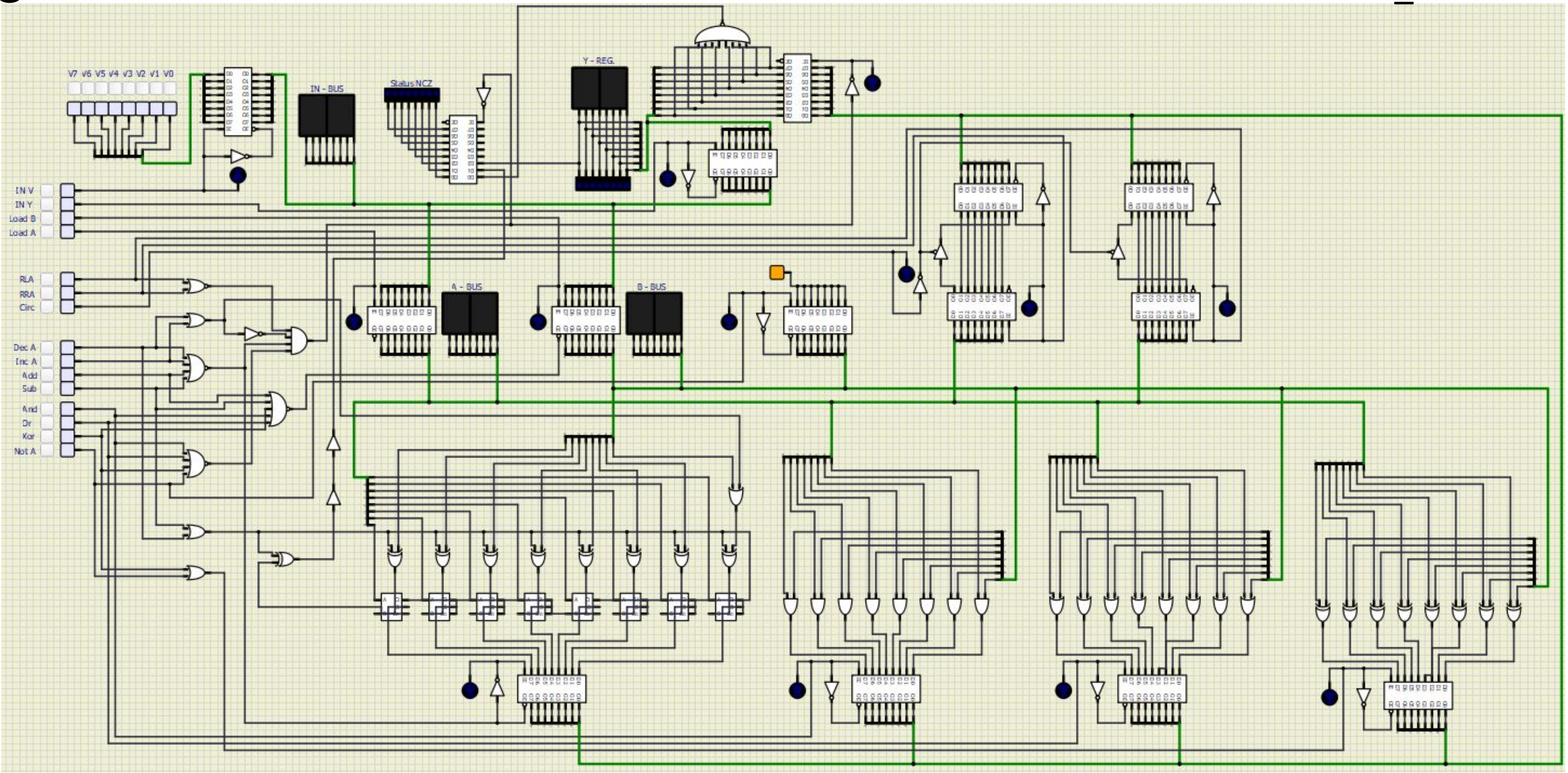
Objetivos

- Apresentar o conceito de circuitos aritméticos: meio somador, somador-completo, meio subtrator, subtrator completo.

Circuitos Aritméticos

Os circuitos aritméticos são utilizados, principalmente, para construir a ULA (Unidade Lógica Aritmética) dos microprocessadores e, ainda, são encontrados em circuitos integrados.

8bit_ALU.simu



IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 196

Circuitos Aritméticos – Parte I

Operação de soma (Revisão)

Exemplo 01: Realize as seguintes operações binárias:

a) 011 + 110

b) 1001 + 1111

c) 11,011 + 10,110

$$\begin{array}{rr} 011 & (3) \\ +\ 110 & (6) \\ \hline 1001 & (9) \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 1001 & (9) \\ +\ 1111 & (15) \\ \hline 11000 & (24) \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 11{,}011 & (3{,}375) \\ +\ 10{,}110 & (2{,}750) \\ \hline 110{,}001 & (6{,}125) \end{array}$$

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 347

Circuitos Aritméticos – Parte I

Meio somador

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\;0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +\;1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +\;0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}1 \\ +\;1 \\ \hline 10 \end{array}$$

transporte

A	B	S	Ts
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ts → transporte de saída

(0 + 0 = 0 → Ts = 0)

(0 + 1 = 1 → Ts = 0)

(1 + 0 = 1 → Ts = 0)

