PRIMEIRA AVALIAÇÃO DE FÍSICA I

1) Calcule as funções *v*(t) e *a*(t) para as seguintes funções *x*(t), onde *x* e *t* são dados em metro e segundo, respectivamente.

a) $x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3$, onde $\alpha = 1{,}50\ m/s^2$ e $\beta = 0{,}050\ m/s^3$.

V(t) é obtido derivando x(t) em relação ao tempo;

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\alpha t^2 - \beta t^3) = 2\alpha t - 3\beta t^2 = 3{,}00t - 0{,}150t^2$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(3{,}00t - 0{,}150t^2) = 3{,}00 - 0{,}30t$$

b) $x(t) = 28 + 12{,}4t - 0{,}045t^2$.

$$v(t) = \frac{d}{dt}(28 + 12{,}4t - 0{,}045t^2) = 0 + 12{,}4 - 0{,}09t = 12{,}4 - 0{,}09t$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(12{,}4 - 0{,}09t) = -0{,}09\ m/s^2$$

c) $x(t) = 50{,}0 + 2{,}0t - 0{,}0625t^2$.

$$v(t) = \frac{d}{dt}(50{,}0 + 2{,}0t - 0{,}0625t^2) = 0 + 2{,}0 - 0{,}125t = 2{,}0 - 0{,}125t$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(2{,}0 - 0{,}125t) = -0{,}125\ m/s^2$$

d) $x(t) = 2{,}17 + 4{,}80t^2 - 0{,}100t^6$.

$$v(t) = \frac{d}{dt}(2{,}17 + 4{,}80t^2 - 0{,}100t^6) = 0 + 9{,}6t - 0{,}600t^5$$

$$= 9{,}6t - 0{,}600t^5$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(9{,}6t - 0{,}600t^5) = 9{,}6 - 3{,}0t^4$$

---

2) Dado $a(t) = \alpha t$, onde $\alpha = 1{,}20\ m/s^3$, determine a velocidade *v*(t) e posição *x*(t), desde t = 0 até um tempo qualquer t. Use, em t = 0, $v_0 = 0$ e $x_0 = 0$.

Como vimos em sala de aula a partir da aceleração podemos obter a velocidade e posição integrando sucessivamente, como segue;

$$v_x(t) = v_{x0} + \int_{t_0}^{t} a_x(t')dt' = 0 + \int_0^t \alpha t' dt' = \frac{\alpha t'^2}{2}\bigg|_0^t = \frac{\alpha t^2}{2} = 0{,}60t^2 \qquad (3.15)$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t')dt' = 0 + \int_0^t \frac{\alpha t'^2}{2} dt' = \frac{\alpha t'^3}{6}\bigg|_0^t = \frac{\alpha t^3}{6} = 0{,}20t^3 \qquad (3.14)$$

---

3) A posição de uma partícula que se move pelo eixo x é dada por $x(t) = 28 + 12{,}4t - 0{,}045t^2$, onde t está em segundos e x está em metros. Calcule:

(a) O deslocamento durante o intervalo de tempo de t = 0,0 s a t = 300 s.

Calculo do deslocamento x(300 s) - x(0 s):

$$x(0\ s) = 28 + 12{,}4 \,.\, 0{,}0 - 0{,}045 \,.\, 0{,}0^2 = 28\ m$$

$$x(300\,s) = 28 + 12{,}4\,.\,300 - 0{,}045\,.\,300^2 = 28 + 3720 - 4050 = -302\,m$$
$$\Delta x = -302\,m - 28\,m = -330\,m$$

(b) A velocidade média durante o mesmo intervalo de tempo acima.

O módulo da velocidade média no intervalo de tempo $\Delta t = 300\,s - 0{,}0s = 300\,s$ *é determinado por:*

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-330\,m}{300\,s} = -1{,}1\,\frac{m}{s}$$

(c) A função horária da velocidade.

A função horária da velocidade é dada por:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(28 + 12{,}4t - 0{,}045t^2\right) = 12{,}4 - 0{,}09t$$

Como obtido no item (b) do problema 1.

(d) A velocidade instantânea em t = 0,0 s e t = 300 s.

v(0 s) = 12,4 – 0,09 . 0 = 12,4 m/s e

v(300 s) = 12,4 – 0,09 . 300 = 12,4 – 27= -14,6 m/s.

(e) A aceleração média da partícula.

