

# Tópicos de Ciências Exatas

**ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E  
ENGENHARIAS**

**2024/2**



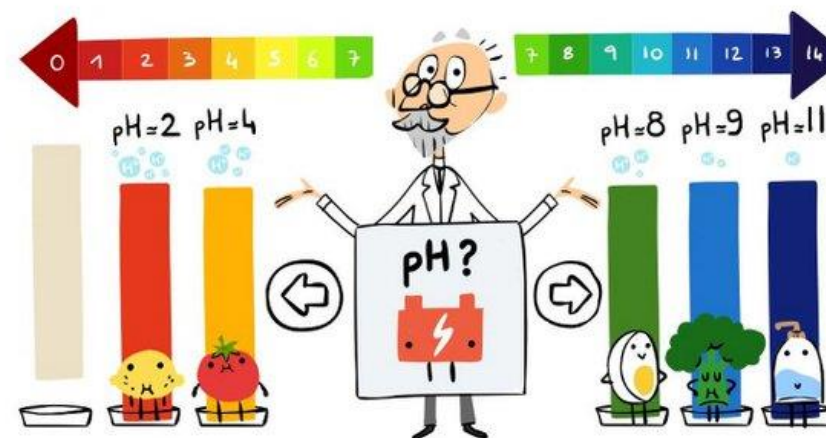
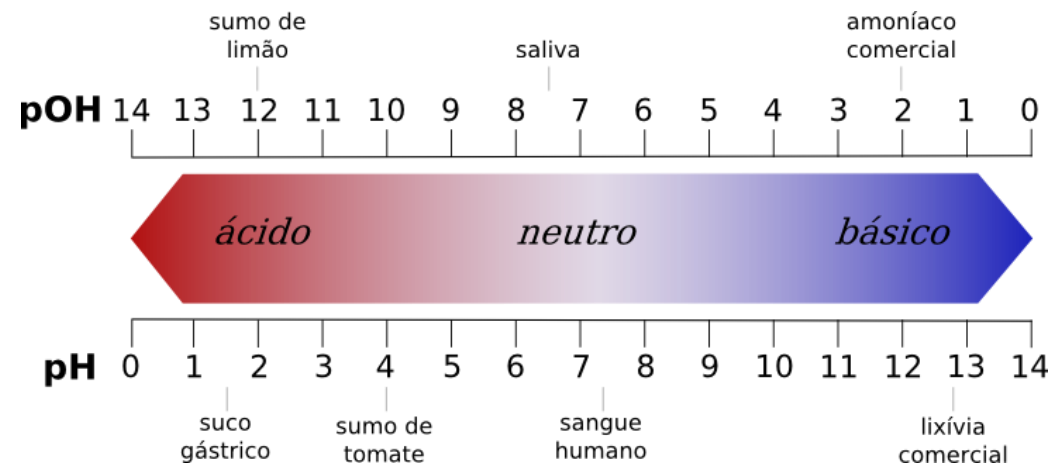
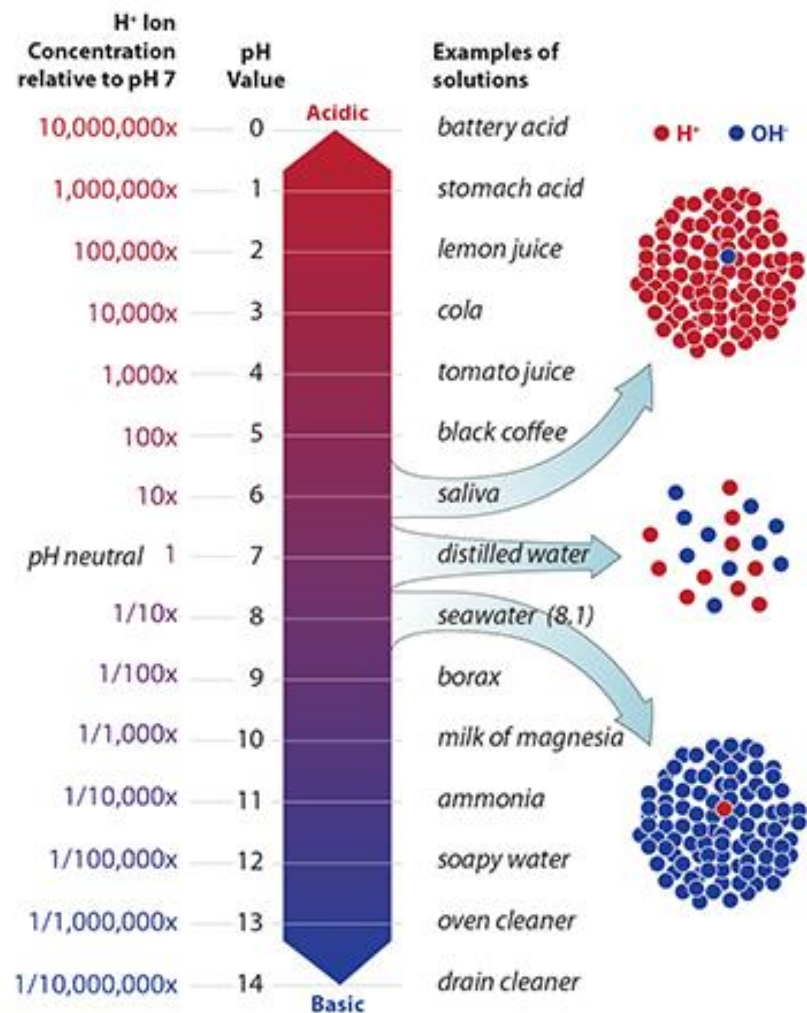
# Aula 14

## Aplicação de logaritmos – pH e ondas sonoras



# Logaritmos na vida real...

## pH



## A escala de pH desenvolvida por Søren Sørensen em 1909



Søren Peter Lauritz Sørensen  
(1868–1939)

O conceito da escala logarítmica de pH é atribuída ao bioquímico dinamarquês que era diretor do departamento de Química do Laboratório Carlsberg (Copenhague).

