Universidade Federal do Maranhão
CCET-Departamento de Matemática
Curso:Ciência da Computação

Cálculo I Professor: **Wellington**

2ª Prova - Gabarito

1. Calcule os limites.

a) $\displaystyle\lim_{x \to -2^+} \frac{x+3}{x+2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{(x^2-1)(x+1)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x^3} = 1$

2. Sabendo que $1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2$ para todo x, encontre $\displaystyle\lim_{x \to -1} f(x)$.

Passando o limite de x quado x tende a -1, nos termos da desiqualdade, temos;

$$\lim_{x \to -1} 1 \leq \lim_{x \to -1} f(x) \leq \lim_{x \to -1} (x^2 + 2x + 2)$$

Como $\displaystyle\lim_{x \to -1} 1 = 1$ e $\displaystyle\lim_{x \to -1} (x^2 + 2x + 2) = 1 - 2 + 2 = 1$ então pelo Teorema do

Confronto segue que $\displaystyle\lim_{x \to -1} f(x) = 1$.

3. Dada a função $f(x) = x^2 - 3x$ encontre $f'(2)$ usando a definição da derivada.

Por definição,

$\displaystyle f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = \lim_{x \to 2}(x-1) =$ $2 - 1 = 1$

4. Dada a função $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se} \quad x < 1 \\ 2 - x & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$

a) Condições de continuidade.

i) $f(1) = 1$

ii) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (2-x) = 1$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (2x-1) = 1$

assim $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

iii) como $\lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$ segue que a função f é contínua em $p = 1$

b) As derivadas laterais da função no ponto $p = 1$ são;

i) $\lim_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \dfrac{2-x-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \dfrac{-(x-1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} -1 = -1$

ii) $\lim_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \dfrac{2x-1-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \dfrac{2(x-1)}{x-1} \lim_{x\to 1^-} 2 = 2$

Como as derivadas laterais são diferentes a função não é derivável em $p = 1$.

5. Encontre a derivada das funções usando a propriedade indicada.

   a) $f(x) = (x^4-2)(x^2+4x)$ Derivada do produto.

$$f'(x) = 4x^3(x^2+4x) + (x^4-2)(2x+4) = 4x^5 + 16x^4 + 2x^5 + 4x^4 - 4x - 8$$

$$= 6x^5 + 20x^4 - 4x - 8$$

   b) $f(x) = \dfrac{x^3+x}{x^2-3}$ Derivada do quociente.

$$f'(x) = \frac{(3x^2+1)(x^2-3) - (x^3+x)2x}{(x^2-3)^2} = \frac{3x^4 - 9x^2 + x^2 - 3 - 2x^4 - 2x^2}{(x^2-3)^2}$$

$$= \frac{x^4 - 10x^2 - 3}{(x^2-3)^2}$$

6. derive as funções.

   a) $f(x) = x^4 + 6\sqrt{x} - x^{-3}$

$f'(x) = 4x^3 + 6\dfrac{1}{2\sqrt{x}} - (-3x^{-4}) = 4x^3 + \dfrac{3}{\sqrt{x}} + 3x^{-4}$

   b) $f(x) = (senx + cosx)^7$

$f'(x) = 7(senx + cosx)^6(cosx - senx)$

c) $f(x) = ln(x^3 - 2x^2 + 5)$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 4x}{x^3 - 2x^2 + 5}$$

d) $f(x) = e^{arctgx}$

$$f'(x) = e^{arctgx}\frac{1}{1+x^2} = \frac{e^{arctgx}}{1+x^2}$$

7. Dada a equação $x^2y^2 - x^3 + y = 2$ em que $y = f(x)$ encontre y' usando a derivação ímplicita.

   Derivando os membros da equação em relação a x temos,

   $$2xy^2 + x^2 2yy' - 3x^2 + y' = 0 \Rightarrow y'(2x^2y + 1) = 3x^2 - 2xy^2 \Rightarrow y' = \frac{3x^2 - 2xy^2}{2x^2y + 1}$$