Objetivos

- Apresentar o conceito de síntese de circuitos lógicos
- Introduzir os conceitos de álgebra booleana e simplificação de circuitos lógicos

Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

<u>Síntese</u>

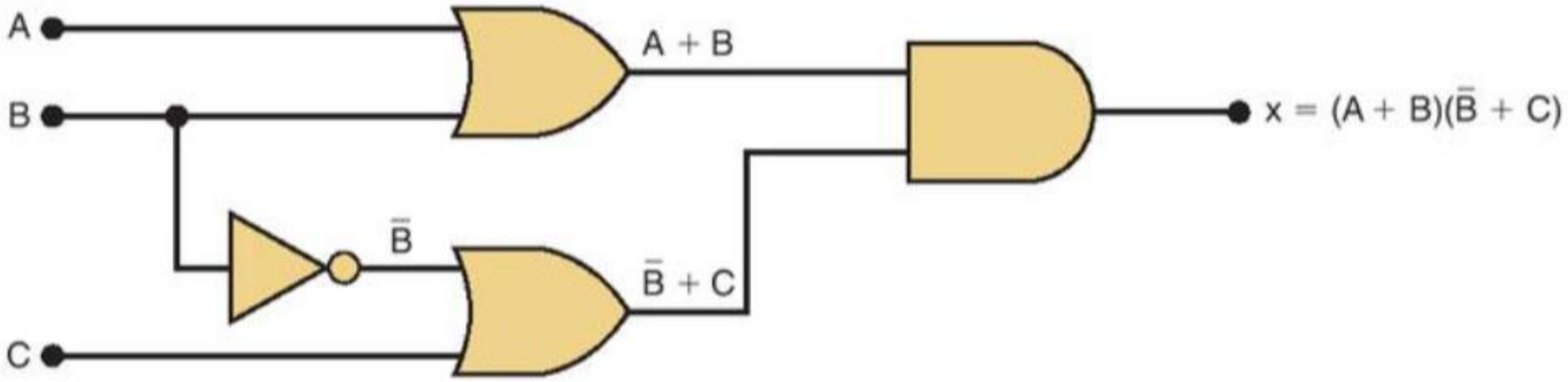
A síntese de um circuito consiste em construir o diagrama do circuito lógico diretamente a partir da expressão.

O método para a resolução consiste em se identificar as portas lógicas na expressão e desenhá-las com as respectivas ligações, a partir das variáveis de entrada.

Deve-se atentar para a <u>precedência</u> das operações.

Exemplo 01

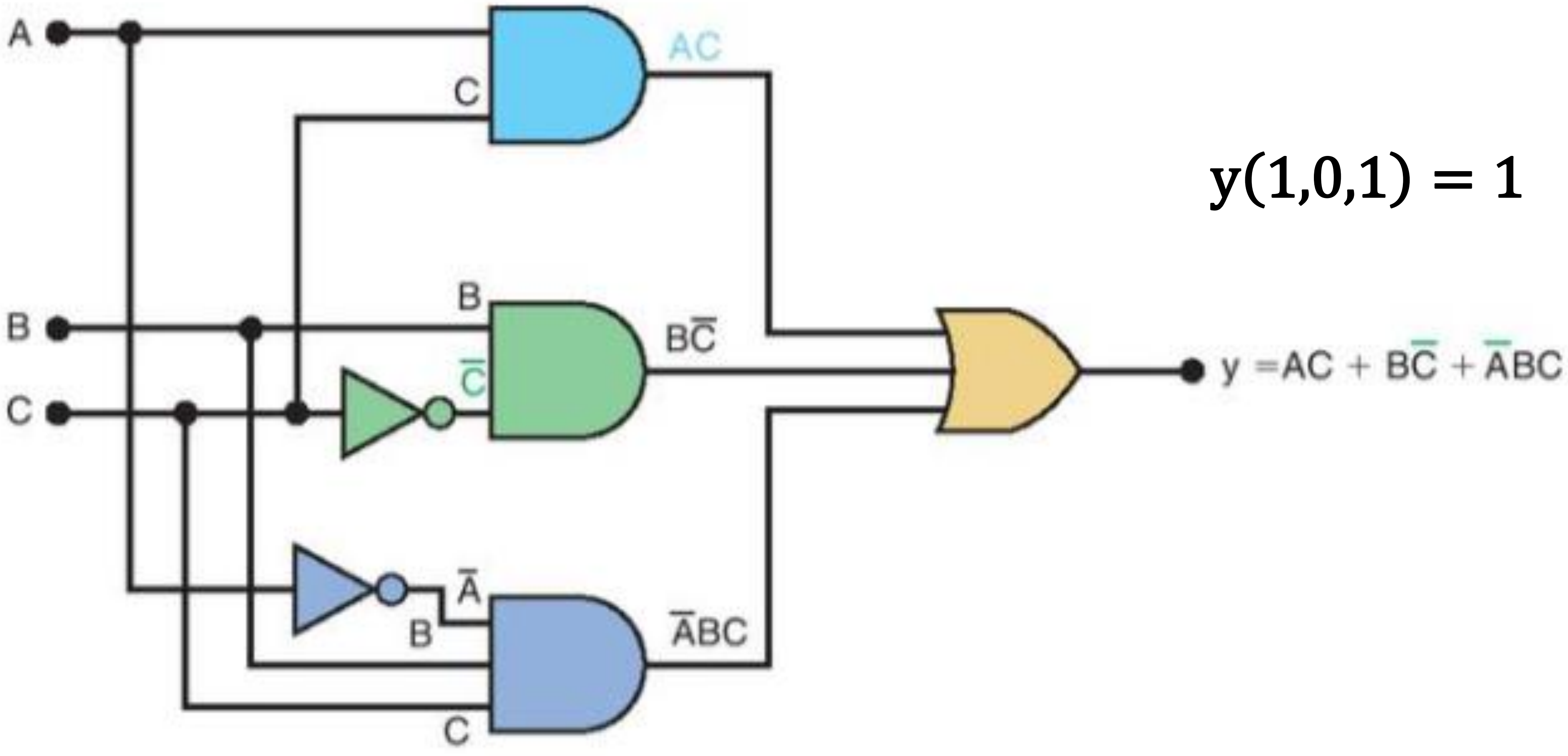
Desenhe o diagrama do circuito que implementa a expressão $x = (A + B)(\overline{B} + C)$



TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 91

Exemplo 02

Desenhe o diagrama do circuito que implementa a expressão $y = AC + B\bar{C} + \bar{A}BC$.
Qual seria a saída prevista para [A,B,C]=[1,0,1]