O pH foi introduzido em seu trabalho de controle de qualidade da fabricação de cervejas. Na época, o grau de acidez ou basicidade era determinado por métodos colorimétricos ou por meio métodos eletroquímicos.



$$[H_3O^+] \approx 3,16 \cdot 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Inicialmente escrito como  $p_H$ , não há certeza do significado do “p”, tendendo a significar “potencial” ou algo parecido.

Hoje, os químicos usam o “p” para representar uma “p-função”, associada ao uso dos **logaritmos**!



# pH

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

“p” significa “negativo do logaritmo de”

$$pH = -\log[H^+]$$

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

$$pOH = -\log[OH^-]$$

Observações!!

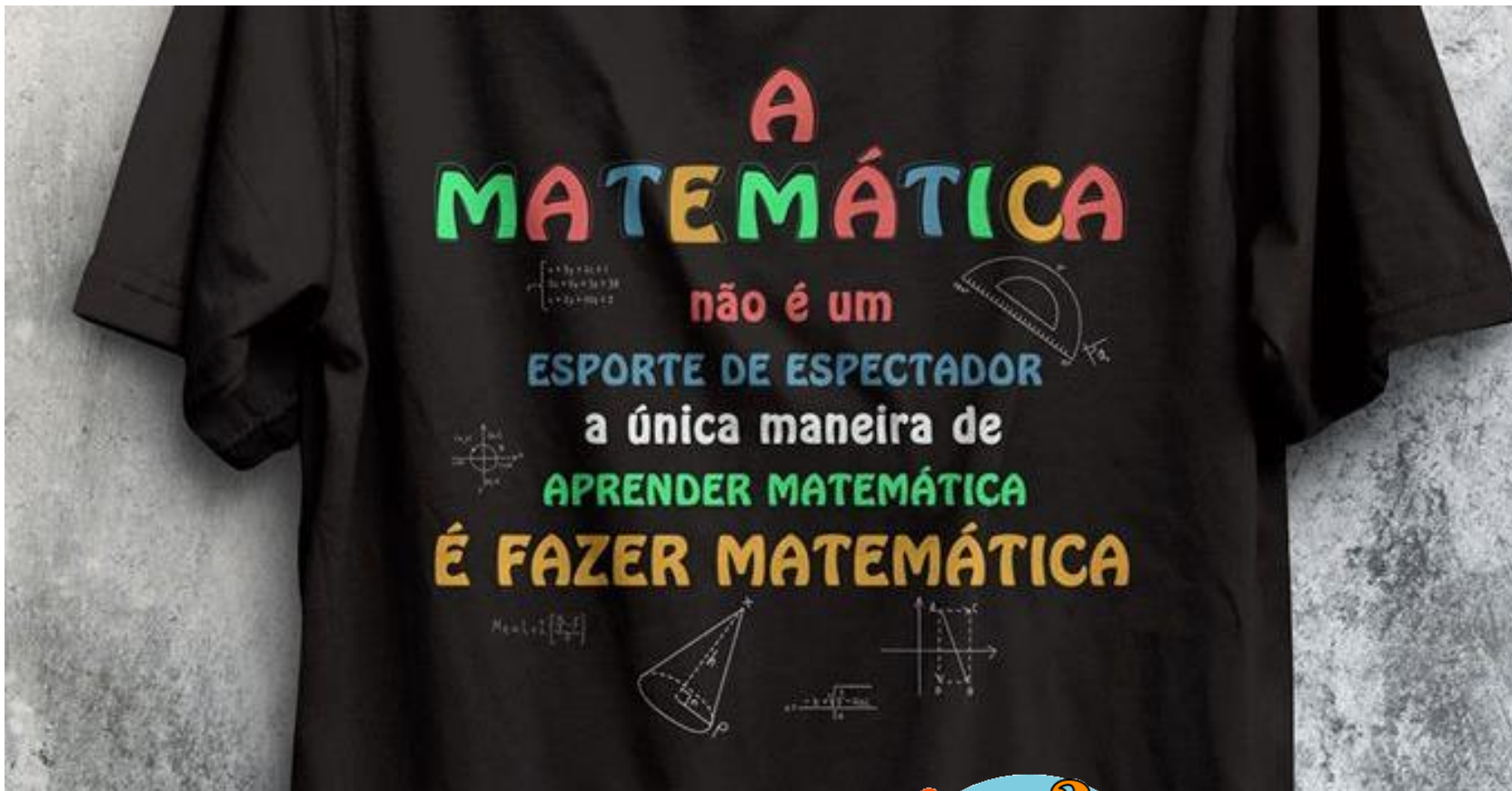


- Log base 10;
- O negativo antes do log é para que o resultado seja sempre positivo;
- Concentração molar de hidrogênio (mol/L);
- A p-função não se restringe ao H; tem pra todos!!! (pOH, pAg, pCa, etc.)
- Cuidado com a notação (“p” minúsculo).





Vamos começar a realizar algumas questõeszinhas?



# Atividades!!!



1) Determine o pH das substâncias que possuem as seguintes concentrações:

a)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,1 \text{ mol/L}$

b)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$

c)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 12 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$

d)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$



# Atividades!!!

1) Determine o pH das substâncias que possuem as seguintes concentrações:

a)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,1 \text{ mol/L}$   $\longrightarrow$   $\text{pH} = 1,00$

b)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$   $\longrightarrow$   $\text{pH} = 5,00$

c)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 12 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$   $\longrightarrow$   $\text{pH} = 8,92$

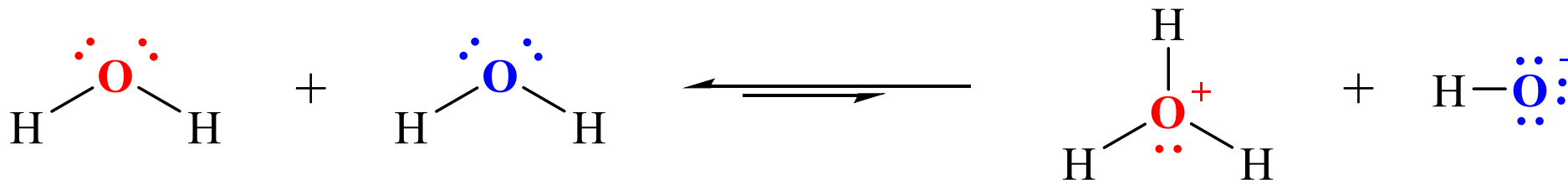
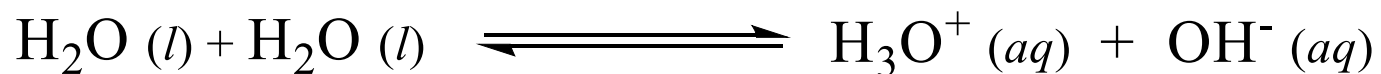
d)  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$   $\longrightarrow$   $\text{pH} = 11,7$



