



Coordenadas Retardadas...

Dr. Juan Gonzalo Barajas Ramírez
División de Control y Sistemas Dinámicos
IPICT

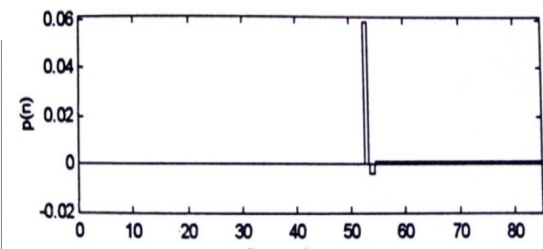
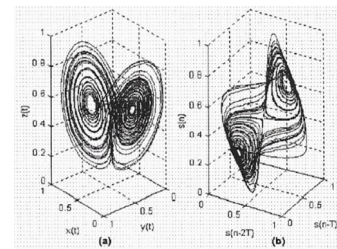
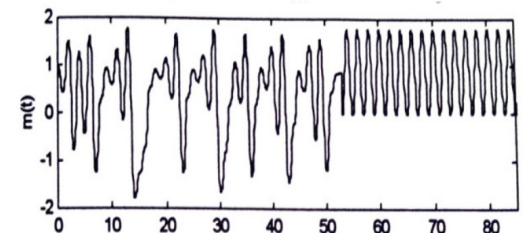
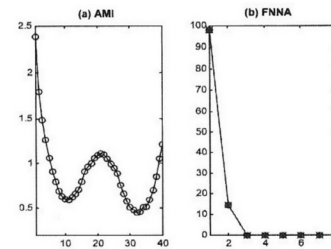
7 de julio de 2025
 15:30-16:30hrs



IPICT
 INSTITUTO POTOSINO DE
 INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA
 Y TECNOLÓGICA, A.C.



**DIVISIÓN DE
 CONTROL Y SISTEMAS
 DINÁMICOS**



Plan de vuelo.

I. Introducción

II. Análisis de series de tiempo

III. OGY control

IV. Comentarios finales

I. Introducción

A. ¿Qué es caos?

*Un cambio a la visión del universo...

determinista e impredecible a largo plazo

*Un comportamiento dinámico... de un flujo... con las características:

- 1. Sensibilidad Extrema A Condiciones Iniciales**
- 2. Densidad De Orbitas Periódicas**
- 3. Transitividad Entre Orbitas**

Sistemas caóticos desde sus medidas y mediciones

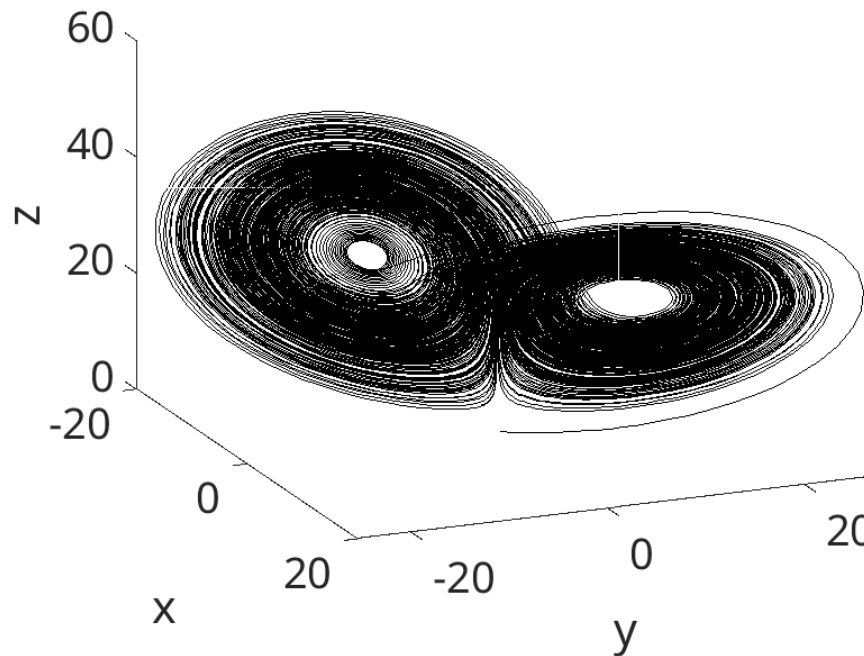
* La primera vez que vemos una señal caótica...

I. Introducción

B. Un sistema caótico... Lorenz

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1(x_1(t) - x_2(t)) \\ (p_2 - x_3(t))x_1(t) - x_2(t) \\ x_1(t)x_2(t) - p_3x_3(t) \end{bmatrix}$$

Which is chaotic for the parameter values $p_1 = 10$,
 $p_2 = 28$, $p_3 = \frac{8}{3}$.



I. Introducción

C. Circuito caótico Lorenz

Para evitar la saturación de los amplificadores se escalaron las ecuaciones con un factor de 10, de tal forma que las ecuaciones implementadas fueron:

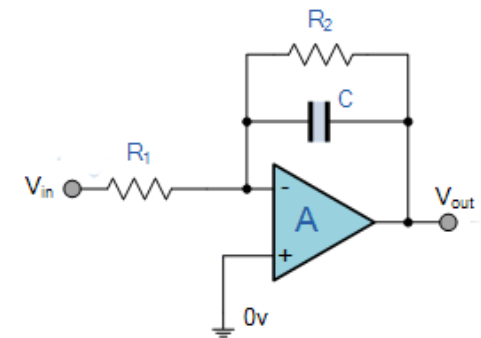
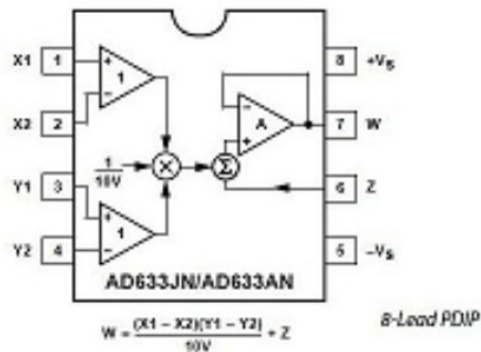
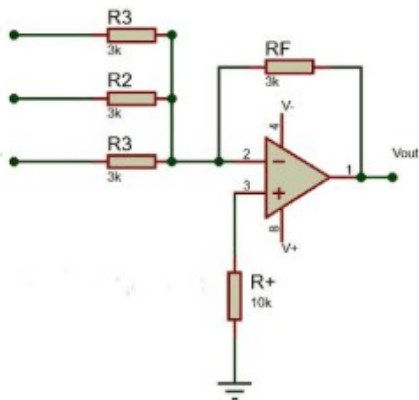
$$\begin{aligned}x &= \int_0^t \dot{x} = -\sigma \int_0^t (x - y) d\tau, \\y &= \int_0^t \dot{y} = -\left[10 \int_0^t x\left(z - \frac{\rho}{10}\right) d\tau + \int_0^t y d\tau\right], \\z &= \int_0^t \dot{z} = -\left[10 \int_0^t y(-x) d\tau + \beta \int_0^t z d\tau\right].\end{aligned}$$

En el diseño del circuito se fijaron los parámetros σ y β en 10 y 8/3 respectivamente,

