

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
 CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
 PROFESSOR: ÍTALO AUGUSTO OLIVEIRA DE ALBUQUERQUE
 DISCIPLINA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III
 ALUNX:

2ª Avaliação de Aprendizagem

1. Considere a função $F(x, y, z) = \frac{x - y}{x^2 + y^2} + \frac{1}{z}$ e a hélice circular

$$C : \gamma(t) = (5 \cos 2t, 5 \sin 2t, 3t), t \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right].$$

Encontre a massa total do arame que tem o formato em C e cuja densidade em cada ponto é dada por $F(x, y, z)$.

2. Considere as curvas C_1 dada pela equação $y = x$ e C_2 pela equação $x^2 + y^2 = 11$. Sejam P_1 a intersecção de C_1 e C_2 no primeiro quadrante, P_2 a intersecção no terceiro quadrante e P uma partícula que percorre de P_1 à P_2 pela curva C_1 e que retorna novamente a P_1 pela curva C_2 . Faça a ilustração da figura, dê uma orientação da curva e calcule o trabalho realizado pela partícula ao longo desse trajeto sabendo que a força aplicada em cada ponto é dada por

$$F(x, y) = (xy, x^2 + y^2).$$

3. Seja L o losango formado pelas quatro retas abaixo:

$$r_1 : y = -x + 8, \quad r_2 : x + 8, \quad r_3 : -x - 8, \quad r_4 : x - 8.$$

Considere também a elipse $E : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ e $F : \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F = (F_1, F_2)$ tal que

$$\int_E F ds = 18\sqrt{2}\pi \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_2}{\partial x} = \frac{\partial F_1}{\partial y} + 9.$$

Faça o esboço da região de integração e utilize o Teorema de Green para encontrar $\int_L F ds$.

4. Considere o campo abaixo:

$$F(x, y) = \left(2x \sin xy + x^2 y \cos xy + \frac{1}{x^2 y^2}, x^3 \cos xy + \frac{2}{xy^3} \right).$$

Mostre que F é conservativo, encontre sua função potencial e calcule $\int_C F ds$, onde C é uma curva que liga os pontos $A = (\frac{\pi}{6}, 1)$ à $B = (1, \frac{\pi}{3})$.

5. Deseja-se pintar uma cerca que tem como base a curva

$$C : \sigma(t) = (\sin^2 t, \cos^2 t), \quad t \in [0, \frac{\pi}{3}]$$

E altura em cada ponto dada pela função $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{2}}$, $x, y > 0$. Se o valor para a pintura por m^2 custa p dólares, quanto será gasto para pintar a cerca inteira?

"Não existe satisfação maior do que lutar pela realização dos seus sonhos."

- **Anônimo**

São Luís - 2022