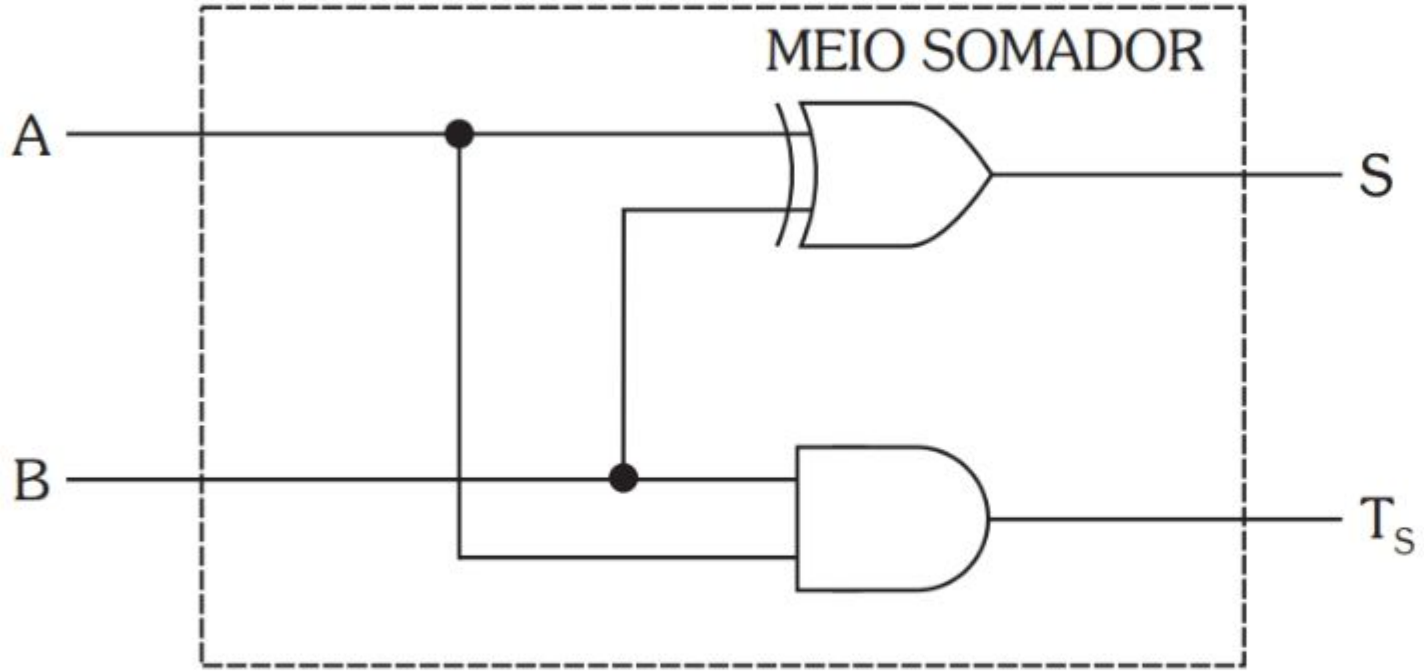
(1 + 1 = 0 → Ts = 1)

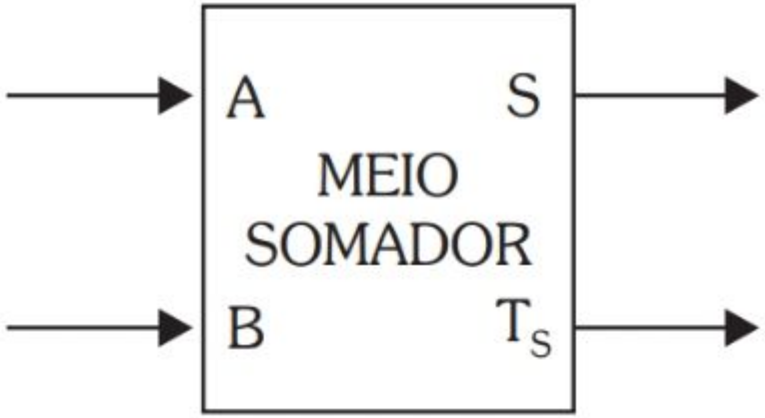
$$\boxed{\begin{array}{l} S = A \oplus B \\ T_s = AB \end{array}}$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 196

Circuitos Aritméticos – Parte I

Meio somador





$$\boxed{\begin{aligned} S &= A \oplus B \\ T_s &= AB \end{aligned}}$$

O circuito meio somador é também conhecido como ***half adder***, sendo a saída de transporte denominada ***carry out***.

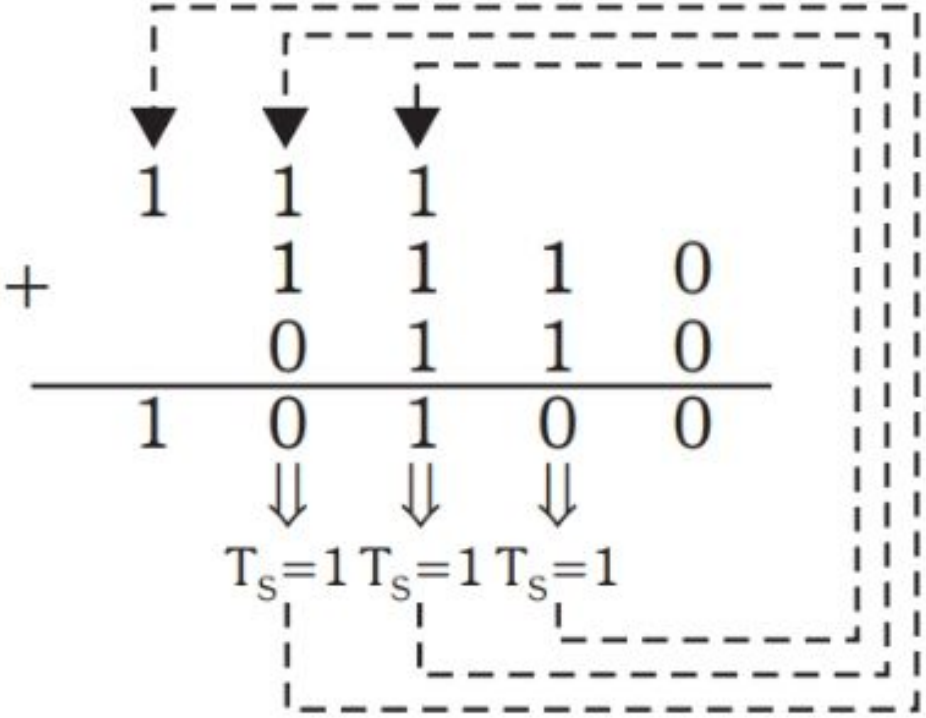
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 197

Circuitos Aritméticos – Parte I

Somador completo

O meio somador possibilita efetuar a soma de números binários com um algarismo. Para fazer a soma de números binários de mais algarismos, esse circuito torna-se insuficiente, pois não possibilita a introdução do transporte de entrada proveniente da coluna anterior.

Exemplo:



IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 197

Somador completo

A	B	T_E	S	Ts
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$T_E \rightarrow$ transporte de entrada

$(0 + 0 + 0 = 0 \rightarrow Ts = 0)$

$(0 + 0 + 1 = 1 \rightarrow Ts = 0)$

$(0 + 1 + 0 = 1 \rightarrow Ts = 0)$

$(0 + 1 + 1 = 0 \rightarrow Ts = 1)$

$(1 + 0 + 0 = 1 \rightarrow Ts = 0)$

$(1 + 0 + 1 = 0 \rightarrow Ts = 1)$

$(1 + 1 + 0 = 0 \rightarrow Ts = 1)$

$(1 + 1 + 1 = 1 \rightarrow Ts = 1)$

$$S = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}BT_E + A\bar{B}T_E + AB\bar{T}_E + ABT_E$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 198

Somador completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.

$$S = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}BT_E + A\bar{B}T_E + AB\bar{T}_E + ABT_E$$

T_E \ AB	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$\boxed{S = A \oplus B \oplus T_E}$$

A	B	C	(A ⊕ B) ⊕ C	A ⊕ (B ⊕ C)	(A ⊕ C) ⊕ B
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 136-137;198-199

