Ciência da Computação

Lógica para Computação

Prof. Giovanni Ely Rocco (gerocco@ucs.br)

UCS UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Lógica de Predicados

Representação formal de enunciados categóricos que permitem expressar relações com quantificadores.

<u>Todos</u> vírus são acelulares.

<u>Alguns</u> fungos são unicelulares.

<u>Nenhuma</u> bactéria é pluricelular.

Proposições Categóricas

Expressam relações entre <u>classes</u> de objetos.

categorias ou **conjuntos**
com características comuns

Afirmações que o **termo sujeito** (objeto) <u>*relaciona-se parcial ou totalmente*</u> com o **termo predicado** (classe).

Lógica de Predicados

Proposições Categóricas

característica **(A..Z)**
(predicado)

indivíduo **(a..w)**
(sujeito)

Proposições Singulares **Pr**

Afirmação sobre um indivíduo em particular ter ou não uma característica especificada.

Ex: Rocco é professor.

constante individual

função proposicional
(verdadeira ou falsa, cfe constante)

Quantificador Universal

Verdadeira, se e somente se, **todas as instâncias possíveis** forem verdadeiras.

Ex: Todos os professores...

$\forall x\ Px$

$\exists x\ Px$

Quantificador Existencial

Verdadeira, se e somente se, houver, **no mínimo, uma instância** verdadeira.

Ex: Algum professor...

Proposições Categóricas
Enunciado verdadeiro ou falso.

(x,y,z) variável individual

Lógica de Predicados

Proposições Categóricas

Quantificação

Transformação de funções proposicionais em proposições.

Pr

Generalização

Criação de uma proposição usando um quantificador universal ou existencial.

Instanciação

Substituição de uma variável por uma constante individual.

$\forall x\ Px$

$\exists x\ Px$

Instância de Substituição

transforma a função proposicional em proposição, podendo ser verdadeira ou falsa.

Ex: **Px** (x é um país)

Pc: Caxias do Sul é um país. (falsa)

Pr: Reino Unido é um país. (verdadeira)

Lógica de Predicados

Exemplos

Combinando os conceitos categóricos e proposicional:

1. Joanna e Mariana são irmãs ou são muito amigas. $\mathrm{Ijm} \vee \mathrm{Ajm}$
2. Mariana, embora mais nova, é mais alta que Joanna. $\mathrm{Nmj} \wedge \mathrm{Amj}$
3. Se Joanna for competente e dedicada, terá sucesso. $(\mathrm{Cj} \wedge \mathrm{Dj}) \rightarrow \mathrm{Sj}$
4. <u>Toda</u> pessoa que conhece Mariana gosta dela. $\forall \boldsymbol{x}\ (\mathrm{C}x\mathrm{m} \wedge \mathrm{G}x\mathrm{m})$
5. Laura deu <u>alguma</u> coisa para Manuela. $\exists \boldsymbol{x}\ \mathrm{Dl}x\mathrm{m}$
6. Laura deu <u>algum</u> brinquedo para Manuela. $\exists \boldsymbol{x}\ (\mathrm{B}x \wedge \mathrm{Dl}x\mathrm{m})$
7. <u>Algumas</u> pessoas não amam nem a si mesmas. $\exists \boldsymbol{x}\ {\sim}\mathrm{A}xx$
8. <u>Existe</u> alguém que ama <u>todo</u> mundo. $\exists \boldsymbol{x} \forall \boldsymbol{y}\ \mathrm{A}xy$
9. <u>Todo</u> mundo é amado por <u>alguém</u>. $\forall \boldsymbol{x} \exists \boldsymbol{y}\ \mathrm{A}xy$
10. Se Júlia ama a si própria então ela ama <u>alguém</u>. $\mathrm{Ajj} \rightarrow \exists \boldsymbol{x}\ \mathrm{Aj}x$
11. Se Júlia não ama a si própria então ela ama <u>ninguém</u>. ${\sim}\mathrm{Ajj} \rightarrow \forall \boldsymbol{x}\ {\sim}\mathrm{Aj}x$
12. Para <u>quaisquer três objetos</u>, se o primeiro é mais alto que o segundo e o segundo é mais alto que o terceiro, então o primeiro é mais alto que o terceiro. $\forall \boldsymbol{x} \forall \boldsymbol{y} \forall \boldsymbol{z}\ ((\mathrm{A}xy \wedge \mathrm{A}yz) \rightarrow \mathrm{A}xz)$

Lógica de Predicados

Representação formal de enunciados categóricos que permitem expressar relações com quantificadores.

