

Cálculo Numérico: Lista de Exercícios ~~5~~

Ajuste de Curva pelo Método dos Mínimos Quadrados

Caso Discreto

1. Determinar, pelo método dos mínimos quadrados, a reta mais próxima dos pontos (x_i, y_i) para a função $y = f(x)$ dada pela tabela:

x	-2	-1	0	1	2
y	0	0	-1	0	7

2. Repita o exercício 1, mas encontre a parábola mais próxima dos pontos, usando o método dos mínimos quadrados.

3. Considere a tabela:

x	-2	-1	1	2
$f(x)$	1	-3	1	9

- (a) Pelo método dos mínimos quadrados, ajuste à tabela as funções

$$u_1(x) = ax^2 + bx \quad u_2(x) = cx^2 + d.$$

- (b) Qual das funções fornece o melhor ajuste segundo o critério dos mínimos quadrados? Use a seguinte expressão:

$$D = \|f - u\|^2 = \sum_{k=1}^m [y_k - u(x_k)]^2$$

4. Deduza o sistema que determina os coeficientes que ajustam o polinômio cúbico

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

à tabela de pontos $(x_i; y_i)$, $i = 1, \dots, n$.

5. Achar a aproximação de mínimos quadrados na forma $u(x) = ae^x + be^{-x}$ correspondente aos dados:

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
y	5.02	5.21	6.49	9.54	16.02	24.53

Caso Não Linear

6. Considere a função dada por:

x	1.5	2.0	2.5	3.0
$f(x)$	2.1	3.2	4.4	5.8

Ajuste os pontos acima por uma função do tipo $u(x) = \sqrt{a + bx}$, usando o método dos mínimos quadrados.

7. A intensidade de uma fonte radioativa é dada por $I = I_0 e^{-\alpha t}$. Através de observações, tem-se que:

t	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
I	3.16	2.38	1.75	1.34	1.00	0.74	0.56

Determinar I_0 e α .

8. Aproxime a tabela abaixo por uma função do tipo $u(x) = 1 + ae^{bx}$ usando o método dos mínimos quadrados.

x	0	0.5	1.0	2.5	3.0
$f(x)$	2.0	2.6	3.7	13.2	21.0

Caso Contínuo

9. Seja $f(x) = x^4 - 5x$, $x \in [-1, 1]$. Aproximar $f(x)$ por um polinômio do tipo $u(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, usando o método dos mínimos quadrados.

10. Aproximar a função $f(x) = x^4 - 5x$, $x \in [-1, 1]$ por:

- (a) uma reta,
- (b) uma parábola,

usando os polinômios ortogonais de Legendre.

11. Aproximar, pelo método dos mínimos quadrados, a função $f(x) = x^3 + 4$ no intervalo $[0; 1]$ por uma reta. Considere a base formada pelos polinômios ortonormais $g_0(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $g_1(x) = \frac{\sqrt{6}}{2}x$.

12. Deduza o sistema que determina os coeficientes que ajustam o polinômio cúbico

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

à função $f(x)$ no intervalo $[a, b]$.

13. Seja $f(x) = 1/(x + 2)$, $x \in [-1, 1]$. Usando o método dos mínimos quadrados aproximar a função $f(x)$ por um polinômio do segundo grau.

Referências

- [1] FRANCO, Neide Bertoldi: Cálculo Numérico. Editora Pearson (2006)
- [2] CAMPOS, Frederico Ferreira: Algoritmos Numéricos. Editora LTC (2007)
- [3] SPERANDIO, Décio; MENDES, João Teixeira; SILVA, Luiz Henry Monken: Cálculo Numérico. Editora Pearson (2003)
- [4] ATKINSON, Kendall: Elementary Numerical Analysis. second edition, John Wiley & Sons (1993)
- [5] RUGGIERO, M.A.G., LOPES, V.L.: Cálculo Numérico, aspectos teóricos e práticos. Makron Books (1997)