Ejemplos de Cinemática MRU y MRUA

- Movimiento con velocidad constante:

$$v_{prom} = \frac{\Delta_x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

- Movimiento con aceleración constante

Eje horizontal

$$1)\Delta x = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right)\Delta t \qquad 2)\ v_f = v_i + a\Delta t$$

$$3)\ \Delta x = v_i\ \Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 \qquad 4) {v_f}^2 = {v_i}^2 + 2a\Delta x$$

Eje vertical

En caída libre la aceleración es debido a la atracción gravitacional dirigida hacia abajo se considera negativa (g = 9.8 m/s^2 o 32.2 ft/s^2)

$$1)\Delta y = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right)\Delta t \qquad 2)\ v_f = v_i - g\Delta t$$

$$3)\ \Delta y = v_i\ \Delta t - \tfrac{1}{2}g\Delta t^2 \qquad 4) {v_f}^2 = {v_i}^2 - 2g\Delta y$$

Movimiento en dos dimensiones

Lanzamiento de proyectiles con ángulo de lanzamiento

$$v_{iy} = v_i sen\theta$$

$$v_x = v_i cos\theta$$

Movimiento horizontal es a velocidad constante

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Movimiento vertical es con aceleración debida a la gravedad

$$1)\Delta y = \left(\frac{v_{iy} + v_{fy}}{2}\right)\Delta t \qquad 2)\ v_{fy} = v_{iy} - g\Delta t$$

$$3)\ \Delta y = v_{iy}\ \Delta t - \tfrac{1}{2}g\Delta t^2 \qquad 4) {v_{fy}}^2 = {v_{iy}}^2 - 2g\Delta y$$

Movimiento rotacional

Símbolos de parámetros en letras griegas, unidades de desplazamiento radianes o revoluciones

$$1)\Delta\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)\Delta t \qquad\qquad 2)\ \omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t$$

$$3)\ \Delta\theta = \omega_i\ \Delta t + \tfrac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \qquad\qquad 4)\omega_f{}^2 = \omega_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$1\ rev = 2\pi rad$$

Ejemplos:

1) Un camión en una carretera recta parte del reposo, con una aceleración de 2 m/s^2 hasta que alcanza una velocidad de 20 m/s. Luego el camión viaja durante 20 s a velocidad constante hasta que se aplican los frenos, deteniendo al camión en 5 s más.
   a) Por cuanto tiempo está el camión en movimiento
   b) Cual es la velocidad promedio del camión para el movimiento descrito

a = cte	v=cte	-a=cte

Resolución:

Un móvil con los dos modelos del movimiento

Aceleración constante

$v_{i=}0$ a = 2 m/s^2 $v_f = 20\ m/s$

$t_1 =?$ $\Delta x_1 = ?$

Ecuación por utilizar:

$$v_f = v_i + at$$

Despejar el tiempo

$$t = \frac{v_{f-}v_i}{a} = \frac{20-0}{2} = 10\ s$$

Para el desplazamiento, se puede determinar con tres ecuaciones, se usa cualquiera de ellas.

1)$\Delta x = \left(\frac{v_i+v_f}{2}\right)\Delta t = \left(\frac{20+0}{2}\right)10 = 100\ m$

$$2)\Delta x = v_i\ t + \tfrac{1}{2}at^2 = 0.5(2)(10)^2 = 100\ m$$

$$3){v_f}^2 = {v_i}^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{{v_f}^2 - {v_i}^2}{2a} = \frac{(20)^2 - 0}{2(2)} = 100\ m$$

Velocidad constante

v =20 m/s $\quad t_2 = 20\ s$

$\Delta x_2 = ?$

$$v_{prom} = \frac{\Delta_x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

$$\Delta x = vt = 20\ (20) = 400\ m$$

Aceleración constante negativa

$v_i = 20\ m/s \quad v_f = 0\ m/s \quad t_3 = 5\ s$

$\Delta x_3 = ?$

$$\Delta x = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right)\Delta t = \left(\frac{20+0}{2}\right)5 = 50\ m$$

Nota: si usara una ecuación que lleve aceleración para obtener el tercer desplazamiento, tendría que sacar primero el valor de esa aceleración de nuevo usando la siguiente ecuación:

$$v_f = v_i + a\Delta t$$

Despeja la aceleración

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{0 - 20}{5} = -4\ m/s^2$$

Usando cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$\Delta x = v_i\ t + \tfrac{1}{2}at^2 = 20\ (5) + 0.5\ (-4)(5)^2 = 50\ m$

$${v_f}^2 = {v_i}^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{{v_f}^2 - {v_i}^2}{2a} = \frac{0 - 20^2}{2(-4)} = 50\ m$$

$a)\ t_{total}$ =? $\quad$ 10+20+5= 35 s

b) $\boldsymbol{v}_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{100+400+50}{35} = 15.71\ m/s$

EJEMPLOS DE DOS MÓVILES

Del problemario de Física I el #12,13 y el 14(de repaso en su libreta) pag 27 y 28.