Relações entre **Sujeito** e **Predicado**.

Todos **S** são **P**

Proposição universal afirmativa.

Nenhum **S** é **P**

Proposição universal negativa.

pelo menos um sujeito...

Alguns **S** são **P**

Proposição particular afirmativa.

Alguns **S** não são **P**

Proposição particular negativa.

Observação:
As proposições universais são interpretadas sem declaração existencial (as classes podem ser vazias); as particulares, todavia, são existenciais (existe verdadeiramente pelo menos um).

Ex: Todo duende é verde.
Alguns duendes são verdes.

Importação existencial:
se existir duende, então um deve ser verde.

Lógica de Predicados

Quantificadores

Quantificador Universal: $\forall$

Enunciado: Todo S é P. [$\forall x\ (S(x) \rightarrow P(x))$]

Ex: Todos humanos são heterotróficos.

Nenhum humano é autotrófico. [$\forall x\ (S(x) \rightarrow \sim P(x))$]

Quantificador Existencial: $\exists$

Enunciado: Algum S é P. [$\exists x\ (S(x) \wedge P(x))$]

Ex: Alguns humanos são Rh+.

Alguns humanos não são Rh+. [$\exists x\ (S(x) \wedge \sim P(x))$]

Lógica de Predicados

Exercícios

Traduzir as sentenças em proposições categóricas:

1. Todos ursos são mamíferos.
2. Nenhum réptil é homeotérmico.
3. Alguns peixes são de água salgada.
4. Existem vírus que não são letais ao homem.
5. Qualquer que seja o prato não contém glúten.
6. Uma das pizzas está fria.
7. Nem todo o cão é amigável
8. Um tsunami sempre é perigoso.
9. Qualquer que seja a flor é uma planta.
10. Alguns carros não poluem o ambiente.
11. Alguns filmes são inapropriados para menores.
12. Não é verdade que todos presentes concordam.

Lógica de Predicados

Exercícios

Traduzir as sentenças em proposições categóricas:

1. Todos ursos são mamíferos. $\forall x\ (Ux \rightarrow Mx)$
2. Nenhum réptil é homeotérmico. $\forall x\ (Rx \rightarrow \sim Hx)$
3. Alguns peixes são de água salgada. $\exists x\ (Px \wedge Sx)$
4. Existem vírus que não são letais ao homem. $\exists x\ (Vx \wedge \sim Lx)$
5. Qualquer que seja o prato não contém glúten. $\forall x\ (Px \rightarrow \sim Gx)$
6. Uma das pizzas está fria. $\exists x\ (Px \wedge Fx)$
7. Nem todo o cão é amigável $\exists x\ (Cx \wedge \sim Ax)$
8. Um tsunami sempre é perigoso. $\forall x\ (Tx \rightarrow Px)$
9. Qualquer que seja a flor é uma planta. $\forall x\ (Fx \rightarrow Px)$
10. Alguns carros não poluem o ambiente. $\exists x\ (Cx \wedge \sim Px)$
11. Alguns filmes são inapropriados para menores. $\exists x\ (Fx \wedge Ix)$
12. Não é verdade que todos presentes concordam. $\exists x\ (Px \wedge \sim Cx)$

Lógica de Predicados

Proposições Categóricas e Funções Proposicionais

Equivalências:

$\forall x\ \phi x \equiv \sim (\exists x \sim\phi x)$

$\forall x \sim\phi x \equiv \sim (\exists x\ \phi x)$

$\exists x\ \phi x \equiv \sim (\forall x \sim\phi x)$

$\exists x \sim\phi x \equiv \sim (\forall x\ \phi x)$

$\forall x\ \phi x$ $\qquad$ $\forall x \sim\phi x$

contraditórias

$\exists x\ \phi x$ $\qquad$ $\exists x \sim\phi x$

Equivalências:

