

Tópicos de Ciências Exatas

**ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
E ENGENHARIAS**

2024/2



1º grau
 $ax + b$

ou

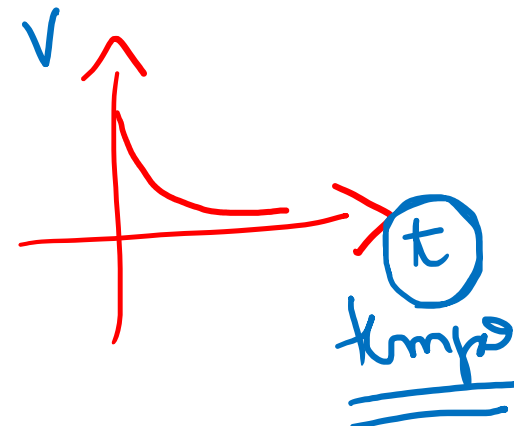
2º grau

mín ou máx

taxa
constante

Aula 11

Funções Exponenciais (Continuação)



Funções Exponenciais

Denominamos **função exponencial**
a função definida por

$$f(x) = a^x$$

com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$.



Exercício 01, da Aula 10:



a) Escreva quatro exemplos de funções exponenciais.

$$f(x) = 5^x; \quad g(x) = (\sqrt{2})^x; \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \quad h(x) = \pi^x; \quad y = e^x$$

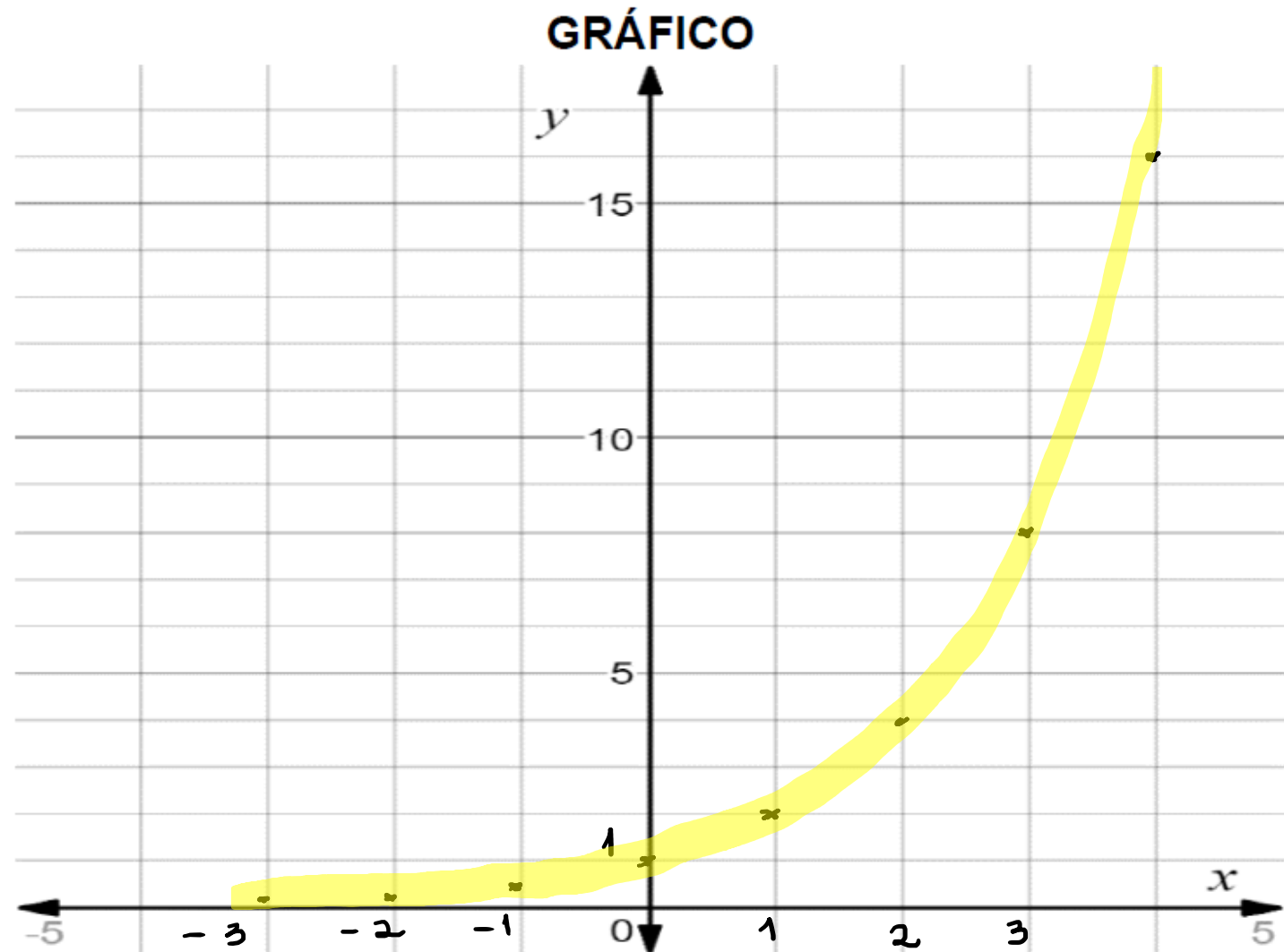
b) Desenvolva a Atividade 01 – da p. 11 (Notas de Aula), itens (a) e (b).



