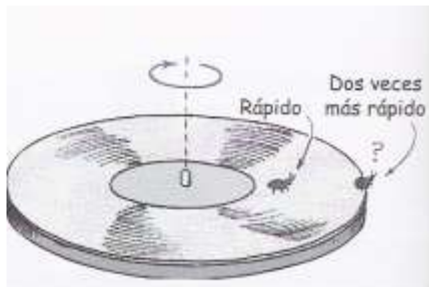
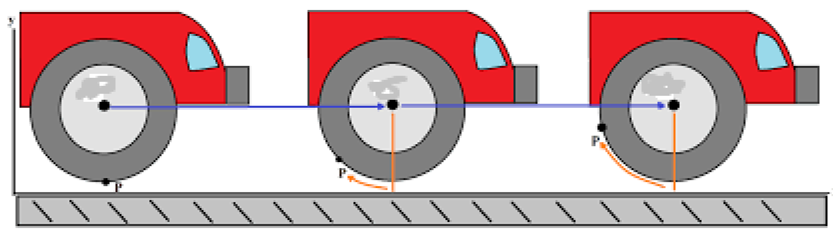
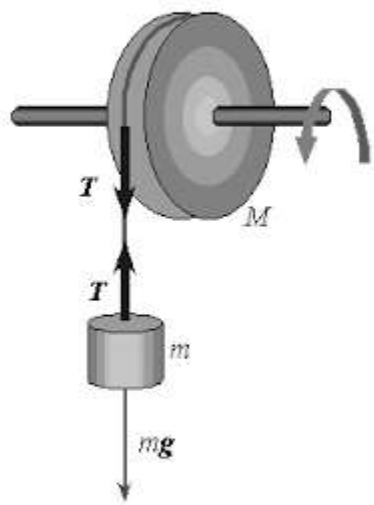
MOVIMIENTO ROTACIONAL

1) Relación del movimiento lineal con angular
2) Cinemática Rotacional
3) Dinámica Rotacional







Unidades del Sistema Internacional

La unidad de medida de la rotación(desplazamiento) es el **radián ó revolución**

donde 1 rev = 2Π rad

Símbolos letras griegas de los parámetros del movimiento

$$\theta = desplazamiento\ angular, rad, rev$$

$$\omega = velocidad\ angular, \frac{rad}{s} \text{ ó } \frac{rev}{s} \text{ ,rpm}$$

$$\alpha = aceleración\ angular, \frac{rad}{s^2}$$

ECUACIONES CINEMÁTICA ROTACIONAL

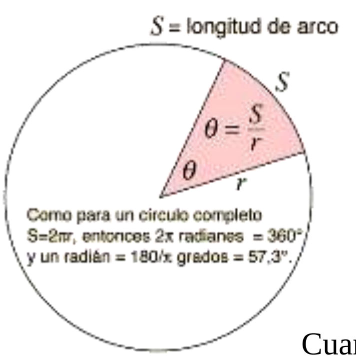
$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\omega_f{}^2 = \omega_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right) t$$

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

RELACIÓN DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL CON LINEAL



$S = \theta r$ longitud del arco

$v = \omega r$ velocidad lineal

$a_t = \alpha r$ aceleración tangencial

$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ aceleración centrípeta ó radial

Cuando hay de las dos aceleraciones es: $a = \sqrt{a_t{}^2 + a_r{}^2}$

Cuando S = radio =radián

EJEMPLOS

Relación del movimiento lineal con angular

1) Un auto acelera uniformemente desde el reposo y alcanza la rapidez de 22 m/s en 9 s. Si el diámetro de la llanta es de 58 cm, determine: a) el número de revoluciones que la llanta realiza durante este movimiento si se supone que no hay fricción, b) ¿Cuál es la rapidez rotacional final de una llanta en revoluciones por segundo?

   Resolución:

   a) La ecuación de la cual se pueden obtener las vueltas que da la llanta es:

$$\Delta\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$$

   De la cual se necesita las rapideces angulares, la rapidez angular inicial es cero porque dice que parte del reposo y la rapidez angular final se debe determinar usando la velocidad lineal como:

$$v = \omega r$$

$$\omega_f = \frac{v}{r} = \frac{22\ \frac{m}{s}}{0.29\ m} = 75.86\ rad/s$$

Uso de unidades: $\frac{\frac{m}{s}}{\frac{m}{1}} = \frac{m}{sm} = \frac{1}{s} = s^{-1} = \frac{rad}{s}$

   Considere que se realizó conversión de unidades de cm a m del valor del diámetro y luego del radio.