I. Introducción

D. Circuito electrónico Lorenz

$$\begin{aligned}x &= \int_0^t \dot{x} = -\sigma \int_0^t (x - y) d\tau, \\y &= \int_0^t \dot{y} = -\left[10 \int_0^t x\left(z - \frac{\rho}{10}\right) d\tau + \int_0^t y d\tau\right], \\z &= \int_0^t \dot{z} = -\left[10 \int_0^t y(-x) d\tau + \beta \int_0^t z d\tau\right].\end{aligned}$$



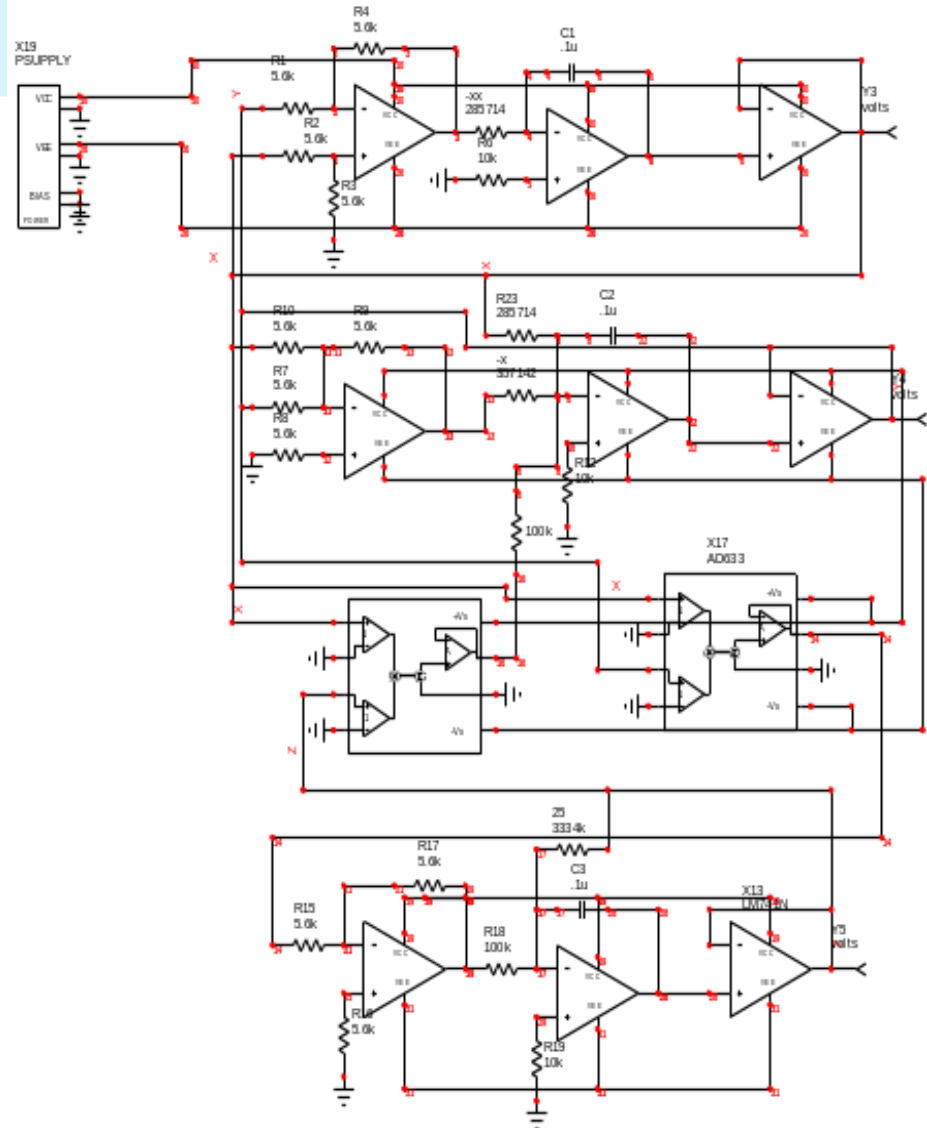
8-Lead PDIP Pin Function Descriptions

Pin No.	Mnemonic	Description
1	X1	X Multiplicand Noninverting Input
2	X2	X Multiplicand Inverting Input
3	Y1	Y Multiplicand Noninverting Input
4	Y2	Y Multiplicand Inverting Input
5	-Vs	Negative Supply Rail
6	Z	Summing Input
7	W	Product Output
8	+Vs	Positive Supply Rail

I. Introducción

D. Circuito electrónico Lorenz

$$\begin{aligned}x &= \int_0^t \dot{x} = -\sigma \int_0^t (x - y) d\tau, \\y &= \int_0^t \dot{y} = -\left[10 \int_0^t x\left(z - \frac{\rho}{10}\right) d\tau + \int_0^t y d\tau\right], \\z &= \int_0^t \dot{z} = -\left[10 \int_0^t y(-x) d\tau + \beta \int_0^t z d\tau\right].\end{aligned}$$

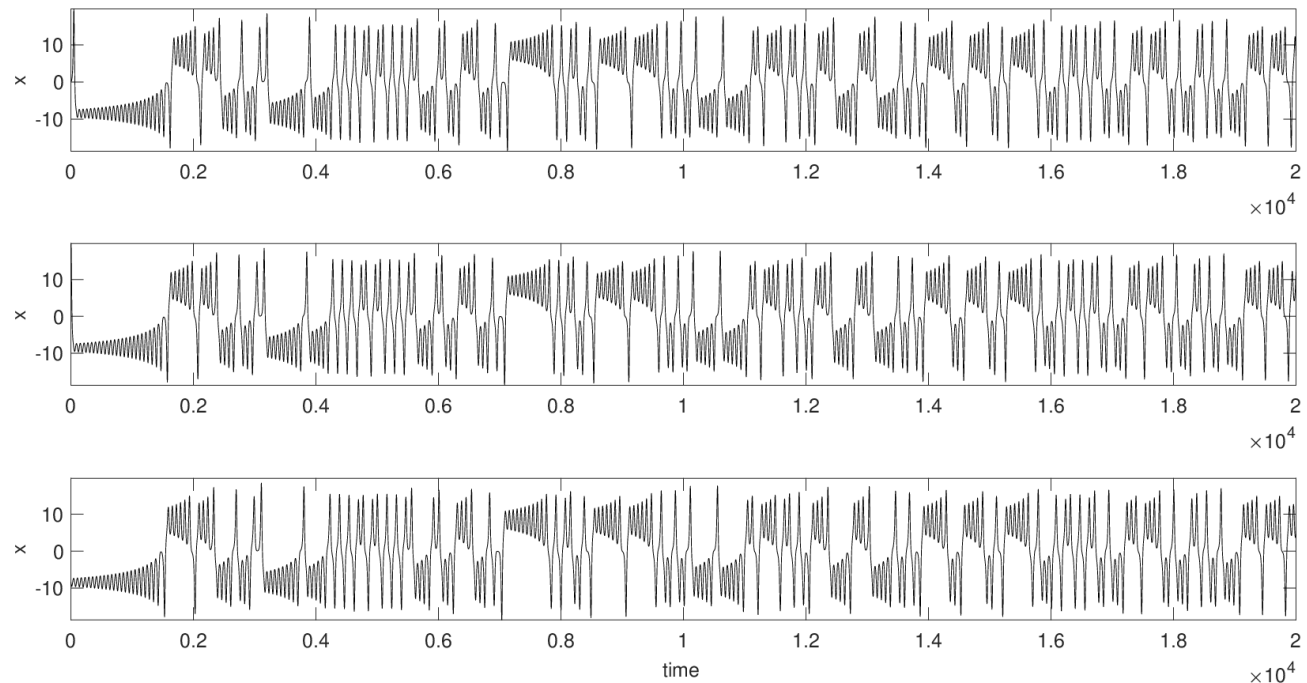


I. Introducción

E. Mediciones del circuito electrónico Lorenz

$$\begin{aligned}x &= \int_0^t \dot{x} = -\sigma \int_0^t (x - y) d\tau, \\y &= \int_0^t \dot{y} = -\left[10 \int_0^t x\left(z - \frac{\rho}{10}\right) d\tau + \int_0^t y d\tau\right], \\z &= \int_0^t \dot{z} = -\left[10 \int_0^t y(-x) d\tau + \beta \int_0^t z d\tau\right].\end{aligned}$$

Serie de Tiempo -caótica-



Plan de vuelo.