Atividade 1) Para cada uma das funções dadas, complete a tabela e construa o seu respectivo gráfico:

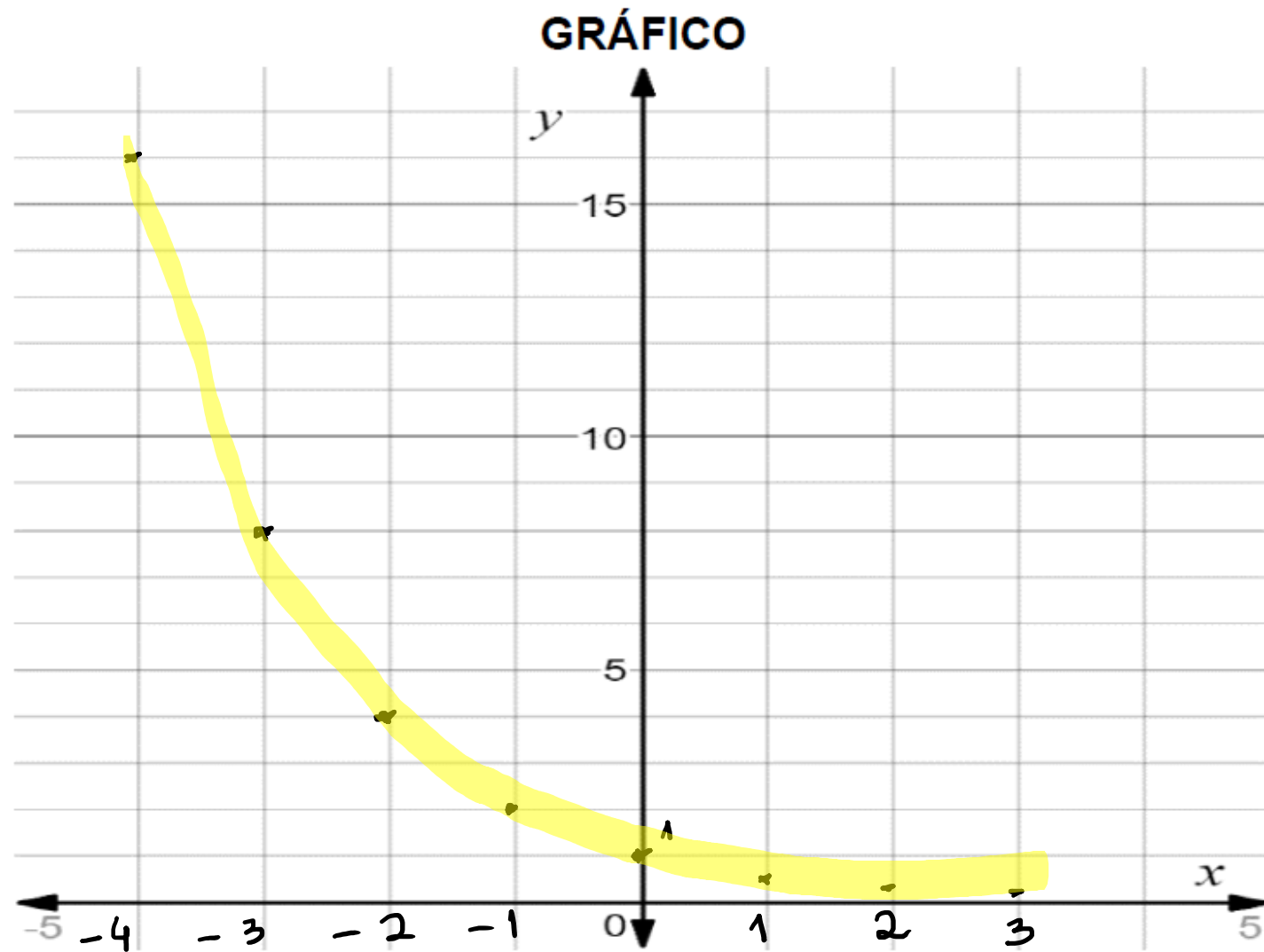
a) $f(x) = 2^x$

DOMÍNIO	IMAGEM
x	$f(x)$
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8



b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

DOMÍNIO	IMAGEM
x	$f(x)$
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	0,5
2	0,25
3	0,125



tema

Exercício 02, da Aula 10:

Construa o gráfico da função exponencial

$$f(x) = e^x$$

→ tem e
2,7182...