Problema # 12

El corredor A está de pie inmóvil en una pista recta. El corredor B lo rebasa a una rapidez constante de 5 m/s. Exactamente al pasar el corredor B, el corredor A acelera con aceleración constante de 0.8 m/s^2. Cuál es la distancia a la cual alcanza el corredor A al corredor B.

Resolución:

Dos móviles

Corredor A es con aceleración constante

Corredor B es a velocidad constante

Condiciones iniciales:

Tiempo inicial = 0 para ambos

La posición también $x_i = 0$

$$\Delta t = t_f - t_i = t$$

$$\Delta x = x_f - x_i = x$$

Corredor A (MRUA)

Reposo $v_i = 0 \; m/s$

Acelera a = cte

a=0.8 m/s^2

Corredor B v= cte (MRU)

v= 5 m/s

Análisis del movimiento:

la posición(desplazamiento) del corredor A es igual a la posición del corredor B (lo alcanza)

xA =xB

Determinar que ecuaciones se van a usar

corredor A $\Delta x = v_i\, t + \frac{1}{2}at^2$

corredor B

$$v_{prom} = \frac{\Delta_x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

posición del corredor A=posición del corredor B

$$\frac{1}{2}at^2 = vt$$

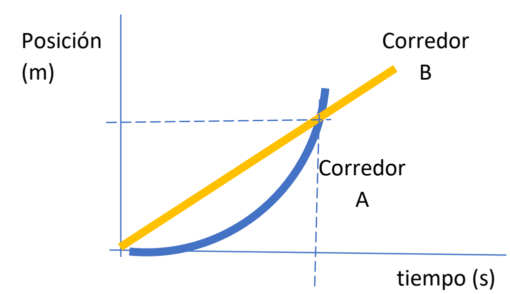
La igualación de las ecuaciones de los tipos de movimiento para el desplazamiento de cada móvil lleva a despejar el tiempo que es la incógnita que queda.

Por lo que se va a despejar tiempo(final), tiempo en el que se cruzan

0.5 at= v

$$t = \frac{v}{0.5a} = \frac{5\ m/s}{0.5(0.8\frac{m}{s^2})}$$

t= 12.5 s



Sustituir este tiempo en cada ecuación del desplazamiento de los corredores

corredor A

$$x = \cancel{v_i\, t} + \frac{1}{2}at^2 = 0.5\ (0.8)(12.5)^2 = 62.5\ m$$

corredor B

x = vt = (5 m/s)(12.5 s) = 62.5 m

Problema #13 del problemario pag 28

Una joven va en su bicicleta. Cuando llega una esquina se detiene a tomar agua de su cantinflora. En ese momento pasa su amigo en su bicicleta y este va a una rapidez constante de 8 m/s. Después de 20 segundos la joven empieza nuevamente su movimiento acelerando a 2.2 m/s^2.

a) En cuanto tiempo alcanza a su amigo
b) A que distancia lo alcanzará

Resolución:

Posición(desplazamiento) de la joven (a = cte) = posición del amigo (v= cte)

$$\Delta x = v_i\,\Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 \qquad\qquad v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_i\,\Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 = v\Delta t$$

$$\frac{1}{2}a\Delta t^2 = v\Delta t$$

$$\Delta t = t_f - t_i$$

$$\frac{1}{2}a(t_f - \cancel{t_i})^2 = v(t_f - t_i)$$

Tiempo inicial = 0 para ambos

El tiempo final del amigo se le agrega 20 s de ventaja

$$\frac{1}{2}a(t_f)^2 = v\big((t_f + 20) - 0\big)$$

$$\frac{1}{2}(2.2m/s^2)(t_f)^2 = 8\big((t_f + 20) - 0\big)$$

Para despejar t_f *queda una ecuación cuadrática*

$1.1t^2 = 8t + 160$ Nota: se usa ecuación cuadrática, la fórmula general

$$1.1t^2 - 8t - 160 = 0$$

a = 1.1

b= -8

c = -160

$$\frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1.1)(-160)}}{2(1.1)}$$

t_1 = 16.23

t_2 = -8.96

Respuesta a) t= 16.23 s

b) la joven

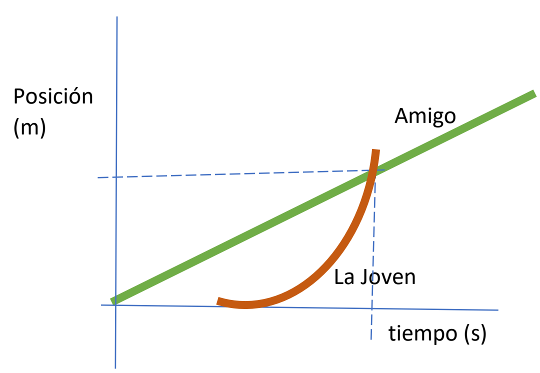
$x = \frac{1}{2}(2.2)(t_f)^2 = \frac{1}{2}(2.2)(16.23)^2 = 289.75$ m

el amigo

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = v\Delta t$$

$v((t_f + 20) - 0) = 8\ ((16.23 + 20) - 0) = 289.84$ m



Hacer de repaso en la libreta el # 14 del problemario pag 28.