I. Introducción

II. Análisis de series de tiempo

III. OGY control

IV. Comentarios finales

II. Análisis de Series de Tiempo

A. Ciencia, técnica y arte...

Time	<u>X_1(t)</u>	<u>X_2(t)</u>	<u>X_3(t)</u>
0	0.1	0.3	0.4
0.01	0.1203	0.3273	0.3898
0.02	0.1415	0.36	0.38
0.03	0.1641	0.3984	0.3706
0.04	0.1885	0.4428	0.3616
0.05	0.2151	0.4939	0.353
0.06	0.2444	0.5521	0.3449
0.07	0.2768	0.6183	0.3373
0.08	0.3129	0.6932	0.3303
0.09	0.3531	0.7779	0.3241
0.1	0.3981	0.8735	0.3186
0.11	0.4484	0.9813	0.3141
0.12	0.5049	1.1027	0.3107
0.13	0.5683	1.2395	0.3087
0.14	0.6394	1.3933	0.3084
0.15	0.7194	1.5665	0.3102
0.16	0.8092	1.7612	0.3146
0.17	0.9102	1.9803	0.3222
0.18	1.0237	2.2265	0.3338
0.19	1.1513	2.5034	0.3504
0.2	1.2948	2.8144	0.3732
0.21	1.456	3.1639	0.4039

Considérese una serie de tiempo obtenida de la medición, a intervalos constantes de tiempo τ_s , de una variable característica de un sistema,

$$\{s(t_0 + k\tau_s)\}_{k=0}^N,$$

y denótese

$$s(n) \stackrel{\text{def}}{=} s(t_0 + n\tau_s), \quad n = 0, 1, \dots, N.$$

Los estados del circuito de Lorenz se muestrean cada 0.01 segundos

Suponga que solo tiene acceso a una señal escalar por ejemplo $x_1(t)$

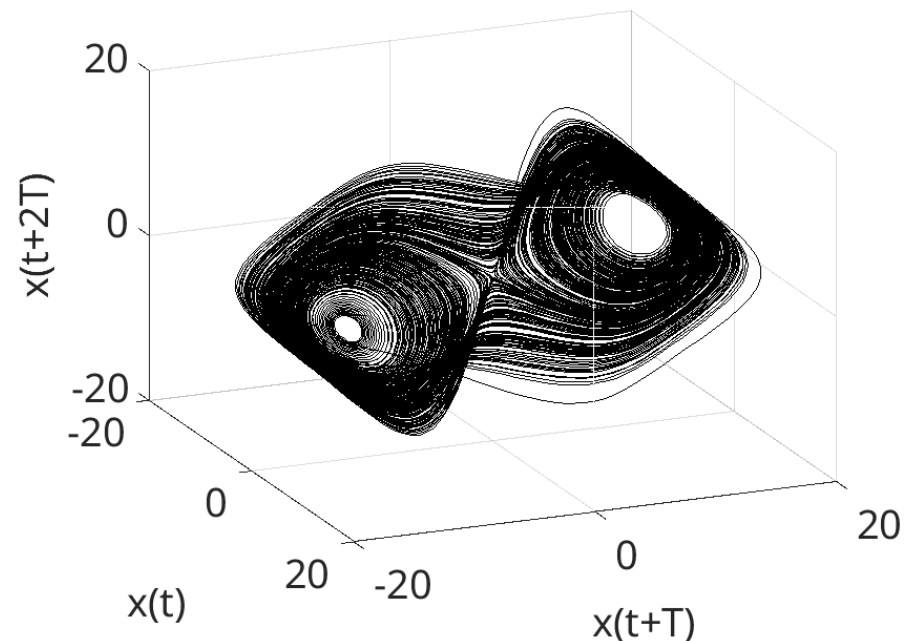
¿Podemos reconstruir toda la dinámica del sistema original?

II. Análisis de Series de Tiempo

B. Coordenadas Retardadas -Atractor Reconstruido-

Time	<u>X_1(t)</u>	<u>X_2(t)</u>	<u>X_3(t)</u>
0	0.1	0.3	0.4
0.01	0.1203	0.3273	0.3898
0.02	0.1415	0.36	0.38
0.03	0.1641	0.3984	0.3706
0.04	0.1885	0.4428	0.3616
0.05	0.2151	0.4939	0.353
0.06	0.2444	0.5521	0.3449
0.07	0.2768	0.6183	0.3373
0.08	0.3129	0.6932	0.3303
0.09	0.3531	0.7779	0.3241
0.1	0.3981	0.8735	0.3186
0.11	0.4484	0.9813	0.3141
0.12	0.5049	1.1027	0.3107
0.13	0.5683	1.2395	0.3087
0.14	0.6394	1.3933	0.3084
0.15	0.7194	1.5665	0.3102
0.16	0.8092	1.7612	0.3146
0.17	0.9102	1.9803	0.3222
0.18	1.0237	2.2265	0.3338
0.19	1.1513	2.5034	0.3504
0.2	1.2948	2.8144	0.3732
0.21	1.456	3.1639	0.4039

$$y(n) = [s(n), s(n - T), s(n - 2T), \dots, s(n - (d - 1)T)],$$



¿Cómo saber?
retraso en el tiempo y número de dimensiones

II. Análisis de Series de Tiempo

C.1 -Average Mutial Information- *(AMI)

Time	x1(t)	x1(t+T)	T=10 x1(t+2T)	x1(t+3T)	x1(t+4T)
398.09	-9.3909	-3.5906	-1.4485	-1.285	-2.1958
398.1	-8.6747	-3.2296	-1.3708	-1.3293	-2.3544
398.11	-7.9718	-2.9077	-1.3098	-1.3832	-2.5288
398.12	-7.2918	-2.6225	-1.264	-1.4468	-2.7204
398.13	-6.6423	-2.3716	-1.2323	-1.5203	-2.9306
398.14	-6.0289	-2.1525	-1.2134	-1.604	-3.1609
398.15	-5.4555	-1.9626	-1.2064	-1.6984	-3.413
398.16	-4.9245	-1.7996	-1.2106	-1.804	-3.6886
398.17	-4.4368	-1.661	-1.2254	-1.9216	-3.9896
398.18	-3.9924	-1.5446	-1.2503	-2.0519	-4.3179
398.19	-3.5906	-1.4485	-1.285	-2.1958	-4.6755
398.2	-3.2296	-1.3708	-1.3293	-2.3544	-5.0644
398.21	-2.9077	-1.3098	-1.3832	-2.5288	-5.4864
398.22	-2.6225	-1.264	-1.4468	-2.7204	-5.9431
398.23	-2.3716	-1.2323	-1.5203	-2.9306	-6.4361
398.24	-2.1525	-1.2134	-1.604	-3.1609	-6.9663
398.25	-1.9626	-1.2064	-1.6984	-3.413	-7.5339
398.26	-1.7996	-1.2106	-1.804	-3.6886	-8.1385
398.27	-1.661	-1.2254	-1.9216	-3.9896	-8.7783
398.28	-1.5446	-1.2503	-2.0519	-4.3179	-9.4501
398.29	-1.4485	-1.285	-2.1958	-4.6755	-10.1489
398.3	-1.3708	-1.3293	-2.3544	-5.0644	-10.8675
398.31	-1.3098	-1.3832	-2.5288	-5.4864	-11.5961
398.32	-1.264	-1.4468	-2.7204	-5.9431	-12.3221