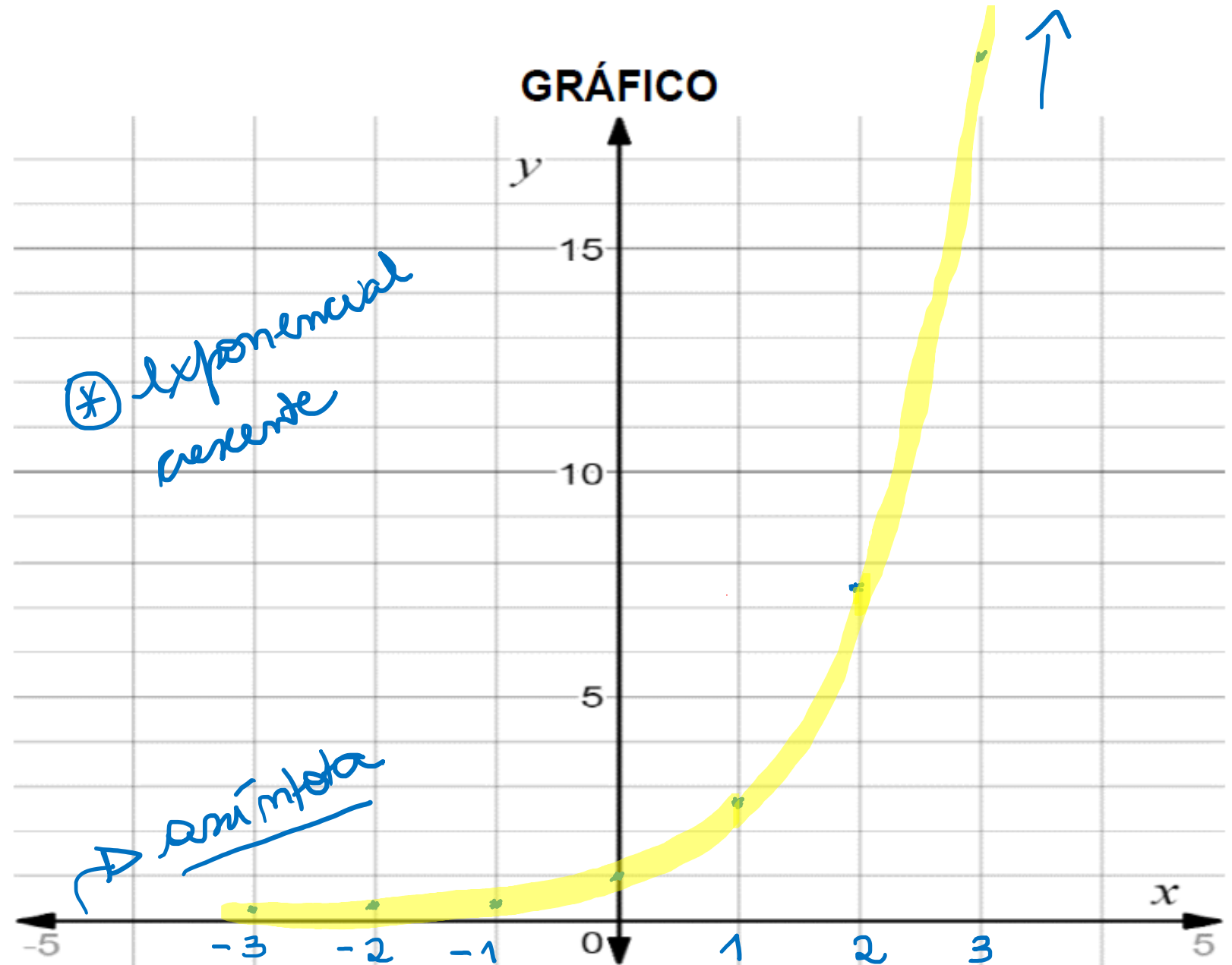
(Notas de Aula, p. 12 – Atividade 01: item c).



c) $f(x) = e^x$

DOMÍNIO	IMAGEM
x	$f(x)$
-3	0,0498
-2	0,135
-1	0,368
0	1
1	2,718
2	7,389
3	20,086

$\boxed{e^x} \rightarrow e^{-3}$
 $\boxed{e^a} \rightarrow e^{-3}$
 $\exp(-3)$



tema

Exercício 03, da Aula 10:

Identifique se as expressões representam funções exponenciais.
Em caso positivo, determine se são crescentes ou decrescentes:

a) ~~$y = x^8$~~

b) $y = 3^x$

c) $y = 5^x$

C

C

d) ~~$y = 4^2$~~

e) ~~$y = x^{1,3}$~~

f) $y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

D

g) $y = (0,5)^x$

D

h) ~~$y = x^{2/3}$~~

i) ~~$y = x^x$~~



tema

Exercício 04, da Aula 10:

Para cada item: construa o gráfico de $f(x) = 2^x$ e $g(x)$ no mesmo plano cartesiano (você pode utilizar um software gráfico). Em seguida, analise crescimento, decrescimento, domínio e imagem das funções.

a) $g(x) = 2^x - 3$

b) $g(x) = 2^x + 2$

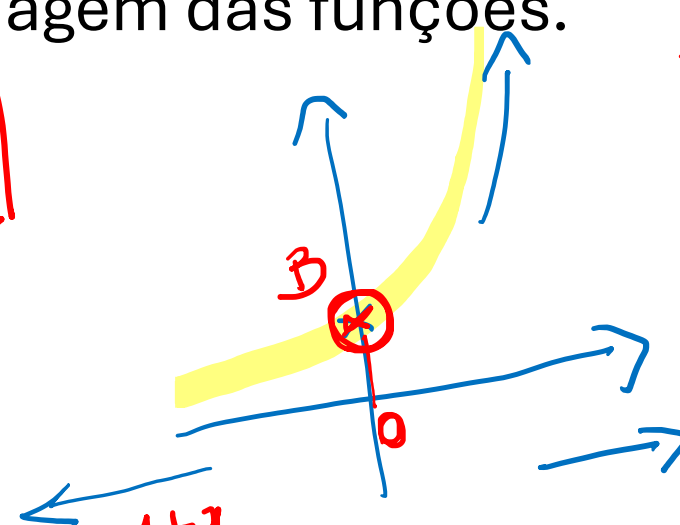
c) $g(x) = 3 \cdot 2^x$

d) $g(x) = \frac{2^x}{3} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 2^x$

$a^x \pm C$

$B \cdot a^x$

$imp: \frac{1}{2} \cdot 2^x = 2^{x-1}$ (TDE 3)



$B \cdot a^0$
 $B \cdot 1$
 (B)