Somador completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.

$$S = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}BT_E + A\bar{B}T_E + AB\bar{T}_E + ABT_E$$

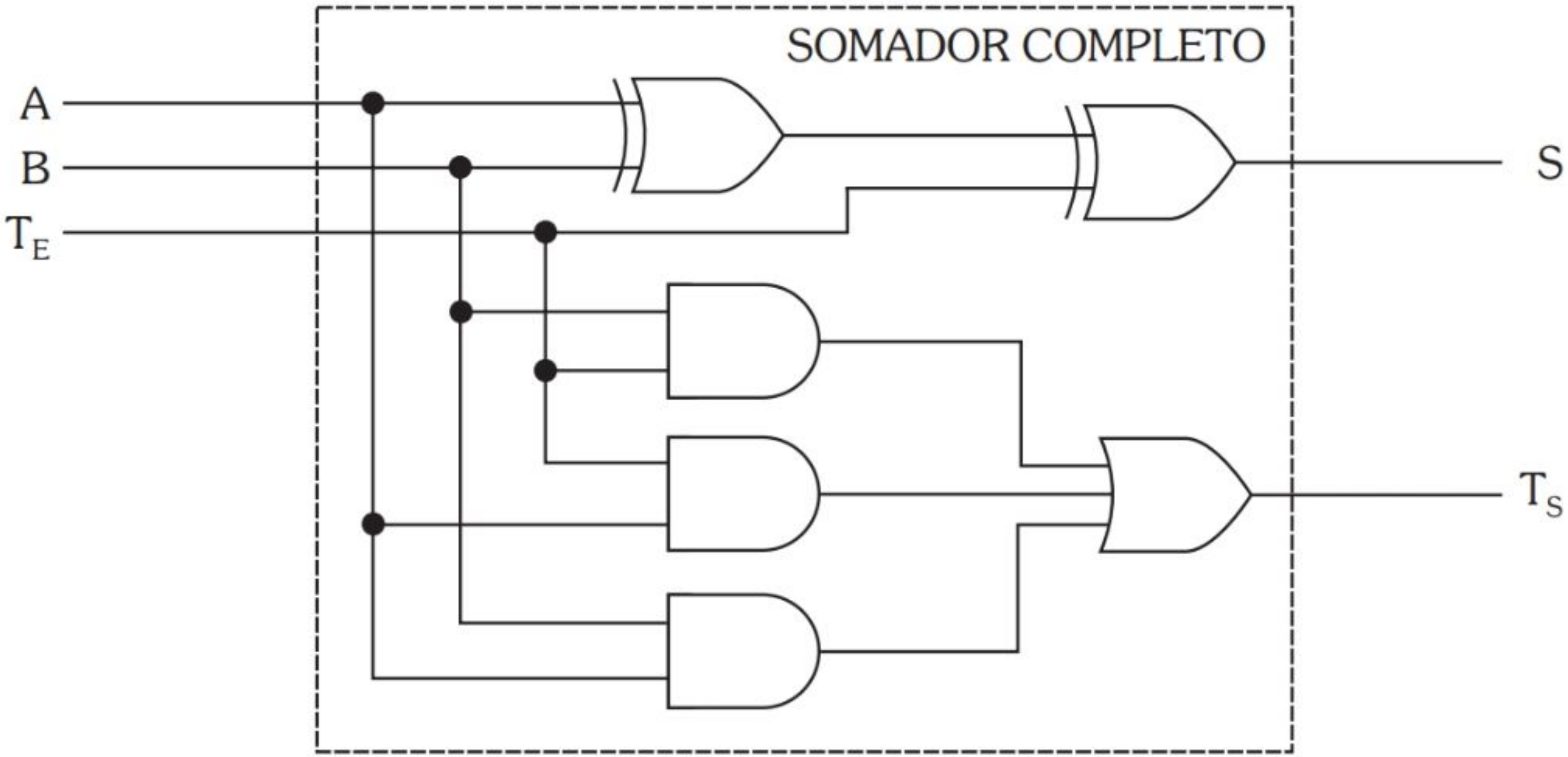
T_E \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

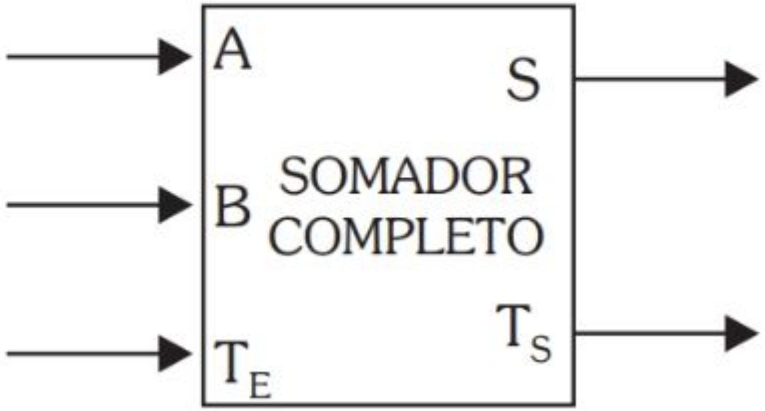
$$\boxed{\mathrm{T_S} = AB + BT_E + AT_E}$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 136-137;198-199

Somador completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.





$$S = A \oplus B \oplus T_E$$
$$T_S = AB + BT_E + AT_E$$

O circuito somador completo é também conhecido como ***full adder***, sendo a entrada de transporte denominada ***carry in***.