	$[\text{H}_3\text{O}^+] \text{ (mol L}^{-1}\text{)}$	pH	$[\text{OH}^-] \text{ (mol L}^{-1}\text{)}$	pOH
Aumento da concentração de íons $\text{H}_3\text{O}^+$	1,0	0	0,0000000000000001	14
	0,1	1	0,000000000000001	13
	0,01	2	0,00000000000001	12
	0,001	3	0,0000000000001	11
	0,0001	4	0,00000000001	10
	0,00001	5	0,0000000001	9
	0,000001	6	0,00000001	8
	0,0000001	7	0,00000001	7
	0,00000001	8	0,0000001	6
	0,000000001	9	0,0000001	5
	0,0000000001	10	0,000001	4
	0,00000000001	11	0,001	3
	0,000000000001	12	0,01	2
	0,0000000000001	13	0,1	1
	0,00000000000001	14	1,0	0
			Aumento da concentração de íons $\text{OH}^-$	

## Reação de autoionização da água

Ocorre com poucas moléculas de água.



$$K_w = [\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-]$$

A 25°C,  $K_w = 1.10^{-14}$

$$\text{pH} + \text{pOH} = 14$$

# Atividades!!!

$$\text{pH} + \text{pOH} = 14$$

2) Determine o pH das substâncias que possuem as seguintes concentrações:

a)  $[\text{OH}^-] = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

b)  $[\text{OH}^-] = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$



# pH

O que significam os valores de pH???

$$pH = 6,0$$

$$pH = 7,4$$

$$pH = 13,0$$

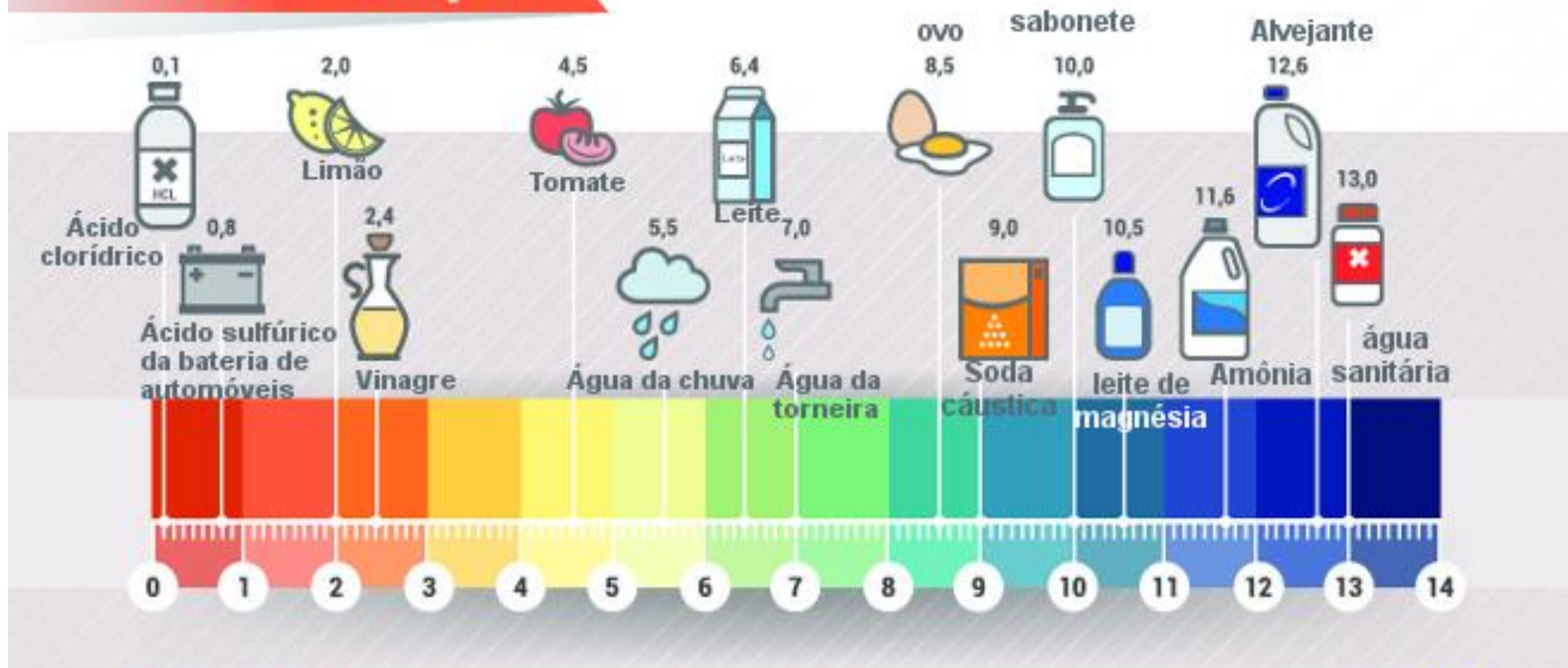
$$pH = -1,0$$



Existe limite para  
valores de pH???



# Escala de pH



abaixo de 7

igual a 7

acima de 7

**Ácido**

**Neutro**

**Alcalino**





## Por quê é importante medir o pH ?

- A qualidade final de muitos produtos depende do pH:
  - Compostos farmacêuticos;
  - Papel;
  - Água para o consumo;
  - Alimentos e bebidas;
- Reações químicas em que a velocidade é afetada em função do pH
  - Corrosão;
  - Precipitação de sais;
  - Fermentação;
  - Monitoramento ambiental.

