Movimiento vertical y caída libre (a =-g)

Problema 21 pag 29 del problemario

Un cohete es lanzado verticalmente hacia la atmósfera con la finalidad de obtener muestras de partículas contaminantes. Parte del reposo y acelera uniformemente a 15 m/s^2 . Al cabo de 30 s se le agota el combustible, por lo que continúa su movimiento en caída libre hasta que choca contra el suelo. Determine:

a) La altura máxima alcanzada por el cohete
b) El tiempo transcurrido durante su movimiento
c) La velocidad con la que choca con el suelo

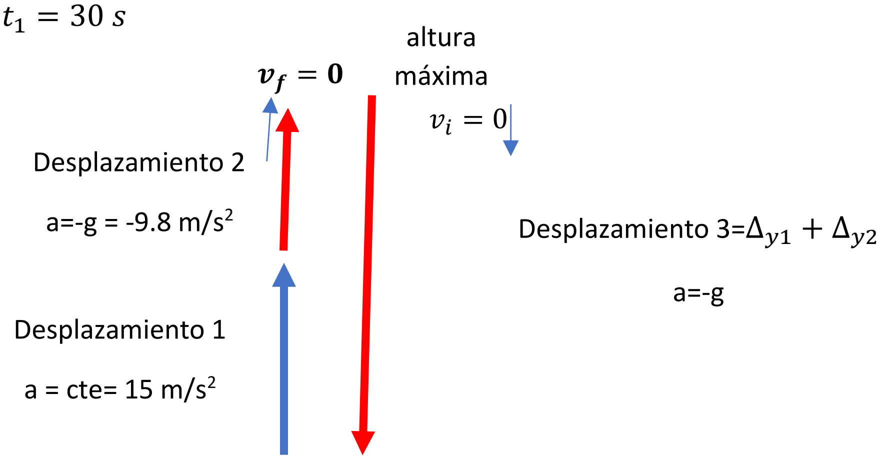
Resolución

Datos:

Condiciones iniciales movimiento vertical ascendente

$v_i = 0\frac{m}{s}$ $\quad t_i = 0$

$a = 15\ m/s^2 \qquad t_1 = 30\ s$



La primera medición de parámetros es cuando el móvil va ascendiendo con aceleración de 15 m/s^2

identificar la ecuación de cinemática que en base a los datos conocidos se pueda obtener el primer desplazamiento

$$\Delta y = \cancel{v_i t} + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$\Delta_{y1} = \frac{1}{2}at^2 = 0.5\ (15)30^2 = 6750\ m$$

Se puede determinar la velocidad a los 30 s con la ecuación:

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f = 0 + (15)30 = 450\, m/s$$

También con esta otra ecuación:

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a\Delta y$$

$$v_f = \sqrt{2(15)(6750)} = 450\, m/s$$

La velocidad final del primer desplazamiento es la velocidad inicial del segundo desplazamiento cuando queda en caída libre debido a la falta de combustible.

Usar en la ecuación siguiente la aceleración de la gravedad (-g)

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 - 2g\Delta y$$

Se usa esta ecuación para despejar el desplazamiento que recorre el cohete cuando está en caída libre, considere que en la altura máxima la velocidad final es cero.

$$2g\Delta y = v_i{}^2 - v_f{}^2$$

$$\Delta y = \frac{v_i{}^2 - v_f{}^2}{2g} = \frac{450^2 - 0^2}{2(9.8)} = 10331.63\, m$$

a) La altura máxima es: $\Delta_{tot} = \Delta_{y1} + \Delta_{y2} = 6750 + 10331.63 = 17081.63\, m = 17.08\, km$

Para determinar los tiempos de los recorridos son el tiempo de ascenso hasta la altura máxima que se alcanzó desde que se le agotó el combustible y luego el de descenso en caída libre,

De esta ecuación despejar para el tiempo, considere a = -g

$$v_f = v_i - gt$$

$$t_2 = \frac{v_i - v_f}{g} = \frac{450 - 0}{9.8} = 45.91\, s$$

Comprobar con otra ecuación:

$$\Delta y = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right) t$$

$$t = \frac{2\Delta y}{(v_i + v_f)} = \frac{2(10331.63)}{450 + 0} = 45.91\, s$$

Tiempo de descenso desde la altura máxima

$$\Delta y = \cancel{v_i t} - \tfrac{1}{2}gt^2$$

En la altura máxima la velocidad inicial es cero (descenso)