GeoGebra



Graphing

ASSIGN



Algebra



Tools



Table



$$f(x) = 2^x$$



$$g(x) = 2^x - 3$$



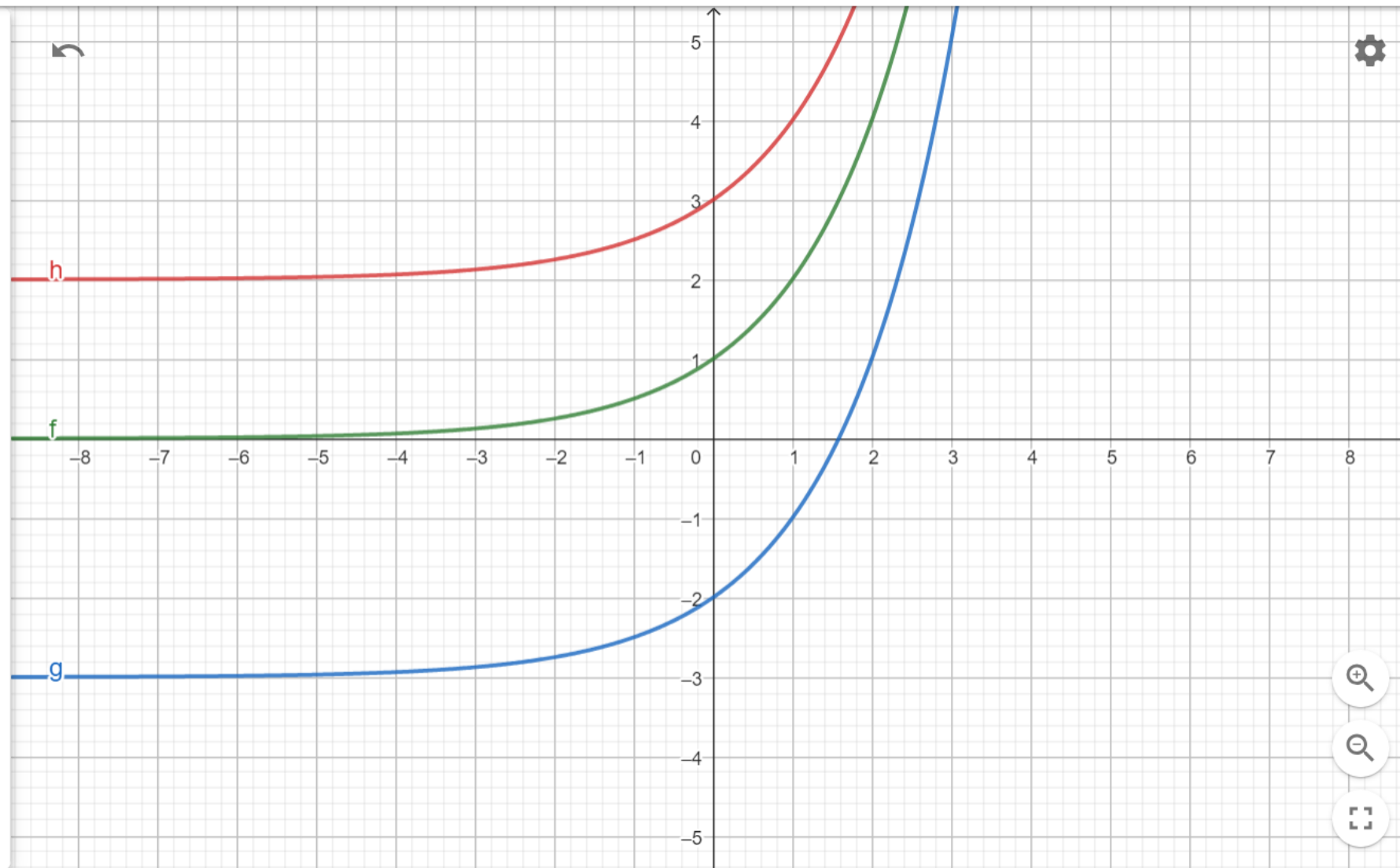
$$h(x) = 2^x + 2$$



Input...