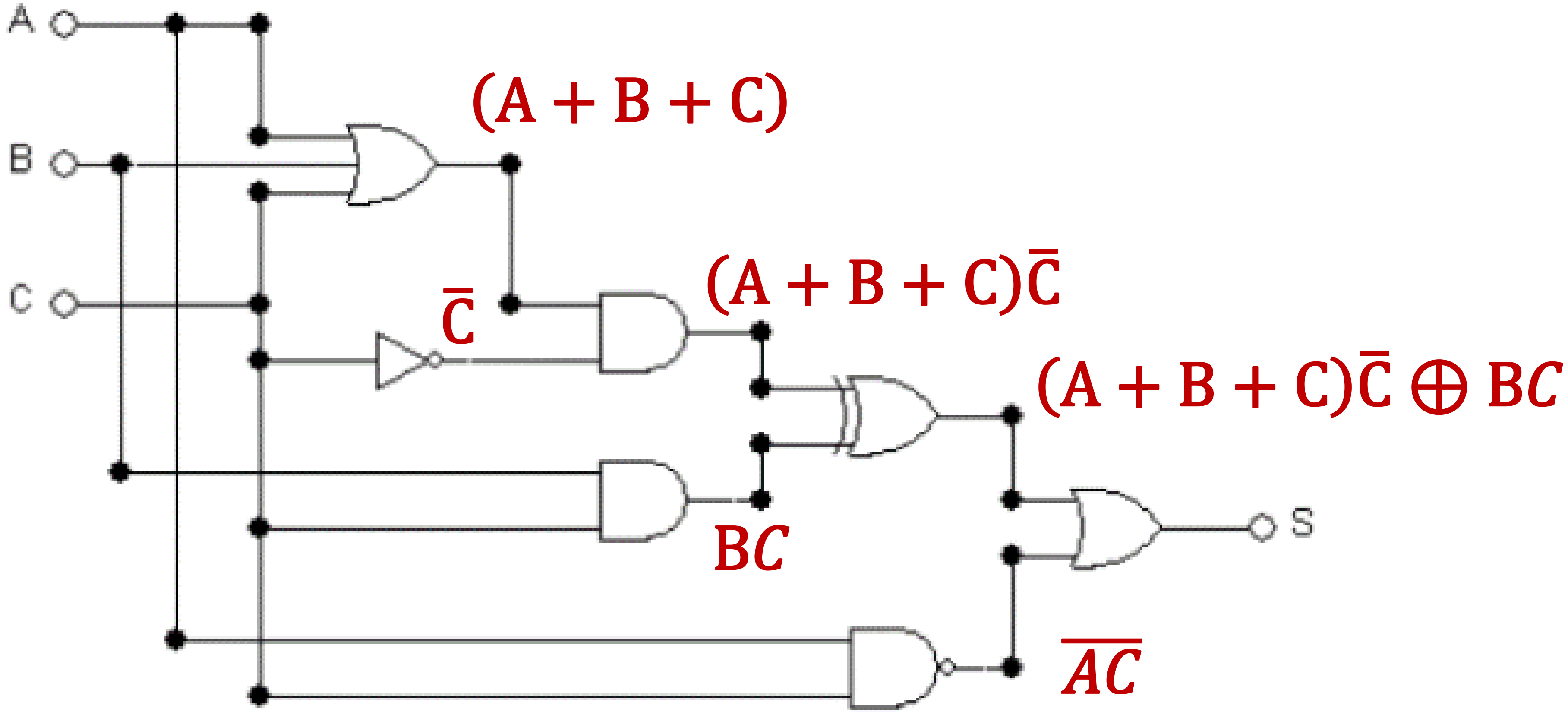
$$y(1,0,1) = 1$$

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 91

Exemplo 03

Desenhe o diagrama do circuito que implementa a expressão:

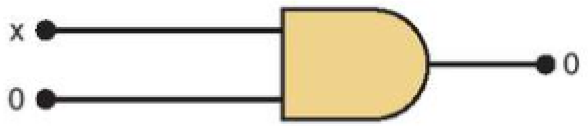
$$S = (A + B + C)\bar{C} \oplus BC + \overline{AC}$$



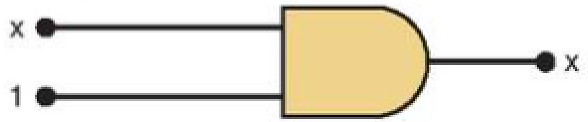
Teoremas booleanos

Observamos que a álgebra booleana pode ser usada para descrever um circuito lógico a partir de uma expressão matemática.

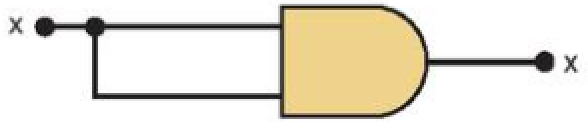
A partir do uso de algumas regras denominadas **teoremas booleanos**, pode-se simplificar expressões e circuitos lógicos levando a uma economia no uso de portas lógicas para execução de alguma tarefa.



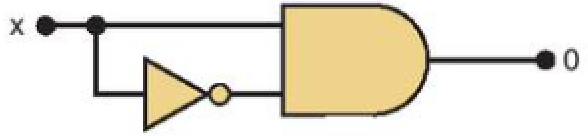
$$x.0 = 0$$



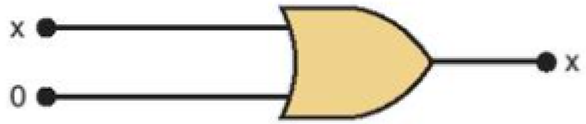
$$x.1 = x$$



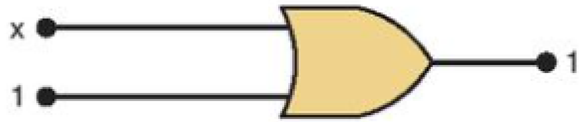
$$x.x = x$$



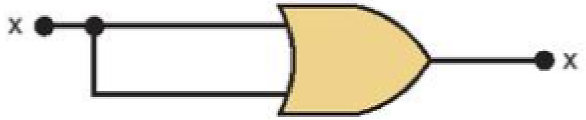
$$x.\bar{x} = 0$$



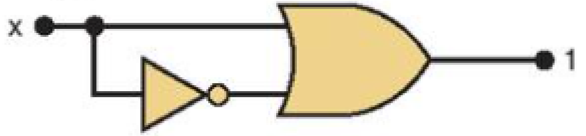
$$x + 0 = x$$



$$x + 1 = 1$$



$$x + x = x$$



$$x + \bar{x} = 1$$

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 96

1º Teorema de De Morgan

O complemento do produto é igual à soma dos complementos:

$$(\overline{A.B}) = \bar{A} + \bar{B}$$

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\bar{A} + \bar{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

O teorema pode ser estendido para mais de duas variáveis:

$$(\overline{A.B.C.\ldots.N}) = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \cdots + \bar{N}$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 21 ago. 2022. P. 96