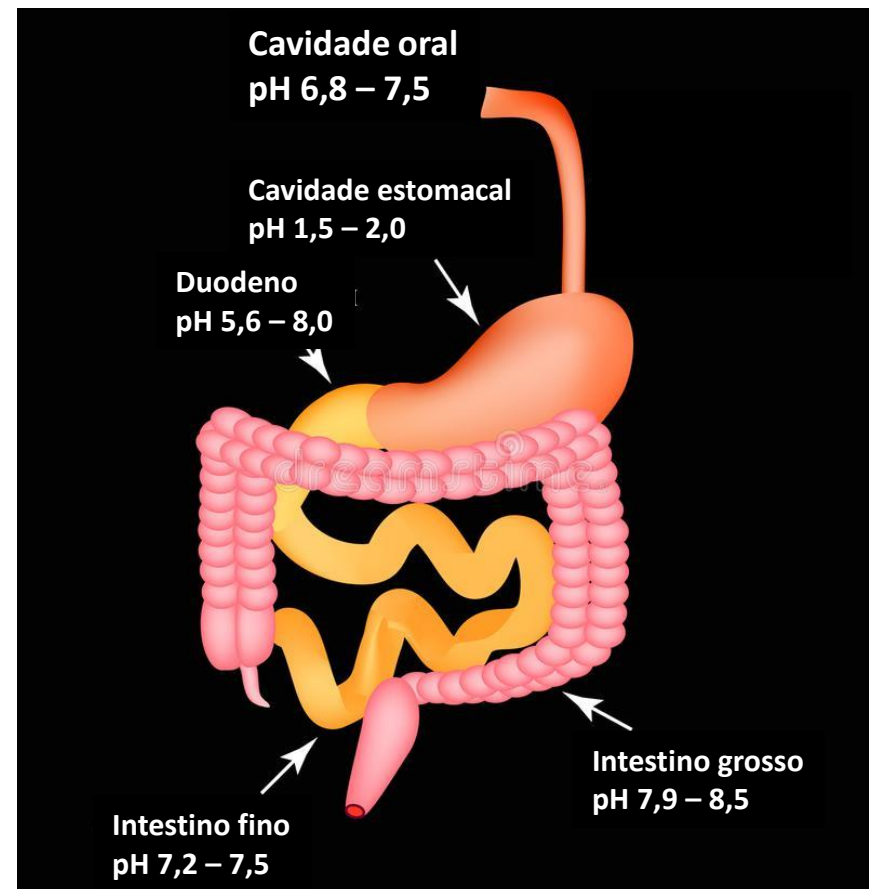




## O pH e a saúde humana

O valor de pH ideal para o sangue humano deve estar entre 7,35 e 7,45. Considerando que o pH é uma escala logarítmica, um pequeno aumento ou o decréscimo é certamente um problema para a saúde. O pH é importante uma vez que influencia na estrutura de proteínas e enzimas.

- A acidose é quando o sangue apresenta valores de pH entre 6,85 e 7,35.
- A alcalose ocorre quando o sangue apresenta valores de pH entre 7,45 e 7,95.
- Valores de pH do sangue abaixo de 6,9 ou superiores a 7,8 podem levar à morte.





# Atividades!!!

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

$$[OH^-] = 10^{-pOH}$$

3) Determine a concentração molar de  $H_3O^+$  das substâncias que possuem os seguintes valores de pH ou de pOH:

a)  $pH = 8,0$

b)  $pH = 3,5$

c)  $pH = 8,7$

d)  $pOH = 11,7$



# Atividades!!!

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

$$[OH^-] = 10^{-pOH}$$

3) Determine a concentração molar de  $H_3O^+$  das substâncias que possuem os seguintes valores de pH ou de pOH:

a)  $pH = 8,0$   $\longrightarrow$   $[H_3O^+] = 1 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$

b)  $pH = 3,5$   $\longrightarrow$   $[H_3O^+] = 3,16 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$

c)  $pH = 8,7$   $\longrightarrow$   $[H_3O^+] = 1,995 \cdot 10^{-9} \text{ mol/L}$

d)  $pOH = 11,7$   $\longrightarrow$   $[H_3O^+] = 5,01 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$   
 $[OH^-] = 2 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$

## Como medimos experimentalmente o pH ?

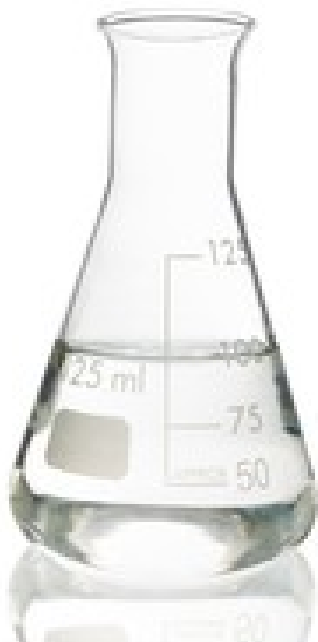
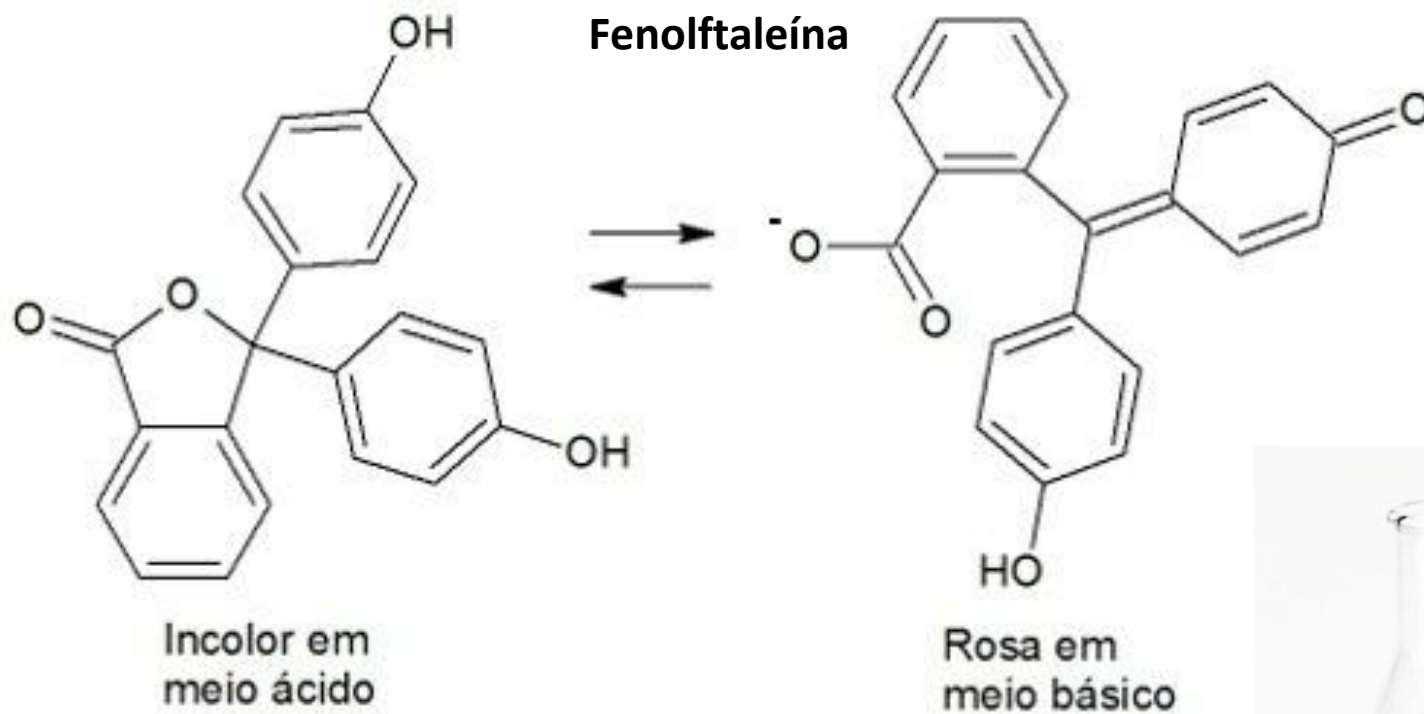
### Medidor de pH (pHmetro) de bancada e portáteis



