DCC008 UFJF

Prof. Bernardo M. Rocha **Exercícios 1** 4 de setembro de 2019

Prazo para entrega: segunda-feira 23/09 até as 23:59h.
Enviar relatório em formato PDF para `bernardomartinsrocha@gmail.com`

Problema 1

Considere o problema de aproximar a função $f(x) = \ln(x)$ por um polinômio e Taylor de um grau n qualquer. Uma forma de realizar essa aproximação consiste em trabalhar com a função $f(x) = \ln(1 + x)$ em torno do ponto $a = 0$ com um polinômio de Taylor. Sendo assim:

(a) Determine a forma geral do polinômio de Taylor de grau n em torno de $a = 0$.

(b) Implemente uma função chamada `ln_taylor1p` para calcular o valor de $\ln(1 + x)$ aproximadamente utilizando a expressão obtida em (a). Os argumentos da função devem ser: o grau do polinômio n e o ponto x onde deseja-se aproximar a função.

(c) Calcule os valores aproximados de $\ln(1.5)$ e $\ln(2)$ para diferentes valores de n. Apresente os resultados como uma tabela.

(d) O que ocorre para o caso $x = 2$? A aproximação é razoável?

Problema 2

Tendo em vista o mesmo objetivo de aproximar a funcção $\ln(x)$, considere agora as seguintes mudanças de variável:

i) $f(x) = \ln(1 - x)$

ii) $f(x) = \ln\frac{(1+x)}{(1-x)}$

Para o caso (ii) lembre-se da propriedade de logaritmos que permite $\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}$ da seguinte forma: $\ln(1 + x) - \ln(1 - x)$. Sendo assim:

(a) Determine o polinômio de Taylor de grau n em torno do ponto $a = 0$ para o caso (i).

(b) Implemente uma função chamada `ln_taylor1m` para calcular o valor de $\ln(1 - x)$ aproximadamente utilizando a expressão obtida em (a).

(c) Implemente a ideia descrita no caso (ii) como uma função `ln_taylor`, isto é, essa função irá calcular o valor aproximado de $\ln(x)$ usando as duas funções implementadas `ln_taylor1m` e `ln_taylor1p`.

(d) Utilize essa nova implementação para calcular de forma aproximada o valor de $\ln(2)$. O que ocorre com o resultado? Apresente uma tabela comparando os resultados para diferentes valores de n e o erro cometido.