2º Teorema de De Morgan

O complemento da soma é igual ao produto dos complementos:

$$\overline{A + B} = (\bar{A}.\bar{B})$$

O teorema pode ser estendido para mais de duas variáveis:

$$\overline{A + B + C + \cdots + N} = (\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\dots.\bar{N})$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 21 ago. 2022. P. 97

Resumo – Teoremas & Propriedades

POSTULADOS		
Complementação	**Adição**	**Multiplicação**
$A = 0 \rightarrow \overline{A} = 1$ $A = 1 \rightarrow \overline{A} = 0$	$0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$ $0 \cdot 1 = 0$ $1 \cdot 0 = 0$ $1 \cdot 1 = 1$
IDENTIDADES		
Complementação	**Adição**	**Multiplicação**
$\overline{\overline{A}} = A$	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 0 = 0$ $A \cdot 1 = A$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 21 ago. 2022. P. 98

Resumo – Teoremas & Propriedades

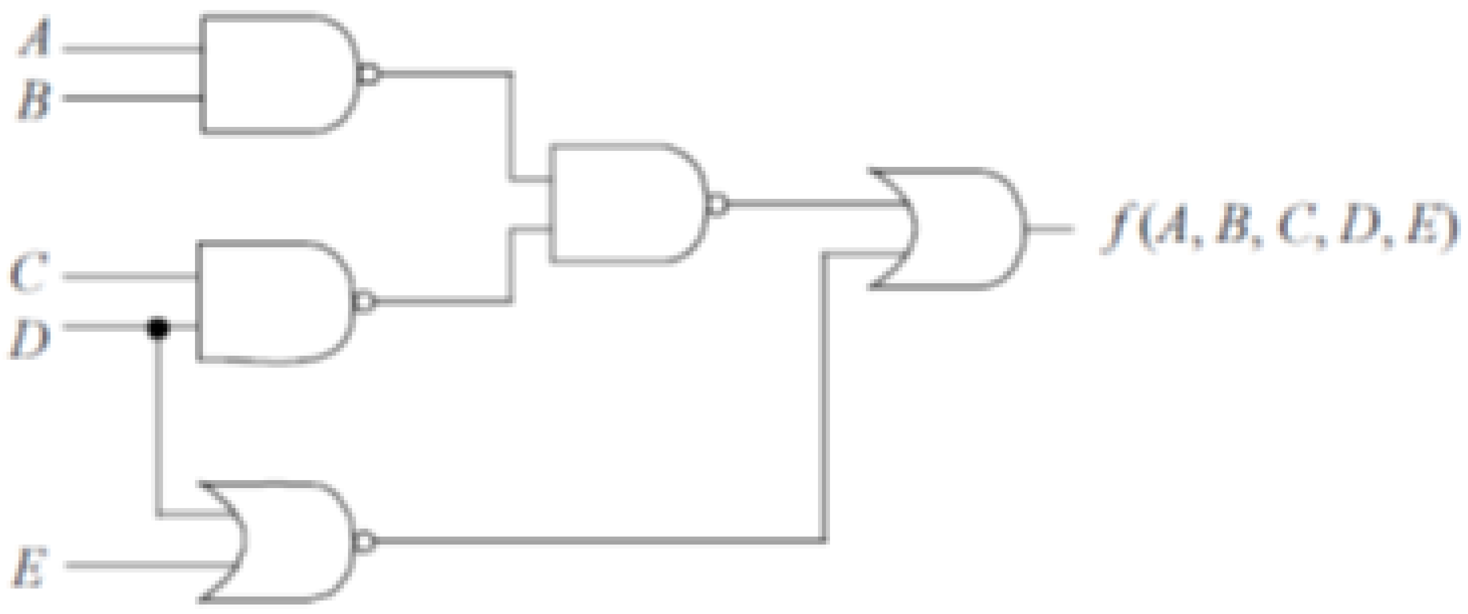
PROPRIEDADES	
Comutativa:	$A + B = B + A$ $A \cdot B = B \cdot A$
Associativa:	$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$ $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$
Distributiva:	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
TEOREMAS de DE MORGAN	
	$\left(\overline{A \cdot B}\right) = \overline{A} + \overline{B}$ $\left(\overline{A + B}\right) = \overline{A} \cdot \overline{B}$
IDENTIDADES AUXILIARES	
	$A + A \cdot B = A$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$ $(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 21 ago. 2022. P. 99

Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

(ENADE 2008, Computação)

O circuito a seguir possui 5 entradas: A, B, C, D e E e uma saída f(A,B,C,D,E):



- A $\overline{A.B}+\overline{C.D}+D.E$
- B $(A+B).(C+D)+D.E$
- C $\overline{A.B}+\overline{C.D}+D+E$
- D $A.B+C.D+D+E$
- ✖ $A.B+C.D+\overline{D}.\overline{E}$

Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

Exemplo 04

Simplifique as expressões das funções booleanas para 3 literais:

a. $F = \bar{A}.\bar{C} + A.B.C + A.\bar{C}$

(Esta função tem 3 variáveis, 3 termos e 7 literais)