GeoGebra Calculator Suite





GeoGebra



Graphing



ASSIGN



Algebra



Tools



Table



$$f(x) = 2^x$$



$$g(x) = 3 \cdot 2^x$$



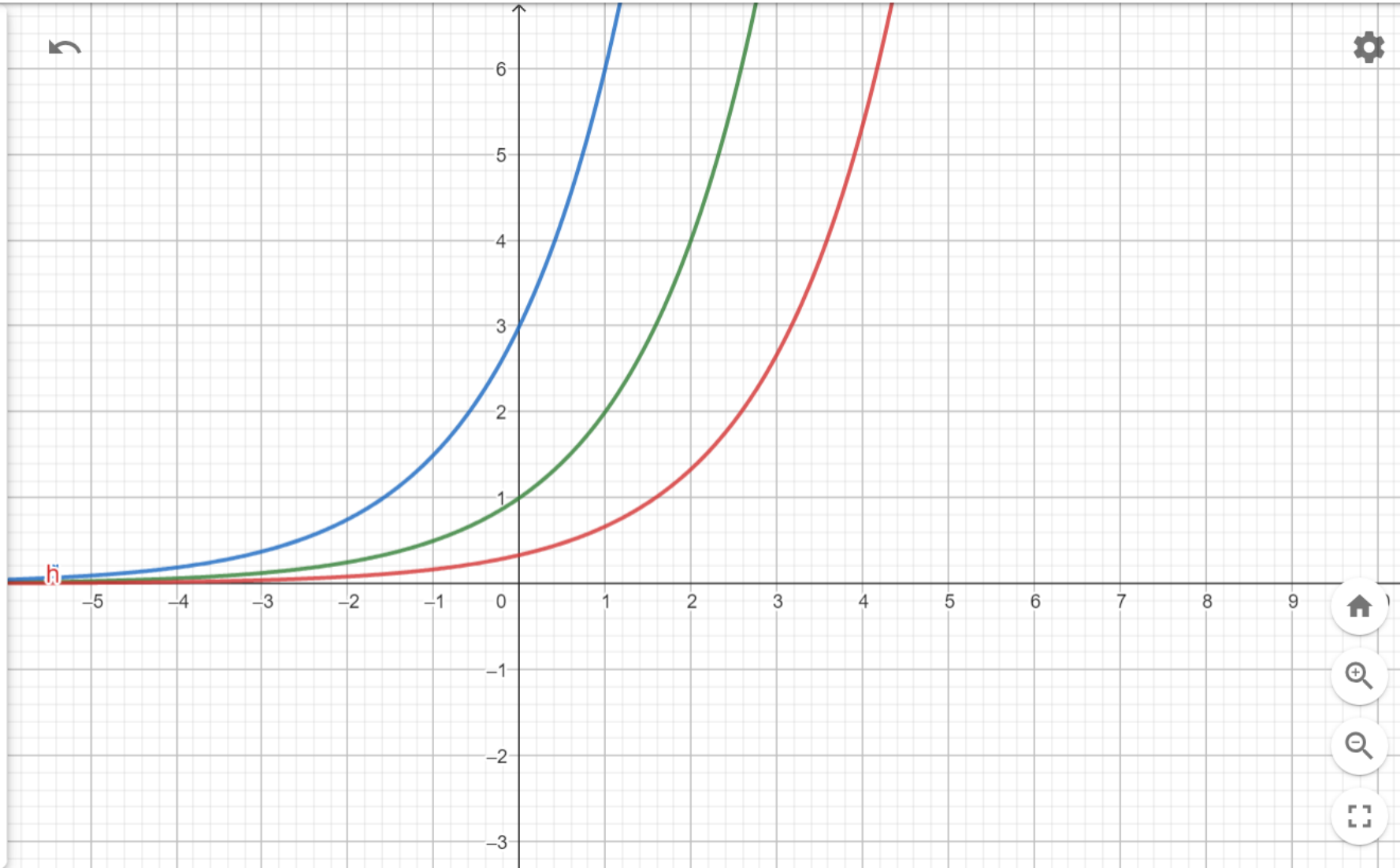
$$h(x) = \frac{1}{3} \cdot 2^x$$



Input...



GeoGebra Calculator Suite



Explore outros exemplos, com auxílio de um software gráfico, e identifique a “ação” de cada coeficiente nas funções:

$$f(x) = a^x$$

$$f(x) = B \cdot a^x$$

$$f(x) = a^x + C$$

$$f(x) = B \cdot a^x + C$$

$$f(x) = B \cdot a^{kx} + C$$

tema

Exercício 05, da Aula 10:

Com a seca, estima-se que o nível de água (em metros) em um reservatório, daqui a t meses, seja $n(t) = 7,6 \cdot 4^{-0,2t}$. Qual é o tempo necessário para que o nível de água se reduza à oitava parte do nível atual?

$$m(0) = 7,6 \cdot 4^{-0,2 \cdot 0}$$

$$m(0) = 7,6 \cdot 4^0$$

$$m(0) = 7,6$$

$$* t = ?$$

$$* m = \frac{7,6}{8}$$

$$\frac{7,6}{8} = 7,6 \cdot 4^{-0,2t}$$

$$\frac{1}{8} = 4^{-0,2t}$$

$$\frac{1}{2^3} = (2^2)^{-0,2t}$$

$$2^{-3} = 2^{-0,4t}$$

$$-3 = -0,4t$$

$$t = \frac{-3}{-0,4} = 7,5 \text{ meses}$$



uma

Exercício 06, da Aula 10:

Analistas do mercado imobiliário de um município estimam o valor (v), em reais, de um apartamento nesse município seja dado pela lei $v(t) = 250000 \cdot 1,05^t$, sendo t o tempo em anos, contados a partir da data de entrega do apartamento.

- a) Qual o valor desse imóvel na data de entrega?
- b) Qual é a valorização, em reais, desse apartamento, um ano após a entrega?
- c) Qual será o valor desse imóvel 6 anos após a entrega?



$$v(t) = 250000 \cdot 1,05^t$$

a) Qual o valor desse imóvel na data de entrega? $t = 0$

$$v(0) = 250000 \cdot 1,05^0 = 250000 \text{ reais}$$

b) Qual é a valorização, em reais, desse apartamento, $t=1$ um ano após a entrega?

$$v(1) = 250000 \cdot 1,05^1 = 262500 \text{ reais}$$

então; valorizou 12500 reais

c) Qual será o valor desse imóvel 6 anos após a entrega?

$$v(6) = 250000 \cdot 1,05^6 = 335023,91 \text{ reais}$$



Exercício 07, da Aula 10:

vamos
fazer juntos,
na próxima
aula!