$$AMI_{AB} = \sum_{a_i, b_j} P_{AB}(a_i, b_j) \log_2 \left[\frac{P_{AB}(a_i, b_j)}{P_A(a_i) P_B(b_j)} \right]$$

-Para cada retardo busco el primer mínimo--

$$AMI(T) = \sum_{s(n), s(n-T)} P(s(n), s(n-T)) P_m,$$

$$P_m = \log_2 \frac{P(s(n), s(n-T))}{P(s(n)) P(s(n-T))},$$

-Para calcular AMI(T) usar MATLAB --
Referencia:

Calculation of Average Mutual Information (AMI) and False-Nearest Neighbors (FNN) for the Estimation of Embedding Parameters of Multidimensional Time Series in Matlab

Sebastian Wallot, Dan Mønster

Front. Psychol., 09 September 2018
Sec. Quantitative Psychology and Measurement
Volume 9 - 2018 | <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01679>

II. Análisis de Series de Tiempo

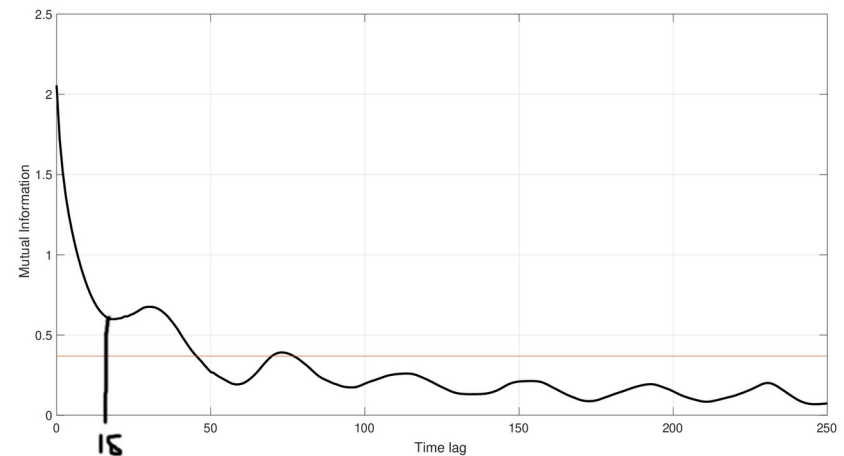
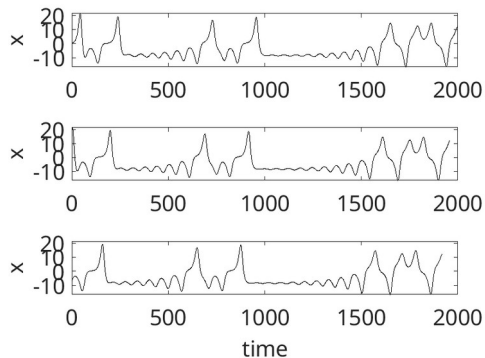
C.1 -Average Mutial Information- *(AMI) Matlab

-Para cada retardo busco el primer mínimo--

$$AMI(T) = \sum_{s(n), s(n-T)} P(s(n), s(n-T)) P_m,$$
$$P_m = \log_2 \frac{P(s(n), s(n-T))}{P(s(n)) P(s(n-T))},$$

-Para calcular AMI(T) usar MATLAB --
Referencia:

Wallot and Mønster (2018)
Calculation of Average Mutual Information (AMI)... Front. Psychol., 09



-MATLAB --
Liga GitHub:

github.com/danm0nster/mdembedding

II. Análisis de Series de Tiempo

C.3 -Falsos Vecinos Más Cercanos *(FNNA) Matlab

-Para la dimensión “d” se reconstruyen vectores --

$$y(k) = [s(k), s(k-T), \dots, s(k-(d-1)T)]$$

-Para la dimensión “d-1” se reconstruyen vectores-

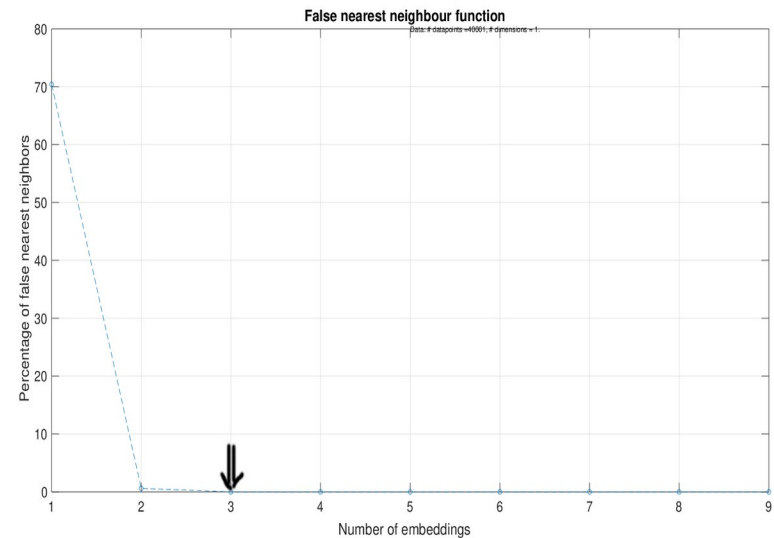
$$y^{NN}(k) = [s^{NN}(k), \dots, s^{NN}(k-(d-1)T)]$$

-Para calcular FNN(d) usar

$$\delta(k, d) = \frac{|s(k-dT) - s^{NN}(k-dT)|}{R_d(k)}$$

$$R_d^2(k) = \sum_{m=1}^d [s(k-(m-1)T) - s^{NN}(k-(m-1)T)]^2$$

$$FNNA(d) = \frac{100 \times \text{Number of false neighbors}}{\text{Total amount of reconstructed vectors}} \%$$



-Para calcular FNNA(d) usar MATLAB --
Referencia:

Wallot and Mønster (2018)
Calculation of Average Mutual Information (AMI)... Front. Psychol., 09