O módulo da aceleração média no intervalo de tempo $\Delta t = 300\,s$ *é determinado por:*

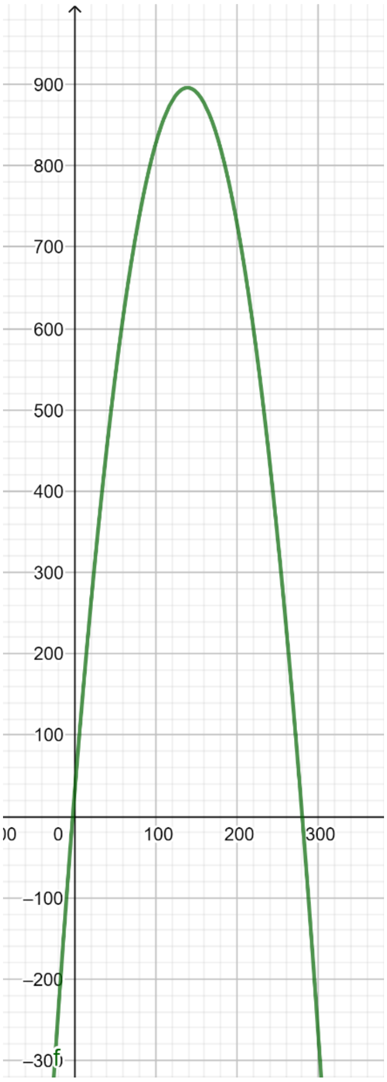
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-14{,}6 - 12{,}4)m/s}{300\,s} = -0{,}09\,\frac{m}{s^2}$$

(f) A aceleração instantânea em t = 0,0 s e t = 300 s.

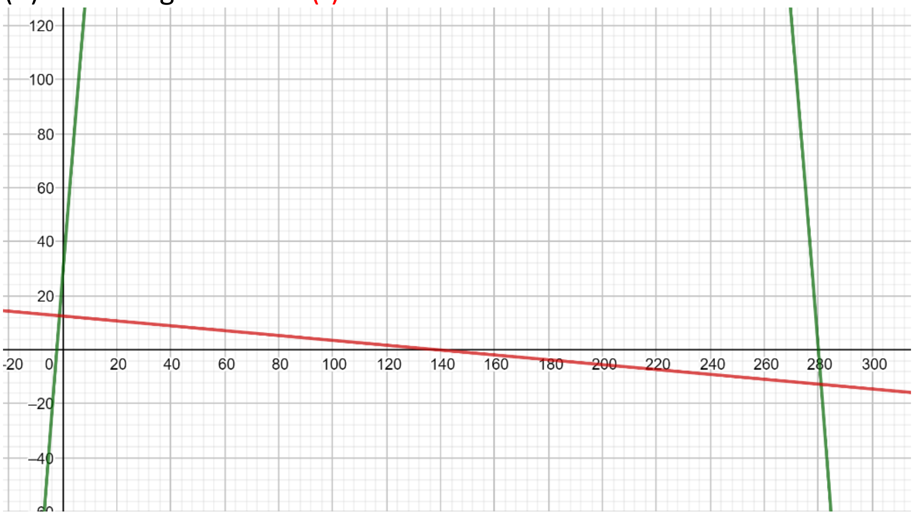
A função horária da aceleração é dada por:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(12{,}4 - 0{,}09t) = 0 - 0{,}09 = -0{,}09\,\frac{m}{s^2}$$

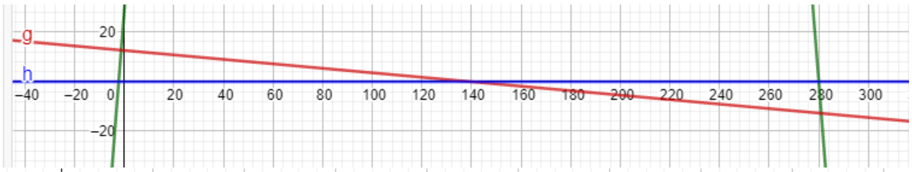
(g) Plote o gráfico de x(t) no intervalo de 0 a 300 s.

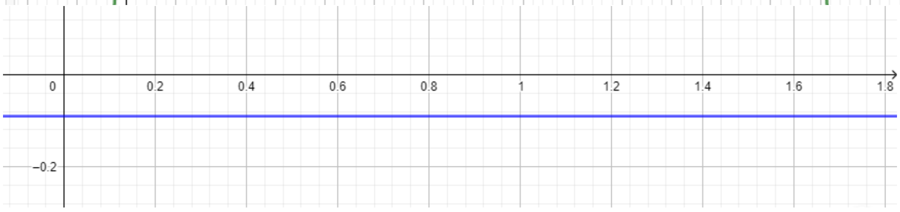


(h) Plote o gráfico de v(t) no intervalo de 0 a 300 s.