Comportamento exponencial do crescimento da bactéria *Escherichia coli*

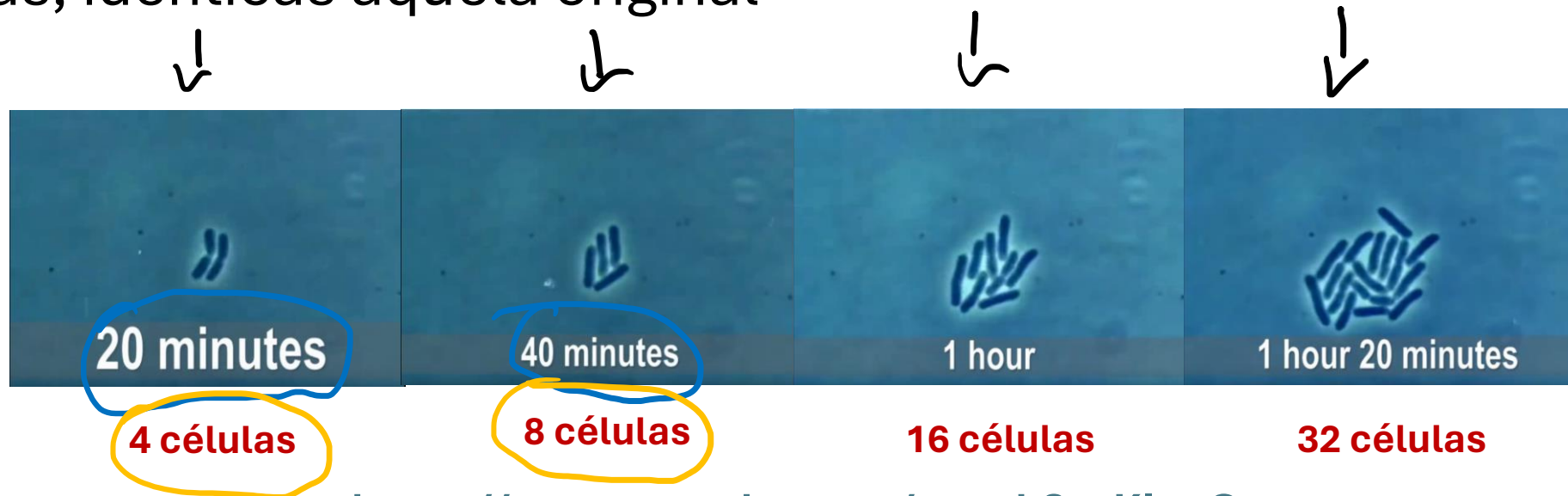
- A *Escherichia coli* (*E. coli*), é um tipo de bactéria que habita naturalmente o intestino das pessoas e de alguns animais, sem que haja qualquer sinal de doença.
- Porém, há alguns tipos de *E. coli* que são nocivos para as pessoas e que entram no organismo devido ao consumo de alimentos contaminados, causando infecções intestinais e infecções urinárias.



$$N = B \cdot a^{k \cdot t}$$

$$N = 2^{(3t+1)}$$

- A *E. coli* se reproduz a partir de um processo chamado fissão binária, que começa por uma elongação celular, propiciando a formação de um septo e culmina na separação em duas células-filhas, idênticas àquela original



<https://www.youtube.com/watch?v=KlpcCyuyyz>

a) Podemos determinar a população de *E. coli* em 24 horas?

b) Quanto tempo levará para que a população de *E. coli* atinja 1 milhão de células?



a) $N = ?$ $t = 24h$

$$N = 2^{\left(\frac{3 \cdot 24}{h} + 1\right)}$$

$$N = 2^{(72+1)} = 2^{73}$$

$$N = 9,44 \cdot 10^{21} \text{ bactérias}$$

$$N = 2^{(3t+1)} \text{ em horas}$$

$$N = 2^{(3 \cdot 0 + 1)} = 2^1 \Rightarrow N(0) = 2$$

$$N = 2^{(3t+1)} = 2^{3t} \cdot 2$$

$$N = \underbrace{2}_B \cdot \underbrace{2^{3t}}_a$$

b) $t = ?$ $N = 10^6 \text{ bac.}$

$$N = 2^{(3t+1)}$$

$$10^6 = 2^{(3t+1)}$$

$$(10)^6 = 2^{(3t+1)}$$

$$10 = 10 \cdot 1 = 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$(2 \cdot 5)^6 = 2^{(3t+1)}$$

$$2^6 \cdot 5^6 = 2^{(3t+1)}$$

$$2^6 \cdot 5^6 = 2^{3t} \cdot 2$$

$$2^{6-1} = 2^5$$

$$2^5 \cdot 5^6 = 2^{3t}$$

$$500000 = 2^{3t}$$

$$2^{18} = 262144$$

$$2^{19} = 524288$$

$$2^{18} < 2^{3t} < 2^{19}$$

$$t \approx 6, \dots$$

Outros Exemplos: Modelos Exponenciais



Função Exponencial na Química

- 7.10** Do estudo da Química, sabemos que alguns elementos têm a tendência natural de emitir radiação e transformar-se em elementos diferentes. Eles são chamados de elementos *radioativos*. Com o passar do tempo, a quantidade do elemento original presente em uma amostra diminui de acordo com a função