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 198-199

Somador completo

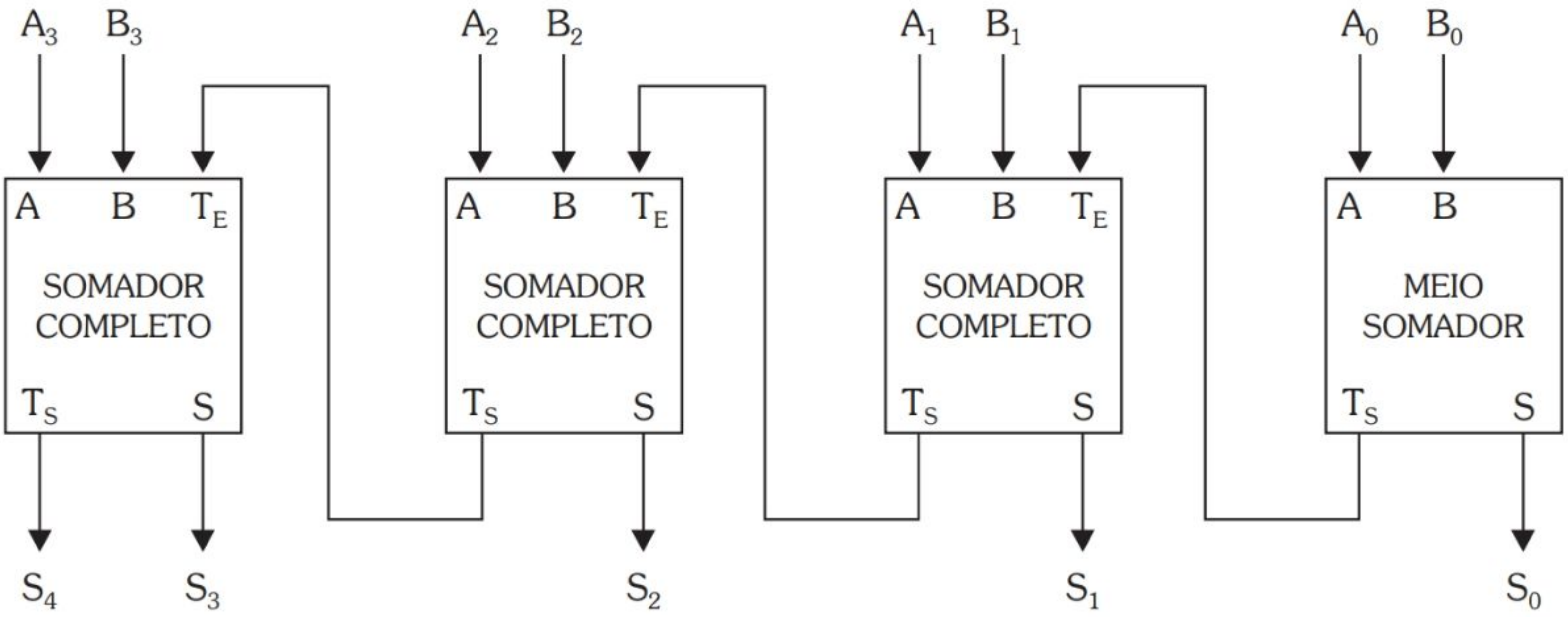
Exemplo 02: Construa um somador completo de 4 bits que execute a operação de soma conforme mostrado a seguir:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\
+ & B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\
\hline
S_4 & S_3 & S_2 & S_1 & S_0
\end{array}
$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 199-200

Somador completo

Exemplo 02: Construa um somador completo de 4 bits que execute a operação de soma conforme mostrado a seguir:



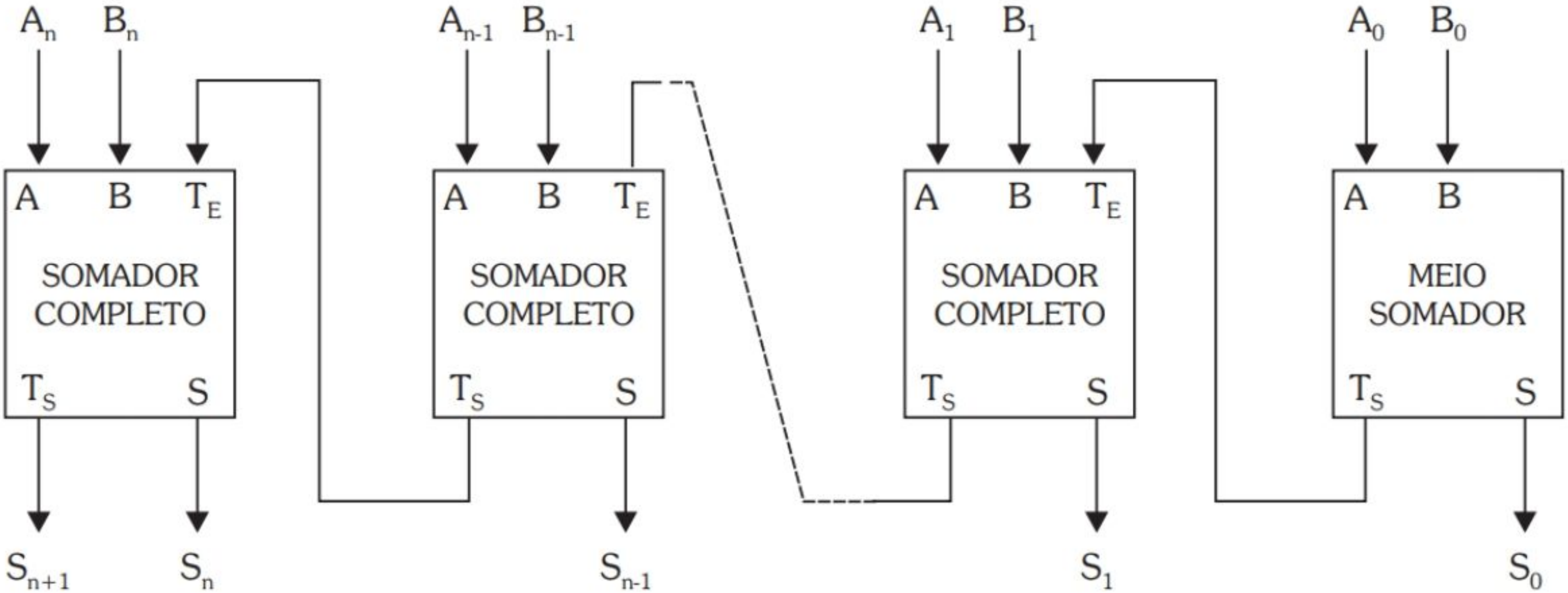
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 199-200

Circuitos Aritméticos – Parte I

Somador completo

Generalizando para um sistema que efetua a soma de dois números de m bits (m=n+1), tem-se:

	A_n	A_{n-1}	...	A_1	A_0
+	B_n	B_{n-1}	...	B_1	B_0
S_{n+1}	S_n	S_{n-1}	...	S_1	S_0



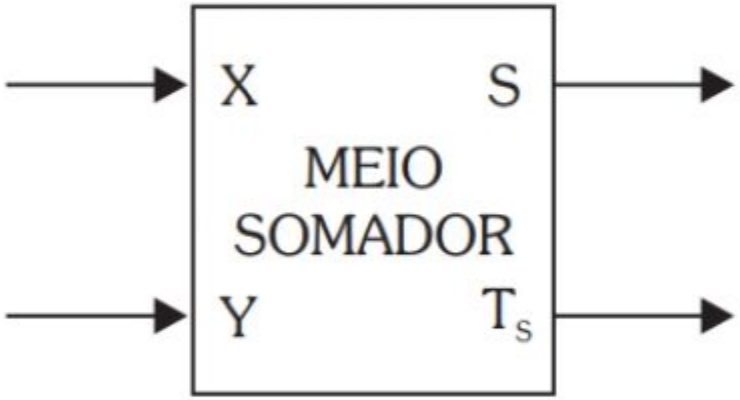
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 199-200

Circuitos Aritméticos – Parte I

Somador completo a partir de meio somadores

Pode-se construir um somador completo a partir de dois meio somadores.