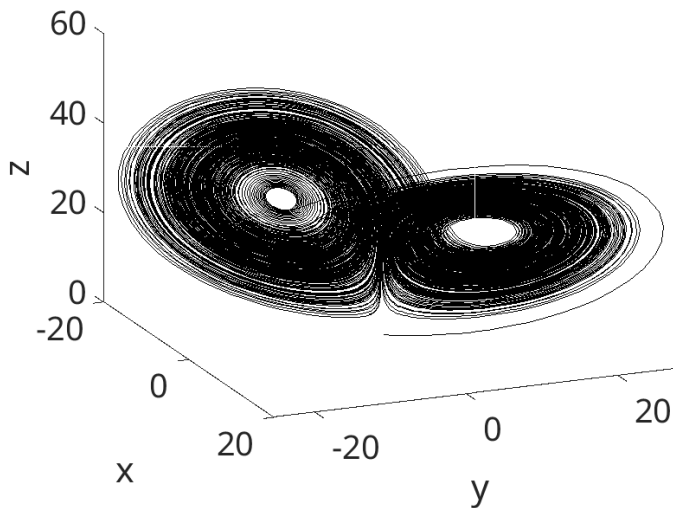
Liga GitHub:

github.com/danm0nster/mdembedding

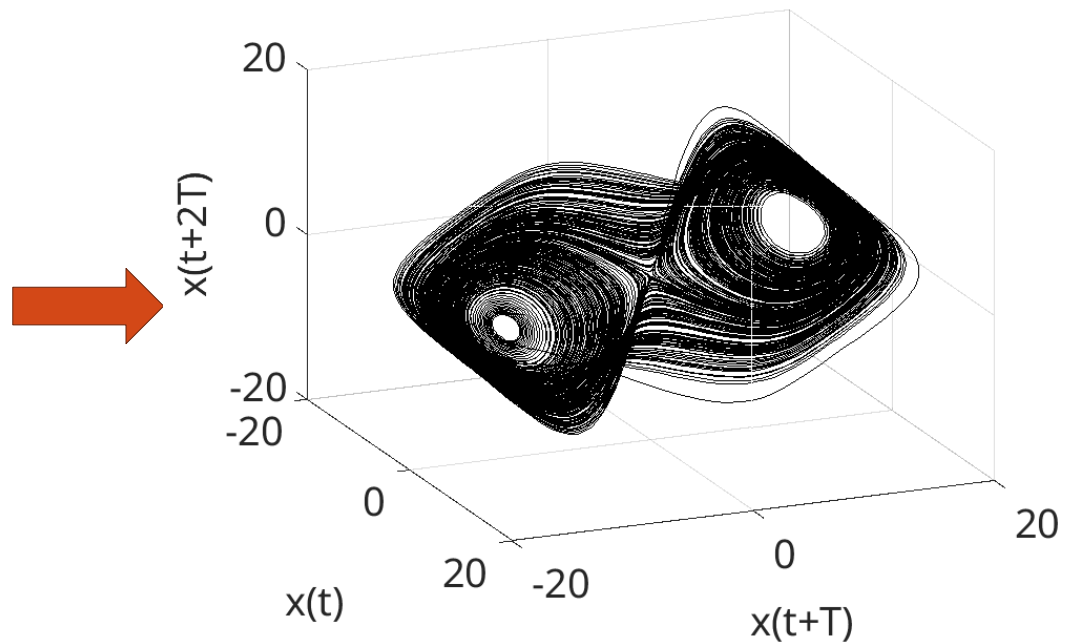
II. Análisis de Series de Tiempo

C.4 -Atractor Reconstruido Circuito Lorenz

-Atractor Original --



-Atractor Reconstruido $T=16$, $d=3$ --



Plan de vuelo.

I. Introducción

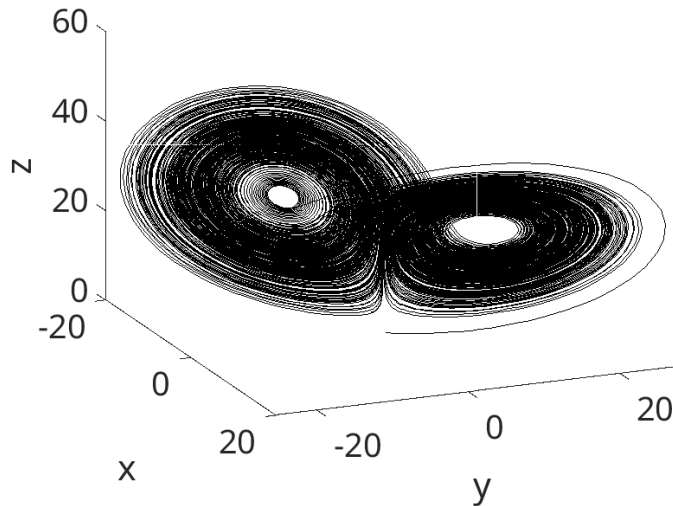
II. Análisis de series de tiempo

III. OGY control

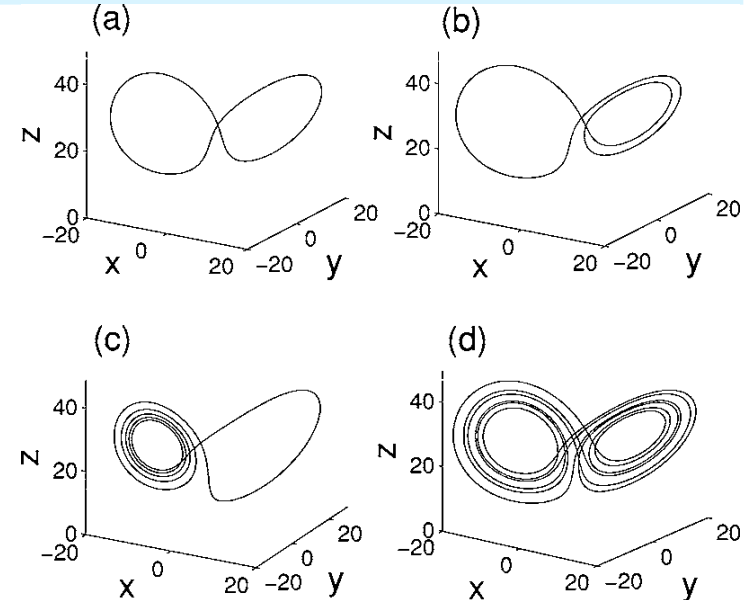
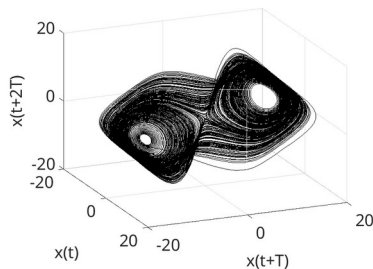
IV. Comentarios finales

III. OGY control

A. -Un atractor caótico *conjunto denso de orbitas periódicas



-Ott Gregorbi Yorke @ 1990
Se puede desde una atractor
Reconstruido $T=16$, $d=3$ --