Constituído basicamente por um eletrodo e um circuito potenciômetro. A leitura do aparelho é feita em função da leitura da tensão (usualmente em milivolts) que o eletrodo gera quando submerso na amostra. A intensidade da tensão medida é convertida para uma escala de pH.



## Como medimos experimentalmente o pH ?





## Como medimos experimentalmente o pH ?

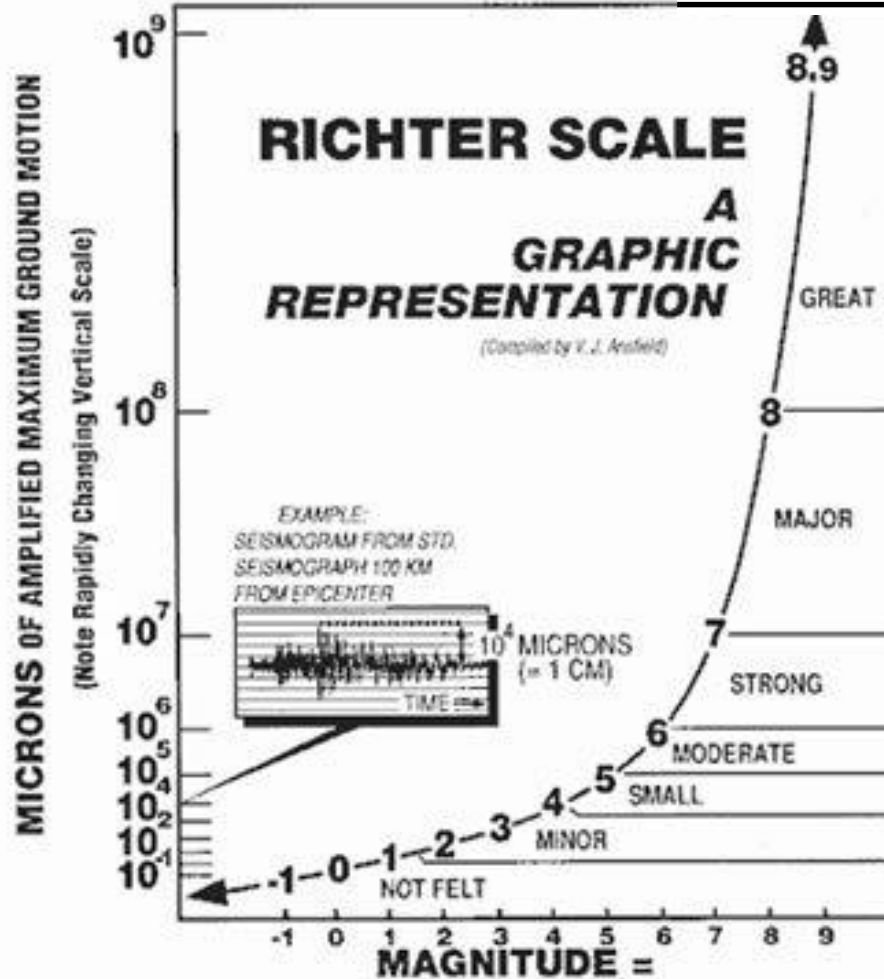
**Método colorimétricos para determinar faixas de pH (poucos precisos)**



