

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br		FINAL	
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO		P	
Código 5595.8		Carga Horária: 60 horas		T	
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: luciano.rc@ufma.br		MEDIA	

Prova FINAL

Data: 03 de fevereiro de 2022.

Aluno : _____ Código: _____

INSTRUÇÕES

- A prova deve ser realizada INDIVIDUALMENTE. As respostas DEVEM ser enviadas via SIGAA. Arquivos de resposta idênticos, ou respostas idênticas, enviados por mais de um aluno serão ANULADAS.
- Cada questão consiste em um enunciado e um conjunto de requisitos que uma resposta aceitável deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser completamente desconsideradas durante a correção da prova. Tenham sempre em mente os requisitos ao dar as suas respostas.
- Todas as respostas devem estar legíveis e com posicionamento correto no arquivo enviado. Respostas posicionadas de cabeça para baixo ou de lado não serão corrigidas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- Todas as questões DEVEM estar justificadas com os respectivos CÁLCULOS realizados. Respostas sem cálculos ou sem devida argumentação não serão corrigidas e às respectivas questões será atribuída pontuação 0.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40. Após 15:40, há 20min de tolerância para submeter as questões.

QUESTÕES

1. (2,0 pontos) Usando as **regras de precedência** de operadores discutidas em sala de aula, (a) coloque parênteses nas fórmulas abaixo e, em seguida, (b) construa as respectivas tabelas-verdade:

(a) $A \vee B \rightarrow \neg A \wedge B$

(b) $A \leftrightarrow B \vee C \rightarrow A \wedge \neg B \vee C$

2. (1,0 ponto) Dado o argumento abaixo, (a) identifique explicitamente quais são as premissas e qual é a conclusão, (b) formalize as premissas e conclusões quebrando-as em proposições atômicas ligadas por conectivos; cada proposição atômica deve ser representada por uma letra proposicional diferente; (c) ao final mostre passo a passo como a conclusão pode ser demonstrada logicamente a partir das premissas, identificando claramente as regras de inferência sendo utilizadas; em outras palavras, mostre que o **argumento é válido**.

Argumento: Se a propaganda for bem-sucedida, então as vendas subirão. A propaganda será bem-sucedida ou a loja fechará. Se a loja fechar, pessoas perderão o emprego. Pessoas não perderão o emprego. Logo, conclui-se que as vendas subirão e, loja fechará ou a propaganda será bem-sucedida.

3. (1,0 ponto) Sejam $R = \{1, 3, \pi, 4.1, 9, 10\}$, $S = \{\{1\}, 3, 9, 10\}$, $T = \{1, 3, \pi\}$ e $U = \{\{1, 3, \pi\}, 1\}$. Quais das sentenças a seguir são verdadeiras? Assinale V para VERDADEIRO, e F para FALSO. Tenha cuidado: cada resposta errada irá anular uma resposta certa! Assim, caso não tenha certeza sobre uma afirmação assinale NR para Não Respondido. Assinalando NR você não irá ganhar e nem perder pontos.

- | | | | | |
|--------------------|------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------------------|
| a) $S \subseteq R$ | b) $1 \in S$ | c) $1 \in R$ | d) $1 \subseteq U$ | e) $\{1\} \subseteq T$ |
| f) $\{1\} \in S$ | g) $\{1\} \subseteq S$ | h) $\emptyset \subseteq S$ | i) $T \subset R$ | j) $T \in U$ |
| k) $T \notin R$ | l) $T \subseteq R$ | m) $\emptyset \in U$ | n) $T \subseteq U$ | o) $S \subseteq \{1, 3, 9, 10\}$ |

4. (1,0 ponto) Sejam $S = \{0, 2, 4, 6\}$ e $T = \{1, 3, 5, 7\}$. (a) Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados abaixo representam ou não uma função com domínio S e contra-domínio T. (b) Se sim, determine se a função representada é ou não é injetora, e se é ou não é sobrejetora. (c) Em cada caso, explique porque o conjunto de pares representa ou não representa uma função de S em T.

- $\{(0, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 0)\}$
- $\{(6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5)\}$
- $\{(2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5)\}$
- $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$
- $\{(6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$

5. **(2,0 pontos)** Utilizando o **princípio de indução matemática**, demonstre PASSO-A-PASSO que para qualquer inteiro positivo n ,

$$1 + 5 + 9 + \cdots + (4n - 3) = n(2n - 1)$$

Lembrete: primeiro, prove a proposição para $n = 1$; em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k + 1$.

7. **(1,0 ponto)** Seja $L(n,m)$ o conjunto de todas as palavras de comprimento n que podem ser formadas a partir de um alfabeto de tamanho m . Pergunta-se: (a) quantas palavras pertencentes a $L(n,m)$ são palíndromos (são iguais quando lidas de frente para trás, ou de trás para frente)? (b) e quantas têm um determinado caracter ao menos um vez? Justifique suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

8. **(1,0 ponto)** (a) Quantas relações diferentes existem sobre o conjunto $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 81\}$? (b) Desse total, quantas são reflexivas? Justifique suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

9. **(1,0 ponto)** Dados os conjuntos de pares ordenados abaixo sobre o conjunto $S = \{0,1,2,4,6\}$, determine: a) quais formam relações reflexivas sobre S ; b) quais formam relações simétricas sobre S ; c) quais formam relações anti-simétricas sobre S ; d) e quais formam relações transitivas sobre S .

a. $\rho = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (4, 4), (6, 6), (0, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 6)\}$

b. $\rho = \{(0, 1), (1, 0), (2, 4), (4, 2), (4, 6), (6, 4)\}$

c. $\rho = \{(0, 1), (1, 2), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (1, 0), (0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$

d. $\rho = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (4, 4), (6, 6), (4, 6), (6, 4)\}$

Boa Sorte!