$\forall x\ (\phi x \rightarrow \psi x) \equiv \sim \exists x\ (\phi x \wedge \sim\psi x)$

$\forall x\ (\phi x \rightarrow \sim\psi x) \equiv \sim \exists x\ (\phi x \wedge \psi x)$

$\exists x\ (\phi x \wedge \psi x) \equiv \sim \forall x\ (\phi x \rightarrow \sim\psi x)$

$\exists x\ (\phi x \wedge \sim\psi x) \equiv \sim \forall x\ (\phi x \rightarrow \psi x)$

Forma Normal
(negação em predicados simples)

$\forall x\ (\phi x \rightarrow \psi x)$ $\qquad$ $\forall x\ (\phi x \rightarrow \sim\psi x)$

contraditórias

$\exists x\ (\phi x \wedge \psi x)$ $\qquad$ $\exists x\ (\phi x \wedge \sim\psi x)$

Lógica de Predicados

Exercícios

Proposições em notação simbólica e forma normal:

1. Nem mesmo um tigre tem consciência.
2. Não é o caso que todo tigre é feroz.
3. Não há tigre que não seja carnívoro.
4. Não é verdade que todo tigre não tem asas.
5. Todo vinho bom é branco ou é tinto.
6. Pinot noir e Pinot blanc são vinhos bons.
7. Qualquer um, exceto menores, pode beber.
8. Todo número inteiro ou é par ou é ímpar.
9. Nem todo número inteiro ou é par ou é ímpar.
10. Não existe número primo par maior que dois.
11. Todos são migrantes, menos os autóctones.
12. Não é verdade que alguma pessoa morta tem atividade cerebral, e vice-versa.