Despejar el tiempo

$$t_3 = \frac{-2\Delta y}{g} = \sqrt{\frac{-2(-17081.63)}{9.8}} = 59.04\ s$$

Note que el desplazamiento de descenso es negativo y corresponde al desplazamiento total

Por lo que el tiempo total de todo el movimiento del cohete es:

b) $t_{total} = t_1 + t_2 + t_3 = 30 + 45.91 + 59.04 = 134.95\ s$

c) La velocidad(rapidez) con la que choca con el suelo

Exponemos cuatro formas de obtener esta velocidad:

Forma 1: de la altura máxima hacia el descenso

$$v_f = v_i - gt = 0 - (9.8)(59.04) = -578.59\frac{m}{s}$$

Forma 2: descenso tomando como dato el desplazamiento total

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 - 2g\Delta y$$

$$v_f = \sqrt{0^2 - 2(9.8)(-17081.63)} = -578.61\frac{m}{s}$$

Forma 3: descenso desplazamiento total y tiempo de descenso (caída)

$$\Delta y = \left(\frac{\cancel{v_i} + v_f}{2}\right)t$$

$$v_f = \frac{2\Delta y}{t} = \frac{2(-17081.63)}{59.04} = -578.64\ m/s$$

De ésta última ecuación forma 3, se puede asignar el signo (-) al desplazamiento y quedaría la velocidad final negativa, esto es significado cualitativo porque la velocidad es vector, por lo que si no se considera el signo del desplazamiento el resultado queda en solo el valor de rapidez.

Forma 4: desde el inicio del movimiento en caída libre con velocidad inicial de 450 m/s y se suman los tiempos 2 y 3.

$$v_f = v_i - gt = 450 - 9.8(104.95) = -578.51\ \text{m/s}$$

Problema # 16 página 28 problemario Física I

Un paracaidista después de saltar del avión desciende 50 m sin fricción del aire. Cuando abre el paracaídas retarda su caída a razón de 2 m/s^2 alcanzando el suelo con una velocidad de 3.5 m/s. Determine:

a) El tiempo en el que el paracaidista está en el aire
b) La altura desde donde se soltó del avión

Resolución:

Identificación de datos iniciales del movimiento, caída libre

$$v_i = 0\ m/s$$

$$\Delta_y = 50\ m$$

Después de recorrer 50 m sigue descendiendo con:

$$a = 2\ m/s^2$$
$$v_f = 3.5\ m/s$$

Se desea el tiempo de todo el recorrido de descenso
Ecuación de cinemática para obtener el primer tiempo en movimiento en caída libre:

$$\Delta y = \cancel{v_i t} - \frac{1}{2}gt^2$$

Despejar el parámetro de tiempo, considere el movimiento hacia abajo negativo el desplazamiento.

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{2(-50)}{-9.8}} = 3.19\ s$$

obtener la velocidad a la que va a los 50 m con cualquiera de las siguientes ecuaciones:

1) $\Delta y = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right) t$
2) $v_f = v_i + at$

3) $v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a\Delta y$

$$v_f{}^2 = 0^2 - 2(9.8)(-50)$$

$$v_f = (-)31.3\ \mathrm{m/s}$$

La velocidad final a los 50 m de caída es la velocidad inicial del segundo desplazamiento con a = 2 m/s^2

El segundo tiempo de la caída se puede obtener de las ecuaciones

$$1)\ v_f = v_i + at$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{-3.5 - (-31.3)}{2} = 13.9\ s$$

a) tiempo total= 3.19 +13.9 = 17.09 s

Para determinar el segundo desplazamiento del paracaidista se pueden usar las siguientes ecuaciones:

1) $\Delta y = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right) t$

$$\Delta y = \left(\frac{-31.3 - 3.5}{2}\right) 13.9$$

$$\Delta y = -241.86\ \mathrm{m}$$

2) $v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a\Delta y$

$$\Delta y = \frac{v_f{}^2 - v_i{}^2}{2a} = \frac{(-3.5)^2 - (-31.3)^2}{2(2)} = 241.86\ m$$

El desplazamiento total es 50 + 241.86 = 291.86 m

Ejercicios para hacer extraaula

Fuente: Problemario de Física I FIME

Problemas: 17,18,19,20 página 28 y 29