Comparație experimentală între un Algoritm Genetic și varianta sa optimizată prin coduri Gray și Hill Climbing pentru minimizarea unor funcții cu număr variabil de parametri

Eduard-Mihail Hamza

3 decembrie 2020

1 Introducere

În analiza matematică, maximul și minimul unei funcții sunt cele mai mari, respectiv cele mai mici valori, pe care funcția le poate lua, fie pe un anume interval (caz în care poartă denumirea de maxim/minim local) sau pe întreg domeniul de definiție al funcției (caz în care se numește maxim/minim global).

În acest raport se va realiza o comparație între un **algoritm genetic de minimizare** și **varianta sa optimizată** cu coduri Gray și Hill Climbing și se vor prezenta câteva date experimentale ce caracterizază execuția acestor algoritmi de aflare a minimului global al unei funcții cu număr variabil de parametri.

1.1 Motivație

Problemele de optimizare a unei funcții presupun gasirea minimului sau maximului unei funcții pe un interval. Astfel de probleme se abordează de obicei, atunci când instrumentele matematice clasice nu mai pot oferii soluții, cu ajutorul algoritmilor genetici. Una dintre cele mai mari provocări ale acestor algoritmi de optimizare este găsirea minimului/maximului global fără a rămâne blocați in minime/maxime locale.
Acest raport își propune să observe care dintre cele 2 metode amintite mai sus are rezultate mai bune în funcție de fiecare funcție de test în parte și în funcție de dimensiunea fiecărei funcții.

2 Metode

Implementarea **algoritmului genetic inițial** s-a realizat dupa o schmeă clasică în care se generează o populație inițială care apoi evoluează de lungul mai

multor generații (prin crossovere și mutații) sub controlul unei funcții fitness care măsoară meritul individual.
Mai jos sunt amintite câteva detalii de implementare:

- Număr generații: 1000
- Probabilitate mutație: 0.001
- Probabilitate crossover: 0.4
- Monstră statistică: 30

În ceea ce privește metoda de selecție a fost folosită **roata norocului**, metodă prin care numărul estimat de copii pe care îl primește un individ este proporțional cu fitness-ul său împărțit la fitness-ul total al populației.

Mai jos este prezentat codul **funcței fitness** folosită:

```
def fitness(individ, fct):
    global dimension

    Epsilon = 0.1
    result = fct(decode(individ))

    if fct == Schwefel:
        result = result + 418.9829 * dimension

    if fct == Michalewicz:
        result = -1 * result

    fitness_value = 1 / (result + Epsilon)

    return fitness_value
```

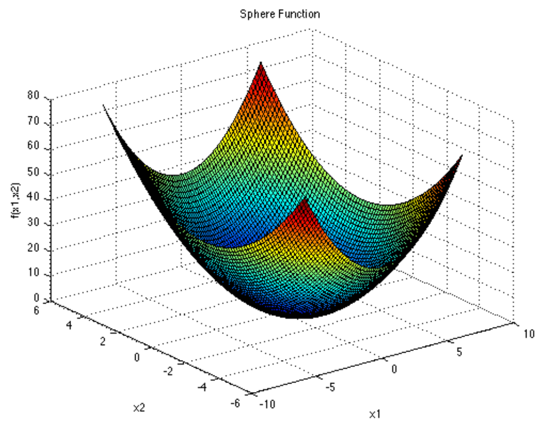
Pentru **varianta optimizată** s-a folosit algoritmul genetic inițial, dar reprezentarea soluțiilor a fost realizată folosind **codificare Gray**, iar pe fiecare best găsit de-a lungul generațiilor s-a aplicat un **Hill Climbing** (cu stopping condition micșorat la $t < 50$). De asemenea, probabilitatea de mutație a fost redusă la 0.01.
În cazul primului algoritm pentru **reprezentarea soluțiilor** s-au folosit șiruri de biti, iar **precizia** utilizată a fost 10^{-2} (2 zecimale).