Lógica de Predicados

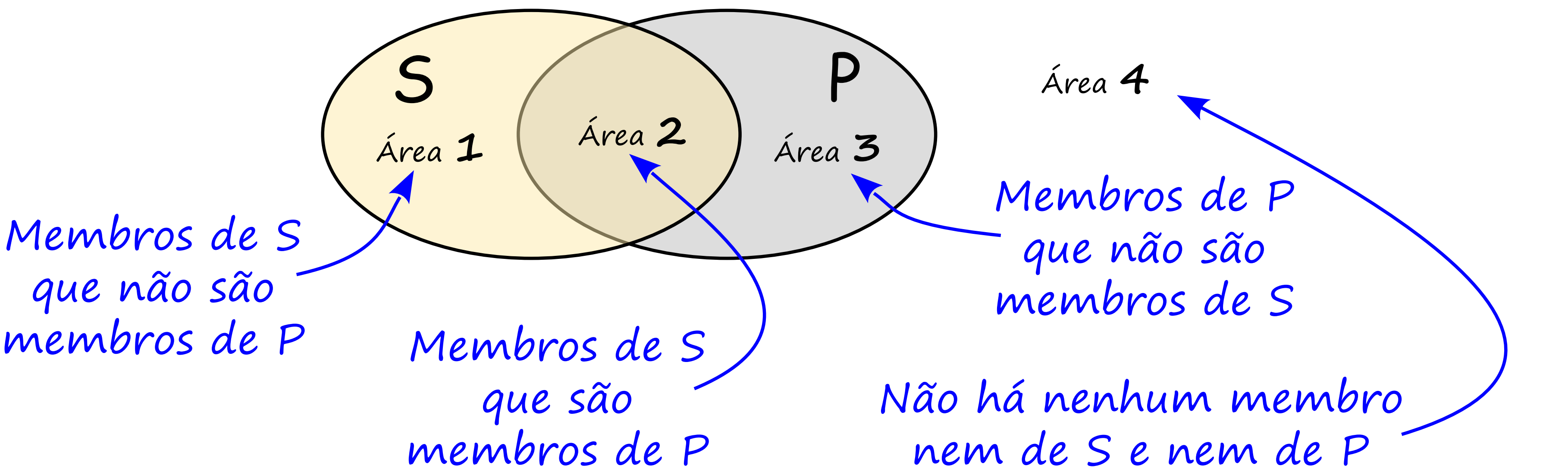
Exercícios

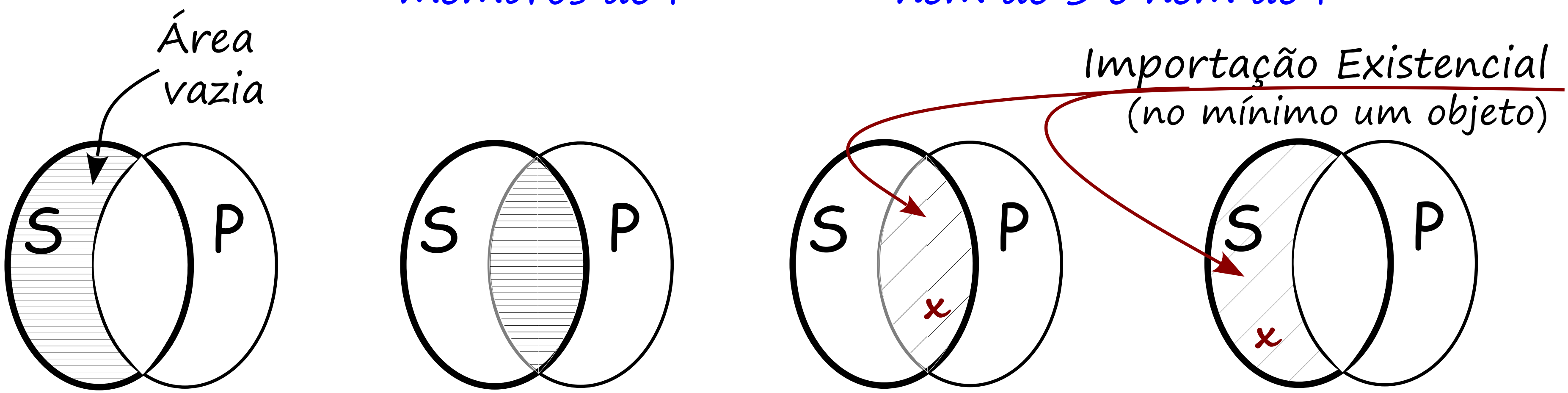
Proposições em notação simbólica e forma normal:

1. Nem mesmo um tigre tem consciência. $\sim \exists x\,(Tx \wedge Cx)$ $\mathbf{\forall x\,(Tx \rightarrow \sim Cx)}$
2. Não é o caso que todo tigre é feroz. $\sim \forall x\,(Tx \rightarrow Fx)$ $\mathbf{\exists x\,(Tx \wedge \sim Fx)}$
3. Não há tigre que não seja carnívoro. $\sim \exists x\,(Tx \wedge \sim Cx)$ $\mathbf{\forall x\,(Tx \rightarrow Cx)}$
4. Não é verdade que todo tigre não tem asas. $\sim \forall x\,(Tx \rightarrow \sim Ax)$ $\mathbf{\exists x\,(Tx \wedge Ax)}$
5. Todo vinho bom é branco ou é tinto. $\forall x\,[Vx \rightarrow (Bx \vee Tx)]$
6. Pinot noir e Pinot blanc são vinhos bons. $\forall x\,[(Nx \vee Bx) \rightarrow Vx]$
7. Qualquer um, exceto menores, pode beber. $\forall x\,(Mx \rightarrow \sim Bx) \wedge \forall x\,(\sim Mx \rightarrow Bx)$
8. Todo número inteiro ou é par ou é ímpar. $\forall x\,[Zx \rightarrow (Px \vee Ix)]$
9. Nem todo número inteiro ou é par ou é ímpar. $\exists x\,[Zx \wedge \sim (Px \vee Ix)]$
10. Não existe número primo par maior que dois. $\forall x\,[(Rx \wedge Px) \rightarrow \sim Dx]$
11. Todos são migrantes, menos os autóctones. $\forall x\,(Mx \rightarrow \sim Ax) \wedge \forall x\,(\sim Mx \rightarrow Ax)$
12. Não é verdade que alguma pessoa morta tem atividade cerebral, e vice-versa. $\forall x\,[(Px \wedge Mx) \leftrightarrow \sim Cx]$