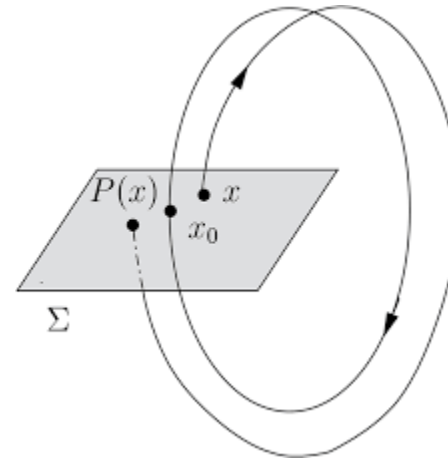
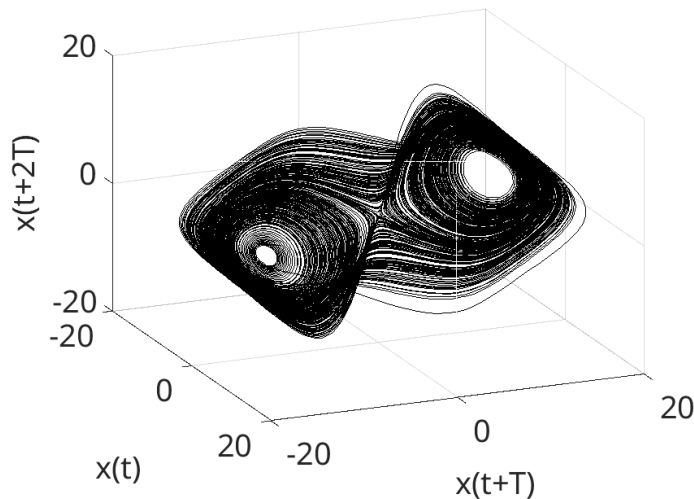


-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor
 2. Un mapeo de Poincaré
 3. Unstable Periodic Orbit (UPO)
 4. Efecto paramétrico
- Supresión de Caos

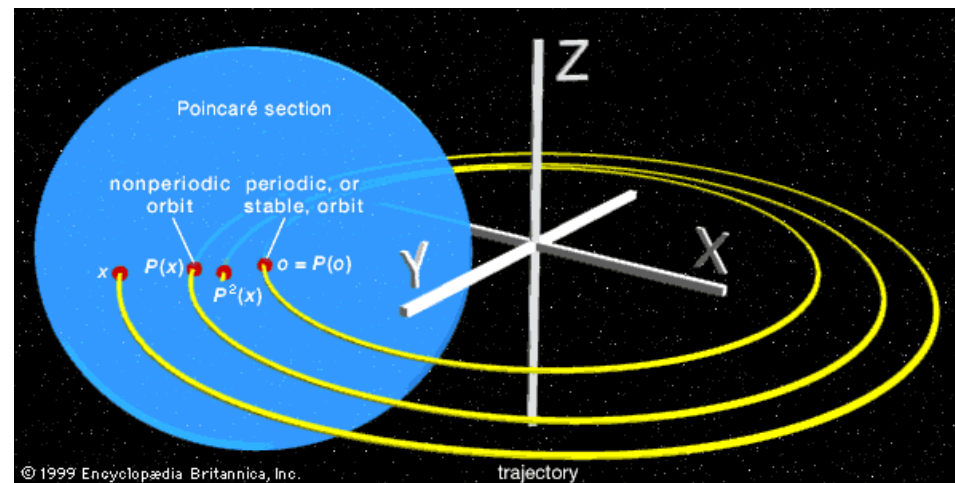
III. OGY control

B. -Un mapeo de Poincaré -Hiperplano transversal al flujo-



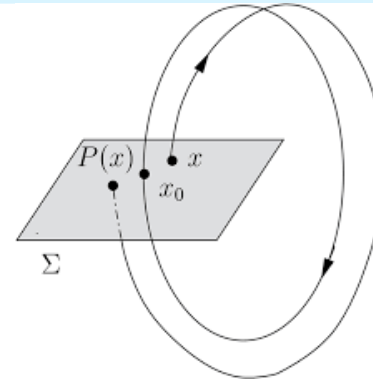
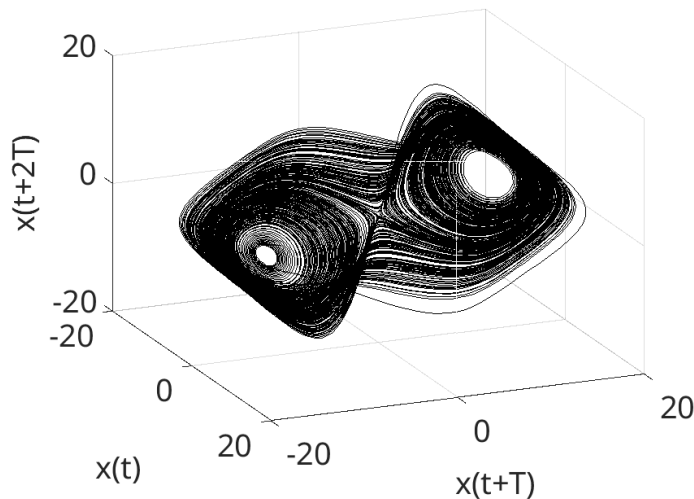
-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
3. Unstable Periodic Orbit(UPO) [----]
4. Efecto paramétrico ----- [----]
Supresión de Caos---[----]



III. OGY control

B. -Un mapeo de Poincaré -Hiperplano transversal al flujo-



-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
3. Unstable Periodic Orbit(UPO) [----]
4. Efecto paramétrico ----- [----]
- Supresión de Caos---[----]

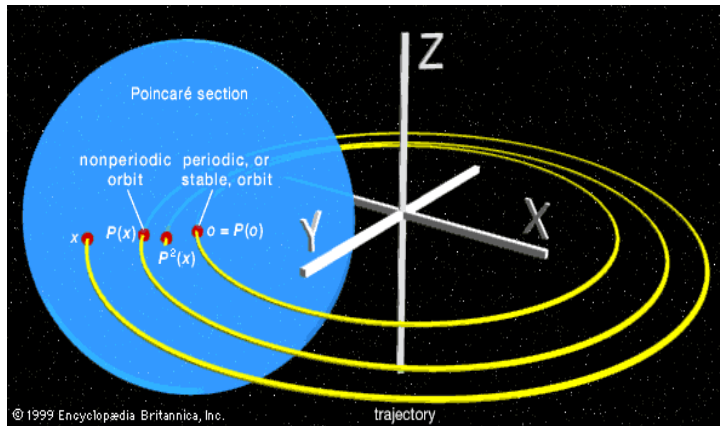
-Encontrar puntos del Mapeo de Poincaré

- a. Colocamos el hiperplano transversal ($X_m=[10,0,0]'$ además [vector normal])
- b. Si la distancia al plano pasa de + a -
- c. Se interpolan los puntos del Mapeo de Poincaré.
 $P(x)=\{xp_1, xp_2, xp_3, \dots\}$ de dimensión 2.

Mathematics 2025, 13, 1818, doi.org/10.3390/math13111818
Liga GitHub: github.com/luisjavierontanonParallelBifurcationDynamicalSystem

III. OGY control

C. -Escoger un UPO X^* donde estabilizar el sistema



-De los puntos del Mapeo de Poincaré.
 $P(x) = \{xp1, xp2, xp3, \dots\}$



1. Un punto fijo del Mapeo de Poincaré es una órbita periódica

2. Identificar UPO

a- de primer periodo
(en un radio -Epsilon-

*Un punto de Poincaré
regresa al siguiente)

b- de segundo periodo
(en un radio -Epsilon-

*Un punto de Poincaré
regresa al segundo punto
pero no el primero)