3 Experiment

Pentru testarea algoritmilor vom folosi următoarele funcții:

1. **Functia lui De Jong 1**

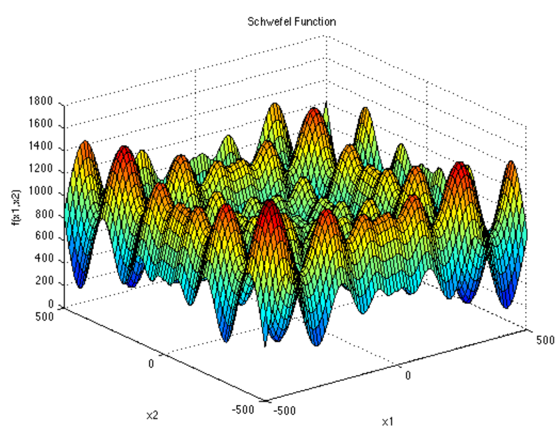
$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2, x_i \in [-5.12, 5.12]$$



Minim global: 0

2. **Functia lui Schwefel**

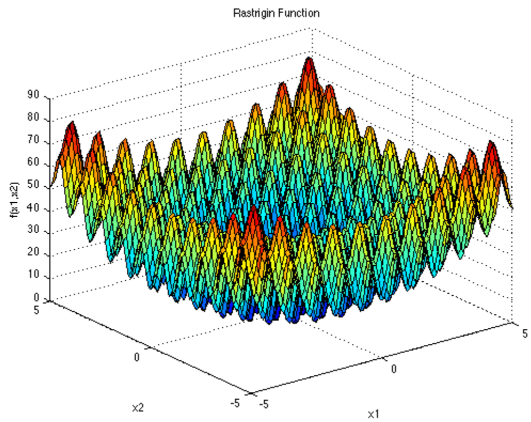
$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} -x_i \cdot \sin(\sqrt{\mid x_i \mid}), x_i \in [-500, 500]$$



Minim global: $-n \cdot 418.9829$

3. **Functia lui Rastrigin**

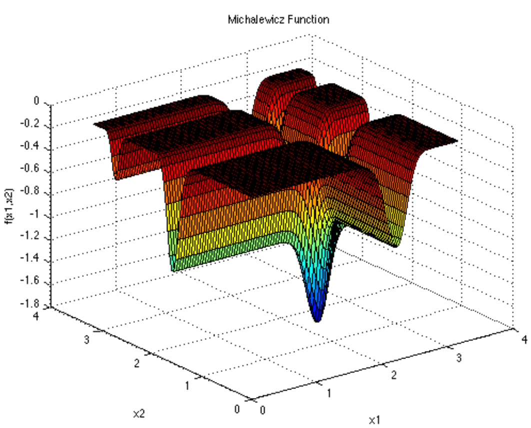
$$f(x) = A \cdot n + \sum_{i=1}^{n} \left[x_i^2 - A \cdot cos(2\pi x_i) \right], A = 10, x_i \in [-5.12, 5.15]$$



Minim global: 0

4. **Functia lui Michalewicz**

$$f(x) = -\sum_{i=1}^{n} \sin(x_i) \cdot \left(\sin\left(\frac{i \cdot x_i^2}{\pi} \right) \right)^{2m}, m = 10, x_i \in [0, \pi]$$



Minim global: -4.687 (n=5), -9.66 (n=10)

4 Rezultate

teoretic = minimul teoretic al funcției (cel corect)
minim = cel mai bun minim returnat de algoritm
medie = media minimelor obținute
σ = deviație standard
timp = timpul mediu de execuție în secunde
GA = algoritm genetic
GA opt = varianta optimizată a algoritmului genetic
BIHC = Best Improvment Hill Climbing
FIHC = First Improvment Hill Climbing
SA = Simulated Annealing

4.1 5 dimensiuni

Rastrigin (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	0.02	2.80	1.65	8.273
GA opt	1.01	1.77	0.60	13.927
BIHC	0.02	1.53	0.72	2.474
FIHC	0.02	2.04	1.25	0.475
SA	1.01	6.12	3.49	0.527