Lógica de Predicados

Diagramas de Venn

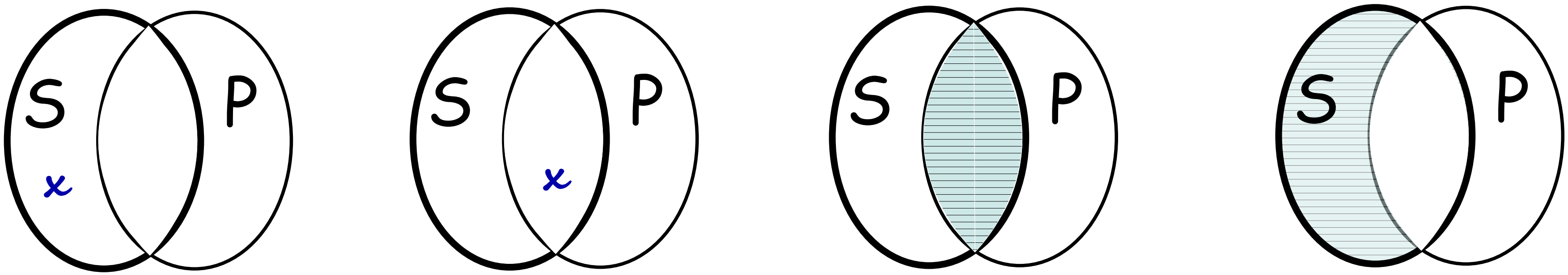




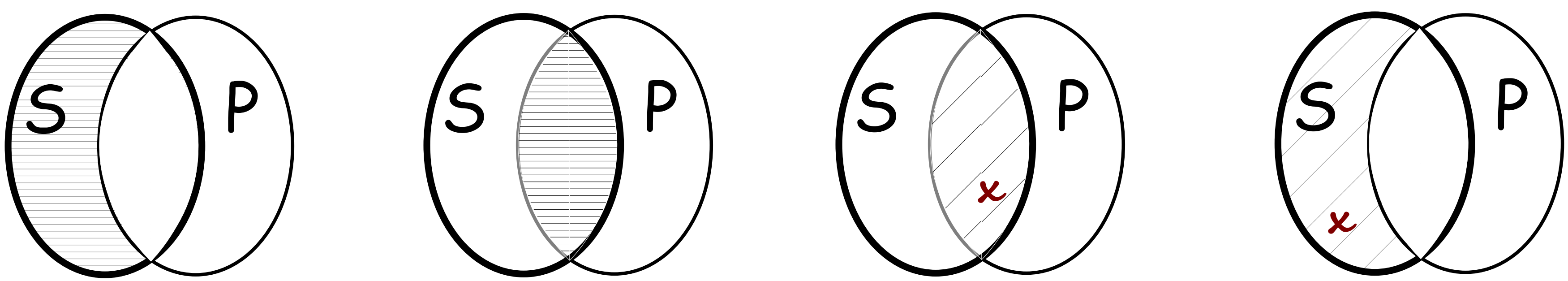
Todo S é P	**Nenhum S** é P	**Algum S** é P	**Algum S** não é P
$\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$	$\forall x\,(S(x) \rightarrow \sim P(x))$	$\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$	$\exists x\,(S(x) \wedge \sim P(x))$

Lógica de Predicados

Diagramas de Venn



Algum S não é P	Algum S é P	Nenhum S é P	Todo S é P
$\exists x\,(S(x) \wedge \sim P(x))$	$\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$	$\forall x\,(S(x) \rightarrow \sim P(x))$	$\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$
~ (Todo S é P)	~ (Nenhum S é P)	~ (Algum S é P)	~ (Algum S não é P)



Todo S é P	**Nenhum S** é P	**Algum S** é P	**Algum S** não é P
$\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$	$\forall x\,(S(x) \rightarrow \sim P(x))$	$\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$	$\exists x\,(S(x) \wedge \sim P(x))$