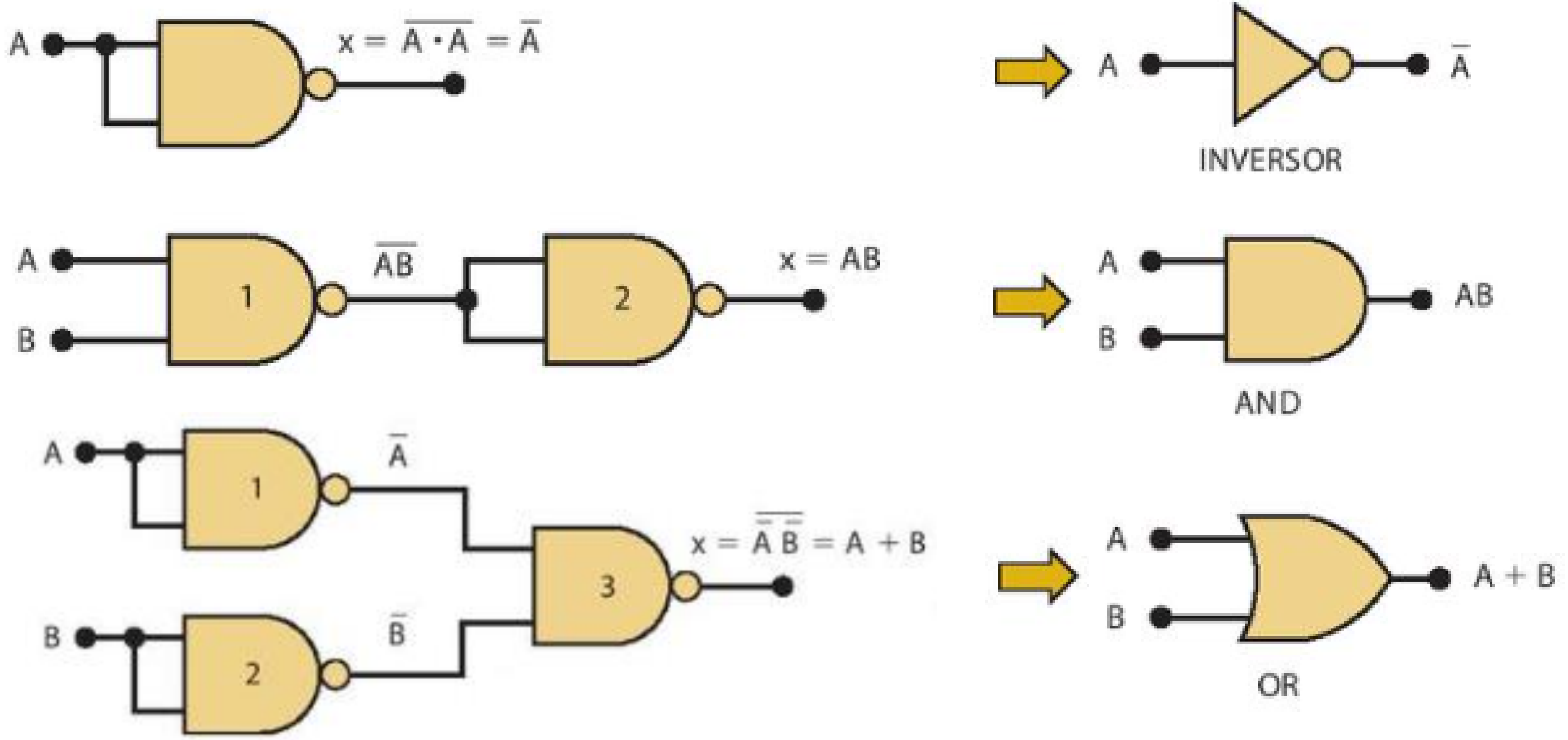
b. $F = \overline{(\overline{C.D} + \mathrm{A})} + A + C.D + A.B$

(Esta função tem 4 variáveis, 4 termos e 8 literais)

PROPRIEDADES	
Comutativa:	$A + B = B + A$ $A \cdot B = B \cdot A$
Associativa:	$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$ $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$
Distributiva:	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
TEOREMAS de DE MORGAN	
$\left(\overline{A \cdot B}\right) = \overline{A} + \overline{B}$ $\left(\overline{A + B}\right) = \overline{A} \cdot \overline{B}$	
IDENTIDADES AUXILIARES	
$A + A \cdot B = A$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$ $(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$	

Universalidade das portas NAND

Todas as expressões booleanas são baseadas em uma combinação das portas AND, OR e INVERSORA e todas estas portas podem ser geradas a partir de portas NAND.

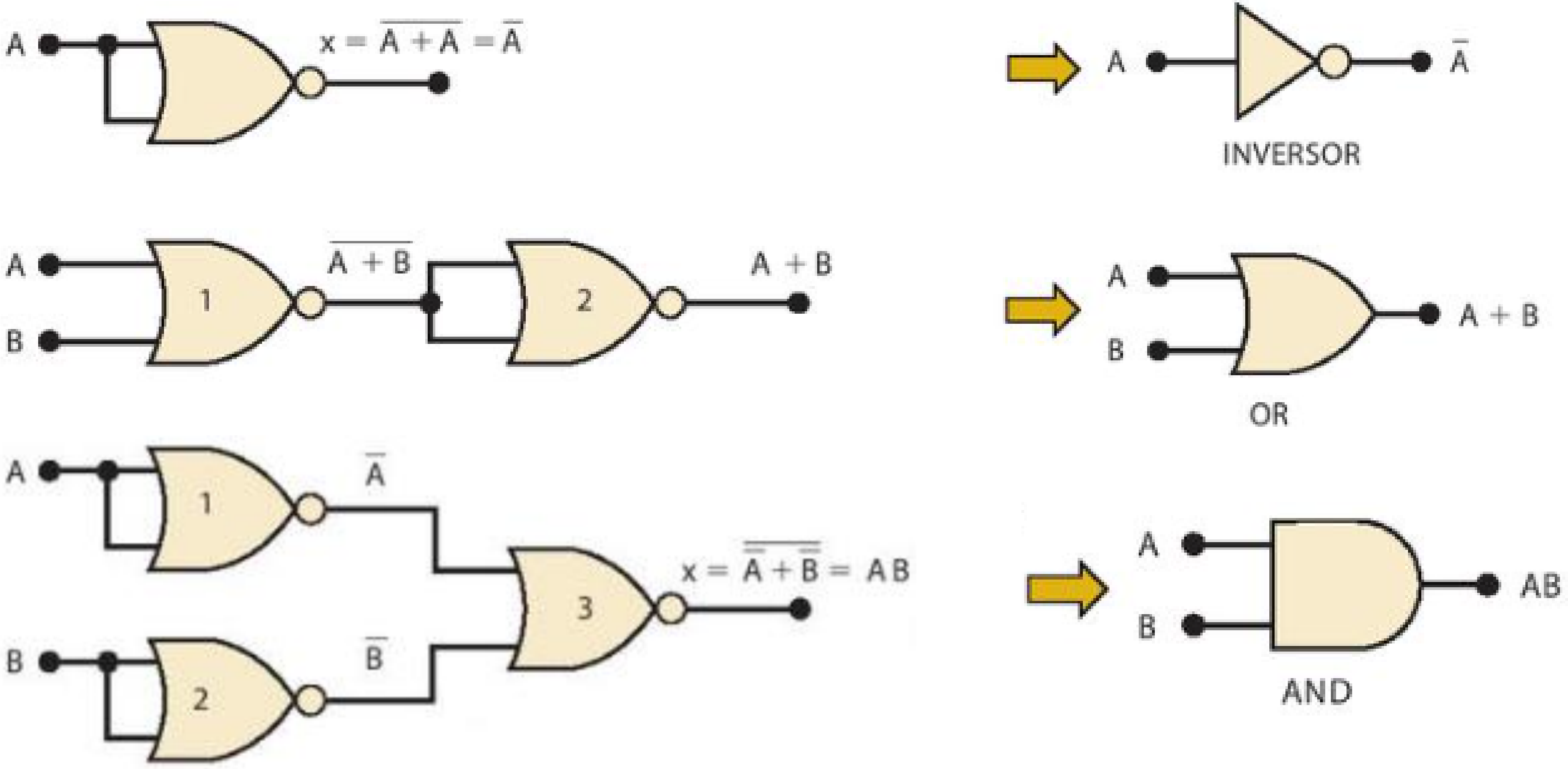


TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 103

Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

Universalidade das portas NOR

Todas as expressões booleanas são baseadas em uma combinação das portas AND, OR e INVERSORA e todas estas portas podem ser geradas a partir de portas NOR.



TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104

Exemplo 05

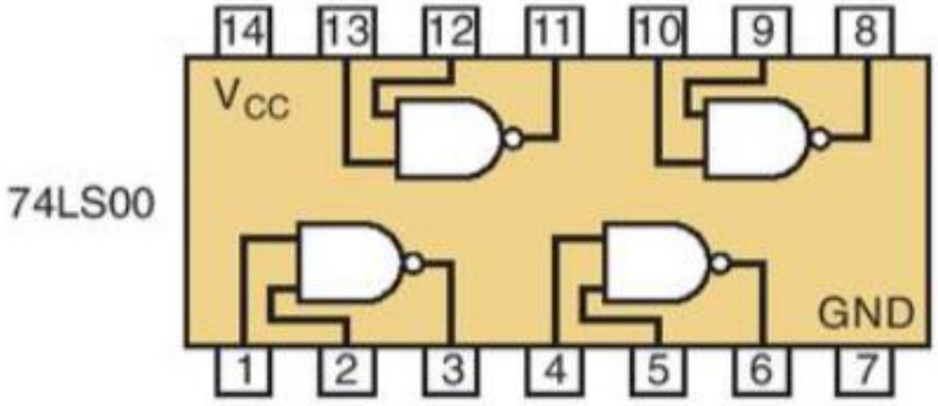
Em um processo de fabricação, uma esteira de transporte deve ser desligada sempre que determinadas condições ocorrerem. Essas condições são monitoradas e têm seus estados sinalizados por quatro sinais lógicos: o A será ALTO sempre que a velocidade da esteira de transporte for muito alta; o B será ALTO sempre que o recipiente localizado no final da esteira estiver cheio; o C será ALTO quando a tensão na esteira for muito alta; e o D será ALTO quando o comando manual estiver desabilitado.

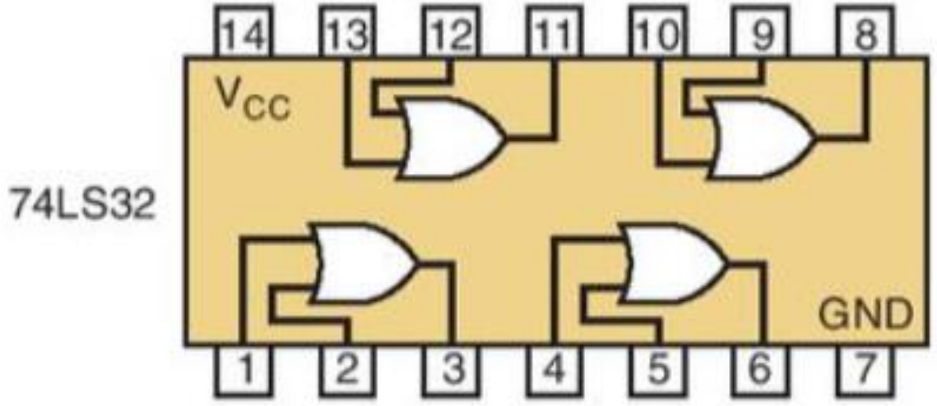
Um circuito lógico é necessário para gerar um sinal x que será ALTO sempre que as condições A e B ou C e D existirem de maneira simultânea. É evidente que a expressão lógica para x será $x=AB+CD$. O circuito é implementado com um número mínimo de circuitos integrados (CIs). Os circuitos integrados TTL, mostrados na figura a seguir, estão disponíveis. Cada CI é quádruplo, o que significa que contém quatro portas lógicas idênticas em um chip.

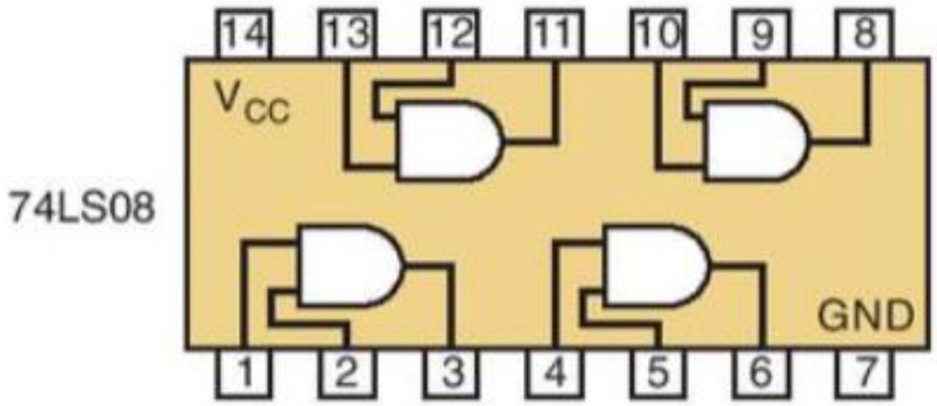
TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104-105

Exemplo 05

Dimensione o referido circuito usando-se o **mínimo** de CIs possível.





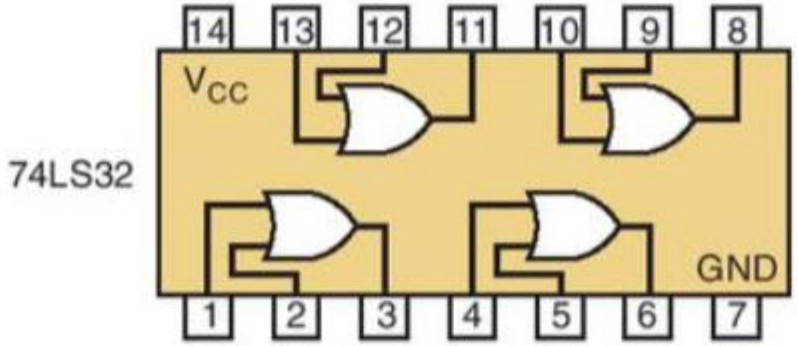


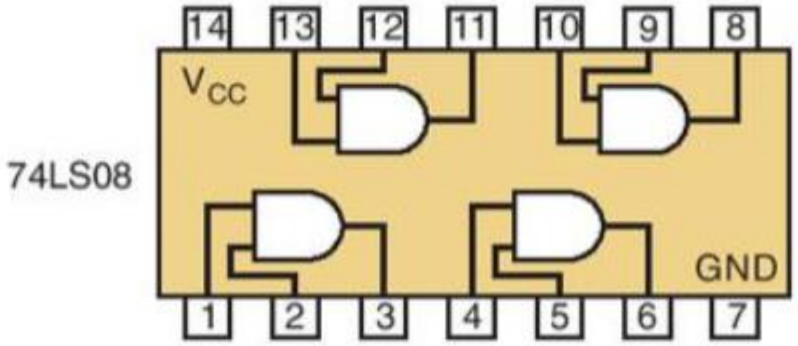
TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104-105

