

Raport Tema1

Eduard-Mihail Hamza

29 octombrie 2020

1 Introducere

În analiza matematică, maximul și minimul unei funcții sunt cele mai mari, respectiv cele mai mici valori, pe care funcția le poate lua, fie pe un anumit interval (caz în care poartă denumirea de maxim/minim local) sau pe întreg domeniul de definiție al funcției (caz în care se numește maxim/minim global). În acest raport se vor prezenta două metode de aflare a minimului global al unei funcții cu număr variabil de parametri, precum și câteva date experimentale ce caracterizează execuția acestor algoritmi.

1.1 Motivație

Problemele de optimizare a unei funcții presupun găsirea minimului sau maximumului unei funcții pe un interval. Astfel de probleme se abordează de obicei, atunci când instrumentele matematice clasice nu mai pot oferi soluții, cu ajutorul algoritmilor genetici. Una dintre cele mai mari provocări ale acestor algoritmi de optimizare este găsirea minimului/global fără a rămâne blocați în minime/maxime locale.

2 Metode

Pentru găsirea minimului global al funcțiilor se vor folosi 2 metode:

Hill Climbing, o metodă iterativă ce realizează o căutare locală. Este utilizată varianta iterată (Iterated Hill Climbing) în care HC este restartat, pentru a mări gradul de explorare a spațiului de căutare.

De asemenea, se vor folosi 2 tipuri de HC: **Best Improvement Hill Climbing** și **First Improvement Hill Climbing**

Best Improvement Hill Climbing examinează fiecare vecin și îl alege pe cel care determină cea mai bună soluție.

First Improvement Hill Climbing nu examinează fiecare vecin înainte de a hotărî pe care îl alege. Pur și simplu alege un vecin la întâmplare până când găsește unul mai promițător decât cel curent.

Simulated Annealing, o meta-euristică de tip traiectorie care permite o mai bună explorare a spațiului și ieșirea din puncte de optim local, dând posibilitatea

vizitării unor soluții de calitate mai slabă decât cea curentă.

Pentru funcția de modificare a temperaturii s-a folosit înmulțirea cu un număr subunitar (0.9), aceasta fiind inițializată la începutul algoritmului cu valoarea 1000.

În cazul ambelor metode pentru **reprezentarea soluțiilor** s-au folosit șiruri de biți, iar **precizia** utilizată a fost 10^{-2} (2 zecimale).

3 Experiment

Pentru testarea algoritmilor vom folosi următoarele funcții:

1. Funcția lui De Jong 1

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2, x_i \in [-5.12, 5.12]$$

Minim global: 0

2. Funcția lui Schwefel

$$f(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \cdot \sin(\sqrt{|x_i|}), x_i \in [-500, 500]$$

Minim global: $-n \cdot 418.9829$

3. Funcția lui Rastrigin

$$f(x) = A \cdot n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cdot \cos(2\pi x_i)], A = 10, x_i \in [-5.12, 5.15]$$

Minim global: 0

4. Funcția lui Michalewicz

$$f(x) = - \sum_{i=1}^n \sin(x_i) \cdot \left(\sin\left(\frac{i \cdot x_i^2}{\pi}\right) \right)^{2m}, m = 10, x_i \in [0, \pi]$$

Minim global: -4.687 (n=5), -9.66 (n=10)

4 Rezultate

teoretic = minimul teoretic al funcției (cel corect)

minim = cel mai bun minim returnat de algoritm

medie = media minimelor obținute

σ = deviație standard

timp = timpul mediu de execuție în secunde

4.1 5 dimensiuni

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	0.02	1.53	0.72	2.474
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	3.612
Michalewicz	-4.687	-3.69	-3.69	0.00	1.868
Schwefel	-2094,91	-2094.80	-2068.71	36.52	14.522

Figura 1: Best Improvement HC - monștră statistică 30

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	0.02	2.04	1.25	0.475
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	0.469
Michalewicz	-4.687	-3.69	-3.68	0.01	0.377
Schwefel	-2094,91	-2094.59	-2020.11	39.16	1.691

Figura 2: First Improvement HC - monștră statistică 30

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	1.01	6.12	3.49	0.527
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	0.502
Michalewicz	-4.687	-3.69	-3.53	0.13	0.46
Schwefel	-2094,91	-2094.79	-1926.10	120.03	1.43

Figura 3: Simulated Annealing - monștră statistică 30

4.2 10 dimensiuni

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	3.31	6.23	1.67	18.516
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	27.31
Michalewicz	-9.66	-8.48	-8.22	0.14	13.855
Schwefel	-4189,82	-4155.03	-3932.46	105.30	109.499

Figura 4: Best Improvement HC - monștră statistică 30

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	5.59	9.66	2.29	2.089
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	2.004
Michalewicz	-9.66	-8.45	-8.00	0.20	1.653
Schwefel	-4189,82	-4001.73	-3770.57	91.65	7.442