   De la ecuación que se mencionó que se determinaría el número de revoluciones se sustituyen los datos

$$\Delta\theta = \left(\frac{0 + 75.86}{2}\right)9 = \ 341.37\ rad$$

   El resultado anterior tiene unidades en radianes por lo que hay que convertir a revoluciones

$$341.37\ rad\left(\frac{1\ rev}{2\pi rad}\right) = 54.35\ rev$$

   b) La rapidez rotacional final de una llanta ya se había determinado con el dato de ω_f solo que está en rad/s y se desea en rev/s por lo que se debe realizar la conversión de unidades como:

$$75.86\ \frac{rad}{s}\left(\frac{1\ rev}{2\pi rad}\right) = 12.07\ rev/s$$

2) Un disco de 8 cm de radio gira a una rapidez constante de 1200 rev/min alrededor de su eje central. Determine a) su rapidez angular en rad/s
b) la rapidez lineal en un punto a 3 cm de su centro
c) la aceleración radial de un punto sobre el borde del disco
d) la distancia que se mueve un punto sobre el borde a los 2s.

RESOLUCIÓN:

a) Se debe realizar la conversión de unidades de rev/min a rad/s para la rapidez angular

$$1200\ \frac{rev}{min}\left(\frac{2\pi rad}{1rev}\right)\left(\frac{1\ min}{60\ s}\right) = 125.66\ rad/s$$

b) Rapidez lineal se obtiene de la ecuación:

$$v = \omega r$$

$$v = 0.03m\left(125.66\frac{rad}{s}\right) = 3.76\ m/s$$

Se realizó conversión del radio de unidades de cm a m

c) La aceleración radial o centrípeta corresponde la ecuación:

$$\alpha_c = r\omega^2$$

$$a_c = 0.08\ m\left(125.66\frac{rad}{s}\right)^2 = 1263.23\ m/s^2$$

d) La distancia que se mueve un punto cuando han transcurrido 2 s, es una distancia lineal, pero se obtiene con datos angulares como la velocidad angular del disco como:

$$s = \theta r$$

Como $\omega = \frac{\theta}{t}$, entonces $\theta = \omega t$

$$s = \theta r = \omega t r = 125.66\ rad/s(2s)(0.08m) = 20.1\ m$$

Ejemplos de cinemática rotacional

1) Una rueda parte del reposo y tiene aceleración angular constante de 2.6 rad/s^2.a) ¿Cuál es su velocidad angular después de 6 s?, b) ¿Qué ángulo habrá girado en los 6 s? , c) ¿Cuántas revoluciones habrá realizado?, d) ¿Cuál es la velocidad y aceleración de un punto situado a 0.3 m del eje de rotación?

   RESOLUCIÓN:

   a) La velocidad angular es la final a los 6 s ya que parte del reposo por lo que la ecuación a usar es:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\omega_f = 0 + \left(2.6\frac{rad}{s^2}\right)(6s) = 15.6\, rad/s$$

   b) El ángulo es el desplazamiento de la rueda en radianes, las ecuaciones que se pueden usar para determinar este dato son:

$$\omega_f{}^2 = \omega_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t = \left(\frac{0 + 15.6}{2}\right)6 = 46.8\, rad$$

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

   Ya que tenemos cuatro datos conocidos tomando el resultado del inciso anterior

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\Delta\theta = 0 + \frac{1}{2}(2.6)(6)^2 = 46.8\, rad$$

   c) Las revoluciones se obtienen convirtiendo los radianes a revoluciones como:

$$46.8\, rad\left(\frac{1\, rev}{2\pi rad}\right) = 7.45\, rev$$

   d) Como dan el dato de la distancia a un punto de 0.3 m, la velocidad y aceleración de este punto son:

$$v = r\omega \text{ velocidad lineal}$$

$$v = r\omega = 0.3\left(15.6\frac{rad}{s}\right) = 4.68\, m/s$$

$$a_t = r\alpha \text{ aceleración tangencial}$$

$$a_t = r\alpha = 0.3\left(2.6\, \frac{rad}{s^2}\right) = 0.78\, m/s^2$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \text{ aceleración centrípeta}$$

$$a_c = r\omega^2 = 0.3(15.6rad/s)^2 = 73\ m/s^2$$

$$a = \sqrt{{a_t}^2 + {a_r}^2}$$

$$a = \sqrt{0.78^2 + 73^2} = 73.004\ m/s^2$$

2) Un neumático cuya aceleración angular constante es de 2 rad/s^2, gira a un ángulo de 100 rad en 5 s. ¿Cuánto tiempo habrá estado en movimiento antes de comenzar el intervalo de 5 s, si partió del reposo? (problema #36 pag 32 del problemario Física I)

   RESOLUCIÓN:

   Se tienen los datos de la aceleración angular, desplazamiento en radianes y tiempo. Con estos datos se puede obtener una rapidez angular inicial a los 5 s como:

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_i = \frac{\Delta\theta - 0.5\alpha t^2}{t} = \frac{100 - 0.5(2)(5)^2}{5} = 15\ rad/s$$

El dato obtenido corresponde a la rapidez angular inicial del tramo de los 5 s, pero viene siendo la rapidez final desde que partió del reposo, la aceleración angular es la misma. De la ecuación:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

Se despeja el tiempo,

$$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{15 - 0}{2} = 7.5\ s$$

Nota: Para repaso del tema y practica de la resolución de problemas contestar los problemas #3,4,5,11 y 13 del libro de texto de Física autores Serway Jewett página 279.

Del problemario de Física I los problemas # 29 al 38 de las páginas 31 y 32.