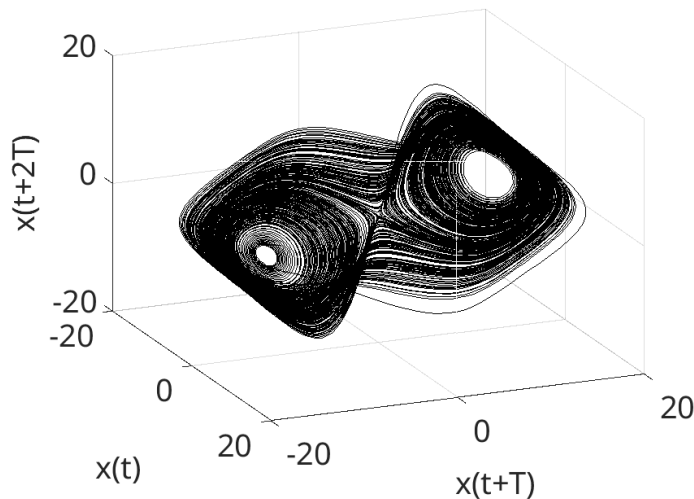
-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
3. Unstable Periodic Orbit(UPO) [----]
4. Efecto paramétrico ----- [----]
Supresión de Caos---[----]

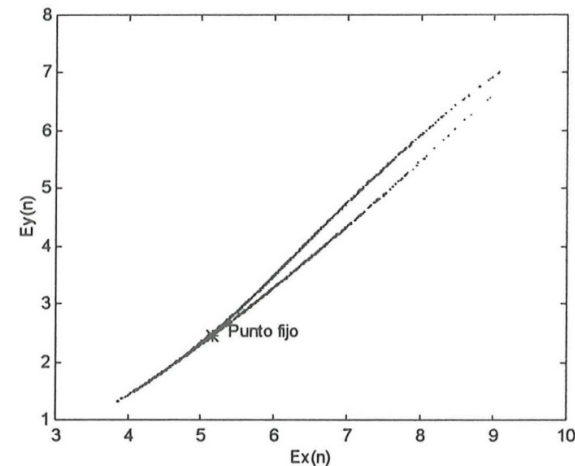
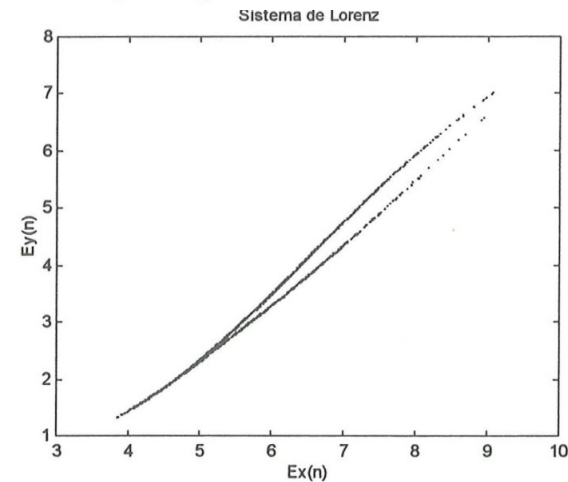
3. Se escoge X^* como equilibrio a estabilizar el punto que más puntos cumplen en su vecindad

III. OGY control

C. -Escoger un UPO X^* donde estabilizar el sistema (Parte 2)



normal $h = [1, 0, 0]$ y el punto $x_\Sigma = [10.75, 0, 0]$.

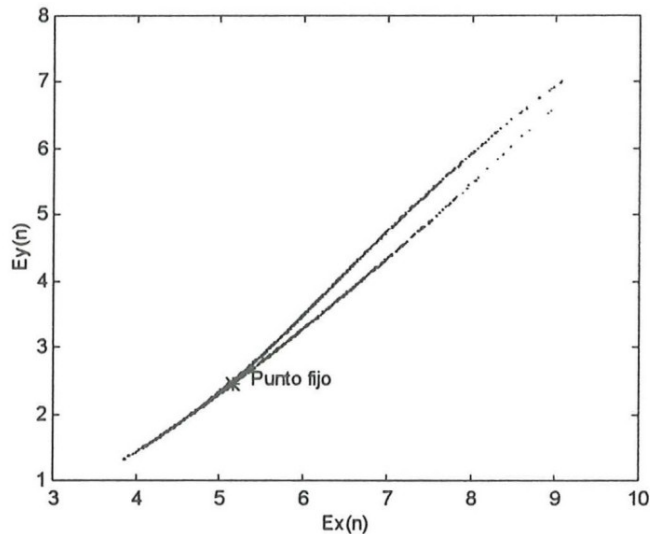


-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
 2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
 3. Unstable Periodic Orbit(UPO)[OK]
 4. Efecto paramétrico -----[OK]
- Supresión de Caos--[----]

III. OGY control

D. -Identificar un mapa 'local' + 'lineal' alrededor de X^*



-Aproximar el mapeo como:

$$X(n+1) = A X(n) + b U(n)$$

Usamos mínimos cuadrados alrededor X^*

El UPO $\begin{pmatrix} 5.1580 \\ 2.4489 \end{pmatrix}$

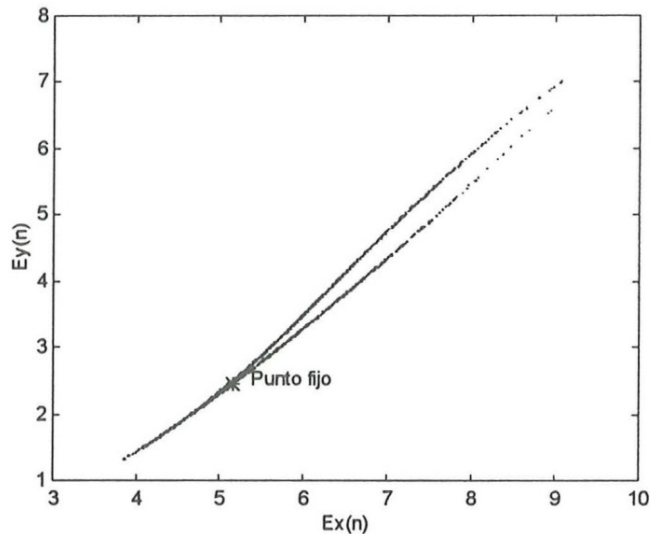
$$A = \begin{pmatrix} 5.3746 & -0.7094 \\ 5.1703 & -0.6816 \end{pmatrix} \text{ y } b = \begin{pmatrix} 1.5 \times 10^{-14} \\ 1.0 \times 10^{-13} \end{pmatrix}$$

-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
 2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
 3. Unstable Periodic Orbit(UPO)[OK]
 4. Efecto paramétrico -----[OK]
- Supresión de Caos-- [----]

III. OGY control

D. -Identificar un mapa 'local' + 'lineal' alrededor de X^*



-Aproximar el mapeo como:

$$X(n+1) = A X(n) + b U(n)$$

Usamos mínimos cuadrados alrededor X^*

El UPO $\begin{pmatrix} 5.1580 \\ 2.4489 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 5.3746 & -0.7094 \\ 5.1703 & -0.6816 \end{pmatrix} \text{ y } b = \begin{pmatrix} 1.5 \times 10^{-14} \\ 1.0 \times 10^{-13} \end{pmatrix}$$

-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
 2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
 3. Unstable Periodic Orbit(UPO)[OK]
 4. Efecto paramétrico -----[OK]
- Supresión de Caos-- [----]

-Este mapa es inestable:

$$X(n+1) = A X(n) + b U(n)$$

*Diseña el cambio paramétrico $\Delta U(n)$
tal que se vuelva estable...