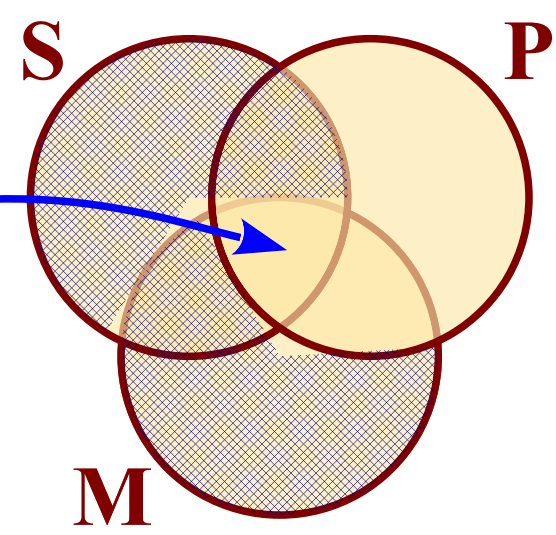
Lógica de Predicados

Silogismos Categóricos

Inferências com **duas premissas e um conclusão** construídas inteiramente com **proposições categóricas**.

Estrutura:

Todo **S** é **M**.
Todo **M** é **P**.
∴ Todo **S** é **P**.



Termo Menor (S)
Sujeito da conclusão.

Termo Médio (M)
Ocorre nas premissas.

Termo Maior (P)
Predicado da conclusão.

Lógica de Predicados

Verificar se os silogismos são válidos:

1. Todos homens são seres humanos.
   Todas mulheres são seres humanos.
   Logo, todos homens são mulheres.

2. Todos inventos são patenteáveis.
   Nenhuma ideia é patenteável.
   Logo, nenhum invento é uma ideia.

3. Todas bactérias são assexuadas.
   Alguns assexuados são fungos.
   Logo, algumas bactérias são fungos.

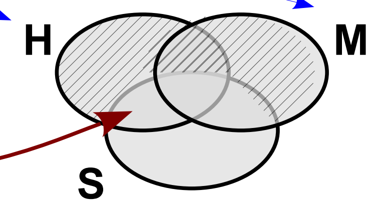
4. Algumas algas não são procariontes.
   Todas bactérias são procariontes.
   Logo, algumas bactérias não são algas.

Lógica de Predicados

Exercícios

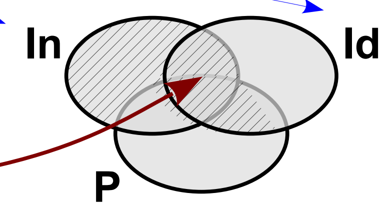
Verificar se os silogismos são válidos:

1. Todos homens são seres humanos.
   Todas mulheres são seres humanos.
   Logo, todos homens são mulheres.



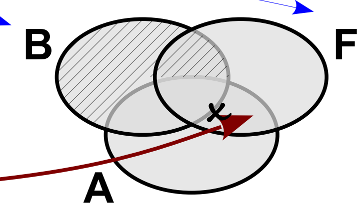
inválido

2. Todos inventos são patenteáveis.
   Nenhuma ideia é patenteável.
   Logo, nenhum invento é uma ideia.



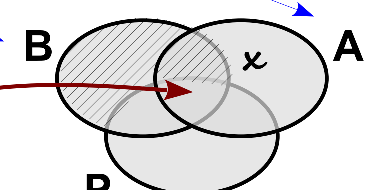
válido

3. Todas bactérias são assexuadas.
   Alguns assexuados são fungos.
   Logo, algumas bactérias são fungos.



inválido

4. Algumas algas não são procariontes.
   Todas bactérias são procariontes.
   Logo, algumas bactérias não são algas.



inválido

Lógica de Predicados

Revisão

Verificar se as inferências são válidas:

1. Ninguém conquistou o mundo.
   Logo, não é verdade que
   alguém conquistou o mundo.

2. Milagres não são possíveis.
   Logo, não é verdade que
   alguns milagres são possíveis.

Verificar se os silogismos são válidos:

3. Nenhum atirador morreu.
   Algum atirador se feriu.
   Logo, ninguém que se feriu morreu.

4. Todo jogo é competitivo.
   Alguma competição é legal.
   Logo, algum jogo é legal.

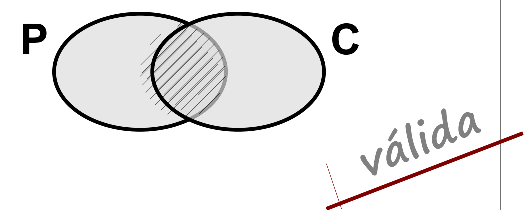
Lógica de Predicados

Revisão

Verificar se as inferências são válidas:

