UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DISCIPLINA: ÁLGEBRA LINEAR PROF: GREICIANE

3ª AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR

1. Verifique se cada uma das aplicações a seguir são transformações lineares.

   (a) Reflexão $R_r(x, y)$ em relação a uma reta r que passa pela origem: seja r dada pela equação vetorial $(x, y) = t(a, b)$, então $R_r : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é dada por $R_r(x, y) = (\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cdot x + \frac{2ab}{a^2 + b^2} \cdot y, \frac{2ab}{a^2 + b^2} \cdot x + \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} \cdot y)$, onde (a, b) é qualquer vetor na direção de r e $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

   (b) Translação: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y) = (x + a, y + b)$, onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

2. Calcule a matriz associada em relação à base canônica de cada uma das transformações a seguir.

   a) Rotação de um ângulo π de um vetor no $\mathbb{R}^2$

   b) Reflexão de um vetor no $\mathbb{R}^2$ em relação a uma reta com equação vetorial (x, y) = t(2, -1)

3. Encontre a transformação linear $T : M_{2\times 2} \to P_2$ tal que

$$T\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = 2,\ T\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = 2x + x^2,\ T\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = -x,$$
$$T\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = 5x^2.$$

4. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x, y) = (2x + y, x - 3y)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Determine $[T]^{\alpha}_{\alpha}$, onde $\alpha = \{(1, 1), (1, 2)\}$.

5. Verifique se a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to P_2$, $T(a, b, c) = (a + b + c) + (a + 2b + c)x + (a + 2c)x^2$ é um isomorfismo e calcule a inversa T^{-1}, se ela existir.