III. OGY control

D. -Identificar un mapa 'local' + 'lineal' alrededor de X^*

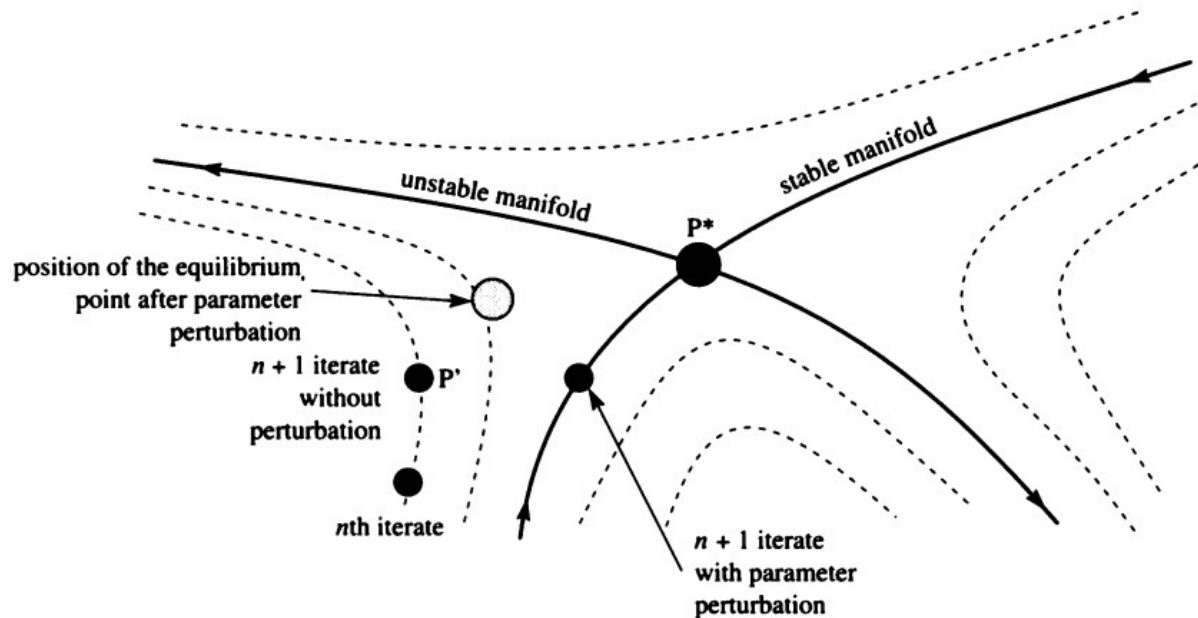
-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
3. Unstable Periodic Orbit(UPO)[OK]
4. Efecto paramétrico -----[OK]
Supresión de Caos-- [----]

-Este mapa es inestable:

$$X(n+1) = A X(n) + b U(n)$$

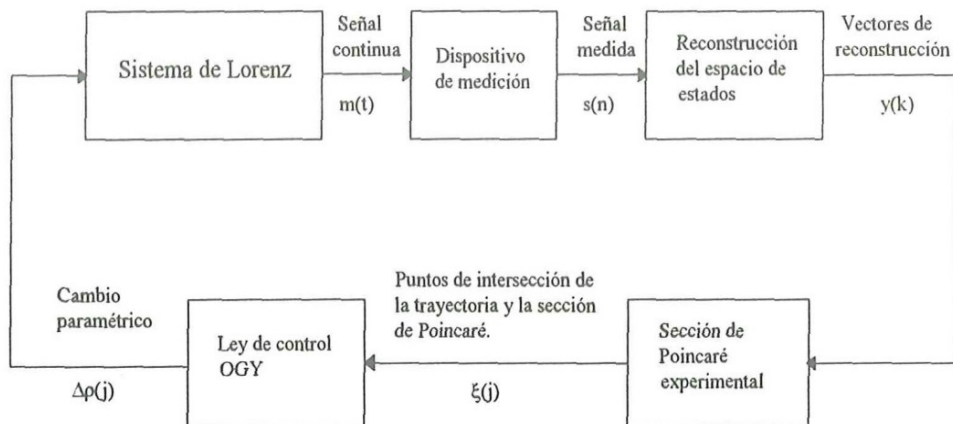
*Diseña el cambio paramétrico
 $\Delta U(n)$ tal que se vuelva estable...



III. OGY control

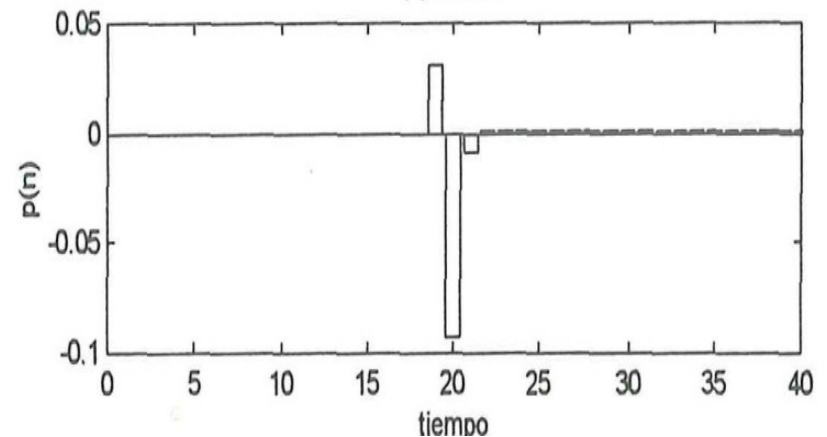
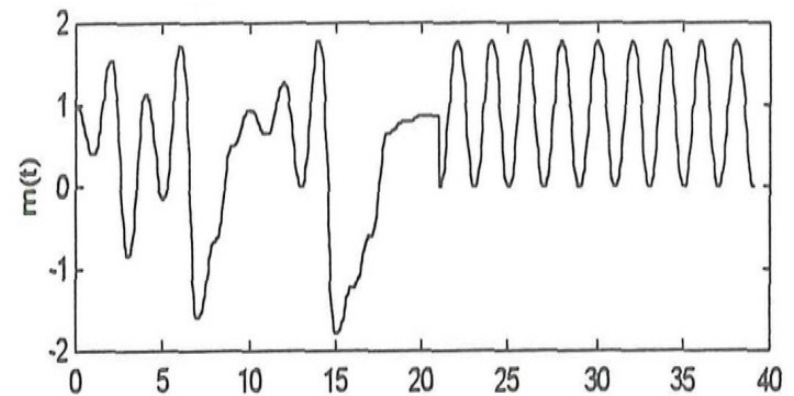
E. -Acción de control X^*

Diagrama a bloques de la implementación del control OGY, a partir de un mapeo de Poincaré obtenido del espacio reconstruido.



-Como podemos hacerlo:

1. Reconstruir atractor ----- [OK]
 2. Un mapeo de Poincaré ----- [OK]
 3. Unstable Periodic Orbit(UPO)[OK]
 4. Efecto paramétrico -----[OK]
- Supresión de Caos--[OK]



V. Comentarios finales

A partir una serie de tiempo podemos:

1. Reconstruir atractor (T,d)

2. Con esta reconstrucción

- * Mapeo de Poincaré**

- * Aproximación del Mapeo**

3. Supresión de Caos

(Estabilizando un punto fijo-orbita periódica)

Muchas Gracias Por Su Atención

¿Preguntas?

Gonzalo Barajas

Email: jgbarajas@ipicyt.edu.mx

Teléfono: (444) 834 20 00x 7222