Uma Breve Revisão Matemática

Esta disciplina propõe a resolução de problemas de Ciências Exatas. E, antes de qualquer coisa, é preciso lembrar a importância da linguagem matemática. Certamente, você já conhece os conceitos brevemente listados aqui. Ou talvez precise retomar algumas definições.

- ✓ **Para verificar isso:** vamos desenvolver alguns exemplos em aula e resolver as atividades indicadas, em grupos.
- ✓ **Para completar a tarefa (atividade extraclasse):** faça a leitura deste material completo, estude os exemplos novamente e realize os exercícios propostos como atividade de revisão.
- ✓ **Para conferir as respostas:** quando finalizar a resolução dos exercícios, acesse o link "Revisão de Matemática Básica", disponível no Módulo da Aula 01, para enviar respostas de questões, que serão selecionadas de forma aleatória – você poderá realizar o envio mais de uma vez, para verificar as soluções.

① Conjuntos numéricos:

- Conjunto dos números naturais: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- Conjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- Conjunto dos números racionais: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{com } a \text{ e } b \text{ inteiros e } b \neq 0\right\}$. Quando expressos no formato de números decimais, todos os números racionais têm um número finito de casas decimais ou contém uma parte decimal que se repete indefinidamente (dízimas periódicas). Todo número inteiro é racional.
- Conjunto dos números irracionais: Qualquer número que não pode ser escrito como quociente de dois números inteiros como, por exemplo, $\sqrt{2} = 1{,}4142356 \dots$
- Conjunto dos números reais: $\mathbb{R}$ é o conjunto formado pela união entre o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais.

② Intervalos reais:

Para representar todos os números reais existentes entre dois valores conhecidos, usa-se a notação de intervalo.

- **Intervalo Fechado →** $[a, b] = \{x \in \mathbb{R}/a \leq x \leq b\}$
- **Intervalo Aberto →** $(a, b) = \{x \in \mathbb{R}/a < x < b\}$
- **Intervalo Semiaberto →** $(a, b] = \{x \in \mathbb{R}/a < x \leq b\}$ ou $[a, b) = \{x \in \mathbb{R}/a \leq x < b\}$
- **Intervalo não limitado →** $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}/x \geq a\}$ ou $(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R}/x \leq a\}$

Obs: O conjunto dos números reais pode ser escrito da seguinte maneira $(-\infty, +\infty)$.

③ Operações com números racionais em forma de frações:

Adição e Subtração: Condição → possuir o mesmo denominador. Caso não possuam, é necessário transformar as frações em frações equivalentes, com o mesmo denominador. Para tanto, costuma-se usar o mínimo múltiplo comum dos denominadores (m.m.c.). Obtendo denominadores iguais, basta somar ou subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Exemplo: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$

Multiplicação: O produto é o resultado da multiplicação dos numeradores e dos denominadores entre si.

Exemplo: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

Divisão: O quociente é o resultado de multiplicação da primeira fração pela segunda fração invertida.
Exemplo: $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12}$

Potenciação: Obtém-se a potência elevando-se o numerador e o denominador ao expoente indicado.
Exemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

Radiciação: Extrai-se a raiz, de índice n, do numerador e do denominador.
Exemplo: $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

Exercício:
E.01) Resolva as operações envolvendo frações e simplifique as respostas quando necessário:

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{5}{3} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} =$

c) $4 - \frac{2}{5} =$

d) $\frac{7}{5} \times \frac{10}{14} =$

e) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} =$

f) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 =$

g) $\sqrt{\frac{25}{144}} =$

Alguns Lembretes Importantes: Seja x um número real e m e n inteiros positivos, então:
1) Por definição, $x^n = x \cdot x \cdot x \cdot ... \cdot x$ (n fatores)
2) Por definição, $x^0 = 1$, para qualquer valor de x não nulo.
3) $x^1 = x$, para qualquer valor de x.
4) $x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$
5) $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
6) $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
7) $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
8) $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$

Exercício:
E.02) Calcule – sugestão: nos itens (g) e (h) considere simplificar a expressão, aplicando as propriedades acima listadas.

a) $2^4 =$

b) $(-3)^3 =$

c) $-(-2)^5 =$

d) $3^{-2} =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} =$

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

g) $\frac{2^{15} \div 1024}{4 \cdot 8} =$

h) $\frac{\left(10^2\right)^3 \div 10}{10^{2^3} \div 10^6} =$

④ Produtos Notáveis:

Alguns resultados da multiplicação de duas expressões algébricas aparecem frequentemente na resolução de problemas. Essas expressões são chamadas de *produtos notáveis*. Por exemplo:

➔ O quadrado da soma de dois números quaisquer: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