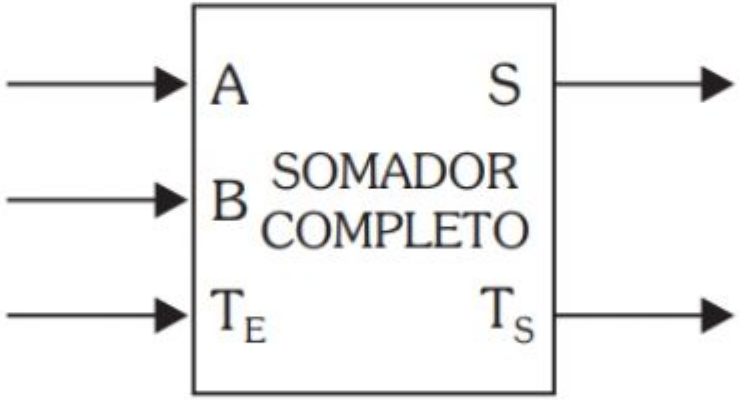
Meio somador:



$$S = X \oplus Y$$

$$T_s = XY$$

Somador completo:



$$S = A \oplus B \oplus T_E$$

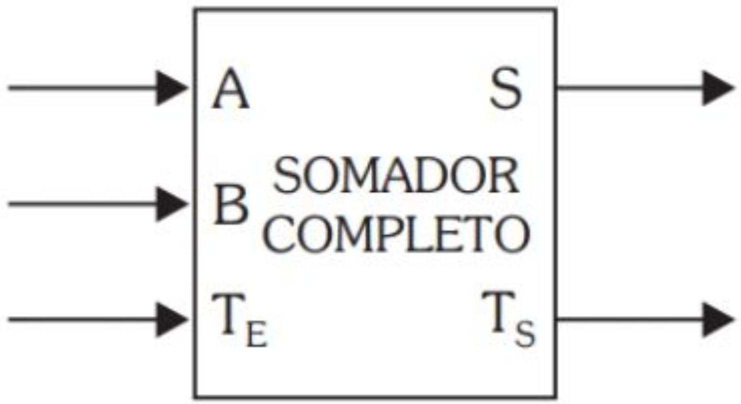
$$Ts = \bar{A}BT_E + A\bar{B}T_E + AB\bar{T}_E + ABT_E$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 201-202

Somador completo a partir de meio somadores

Pode-se construir um somador completo a partir de dois meio somadores.

Somador completo:



$$S = A \oplus B \oplus T_E$$

$$Ts = \bar{A}BT_E + A\bar{B}T_E + AB\bar{T}_E + ABT_E$$

Fatorando a expressão de T_s, tem-se:

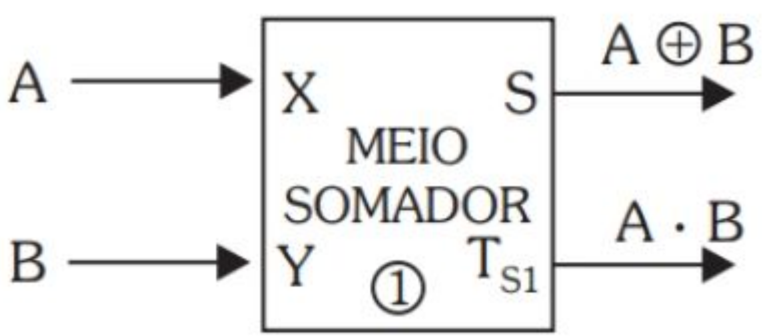
$$Ts = T_E(\bar{A}B + A\bar{B}) + AB(\bar{T}_E + T_E) \;\therefore\; \boxed{Ts = T_E(A \oplus B) + AB}$$

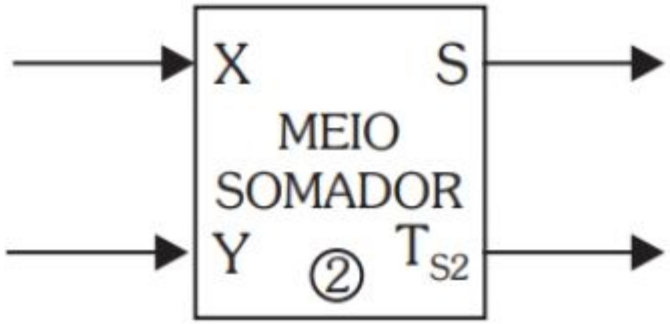
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 201-202

Circuitos Aritméticos – Parte I

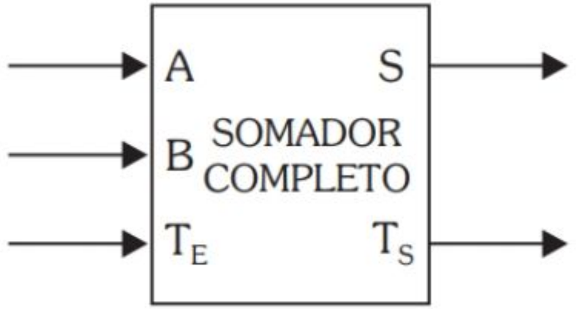
Somador completo a partir de meio somadores

Pode-se construir um somador completo a partir de dois meio somadores.





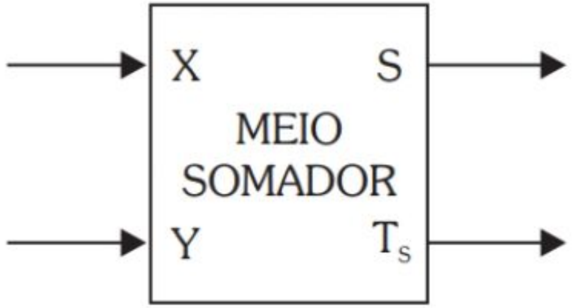
Somador completo:



$$S = A \oplus B \oplus T_E$$

$$Ts = T_E\,(A \oplus B) + AB$$

Meio somador:



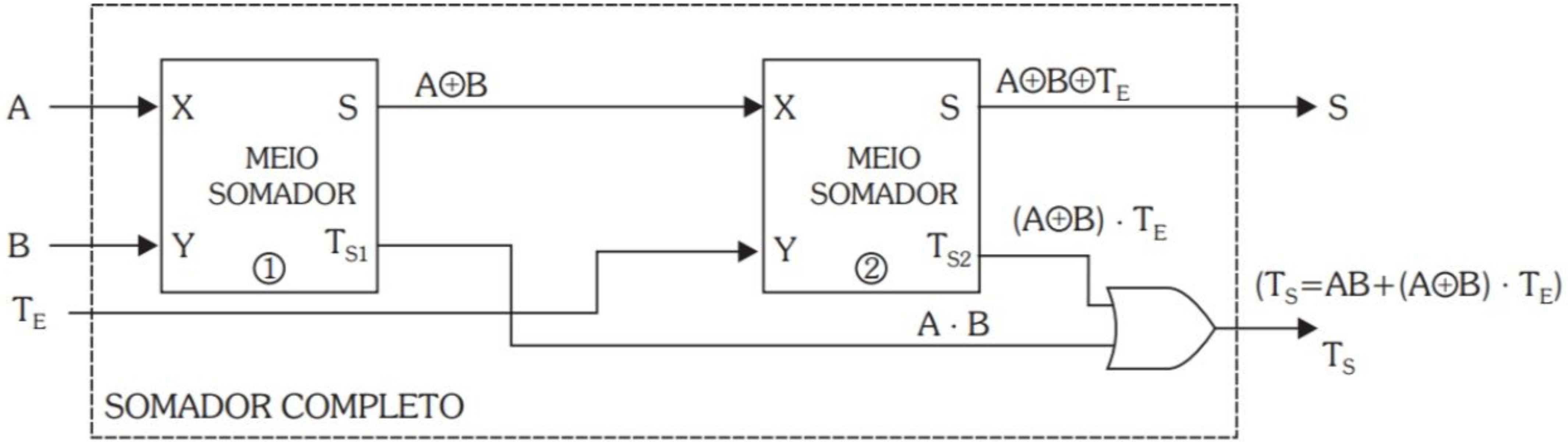
$$S = X \oplus Y$$

$$T_s = XY$$

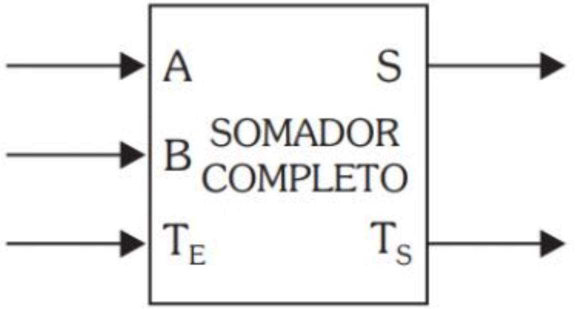
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 201-202

Somador completo a partir de meio somadores

Pode-se construir um somador completo a partir de dois meio somadores.



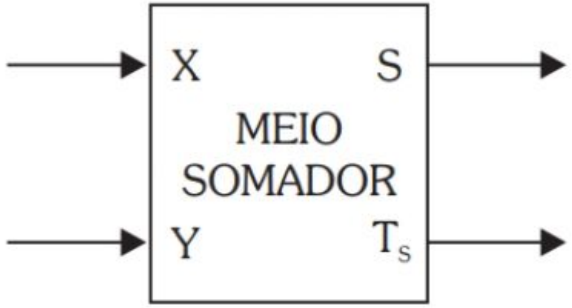
Somador completo:



$$S = A \oplus B \oplus T_E$$

$$Ts = T_E\ (A \oplus B) + AB$$

Meio somador:



$$S = X \oplus Y$$

$$T_s = XY$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 201-202

Operação de subtração (Revisão)

Exemplo 03: Realize as seguintes operações binárias:

a) 110 - 010

b) 11011 - 01101

c) 1000,10 - 0011,01

$$\begin{array}{rr} & 110 \\ - & 010 \\ \hline & 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} (6) \\ (2) \\ \hline (4) \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 11011 \\ - & 01101 \\ \hline & 1110 \end{array} \quad \begin{array}{r} (27) \\ (13) \\ \hline (14) \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 1000{,}10 \\ - & 0011{,}01 \\ \hline & 101{,}01 \end{array} \quad \begin{array}{r} (8{,}50) \\ (3{,}25) \\ \hline (5{,}25) \end{array}$$

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. Sistemas digitais: princípios e aplicações, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. P. 348

Meio subtrator

$0 - 0 = 0$

$0 - 1 = 1$ *e* transporta 1 (“empresta” 1)

$1 - 0 = 1$

$1 - 1 = 0$

A	B	S	Ts
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$(0 - 0 = 0 \rightarrow Ts = 0)$