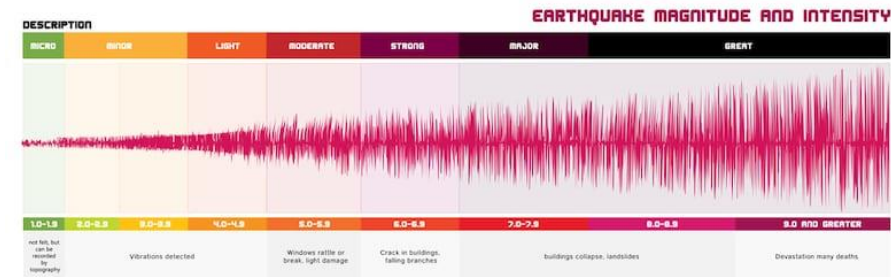


# Logaritmos na vida real...

## Escala Richter



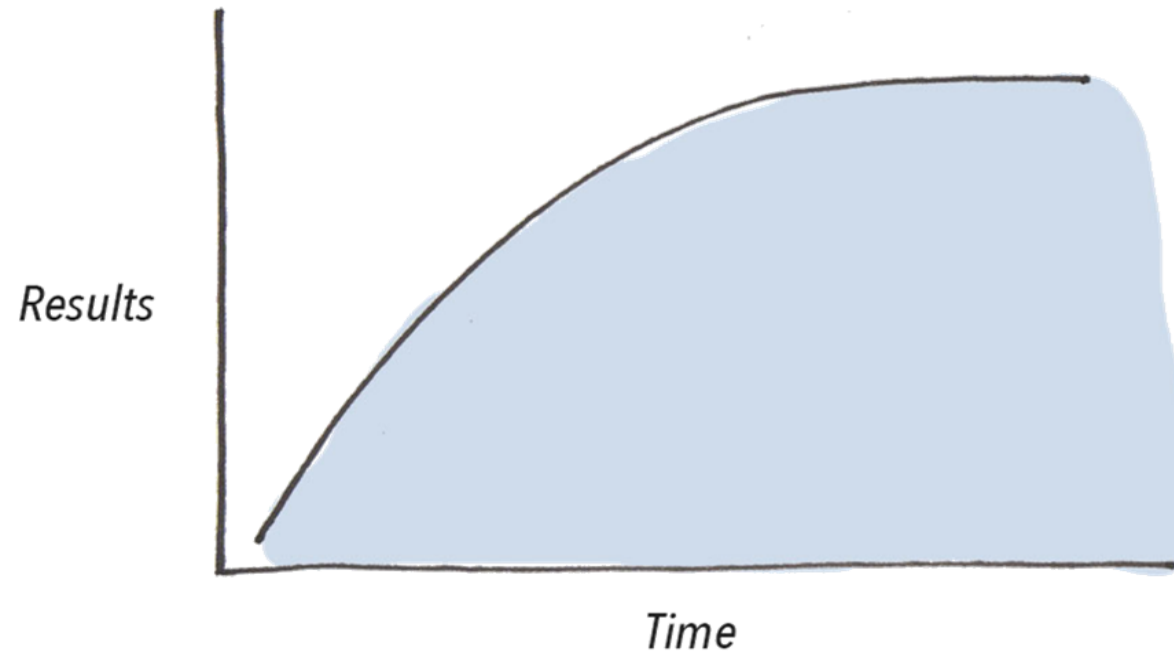
$$M = \log \frac{A}{S}$$



# Logaritmos na vida real...

## LOGARITHMIC GROWTH

*Improvements come quickly in the beginning, but your gains decrease over time.*



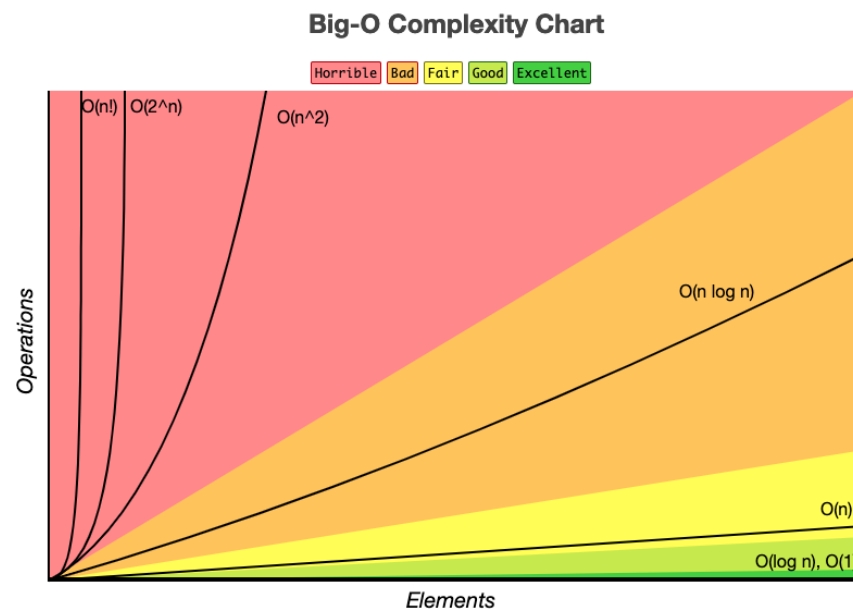
# Logaritmos na vida real...

## Computação

número de cores	profundidade de cor
16	4
256	8
65 536	16
16 777 216	24

Logaritmos em base 2  $\rightarrow \log_2 n$

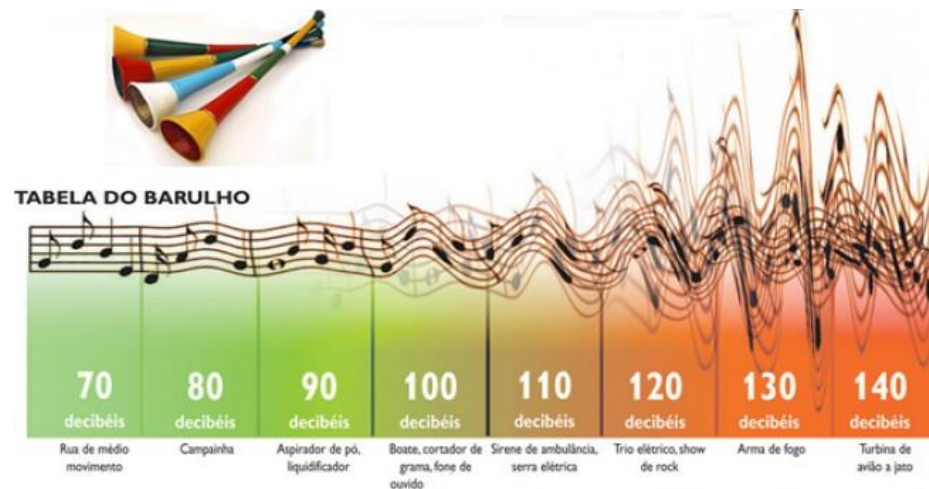
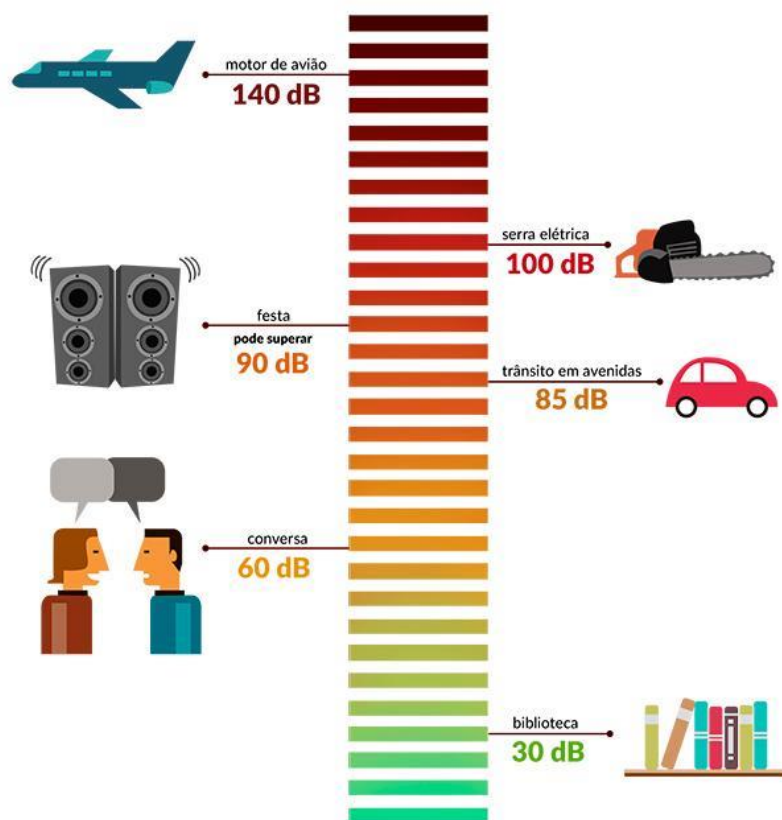
Tempo logaritmo