Figura 5: First Improvement HC - monștră statistică 30

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	5.59	14.07	4.60	2.07
DeJong 1	0	0.01	0.02	0.00	1.984
Michalewicz	-9.66	-8.45	-7.90	0.31	1.71
Schwefel	-4189,82	-4052.66	-3809.04	151.24	5.56

Figura 6: Simulated Annealing - monștră statistică 30

4.3 30 dimensiuni

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	31.54	31.54	0.00	483.75
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	720.09
Michalewicz	-29.63	-25.60	-25.69	0.00	307.95
Schwefel	-12569,48	-11007.64	-11007.64	0.0	2942.72

Figura 7: Best Improvment HC - monștră statistică 1

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	38.86	48.33	4.83	22.603
DeJong 1	0	0.00	0.00	0.00	20.963
Michalewicz	-29.63	-24.32	-23.29	0.42	16.776
Schwefel	-12569,48	-10801.33	-10507.17	142.04	81.564

Figura 8: First Improvment HC - monștră statistică 30

function	teoretic	minim	medie	σ	timp(s)
Rastrigin	0	22.97	44.36	9.29	18.02
DeJong 1	0	0.06	0.10	0.02	17.108
Michalewicz	-29.63	-26.47	-25.16	0.50	14.95
Schwefel	-12569,48	-11944.80	-11350.64	336.67	49.41

Figura 9: Simulated Annealing - monștră statistică 30

4.4 Interpretare

4.4.1 5 dimensiuni

Toate cele trei metode produc soluții asemănătoare. Simulated Annealing are cea mai slabă soluție în cazul funcției lui Rastrigin.

În ceea ce privește timpul de execuție HC Best Improvment este cea mai costisitoare, în timp ce HC First Improvment și SA au timpi asemănători. O observație interesantă este că în cazul funcției lui Schwefel timpul de execuție a fost de aproximativ 14 ori mai mare decât în cazul celorlalte 2 metode.

Din punct de vedere al deviației standard, SA are o valoare de aproape 4 ori mai mare în cazul funcției Schwefel.

4.4.2 10 dimensiuni

HC Best Improvment continua să ofere cele mai apropiate soluții de cele reale, însă timpul de execuție este substanțial mai mare.(109.499 secunde în cazul

funcției Schwefel).

HC First Improvment și SA ofera rezultate identice pentru minimul funcțiilor Rastrigin și Michalewicz (și foarte apropiate pentru DeJong) însă diferă observabil la rezultatul mediu în cazul funcției Rastrigin. Timpii de execuție sunt asemănători, însă deviația standard este mult mai mare în cazul SA la Schwefel (151.24).

4.4.3 30 dimensiuni

Toate cele 3 metode încep să produca rezultate departate față de cele reale. SA este pe primul loc, urmată de HC First Improvment. HC Best Improvment nu poate fi luat în calcul la aceasta categorie datorită monstre statistice foarte mici.

HC First Improvment și SA au în continuare timpii asemănători de execuție, excepție făcând funcția Schwefel, pentru care HC are un timp dublu. HC Best Improvment are un timp de execuție uriaș, în comparație cu celelalte două metode. În cazul funcției Schwefel o singură rulare a algoritmului a durat 2942.72 secunde, de aici și alegerea unei monstre statistice foarte mici.

Se observă ca SA are o deviație standard mult mai mare decât HC First Improvment.

5 Concluzii

Pentru dimensiunea 5, toate metodele au returnat o valoare apropiată de cea reală. Deci toate 3 sunt metode bune pentru determinarea minimului.

Pentru dimensiunea 10, HC First Improvment și SA încep să se îndepărteze ușor de rezultatele reale, în timp HC Best Improvment oferă cele mai bune răspunsuri, dar cu prețul unui timp mai mare.

Pentru dimensiunea 30, HC Best Improvment devine inutil de executat datorita timpului uriaș, în schimb SA reușește sa producă cele mai bune rezultate și cei mai buni timpi. Asadar, SA devine metoda recomandată pentru dimensiuni mari ale funcției.

Bibliografie

- [1] Minim și maxim
https://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_and_minima
- [2] Hill Climbing și Simulated Annealing
<https://profs.info.uaic.ro/~eugennc/teaching/ga/>
http://www.lia.deis.unibo.it/~aro/pubs/blum_rol_i_metaheuristics-preprint.pdf
- [3] Intocmirea unui raport

Formularia introducerii.

<https://www.monash.edu/rlo/assignment-samples/engineering/eng-writing-technical-reports/introduction>

- [4] Tipuri de Hill Climbing
<https://www.geeksforgeeks.org/introduction-hill-climbing-artificial-intelligence/>
- [5] Simulatin Annealing
<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs.cmu.edu/project/learn-43/lib/photoz/.g/web/glossary/anneal.html>
- [6] De Jong1
http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P89_3085
- [7] Schwefel
http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P150_6749
- [8] Rastrigin
http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P140_6155
- [9] Michalewicz
http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P204_10395
<http://www.alliot.mobi/papers/gecco2014b.pdf>