$(0 - 1 = 1 \rightarrow Ts = 1)$

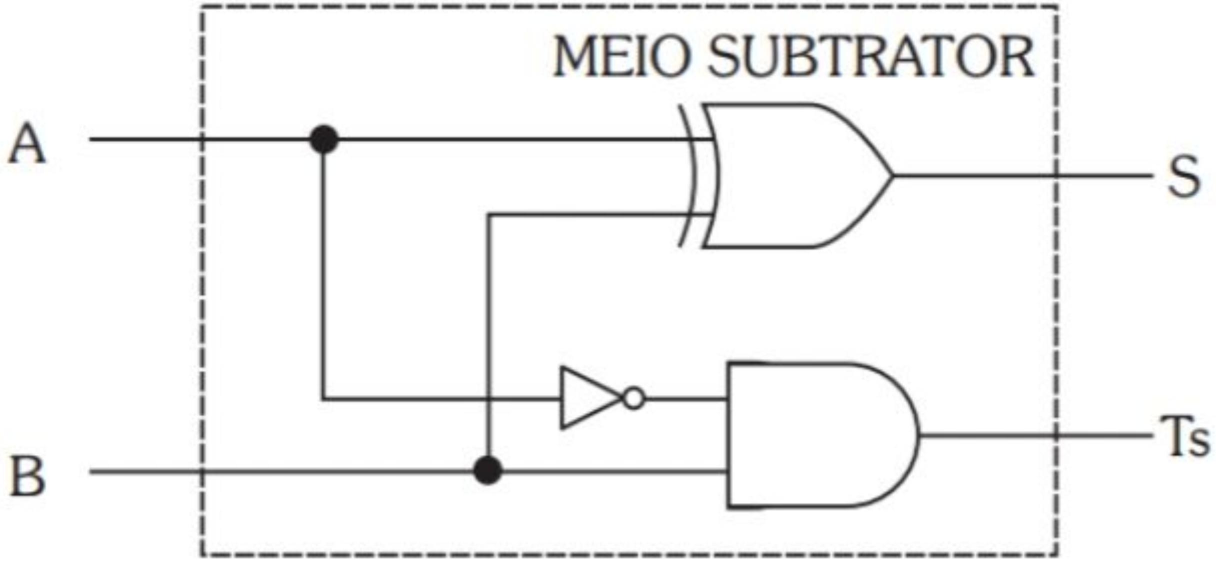
$(1 - 0 = 1 \rightarrow Ts = 0)$

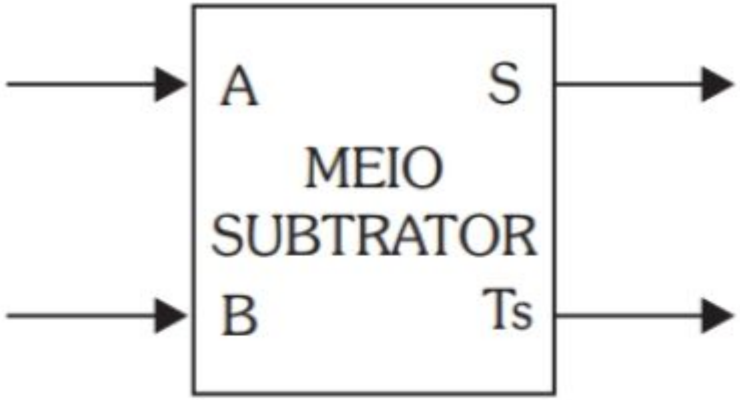
$(1 - 1 = 0 \rightarrow Ts = 0)$

$$\boxed{\begin{array}{l} S = A \oplus B \\ T_s = \bar{A}B \end{array}}$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 202

Meio subtrator





$$S = A \oplus B$$
$$T_s = \bar{A}B$$

O circuito meio subtrator é também conhecido como ***half subtractor***.

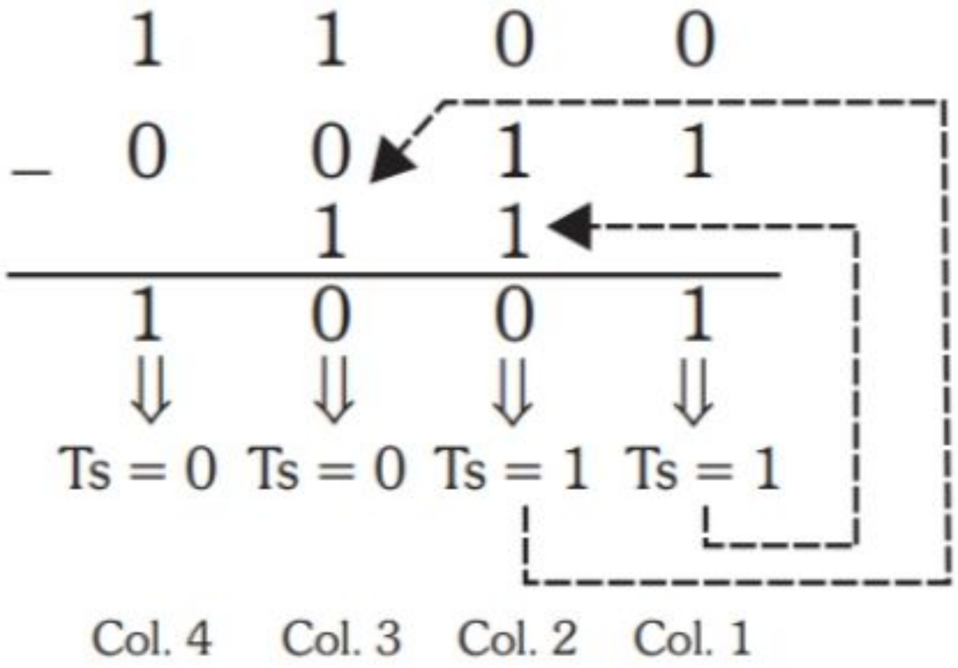
IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 203

Circuitos Aritméticos – Parte I

Subtrator completo

O meio subtrator possibilita efetuar a subtração de números binários de um algarismo. Para fazer uma subtração com números de mais algarismos, esse circuito torna-se insuficiente, pois não possibilita a entrada do transporte (T_E), proveniente da coluna anterior.

Exemplo:



IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 203-204

Subtrator completo

A	B	T_E	S	Ts
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$S = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + \bar{A}BT_E + ABT_E$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 203-204

Subtrator completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.

$$S = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + \bar{A}BT_E + ABT_E$$

T_E \ AB	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$\boxed{S = A \oplus B \oplus T_E}$$

A	B	C	(A ⊕ B) ⊕ C	A ⊕ (B ⊕ C)	(A ⊕ C) ⊕ B
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 205

Subtrator completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.

$$S = \bar{A}\,\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + A\bar{B}\bar{T}_E + ABT_E$$

$$Ts = \bar{A}\,\bar{B}T_E + \bar{A}B\bar{T}_E + \bar{A}BT_E + ABT_E$$

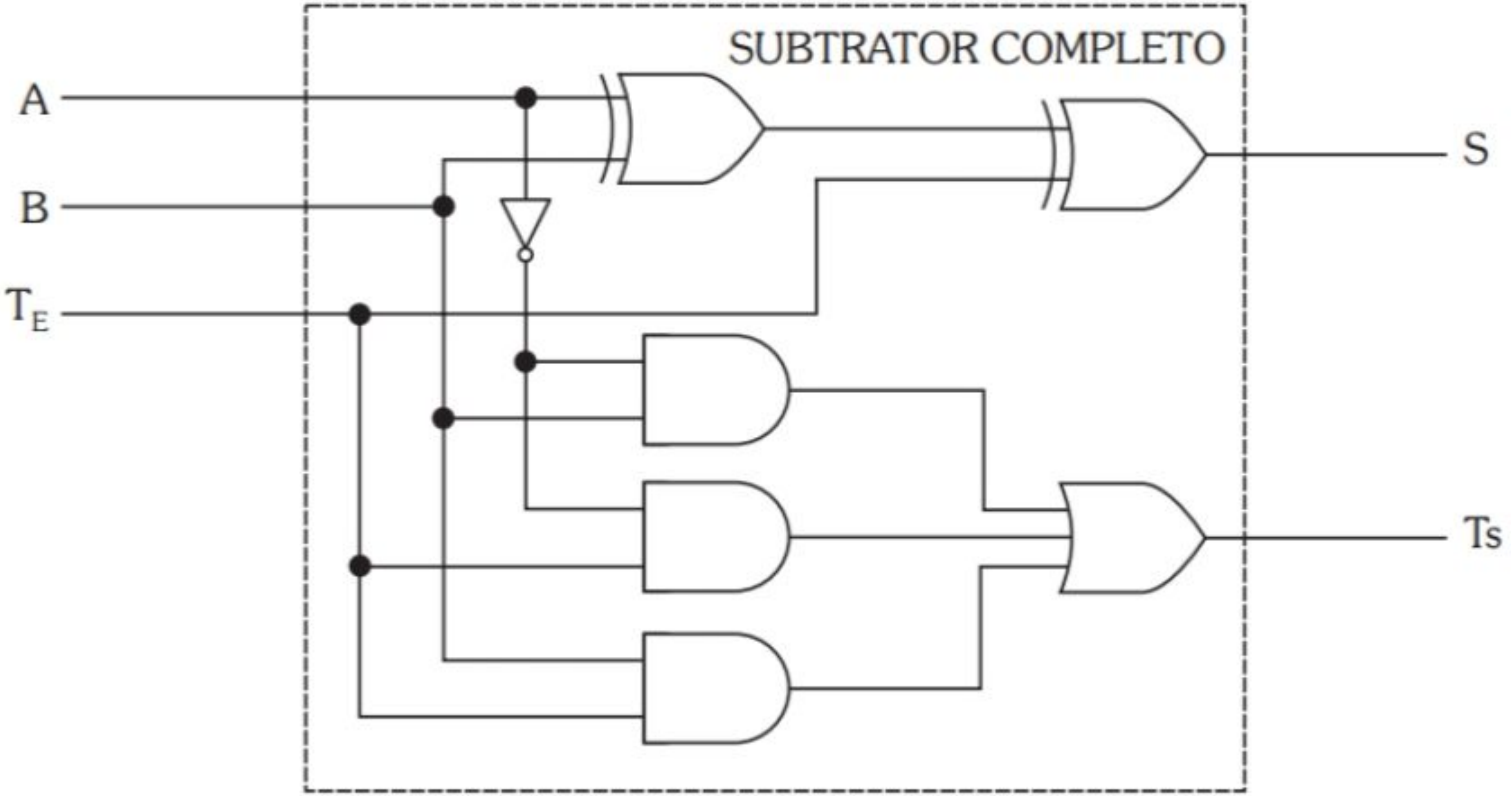
T_E \ AB	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0