Figura 1: Rastrigin 5 dimensiuni - monstră statistică 30

DeJong1 (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	0.00	0.00	6.81	7.953
GA opt	0.00	0.00	0.00	11.22
BIHC	0.00	0.00	0.00	3.612
FIHC	0.00	0.00	0.00	0.469
SA	0.00	0.00	0.00	0.505

Figura 2: DeJong1 5 dimensiuni - monstră statistică 30

Michalewicz (teoretic min=-4.687)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-2.34	-1.88	0.26	7.817
GA opt	-3.64	-2.97	0.49	9.927
BIHC	-3.69	-3.69	0.00	1.868
FIHC	-3.69	-3.68	0.01	0.377
SA	-3.69	-3.53	0.13	0.46

Figura 3: Michalewicz 5 dimensiuni - monstră statistică 30

Schwefel (teoretic min=-2094.91)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-2094.91	-1990.00	90.00	12.321
GA opt	-1913.46	-1706.49	142.13	185.15
BIHC	-2094.80	-2068.71	36.52	14.522
FIHC	-2094.59	-2020.11	39.16	1.691
SA	-2094.79	-1926.10	120.03	1.43

Figura 4: Schwefel 5 dimensiuni - monstră statistică 30

4.2 10 dimensiuni

Rastrigin (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	3.10	11.34	4.22	15.267
GA opt	6.98	10.76	1.94	24.301
BIHC	3.31	6.23	1.67	18.516
FIHC	5.59	9.66	2.29	2.089
SA	5.59	14.07	4.60	2.07

Figura 5: Rastrigin 10 dimensiuni - monstră statistică 30

DeJong1 (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	0.00	0.00	0.00	14.736
GA opt	0.00	0.00	0.00	24.058
BIHC	0.00	0.00	0.00	27.31
FIHC	0.00	0.00	0.00	2.004
SA	0.01	0.02	0.00	1.984

Figura 6: DeJong1 10 dimensiuni - monstră statistică 30

Michalewicz (teoretic min=-9.66)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-3.90	-3.00	0.40	14.466
GA opt	-6.32	-4.34	1.07	18.819
BIHC	-8.48	-8.22	0.14	13.855
FIHC	-8.45	-8.00	0.20	1.653
SA	-8.45	-7.90	0.31	1.71

Figura 7: Michalewicz 10 dimensiuni - monstră statistică 30

Schwefel (teoretic min=-4189.82)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-4161.86	-3908.38	168.25	23.342
GA opt	-3195.20	-2506.20	200.39	162.08
BIHC	-4155.03	-3932.46	105.30	109.499
FIHC	-4001.73	-3770.57	91.65	7.442
SA	-4052.66	-3809.04	151.24	5.56

Figura 8: Schwefel 10 dimensiuni - monstră statistică 30

4.3 30 dimensiuni

***Notă**: pentru BIHC pe 30 dimensiuni monstra statistică considerată a fost 1 datorită timpului mult mai mare de rulare în comparație cu celelalte metode

Rastrigin (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	54.96	84.42	14.80	43.611
GA opt	37.88	45.62	3.03	98.697
BIHC	31.54	31.54	0.00	483.75
FIHC	38.86	48.33	4.83	22.603
SA	22.97	44.36	9.29	18.02

Figura 9: Rastrigin 30 dimensiuni - monstră statistică 30

DeJong1 (teoretic min=0)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	0.10	0.20	0.06	41.694
GA opt	0.00	0.00	0.00	108.12
BIHC	0.00	0.00	0.00	720.09
FIHC	0.00	0.00	0.00	20.963
SA	0.06	0.10	0.02	17.108

