Correção das Atividades da Aula 03

Atividade 3) Dada a função $f(x) = x^2 + 1$

a) Determine a taxa de variação média de y em relação ao x no intervalo $[2, 3]$.

b) Determine a taxa de variação instantânea de y em relação ao x no ponto $P(2, 5)$.

a) $TVM = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{10-5}{1} = 5$

b) $TVI = \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

$$TVI = 4$$

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Atividade 4) Suponha que uma partícula tenha sua posição em função do tempo representada pela função $s(t) = -t^2 + 6t + 1$.

a) Encontre a velocidade média da partícula no intervalo [0, 3].

b) Encontre a velocidade instantânea da partícula em $x = 3$.

a) $v_m = TVM = \frac{s(3)-s(0)}{3-0} = \frac{10-1}{3} = 3$

b) $v_i = TVI = \lim_{t \to 3} \frac{s(t)-s(3)}{t-3} = \lim_{t \to 3} \frac{-t^2+6t-9}{t-3}$

$$v_i = \lim_{t \to 3} \frac{-(t-3)(t-3)}{t-3} = 0$$

Atividade 5) Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 40(50 - t^2)$

a) Calcule a taxa de variação média do volume de água no reservatório durante as 4 primeiras horas de escoamento.

b) Calcule a taxa de variação instantânea do volume de água no reservatório após 4 horas de escoamento.

a) $TVM = \frac{V(4)-V(0)}{4-0} = \frac{1360-2000}{4} = -160$ L/h

b) $TVI = \lim_{t\to 4} \frac{V(t)-V(4)}{t-4} = \lim_{t\to 4} \frac{2000-40t^2-1360}{t-4}$

$$TVI = \lim_{t\to 4} \frac{640 - 40t^2}{t-4} = \lim_{t\to 4} \frac{-40(t-4)(t+4)}{t-4}$$

$TVI = -320$ L/h

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Atividade 6) Dada a função $f(x) = x^2 + 2x$, determine:

a) A taxa de variação instantânea da função em $x_0 = 2$.
b) A taxa de variação instantânea da função em $x_0 = 1$.

a) $TVI = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$

$$TVI = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 6$$

b) $TVI = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

$$TVI = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = 4$$

c) Encontre uma fórmula para calcular a taxa de variação instantânea num ponto arbitrário x_0.

$$TVI = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$TVI = \lim_{x \to x_0} \frac{(x^2 + 2x) - ((x_0)^2 + 2(x_0))}{x - x_0}$$

$$TVI = \lim_{x \to x_0} \frac{x^2 - (x_0)^2 + 2x - 2(x_0)}{x - x_0}$$

$$TVI = \lim_{x \to x_0} \frac{(x - x_0)(x + x_0) + 2(x - x_0)}{x - x_0}$$

$$TVI = \lim_{x \to x_0} \frac{(x + x_0) + 2}{1} = 2x_0 + 2$$

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Exercícios do livro – Seção 2.1

Exercícios da p. 141 – 15 ao 18 + 23, 24, 26, 28

24. A figura abaixo mostra o gráfico da pressão p em atmosferas (atm) *versus* o volume V em litros (L) de 1 mol de um gás ideal a uma temperatura constante de 300 K (kelvin). Use as retas tangentes mostradas para estimar a taxa de variação da pressão em relação ao volume nos pontos em que $V = 10$ L e $V = 25$ L.

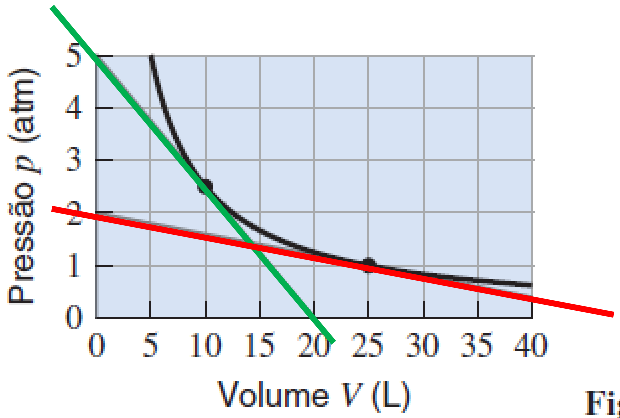

Figura Ex-24

UCS
UNIVERSIDADE
DE CAXIAS DO SUL

Exercícios do livro – Seção 2.1

(aula 03)

TVM (int) fun

TVi (ponto)

24. A figura abaixo mostra o gráfico da pressão p em atmosferas (atm) *versus* o volume V em litros (L) de 1 mol de um gás ideal a uma temperatura constante de 300 K (kelvin). Use as retas tangentes mostradas para estimar a taxa de variação da pressão em relação ao volume nos pontos em que $V = 10$ L e $V = 25$ L.