➔ O quadrado da diferença de dois números quaisquer: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

➔ O produto da soma pela diferença de dois números quaisquer: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo) Desenvolva os seguintes produtos:

a) $(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot(2x)\cdot(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

b) $(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2\cdot(2x)\cdot(3y) + (-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

c) $(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$

⑤ Equações de 1º e 2º graus:

Equação de 1º grau na variável x é toda a equação que pode ser escrita na forma $ax + b = 0$, onde a e b são números reais. Os números reais a e b são chamados *coeficientes*. O valor que pode ser atribuído a variável, tornando a sentença verdadeira, é chamado raiz ou solução da equação. Para resolver a equação procuramos sempre isolar o valor da variável no primeiro membro da igualdade, aplicando operações inversas.

Exemplos:

a) Resolva a equação $3x - 12 = 0$.

$$3x - 12 = 0 \Longrightarrow 3x = 12 \Longrightarrow x = \frac{12}{3} \Longrightarrow x = 4$$

b) Resolva a equação $\frac{4x-2}{9} - \frac{x+7}{3} = -3$

$$\frac{4x-2}{9} - \frac{x+7}{3} = \frac{-3}{1} \overset{\text{mesmo denominador}}{\Longrightarrow} \frac{4x-2}{9} - \frac{3(x+7)}{9} = \frac{-27}{9}$$

Simplificando os denominadores:

$$4x - 2 - 3(x+7) = -27 \Longrightarrow 4x - 2 - 3x - 21 = -27 \Longrightarrow x - 23 = -27$$

$$x = -27 + 23 \Longrightarrow x = -4$$

c) Um pagamento foi acrescido de 5% do seu valor, resultando em um total a ser pago de R$ 630,00. Qual o valor da dívida original?

$$x + 0{,}05x = 630 \Longrightarrow 1{,}05x = 630 \Longrightarrow x = \frac{630}{1{,}05} \Longrightarrow x = 600$$

Equação de 2º grau na variável x é qualquer expressão algébrica que possa ser reduzida à forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$. Toda equação de 2º grau pode ser resolvida pela aplicação da fórmula de Bháskara (mas nem sempre necessitamos da mesma):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemplos: Resolva as equações

a) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)} \Longrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6} \Longrightarrow x = \frac{7 \pm 5}{6} \Longrightarrow x' = 2 \text{ e } x'' = \frac{1}{3}$$

b) $(x-1)^2 = 0$

$$\sqrt{(x-1)^2} = \pm\sqrt{0} \Longrightarrow (x-1) = 0 \Longrightarrow x = 1$$

Exemplos: Equações duas ou mais variáveis, que devem ser resolvidas simultaneamente, geram sistemas de equações (lineares ou não)

a) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2a + 3b - 13 = 0 \\ 4a - 5b = -7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ x^2 - xy = 21 \end{cases}$

Os sistemas podem ser resolvidos de formas diferentes, dependendo da sua natureza. A maioria dos estudantes prefere resolver um sistema pelo método da substituição. No que consiste esse procedimento? Como a nomenclatura sugere, vamos "isolar" uma variável em uma das equações para, em seguida, substituí-la na outra equação. Esse método é aplicável em sistemas com número pequeno de variáveis (nos nossos exemplos, temos duas variáveis em cada sistema). Resolva os exemplos e verifique se você obteve as seguintes soluções:

a) $x = 1; y = 2$ b) $a = 2; b = 3$ c) $x = -3, y = 4$ ou $x = \frac{7}{3}, y = -\frac{20}{3}$

Exercícios:

E.03) Resolva as equações:

a) $-2x + 12 = 0$

b) $5x + 3x - 16 = -6$

c) $(x-2)^2 - (x+5)^2 + 3 = -1$

d) $\frac{x-5}{4} = 4$

e) $\frac{7x-4}{2} = \frac{x}{5}$

f) $x^2 - 3x - 4 = 0$

g) $x^2 - 16 = 0$

h) $-4x^2 + 4x = 0$

i) $3x^2 = 0$

j) $-4x^2 + 4x - 1 = 0$

k) $x(x+3) - 40 = 0$

E.04) Resolva os sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = y - 2 \\ x = \frac{y-1}{2} \end{cases}$

✓ <u>**Para complemento de estudos:**</u> leitura do Capítulo 1, do livro Pré-Cálculo, de Adami, Dornelles e Lorandi (e-book disponível em Minha Biblioteca, na Biblioteca que você acessa pelo UCSVirtual, utilize o link disponível no Módulo de Apresentação ou o código 9788582603215 no campo de busca). Caso você considere que há necessidade, resolva os exercícios do capítulo cujas respostas estão disponíveis no final do livro.