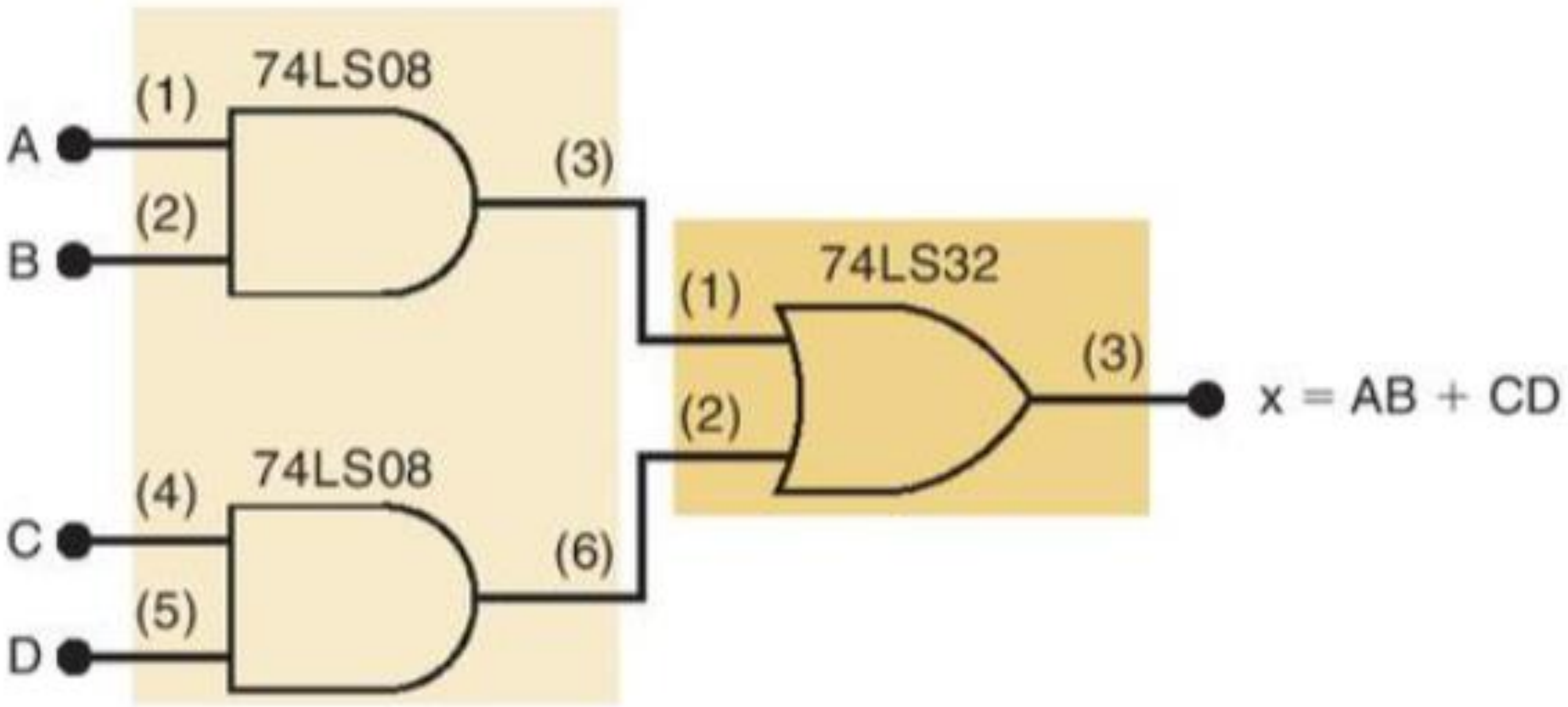
Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