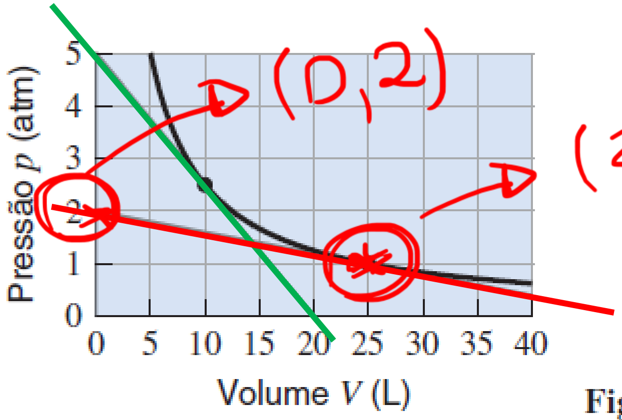

Figura Ex-24

$\ast$ TVi em $V=10$

$TVi = m_{tg}$ em $V=10$

$$TVi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{5}{20} = -\frac{1}{4} = -0{,}25\ \frac{atm}{L}$$

TVi em $V=25$

$$TVi = m_{tg} = \frac{1-2}{25-0} = \frac{-1}{25} = -0{,}04\ \frac{atm}{L}$$

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE
DE CAXIAS DO SUL

26. Suponha que um objeto seja largado do repouso (ou seja, com velocidade inicial nula) desde o alto do Empire State Building, em Nova Iorque, Estados Unidos, de uma altura de 1.250 pés acima do nível da rua (ver Figura Ex-26). A altura do objeto (em pés) pode ser modelada pela função posição $s = f(t) = 1250 - 16t^2$.

(a) Verifique que o objeto ainda está caindo aos $t = 5$ s.

(b) Encontre a velocidade média do objeto no intervalo de $t = 5$ a $t = 6$ s.

(c) Encontre a velocidade instantânea do objeto no instante $t = 5$ s.

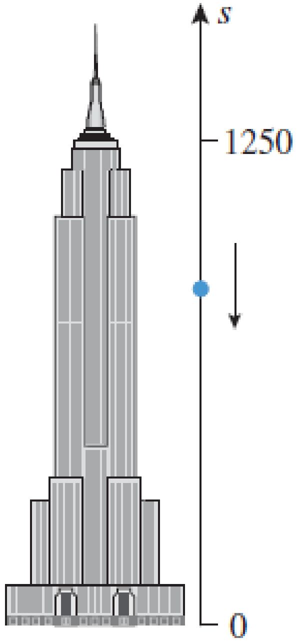

Figura Ex-26

(a) $f(5) = 1250 - 16 \cdot 5^2 = 850$ pés

(b) $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = TVM$

$$v_m = \frac{f(6) - f(5)}{6-5} = \frac{674 - 850}{6-5}$$

$$v_m = -176 \text{ pés/s}$$

(c) $$v_i = TVI = \lim_{t \to 5} \frac{f(t) - f(5)}{t-5}$$

$$v_i = \lim_{t \to 5} \frac{1250 - 16t^2 - 850}{t-5}$$

$$v_i = \lim_{t \to 5} \frac{400 - 16t^2}{t - 5} \quad (*)$$

$$v_i = \lim_{t \to 5} \frac{-16\cancel{(t-5)}(t+5)}{\cancel{(t-5)}}$$

$$v_i = \lim_{t \to 5} -16(t+5)$$

$$v_i = -16(5+5) = -160 \text{ pés/s}$$

$$a(x - x')(x - x'')$$

Raiz

$$400 - 16t^2 = 0$$

$$-16t^2 + 400 = 0$$

$$-16(t^2 - 25) = 0$$

$$t^2 - 25 = 0$$

$$t = \pm 5$$

$$t' = 5$$

$$t'' = -5$$