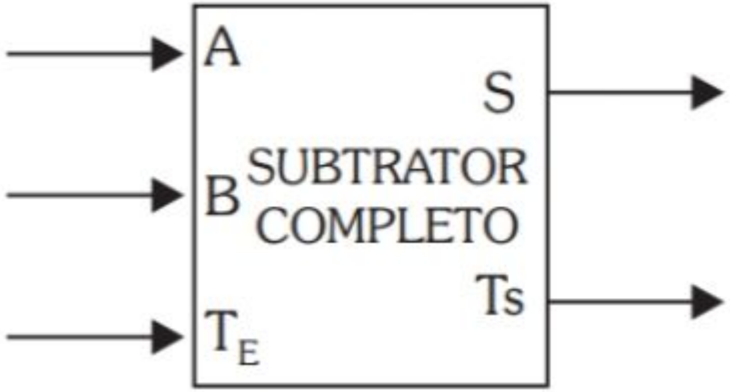
$$\boxed{T_S = \bar{A}B + \bar{A}T_E + BT_E}$$

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 205

Subtrator completo

Simplifique as expressões fazendo uso do mapa de Karnaugh.





$$S = A \oplus B \oplus T_E$$

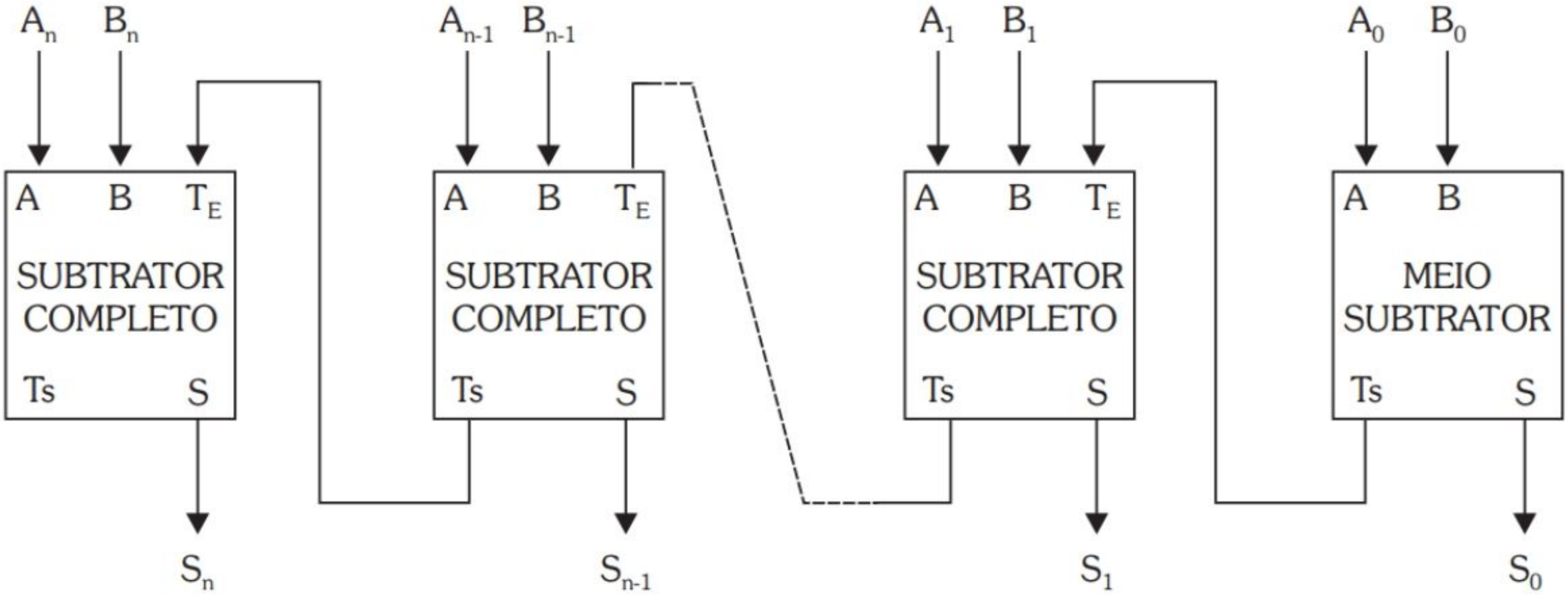
$$T_S = \bar{A}B + \bar{A}T_E + BT_E$$

O circuito subtrator completo é também conhecido como ***full subtractor***.

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 205

Subtrator completo

Um subtrator para 2 números de ***m*** bits (m=n+1) pode ser representado genericamente por:



IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. P. 205-206

Referências

IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. **ELEMENTOS DE ELETRÔNICA DIGITAL** 42ª edição. Editora Saraiva, 2019. E-book. ISBN 9788536530390. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536530390/. Acesso em: 09 out. 2022. Capítulo 5: Circuitos Combinacionais 2ª Parte.

TOCCI, Ronald J.; Widmer, Neal S.; Moss, Gregory L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**, 12ª ed. Editora Pearson, 2018. 1056 p. ISBN 9788543025018. Capítulo 6 – Aritmética Digital: Operações e Circuitos