Exemplo 05

Considerando-se o circuito lógico a partir da expressão x=AB+CD



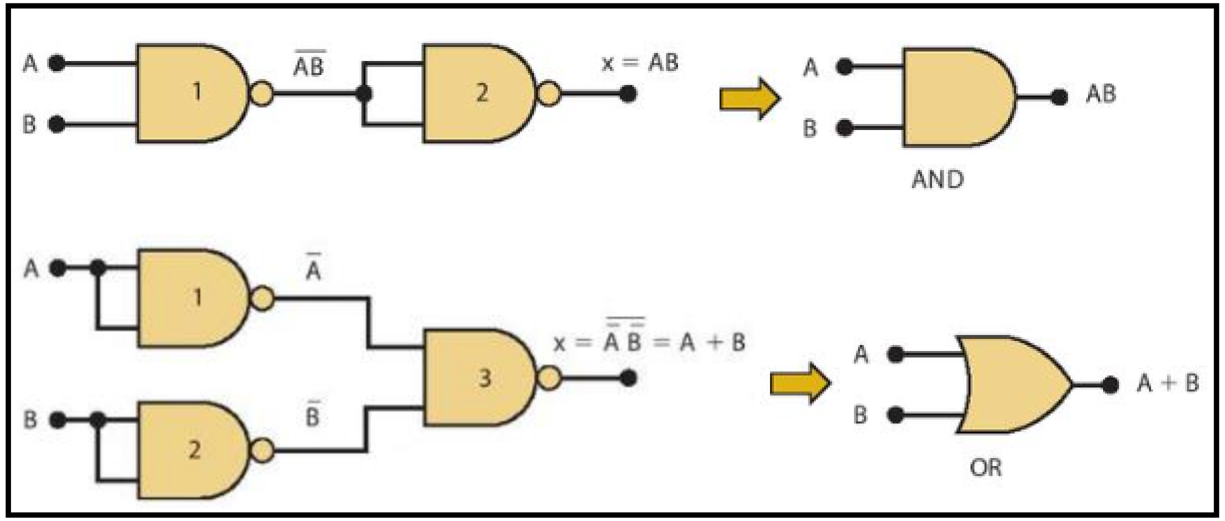


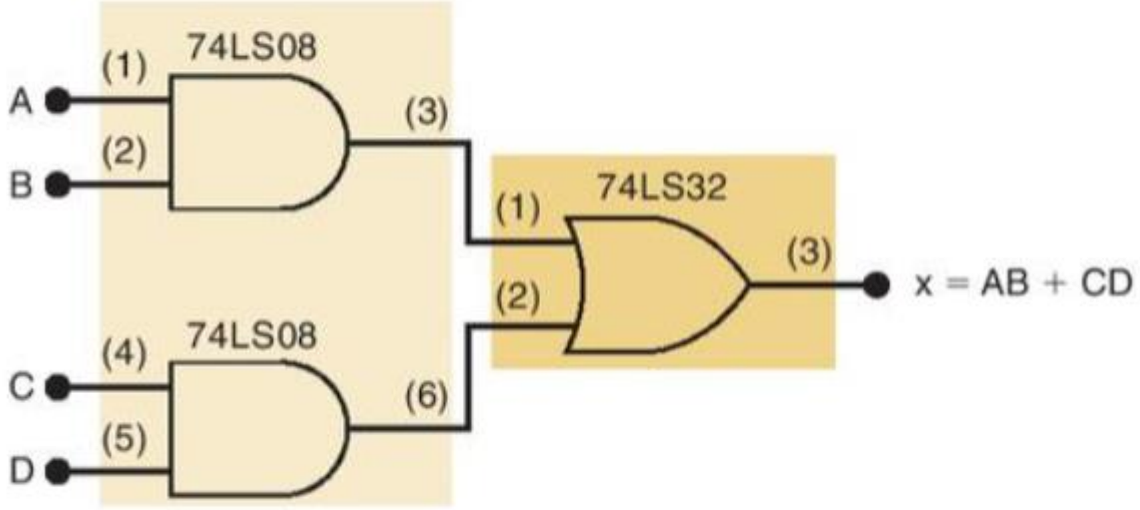


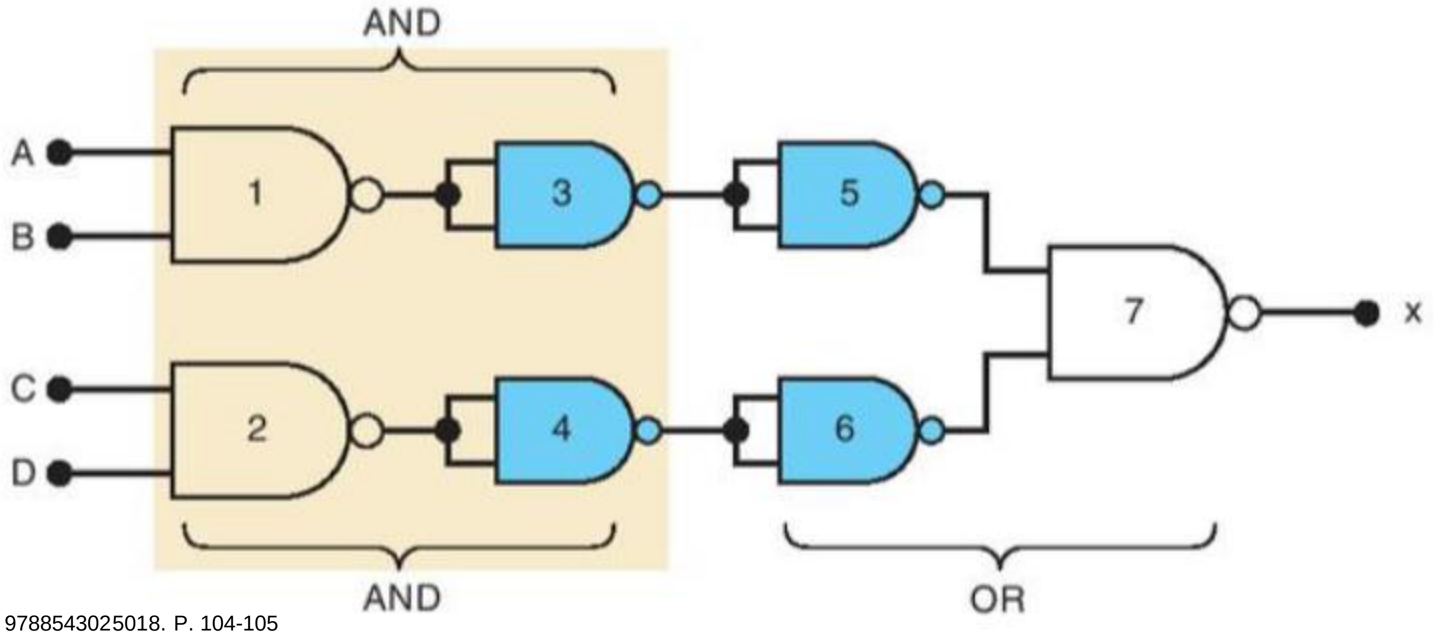
TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104-105

Exemplo 05

Substitua as portas lógicas usando-se portas lógicas NAND.