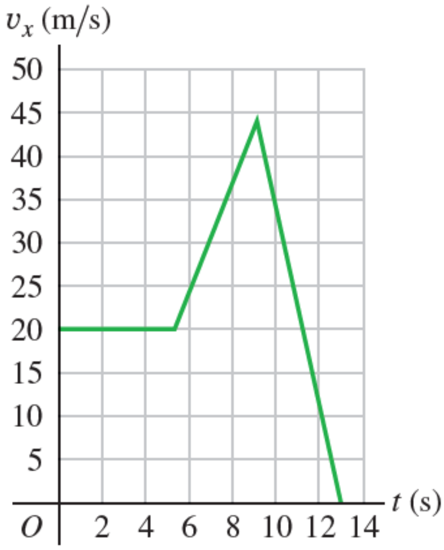


(i) Plote o gráfico de a(t) no intervalo de 0 a 300 s.





4) O gráfico da **Figura ao lado** mostra a velocidade da motocicleta de um policial em função do tempo. (a) Calcule a aceleração instantânea para *t* = 3 s, *t* = 7 s e *t* = 11 s. (b) Qual foi o deslocamento do policial nos 5 s iniciais? E nos 9 s iniciais? E nos 13 s iniciais? Na dúvida com algum valor de t, faça uma estimativa. Obtenha resultados com 2 algarismos significativos.



Solução(a)

Observe que a velocidade entre 0 e 5,43 s a velocidade é constante e igual a 20 m/s, sendo assim pata t = 3 s a aceleração é NULa, ou seja

a(3) = 0

Observe que a velocidade aumenta entre 5,43 s e 9,21 s De 20 m/s para 45 m/s.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(45-20)m/s}{(9{,}21-5{,}43)\ s} = 6{,}61\frac{m}{s^2}$$

A função v(t) é dada encontrando a equação da reta que passa pelos pontos (5,43, 20) e (9,21, 45)

v(t) = at+b

20 = 5,43a + b

45 = 9,21a + b

a = 6,61 e b = -15,91

v(t) = 6,61t – 15,91

derivando..

a(t) = 6,61 m/s^2.

Observe que a velocidade diminui entre 9,21 s e 13 s de 45 m/s para zero.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0-45)m/s}{(13-9{,}21)\ s} = -11{,}87\frac{m}{s^2}$$

A função v(t) é dada encontrando a equação da reta que passa pelos pontos (9,21, 45) e (13, 0)

v(t) = at+b

0 = 13a + b

45 = 9,21a + b

a =-11,87 e b = 154,35

v(t) = -11,87t + 154,35

derivando..

a(t) = -11,87 m/s².

Solução(b)

O Deslocamento, de acordo com o que sabemos é dada numericamente pela área abaixo do gráfico.

Nos primeiros 5 segundos a velocidade é constante e igual a 20 m/s. Assim sendo $\Delta t = 5\,s$,

$$\Delta x = 20\frac{m}{s}.5\,s = 100\,m$$

Para os 9 segundos seguintes, fazendo em das etapas, 0 até 5,43 s e integrando a reta de 5,43 até 9 s;

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x_1 = 20\frac{m}{s}.5{,}43\,s = 108{,}6\,m$$

$$\Delta x_2 = \int_{5,43}^{9} (6{,}61t' - 15{,}91)dt' = \left(\frac{6{,}61t'^2}{2} - 15{,}91t'\right)\Bigg|_{5,43}^{9}$$

$$= \left(\frac{6{,}61\,.\,9^2}{2} - 15{,}91\,.\,9\right) - \left(\frac{6{,}61\,.\,5{,}43^2}{2} - 15{,}91\,.\,5{,}43\right)$$

$$= 124{,}515 - 11{,}056 = 113{,}5\,m$$

$$\Delta x = 108{,}6 + 113{,}5 = 222{,}1\,m$$

Se integrarmos até 9,21 s teremos;

$$\Delta x_2 = \int_{5,43}^{9,21} (6{,}61t' - 15{,}91)dt' = \left(\frac{6{,}61t'^2}{2} - 15{,}91t'\right)\Bigg|_{5,43}^{9,21}$$

$$= \left(\frac{6{,}61\,.\,9{,}21^2}{2} - 15{,}91\,.\,9{,}21\right) - \left(\frac{6{,}61\,.\,5{,}43^2}{2} - 15{,}91\,.\,5{,}43\right)$$

$$= 133{,}813 - 11{,}056 = 122{,}8\,m$$

Esse é necessário para o cálculo para os 13 segundos iniciais;