Figura 10: DeJong1 30 dimensiuni - monstră statistică 30

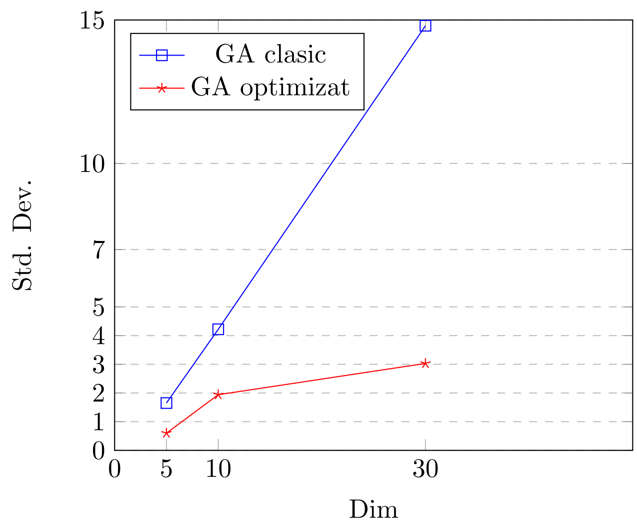
Michalewicz (teoretic min=-29.63)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-8.21	-6.93	0.56	40.971
GA opt	-11.57	-9.72	0.81	58.62
BIHC	-25.60	-25.69	0.00	307.95
FIHC	-24.32	-23.29	0.42	16.776
SA	-26.47	-25.16	0.50	14.95

Figura 11: Michalewicz 30 dimensiuni - monstră statistică 30

Schwefel (teoretic min=-12569.48)				
Algoritm	minim	medie	σ	timp(s)
GA	-11714.92	-10587.37	616.23	68.747
GA opt	-5512.65	-4719.65	445.563	199.597
BIHC	-11007.64	-11007.64	0.00	2942.72
FIHC	-10801.33	-10507.17	142.04	81.564
SA	-11944.80	-11350.64	336.67	49.41

Figura 12: Schwefel 30 dimensiuni - monstră statistică 30

Deviația standard în funcție de dimensiune Rastrigin



5 Concluzii

Varianta optimizată a algoritmului genetic oferă soluții mai bune decât cea simpla pe primele 3 funcții de test (Rastrigin, DeJong1 și Michalewicz) și oferă soluții apropiate de cele ale metodelor BIHC, FIHC și SA, uneori chiar mai

bune. În cazul funcției lui DeJong1 se gasește chiar rezultatul exact pe toate cele 3 dimensiuni.
Cea mai mare îmbunătățire (fața de varianta clasică) se observa pe funcția lui Rastrigin de dimensiune 30 (de la o medie de 84.42 la una de 45.62). Tot pe această funcție se observă o scadere accentuată a deviației standard.
În cazul funcției lui Schwefel toate rezultatele sunt mai slabe decât la varianta clasică a GA iar timpul este și el mult mai mare. În cazul Schwefel pe 30 dimensiuni eroarea este chiar uriașă.

Bibliografie

[1] Minim și maxim
`https://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_and_minima`

[2] Intocmirea unui raport
Formularea introducerii.
`https://www.monash.edu/rlo/assignment-samples/engineering/eng-writing-technical-reports/introduction`

[3] Algoritm genetic
`https://www.geeksforgeeks.org/genetic-algorithms/`
`http://www.lendek.net/teaching/opt_en/ga.pdf`
`https://profs.info.uaic.ro/~eugennc/teaching/ga/`

[4] Codificare Gray
`https://www.geeksforgeeks.org/gray-to-binary-and-binary-to-gray-conversion/`

[5] De Jong1
`http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P89_3085`
Grafic
`https://www.sfu.ca/~ssurjano/spheref.html`

[6] Schwefel
`http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P150_6749`
Grafic
`https://www.sfu.ca/~ssurjano/schwef.html`

[7] Rastrigin
`http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P140_6155`
Grafic
`https://www.sfu.ca/~ssurjano/rastr.html`

[8] Michalewicz
`http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P204_10395`
`http://www.alliot.mobi/papers/gecco2014b.pdf`
Grafic
`https://www.sfu.ca/~ssurjano/michal.html`