UFMA-Universidade Federal do Maranhão
CCET-Departamento de Matemática
Curso: Ciência da Computação

Cálculo Diferencial e Integral I — Professor: **Wellington**

3ª Prova

1. Encontre a aproximação linear da função $f(x) = \sqrt{4+x}$ em $p = 0$. Use a aproximação linear encontrada para aproximar o número $\sqrt{4{,}02}$.

2. Encontre a diferencial das funções.
   (a) $f(x) = x^4 - 2$
   (b) $f(x) = tgx$

3. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento, os pontos de máximo e mínimo local e esboce o gráfico da função
$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$$

4. Determine os intervalos de concavidade para cima e concavidade para baixo e os pontos de inflexão da função
$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 6$$

5. Calcule as integrais indefinidas.
   (a) $\int (4x^3 - 3x^2 + 6x - 1)dx$
   (b) $\int \frac{x^2 - x + 1}{x}dx$

6. Use as técnicas de integração para calcular as integrais indefinidas.
   (a) $\int xe^x dx$
   (b) $\int 2xe^{x^2+1}dx$
   (c) $\int sen^4 x cos^3 x dx$
   (d) $\int \frac{x+3}{x^2 - x - 2}dx$

Boa Prova!

CÁLCULO 1 – 300421 $f(x) \approx \underbrace{f(p) + f'(p)(x-p)}_{\text{Linearização}}$

Resolução da prova 03

$f(x) = \sqrt{4+x}$

1) $f(x) = \sqrt{4+x}$, $p=0$

Aproximação linear

$f(x) \approx f(0) + f'(0)(x-0)$

$f(0) = \sqrt{4} = 2$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{4+x}} \Rightarrow f'(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{4}} = \dfrac{1}{4}$

2) (a) $f(x) = x^4 - 2$

$dy = 4x^3 dx$

b) $f(x) = tg\, x$

$dy = sec^2 x\, dx$

$-8 + 12 + 4 = 8$

3) $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$

$\boxed{f'(x) = -3x^2 + 6x}$

Pontos críticos

$f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 6x = 0 \quad :(-3) \Rightarrow x^2 - 2x = 0$

$$f(x) \approx 2 + \frac{1}{4} \cdot x \Rightarrow f(x) \approx 2 + \frac{x}{4}$$

$$\sqrt{4{,}02} = \sqrt{4 + \underbrace{0{,}02}_{x}} \approx 2 + \frac{0{,}02}{4} = \underline{2{,}005}$$

N $x(x-2)=0 \Rightarrow x=0$ ou $x-2=0 \Rightarrow x=2$

estudo do sinal de f'

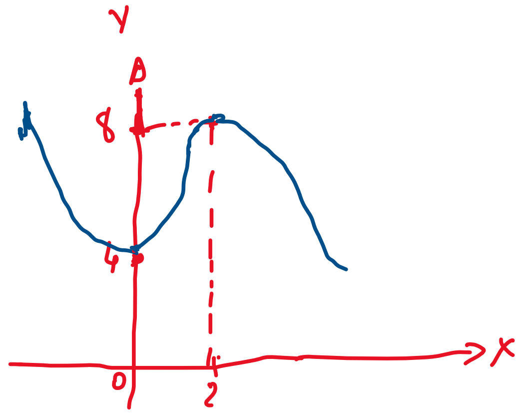
	m/a		c/a		m/a
f'	$- -$	0	$+ + +$	2	$- -$
		pml		PML	

$x=0$ é ponto de mínimo local

$x=2$ é ponto de máximo local

f é crescente em $[0,2]$

f é decrescente em $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$



$f(0) = 4$

$f(2) = 8$

Esboço do gráfico

4) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 6$

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

$f''(x) = 6x - 18$

Estudo do sinal de f''

$6x - 18 = 0$

$6x = 18$

$x = 3$

$$\begin{array}{ccc} - \; - & & + \; + \\ \hline & 3 & \end{array}$$

Ponto de inflexão de f.

f tem cpc em $]3, +\infty[$

f tem cpb em $]-\infty, 3]$

U 5) (a) $\int (4x^3 - 3x^2 + 6x - 1)\,dx = x^4 - x^3 + 3x^2 - x + c$

b) $\int \frac{x^2 - x + 1}{x}\,dx = \int \left(\frac{x^2}{x} - \frac{x}{x} + \frac{1}{x}\right)dx = \int \left(x - 1 + \frac{1}{x}\right)dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + \ln|x| + C$

6) (a) $\int x e^x\,dx = x e^x - \int e^x\,dx = x e^x - e^x + C$

<u>IPP</u>

$u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$

b) $\int 2x\, e^{x^2+1}\, dx = \int e^u\, du = e^u + c = e^{x^2+1} + c$

$x^2+1 = u$

$2x\,dx = du$

c) $\int sen^4 x \cos^3 x\, dx = \int sen^4 x \cos^2 x \cos x\, dx$

$= \int sen^4 x\,(1 - sen^2 x) \cos x\, dx = \int u^4 (1 - u^2)\, du$

$= \int (u^4 - u^6)\, du = \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c$

$sen\, x = u$

$\cos x\, dx = du$

$= \frac{sen^5 x}{5} - \frac{sen^7 x}{7} + c$

E

d) $\int \frac{x+3}{x^2 - x - 2}\, dx = \int \frac{x+3}{(x-2)(x+1)}\, dx$

As frações parciais do integrando são:

$$\frac{x+3}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} = \frac{(x+1)A + (x-2)B}{(x-2)(x+1)}$$

$$\frac{A}{x+a} \qquad \frac{A + Bx}{ax^2 + bx + c}$$

Devemos ter:

$$(x+1)A + (x-2)B = \underbrace{x+3}$$

Fazendo:

a) $x = 2$, temos: $3A = 5 \Rightarrow A = \frac{5}{3}$

b) $x = -1$, temos: $-3B = 2(-1) \Rightarrow 3B = -2 \Rightarrow B = -\frac{2}{3}$

Assim,

$$\frac{x+3}{(x-2)(x+1)} = \frac{\frac{5}{3}}{x-2} - \frac{\frac{2}{3}}{x+1} \qquad e$$

$$\int \frac{x+3}{(x-2)(x+1)}\,dx = \int\left(\frac{\frac{5}{3}}{x-2} - \frac{\frac{2}{3}}{x+1}\right)dx = \frac{5}{3}\ln|x-2| - \frac{2}{3}\ln|x+1| + C$$

j