Assim

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3$$

$$\Delta x_3 = \int_{9,21}^{13} (-11{,}87t' + 154{,}35)dt' = \left(-\frac{11{,}87\,.\,t'^2}{2} + 154{,}35\,.\,t'\right)\Bigg|_{9,21}^{13}$$

$$= \left(-\frac{11{,}87\,.\,13^2}{2} + 154{,}35\,.\,13\right) - \left(-\frac{11{,}87\,.\,9{,}21'^2}{2} + 154{,}35\,.\,9{,}21\right)$$

$$= 1003{,}535 - 918{,}132 = 85{,}4\,m$$

$$\Delta x = 108{,}6 + 122{,}8 + 85{,}4 = 316{,}8\,m$$

---

5) Uma corredora de massa 57,5 kg parte do repouso e acelera com aceleração constante de 1,25 m/s² até atingir uma velocidade de 6,3 m/s. Depois, ela segue correndo com essa velocidade constante. Questão com erro de digitação na aceleração.

a) Que distância ela percorre após 59,7 s?

Solução (a): Primeiro deslocamento, usando a equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x_1 = \frac{6{,}3^2}{2\,.\,1{,}25} = 15{,}876\,m$$

O tempo gasto para isso foi de:

$$t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{6,3}{1,25} = 5,04\ s$$

Segundo deslocamento, ela percorre em t = 59,7 – 5,04 = 54,66 s com uma velocidade constante de 6,3 m/s, logo;

$$\Delta x_2 = 6,3\frac{m}{s}.54,66\ s = 344,358\ m$$

No total ela percorreu;

$$\Delta x = 15,876 + 344,358 = 360\ m$$

b) Qual é a velocidade da corredora neste ponto?

Como foi dito, ela percorre o restante do percurso com velocidade constante, logo v = 6,3 m/s.

---

6) Um caça aterrissa no deque de um porta-aviões. Ele toca o solo com velocidade escalar de 70,4 m/s e para completamente depois de percorrer uma distância de 197,4 m. Se esse processo ocorre com desaceleração constante, qual é a velocidade escalar do caça 44,2 m antes de sua localização de parada final?

usando a equação de Torricelli para calcular a desaceleração

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$a = \frac{0^2 - 70,4^2}{2\ .\ 197,4} = -12,55\frac{m}{s^2}$$

*Devemos calcular a velocidade ao final dos 197,4 m – 44,2 m = 153,2 m, sabendo que o caça está sendo desacelerado a -12,55 m/s², *

$$v^2 = 70,4^2 - 2.12,55\ .\ 153,2 = 1110,84\frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 33,33\ m/s$$

---

7) Uma bola é arremessada verticalmente para cima com velocidade escalar inicial de 26,4 m/s. Quanto tempo leva até que a bola volte para o solo?

O movimento é MRUV, logo a posição vertical da bola em função do tempo é dada por;

$$y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{g}{2}t^2$$

Para o referido problema;

$$0 = 0 + 26,4\ t - \frac{9,81}{2}t^2 = 26,4t - 4,905t^2$$

$$t(26,4 - 4,905t) = 0$$

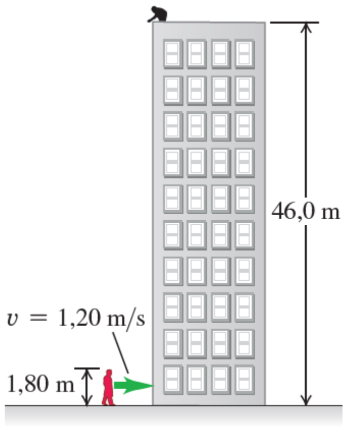
Assim, $t = 0$*, ou*

$$t = \frac{26,4}{4,905} = 5,38\ s$$

Em t = 0 a bola é lançada e em t = 5,38 s ela volta ao solo.

---

8) Você está sobre o telhado do prédio do CCET, 46 m acima do solo (**Figura ao lado**). Seu professor de física, que possui 1,80 m de altura, está caminhando próximo ao edifício com uma velocidade constante de 1,20 m/s. Se você deseja jogar um ovo na cabeça dele, em que ponto ele deve estar quando você largar o ovo? Suponha que o ovo esteja em queda livre.



