UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO **Centro de Ciências Exatas e Tecnologia**		**Departamento de Informática - DEINF** Internet: www.deinf.ufma.br		**FINAL**	
				P	
Disciplina: **Matemática Discreta e Lógica**		**Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**		**T**	
Código 5595.8	**Carga Horária**: 60 horas		**Créditos**: 4.0.0	**MEDIA**	
Professor: Luciano Reis Coutinho		**Email**: luciano.rc@ufma.br			

Prova FINAL **Data: 23 de setembro de 2021.**

Aluno : _______________________________________ Código: ___________________

INSTRUÇÕES

- A prova deve ser realizada individualmente. Todas as questões devem ser respondidas em arquivo .DOC ou PDF a ser enviado via SIGAA. Arquivos de resposta idênticos, ou respostas discursivas idênticas, enviados por mais de um aluno são passíveis de anulação.
- Cada questão consiste em um enunciado e um conjunto de requisitos que uma resposta aceitável deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser completamente desconsideradas durante a correção da prova. Tenham sempre em mente os requisitos ao dar as suas respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- **O tempo total de prova é de 100 min. Início:** 14:00**, término** 15:40**.**

QUESTÕES

1. (1,0 ponto) Suponha que A, B e C representam condições que serão verdadeiras e falsas quando um programa é executado. Suponha ainda que desejamos que este programa realize alguma tarefa somente quando A ou B forem verdadeiras (mas não ambas) e C for falsa. Usando A, B e C e apenas os conectivos E ($\wedge$), OU ($\vee$) e NÃO ($\neg$) [conforme necessário], escreva uma sentença da lógica proposicional que será verdadeira apenas nestas condições.

2. (1,0 ponto) Construa a tabela-verdade para a seguinte fórmula: $(A \rightarrow B) \rightarrow [\, (A \vee C) \rightarrow (B \wedge C)\,]$

2. (1,5 ponto) Sejam os predicados: A(x) é "x é uma abelha", F(x) é "x é uma flor" e G(x,y) é "x gosta de y". Escreva cada frase abaixo como uma fórmula da lógica de predicados usando os predicados indicados, bem como os quantificadores e conectivos adequados. (O domínio de discurso é todo o mundo.)

a. Todas as abelhas gostam de todas as flores.
b. Algumas abelhas gostam de todas as flores.
c. Apenas abelhas gostam de flores.
d. Algumas abelhas gostam de algumas flores.
e. Toda abelha odeia todas as flores.
f. Nenhuma abelha odeia todas as flores.

3. (1,5 ponto) Sejam $R = \{1, 3, \pi, 4.1 , 9, 10\}$, $S = \{\{1\}, 3, 9, 10\}$, $T = \{1, 3, \pi\}$ e $U = \{\{1, 3, \pi\}, 1\}$. Quais das sentenças a seguir são verdadeiras? Assinale V para VERDADEIRO, e F para FALSO. Tenha cuidado: cada resposta errada anulará uma resposta certa! Caso não tenha certeza e deseje se abster sobre uma dada afirmação, escreva NR para Não Respondido.

a) $S \subseteq R$	b) $1 \in R$	c) $1 \in S$	d) $1 \subseteq U$	e) $\{1\} \subseteq T$
f) $\{1\} \subseteq S$	g) $\{1\} \in S$	h) $\emptyset \subseteq S$	i) $T \subseteq U$	j) $T \in U$
k) $T \not\subseteq R$	l) $T \subseteq R$	m) $\emptyset \in U$	n) $T \subset R$	o) $S \subseteq \{1,3,9,10\}$

4. (1,0 ponto) Quais dos itens abaixo representam funções matemáticas (de acordo com a definição discuta em sala de aula)? Quais são funções injetivas? Quais são sobrejetivas? Para os itens que não são funções explique o porquê. Para os que são funções injetivas, explique o porquê. Para os que são funções sobrejetivas explique o porquê.

a) $f : Z \rightarrow N$, onde $f(x) = x^2 + 1$
b) $g: N \rightarrow Q$, onde $g(x) = 1/x$
c) $h: Z \times N \rightarrow Q$, onde $h(z,n) = z/(n+1)$
d) $i: \{1,2,3\} \rightarrow \{p,q,r\}$ onde $i = \{(1,q), (2,r), (3,p)\}$

5. (1,0 pontos) Determine o valor dos seguintes somatórios (mostrando os cálculos realizados):

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=0}^{2} i \qquad\qquad \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=1}^{3} ij$$

6. (1,0 ponto) Explique como as regras da soma e do produto podem ser usadas para determinar quantas cadeias binárias (strings formadas por 0 ou 1) existem com tamanho não superior a 10 bits.

7. (1,0 ponto) Se 12 cartas são tiradas de um baralho convencional, podemos afirmar que duas têm valores iguais, independentemente do naipe? (Um baralho convencional tem 54 cartas divididas em quatro naipes, cada naipe contendo cartas com valores 1,2,…,10, V, D, R). Apresente uma justificativa para a sua resposta baseada explicitamente no princípio da casa dos pombos (PCP).

8. (1,0 ponto) Seja S = {0,1,2,4,6} e as seguintes relações binárias sobre S:

R1 $= \{(0,0), (1, 1), (2, 2), (4, 4), (6,6), (0, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 6)\}$
R2 $= \{(0, 1), (1, 0), (2, 4), (4, 2), (4, 6), (6, 4)\}$
R3 $= \{(0, 1), (1, 2), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (1, 0), (0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$
R4 $= \{(0, 0), (1,1), (2, 2), (4, 4), (6, 6), (4, 6), (6, 4)\}$
R5 $= \emptyset$

Assinale V para VERDADEIRO, e F para FALSO. Tenha cuidado: cada resposta errada anulará uma resposta certa! Caso não tenha certeza e deseje se abster sobre uma dada afirmação, escreva NR para Não Respondido.

(a) R1 é reflexiva, simétrica e transitiva.
(b) R2 não é reflexiva, nem simétrica, mas é transitiva.
(c) R3 não é reflexiva, mas é simétrica e transitiva.
(d) R4 é reflexiva, anti-simétrica e transitiva.
(e) R5 não é reflexiva, mas é simétrica, anti-simétrica e transitiva.

Boa Sorte!