# Logaritmos na vida real...

## Nível sonoro (dB)

$$dB = 10 \log \frac{I}{I_0}$$



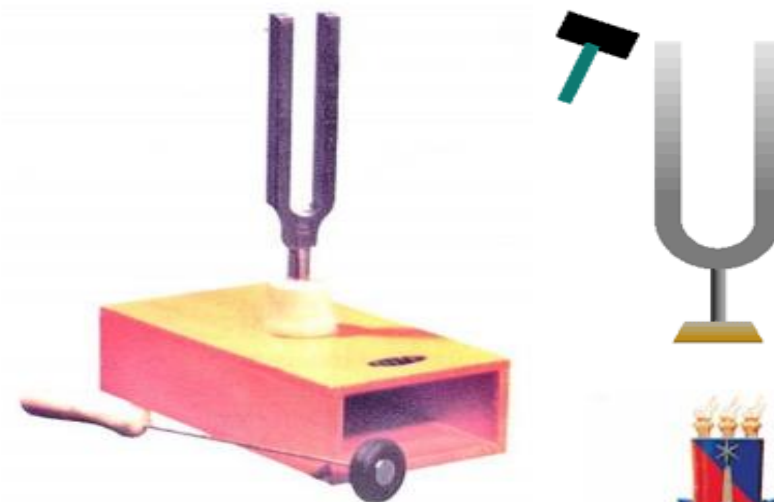
## Natureza do som

- As ondas sonoras são bem conhecidas no nosso dia, pois convivemos com corpos que emitem sons. A estes sons, que podem ser ruídos de choques entre dois corpos ou melodias de alguns instrumentos musicais, podemos dizer que necessitam de um meio elástico para se propagar o que não é possível de acontecer no vácuo.

Ondas Sonora {

- Onda mecânica
- Onda longitudinal
- Onda tridimensional
- Não pode ser polarizada

Ao bater no diapasão, provocamos uma perturbação que faz vibrar o ar e que se propaga até ser captada por nossos ouvidos, constituindo o que chamamos de som.

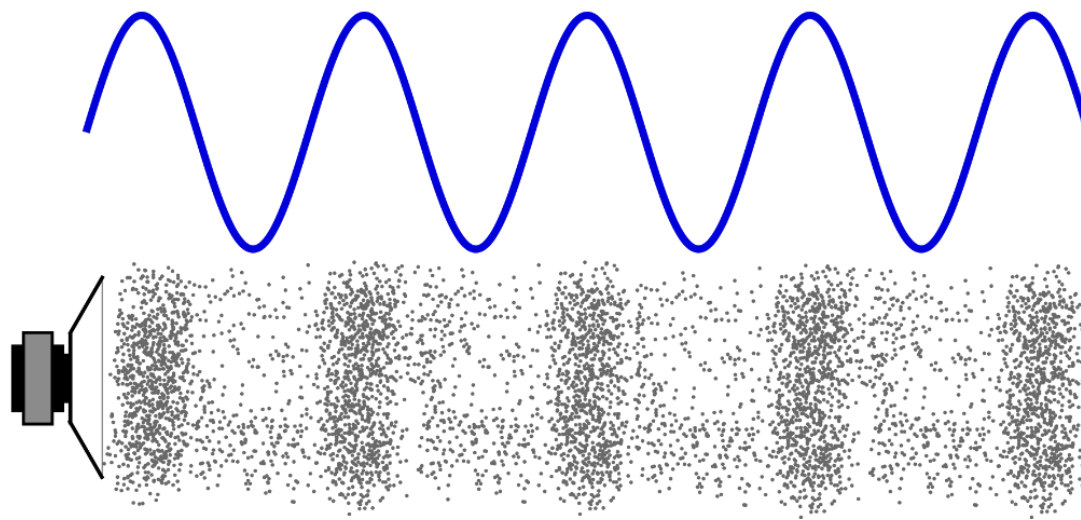


21



# Natureza do som

- As ondas sonoras necessitam de um meio elástico para se propagarem, e **não existe essa propagação no vácuo**. Num sólido podemos ter ondas longitudinais e ondas transversais.
- Ondas sonoras são ondas mecânicas que se propagam longitudinalmente.