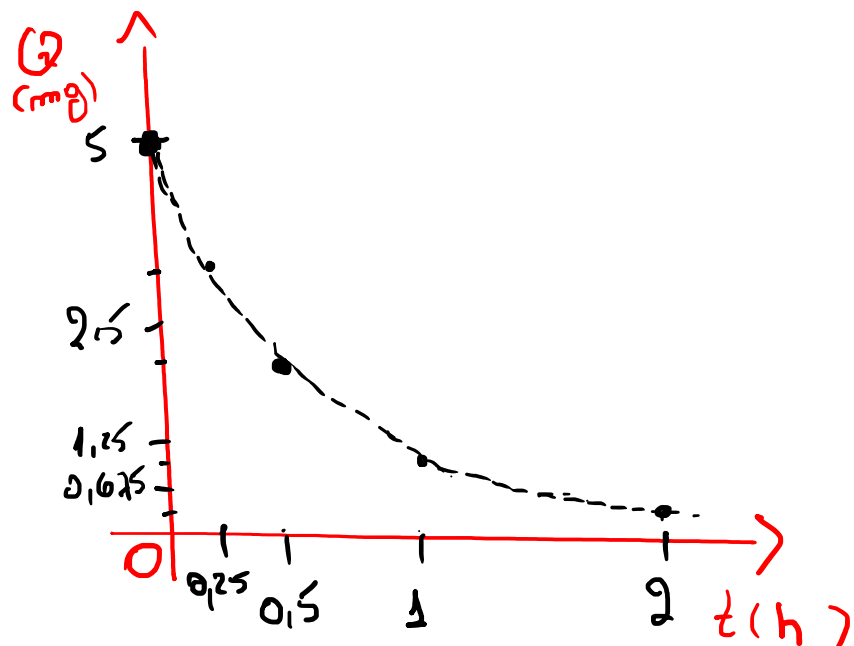
$$Q(t) = Q_0 e^{-kt}, \quad Q_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

onde Q é a quantidade do elemento presente na amostra (medido em unidades de massa), Q_0 é a quantidade inicial, t é o tempo transcorrido desde a medição inicial e k é uma constante positiva característica de cada elemento. Para o iodo-128 (usado como *contraste* em diagnóstico por imagem) o valor de k é $0,0275 \text{ min}^{-1}$ (Halliday; Resnick; Merrill, 1991, p. 263).

- (a) Suponha que 5 mg de iodo-128 sejam injetados em um paciente. Desenhe o gráfico mostrando a quantidade de contraste presente no paciente até 2 horas após sua injeção.
- (b) Qual é a taxa média de decaimento durante a primeira hora? E durante a segunda hora?



a) Gráfico.



$$Q = Q_0 e^{(-kt)}$$

0 → 2 horas

$$t = 0 \rightarrow Q = Q_0 = 5 \text{ mg}$$

$$t = 2 \rightarrow Q = 5 \text{ mg} \cdot e^{(-0,0275 \cdot 120 \text{ min})}$$

$$Q \approx 0,184 \text{ mg}$$

$$t = 1 \text{ h} \rightarrow Q = 5 \text{ mg} \cdot e^{(-0,0275 \cdot 60)}$$

$$Q \approx 0,9602 \text{ mg}$$

$$t = 0,5 \text{ h} \rightarrow Q = 5 \text{ mg} \cdot e^{(-0,0275 \cdot 30)}$$

$$Q = 2,19 \text{ mg}$$

$$t = 0,25 \text{ h} \rightarrow Q = 5 \text{ mg} \cdot e^{(-0,0275 \cdot 15)}$$

$$Q = 3,302 \text{ mg}$$

Função Exponencial na Física

A tensão de descarga de um capacitor em um circuito RC pode ser determinada a partir da função

$$V = V_0 e^{-kt}$$

onde V é a tensão de descarga, em volts, V_0 é a tensão de descarga inicial, k é uma constante e t é o tempo, em segundos.

Dada a função de descarga de um capacitor $V = 6e^{-0,02t}$, determine qual será a tensão no capacitor após 40 s.



$$V = 6e^{-0,02t}$$
$$\begin{cases} t = 40s \\ V = ? \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = 6e^{-0,02 \cdot 40}$$
$$V = 6e^{-0,8}$$
$$V \approx 2,696$$
$$V \approx 2,7 \text{ V}$$



Atividades da Aula 11

- Resolva os **exercícios complementares da Aula 11**, disponíveis no módulo da semana (com as respectivas respostas).
- Sobre a AP1: Refizeram as questões?
- As respostas foram publicadas no fórum de correção, para conferência.
- Em caso de dúvidas, use o espaço do fórum para solicitar ajuda/orientação.
- Verifique as orientações para a 2ª Etapa do Projeto