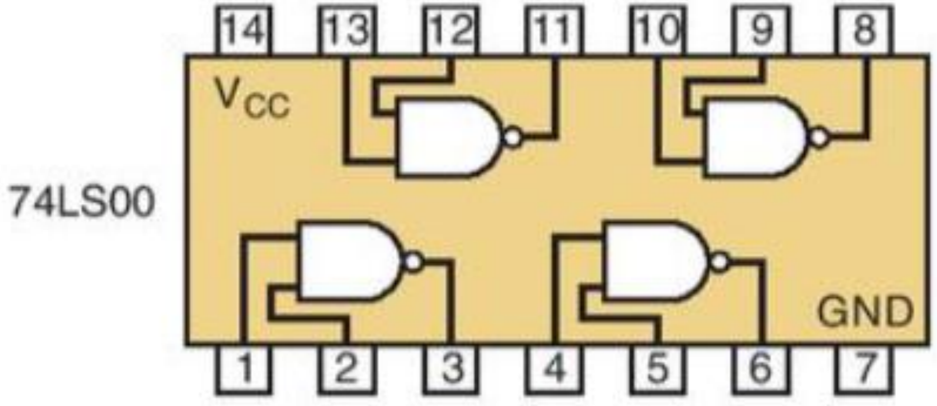


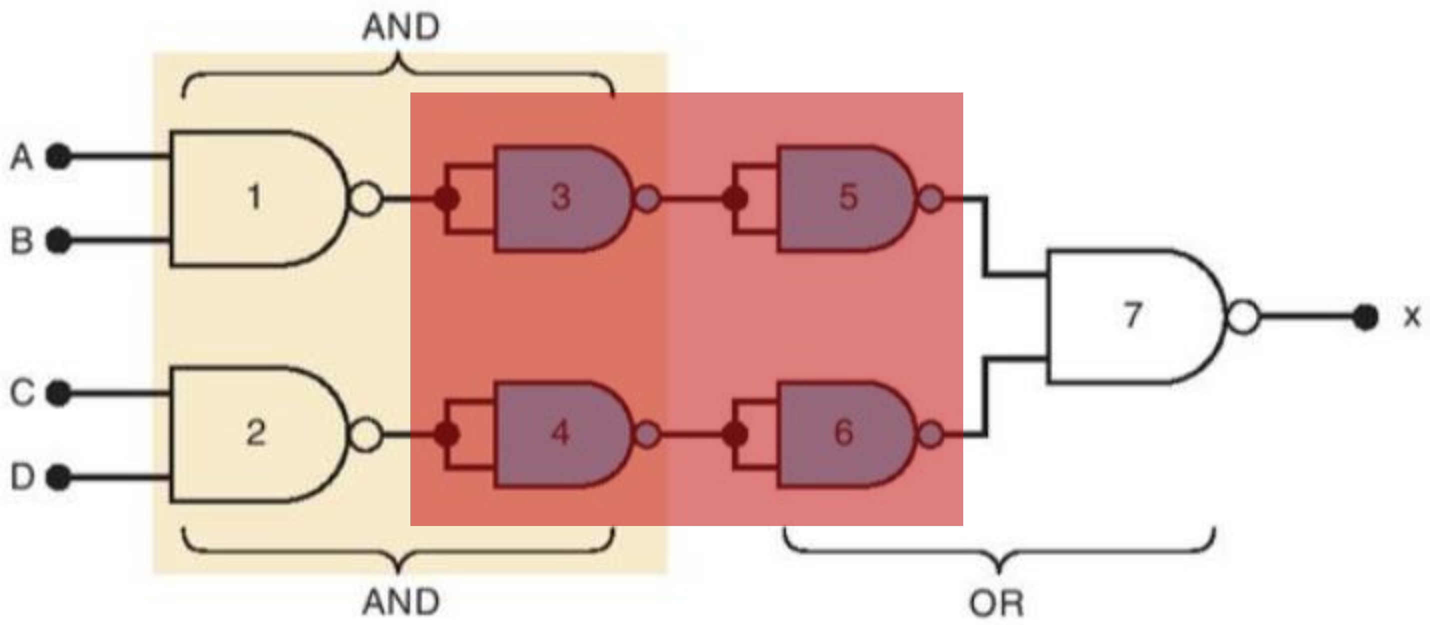


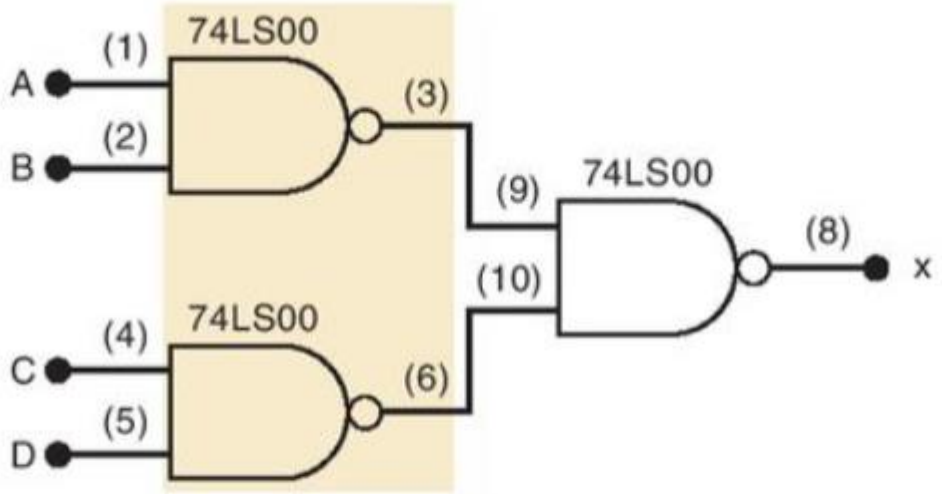
TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104-105

Exemplo 05

Eliminando-se a dupla inversão indicada, pode-se simplificar ainda mais o circuito.

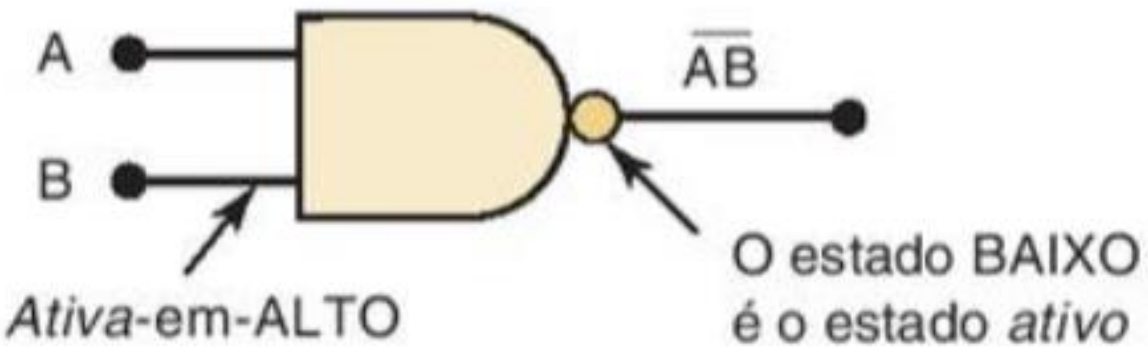




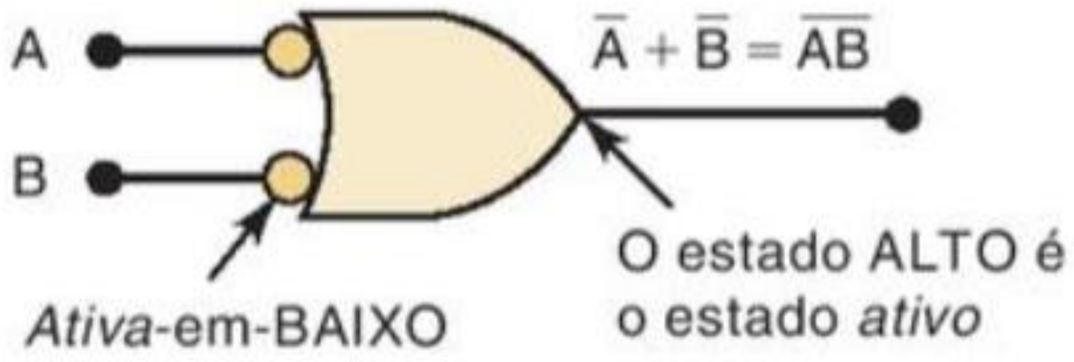


TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 104-105

Interpretação de símbolos lógicos



Saída vai para o nível BAIXO somente quando *todas* as entradas forem ALTAS



Saída é ALTA somente quando *qualquer* entrada é BAIXA

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 108

Síntese de circuitos lógicos & Teoremas Booleanos

Referências

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. Capítulo 3 – Descrição dos circuitos lógicos.

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. **ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL** 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 22 ago. 2022. Capítulo 3 – Álgebra de Boole e Simplificação de Circuitos Lógicos