# Intensidade sonora

- A intensidade de uma onda sonora em uma superfície é a potência média transmitida por unidade de área.

$$I = \frac{P_{med}}{A}$$

I – Intensidade sonora [W/m<sup>2</sup>]

P – potência [W]

A – área da superfície (frentes de onda formam esferas-  $A=4.\pi.r^2$ ) [m<sup>2</sup>]

## Nível sonoro

- O deslocamento no interior do ouvido humano varia de  $10^{-5}$  m para o som mais alto e tolerável a cerca de  $10^{-11}$  m para o som mais fraco detectável. Uma razão de  $10^6$ .
- A intensidade do som varia com o quadrado da amplitude:
- Assim, a razão entre as intensidade nesses dois limites é  $10^{12}$ , Isso significa que os seres humanos podem ouvir sons com uma enorme faixa de intensidades.



## Nível sonoro

Para lidar com um intervalo tão grande de valores, recorreremos aos logaritmos.

$$y = \log x$$

\*se  $x$  é multiplicado por 10,  $y$  aumenta 1 unidade.

$$\text{Obs.: } y' = \log(10x) = \log 10 + \log x = 1 + y$$

Assim, se torna mais conveniente usarmos o nível sonoro ( $\beta$ ):

$$\beta = (10 \text{ dB}) \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

$I_0$  -  $10^{-12} \text{ W/m}^2$

$\beta$  - nível sonoro (decibel)

Sem perda auditiva	Comprometimento auditivo	Perda da audição
Intensidade sonora (db)	Situação	
0-10	Limiar da audição humana	
10-20	Sussurro, estúdio de radiodifusão	
20-30	Estúdio de gravação, conversa baixa	
30-40	Quarto silencioso	
40-50	Escritório silencioso, geladeira	
50-60	Voz falada, sala com televisão	
60-70	Conversa em grupo	
70-80	Rua congestionada	
80-90	Aspirador de pó, liquidificador	
90-100	Discoteca, Banda de Bossa	
100-110	Banda de rock, buzina de carro	
110-120	Aeroporto, motocicleta, trovão	
120-130	Broca pneumática	
130-150	Decolagem de avião, tiro	
Acima de 150	Decolagem de foguete	

## Exemplo

A fonte de uma onda sonora possui potência de  $1 \mu\text{W}$ . Se ela é uma fonte pontual, (a) Qual é a intensidade a 3 m de distância?

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ W}}{4\pi(3)^2 \text{ m}^2} \cong 8,84 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

(b) Qual é o nível sonoro em decibéis a essa distância?

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{8,84 \times 10^{-9}}{10^{-12}}$$

$$\beta = 10 \log(8,84 \times 10^3)$$

$$\beta = 10 \times (3,95)$$

$$\beta = 39,5 \text{ dB}$$

## Exercícios! (pág 31 das Notas de aula)

**E.19)** A partir da relação entre as intensidades sonoras (fórmulas acima) é possível calcular o nível sonoro do ambiente. Preencha a tabela abaixo utilizando a definição de decibéis:

Ruído	Nível Sonoro	Intensidade ( $\text{W/m}^2$ )
Relógio de parede (tique-taque)	10 dB	
Conversa a meia voz	40 dB	
Avenida de tráfego intenso	70 a 90 dB	
Britadeira	100 dB	
Danceteria		1
Avião a jato aterrissando		$10^3$





## Relógio de parede

$$\beta = 10 \text{ dB}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$10 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{10}{10} = \log \frac{I}{I_0}$$

$$1 = \log I - \log I_0$$

$$1 = \log I - \log 10^{-12}$$

$$1 = \log I - (-12) \log 10$$

$$1 = \log I + 12$$

$$1 - 12 = \log I$$

$$-11 = \log I$$

$$10^{-11} = 10^{\log I}$$

$$\mathbf{10^{-11} W/m^2 = I}$$



## Britadeira

$$\beta = 100 \text{ dB}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$100 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{100}{10} = \log \frac{I}{I_0}$$

$$10 = \log I - \log I_0$$

$$10 = \log I - \log 10^{-12}$$

$$10 = \log I - (-12) \log 10$$

$$10 = \log I + 12$$

$$10 - 12 = \log I$$

$$-2 = \log I$$

$$10^{-2} = 10^{\log I}$$

$$\mathbf{10^{-2} W/m^2 = I}$$



## Avião a jato aterrissando

$$I = 1 \times 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\beta = 10 \log \frac{1 \times 10^3}{10^{-12}}$$

$$\beta = 10 \log 10^{15}$$

$$\beta = 10 \times 15 \log 10$$

$$\beta = 10 \times 15 \times 1 = \mathbf{150 \text{ dB}}$$



## Exercício! (pág 32 das Notas de aula)

**E.24)** A intensidade do som é  $0,0080 \text{ W/m}^2$  a uma distância de 10 m de uma fonte sonora pontual isotrópica.

- a) Qual é potência da fonte?
- b) Qual é a intensidade sonora a 5,0 m da fonte?
- c) Qual é o nível sonoro a 10 m da fonte?



a) Qual é potência da fonte?

$$I = \frac{P}{A} \rightarrow P = I \cdot A = 0,0080 \frac{W}{m^2} \times (4\pi 10^2) m^2 = 10,05 W$$

b) Qual é a intensidade sonora a 5,0 m da fonte?

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10,05}{4\pi \cdot 5^2} = 0,03199 \cong 0,032 W/m^2$$



c) Qual é o nível sonoro a 10 m da fonte?

$$I = 0,0080 \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\beta = 10 \log \frac{0,0080}{10^{-12}}$$

$$\beta = 10 \log 8 \times 10^9$$

$$\beta = 10 \times 9,903 = 99,03 \text{ dB}$$





# Atividades da Aula 14

- Resolver os demais exercícios da apostila, p. 27. (E.05, E.06, E.07, E.08, E.10, E.11 e E.17)
- Exercícios complementares, no Livro de Pré-Cálculo (p. 130): 7.9, 7.10, 7.12, 7.13, 7.18, 7.20, 7.21
- Aula 15 (12/jun ❤️): Avaliação Parcial 2 + TDE4
  - Para atividade avaliativa: organize um mapa mental/resumo sobre funções exponenciais e logarítmicas - autoral (à mão), somente frente (folha A4), à caneta, não pode ser xerox, nem digitalização.
  - IMPORTANTE: mapas/resumos que não estiverem conforme a descrição acima (critérios) não poderão ser utilizados.
  - TDE4 – finalizando o estudo de logaritmos