Solução:

Para mirar o ovo na cabeça do professor você jogar o ovo com uma velocidade horizontal v_x. O tempo de queda, cuja velocidade de queda inicial é zero e a altura final é 1,80 m, a altura do professor, é calculado por;

$$1{,}80 = 46{,}0 + 0\,.\,t - \frac{9{,}81}{2}t^2 = 46{,}0 - 4{,}905t^2$$
$$4{,}905t^2 = 46 - 1{,}8 = 44{,}2$$
$$t^2 = \frac{44{,}2}{4{,}905} = 9{,}011\ s^2$$
$$t = 3{,}00\ s$$

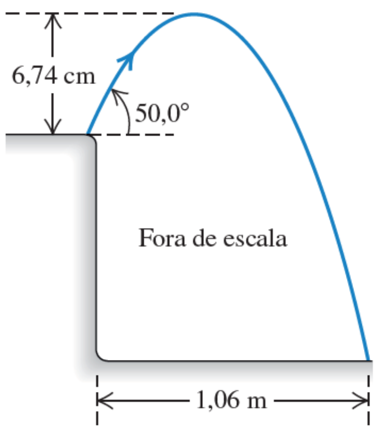
Esse tempo é o tempo de queda do ovo, que deve corresponder o tempo que o professor deve percorrer com velocidade de 1,20 m/s,

$$x = vt = 1{,}2\,.\,3{,}00 = 3{,}60\ m$$

Ou seja, deve estar a 3,6 m do prédio.

---

9) Um gafanhoto salta para o ar da beirada de um rochedo vertical, como mostra a **Figura abaixo**. Determine (a) a velocidade inicial do gafanhoto e (b) a altura do rochedo.



Solução (a): Dos dados da figura, a altura máxima que o gafanhoto atinge é 6,74 cm = 0,0674 m sob um ângulo de projeção 50º. A equação de altura máxima é;

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

Implica que;

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin\theta} = \frac{\sqrt{2\,.\,9{,}81\,.\,0{,}0674}}{\sin 50^o} = 1{,}50\ m/s$$

Solução (b): O tempo para o gafanhoto se deslocar horizontalmente de 1,06 m é dado por;

$$x(t) = \mathrm{v}_0 \cos\theta\, t$$

$$t = \frac{1{,}06}{1{,}50\,.\,\cos 50^o} = 1{,}099\ s$$

Esse é o mesmo tempo gasto para subir e tocar o solo (y = 0), ou seja, o tempo total, assim,

$$0 = y_0 + v_0 \sin\theta\, t - \frac{g}{2}t^2 = y_0 + 1{,}5\,.\sin 50\ .1{,}099 - 4{,}905\,.1{,}099^2 = y_0 - 4{,}66$$

$$y_0 = 4{,}66\ m$$

---

10) No nível do solo, uma bala é disparada com velocidade inicial de 40,0 m/s, a 60º sobre a horizontal e sem sofrer resistência significativa do ar. (a) Ache os componentes horizontal e vertical da velocidade inicial da bala. (b) Quanto tempo ela leva para atingir seu ponto mais alto? (c) Ache sua altura máxima sobre o solo. (d) A que distância de seu ponto de disparo a bala aterrissa? (e) Em seu ponto mais alto, ache os componentes horizontal e vertical de sua aceleração e velocidade.

Solução (a):

$$v_x = v_0 \cos\theta = 40{,}0\frac{m}{s}.\cos 60^o = 20{,}0\frac{m}{s}$$
$$v_y = v_0 \sin\theta = 40{,}0\frac{m}{s}.\sin 60^o = 34{,}6\frac{m}{s}$$

Solução (b): Sabendo que no ponto mais alto $v_y = 0$,

$$t_s = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{40\,.\sin 60^0}{9{,}81} = 3{,}53\ s$$

Solução (c):

$$H = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{34{,}6^2}{2\,.9{,}81} = 61{,}2\ m$$

Solução (d): Para calcular devemos saber o tempo de vôo, que é o dobro do tempo de subida, calculado no item(b), assim.

$$t = 2t_s = 2\,.3{,}53\ s = 7{,}06\ s$$

Logo

$$A = v_x t = 20{,}0\,.7{,}06 = 141{,}2\ m$$

Solução (e): Já sabemos que no ponto mais alto da trajetória $v_y = 0$, e $v_x = v_{0x}$,
Assim

$$v(20\ m/s, 0)$$

A aceleração em x é nula pois a velocidade se mantém constante em condições ideais, e a aceleração vertical é $a_y = -g$, logo

$$a(0, -9{,}81\ m/s^2)$$