Die Laufzeit steigt deutlicher mit der Dimension als mit den Punkten.

Die gemessenen Laufzeitsteigerungen entsprechen grob der

Komplexität $\mathcal{O}(n * \log(n))$???????.

Dies entspricht auch dem Best Case Szenario von Quickhull. Quickhull nutzt einen Divide and Conquer Ansatz um das Problem zu lösen. Im Zwei- und Dreidimensionalen besitzt das Verfahren eine Komplexität von $\mathcal{O}(n*\log(r))$ wobei n die Anzahl der Input Punkten entspricht und r die Anzahl der betrachteten Punkte. Im Zweidimensionalen hat Quickhull im Durchschnitt eine Komplexität bei zufälligen Punkten von $\mathcal{O}(n*\log(n))$.

```
+++++ N*logN Quickhull mit Worstcase n^2
```

Eine symmetrische Anordnung der Punkte besitzt jedoch eine höhere Wahrscheinlichkeit die Best Case (bester Fall) Laufzeitschranke von $\mathcal{O}(n*\log(n))$ zu verlassen und deutlich langsamer zu sein.

32 Bit++++++++++++++++++++++++++++++ Lehrveran-staltung Dimesnion schlimmer als Punkte

LITERATUR

[1] http://www.qhull.org/html/qconvex.htm

II. ANHANG

Batchfile zum Testen der Laufzeit von Q-Hull:

```
| rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result rbox 5000000 D2 | qconvex s o TO result
```