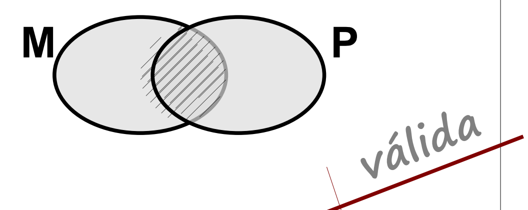
1. Ninguém conquistou o mundo.
   Logo, não é verdade que
   alguém conquistou o mundo.

Nenhum P é C
∴ ~ (Algum P é C)
≡ Nenhum P é C



2. Milagres não são possíveis.
   Logo, não é verdade que
   alguns milagres são possíveis.

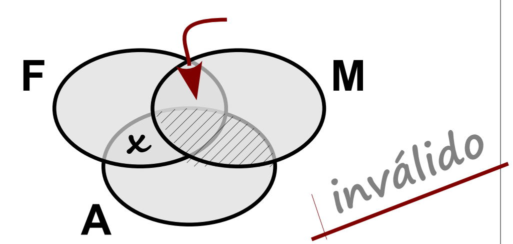
Todo M é não-P
∴ ~ (Algum M é P)
≡ Nenhum M é P



Verificar se os silogismos são válidos:

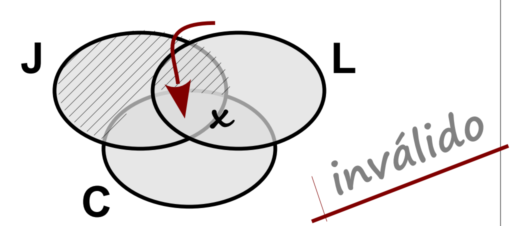
3. Nenhum atirador morreu.
   Algum atirador se feriu.
   Logo, ninguém que se feriu morreu.

Nenhum A é M
Algum A é F
∴ Nenhum F é M



4. Todo jogo é competitivo.
   Alguma competição é legal.
   Logo, algum jogo é legal.

Todo J é C
Algum C é L
∴ Algum J é L



Lógica de Predicados

Desafio

Um certo pesquisador observou que todos os vírus são acelulares, ou seja, não possuem células, apenas uma cápsula proteica que envolve o material genético.

Em um artigo, o pesquisador apresenta o resultado dessa observação e, partindo da premissa que nenhum organismo acelular é considerado um ser vivo, conclui que nenhum vírus é um ser vivo.

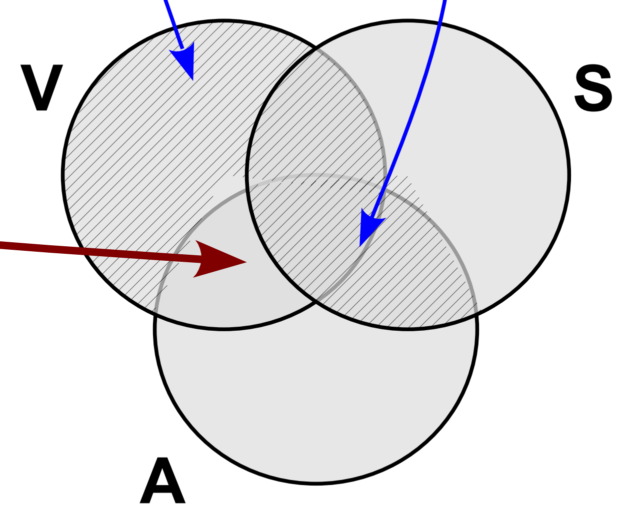
Esse argumento é válido?

Lógica de Predicados

Desafio

Premissas: (**P1**) Todos os vírus são acelulares.
(**P2**) Nenhum acelular é ser vivo.
Conclusão: (**C**) Nenhum vírus é ser vivo.

Formulações: (P1) Todo V é A.
(P2) Nenhum A é S.
(C) ∴ Nenhum V é S.



A argumentação apresentada pelo pesquisador **é válida.**