UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DE EXATAS E ENGENHARIAS
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I (FBX5010) – PERÍODO: 2025/2
PROFESSORA: MONICA SCOTTI

T1 – LIMITES e DERIVADAS (DEFINIÇÕES e CONCEITOS BÁSICOS)

Orientações e Roteiro de Estudos:

- Resolva os exercícios complementares, com auxílio do material das aulas
  - ✓ Limites e Continuidade – Seções 1.1, 1.2, 1.3 e 1.5 (Material das Aulas 01 e 02)
  - ✓ Retas tangentes e taxas de variação (TVM e TVI) – Seção 2.1 (Material da Aula 03)
  - ✓ Técnicas de diferenciação – Seções 2.3 e 2.4 (Material das Aulas 04 e 05)
- Organize um resumo com as relações mais importantes, incluindo as técnicas de diferenciação
- Revisite suas anotações e discuta possíveis dúvidas em aula e em grupos de estudo
- Utilize os espaços do AVA (fóruns de discussão e mensagens) e os horários do NAEM para buscar auxílio
- Utilize um software gráfico para **verificar** as suas respostas – DESMOS ou Geogebra
- Uma das questões propostas **na lista complementar** constará na Prova 1 e fará parte da avaliação N_1.
- A correção desse material será realizada no Fórum da Semana 05:
  - ✓ Cada estudante deverá publicar a resolução de **um** exercício até dia 05/04;
  - ✓ Para publicações do EC.11 ao EC.14: inserir o desenvolvimento de apenas um item.

EC.01) O gráfico abaixo representa uma função f de $[-3,4[$ em $\mathbb{R}$. Determine:

a) $f(1) =$

b) $\lim_{x\to 1^-} f(x) =$

c) $\lim_{x\to 1^+} f(x) =$

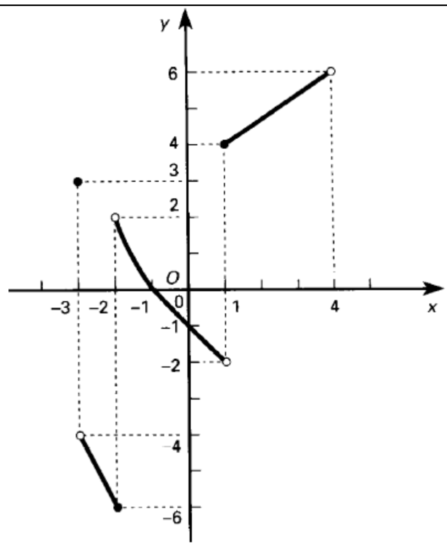
d) A função f é contínua em $x = 1$?

e) $f(-2) =$

f) $\lim_{x\to -2^-} f(x) =$

g) $\lim_{x\to -2^+} f(x) =$

h) A função f é contínua em $x = -2$? Por quê?



EC.02) Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cujo gráfico está na figura deste exercício. Determine:

a) $f(-6) =$

b) $\lim_{x\to -6^-} f(x) =$

c) $\lim_{x\to -6^+} f(x) =$

d) $f(-3) =$

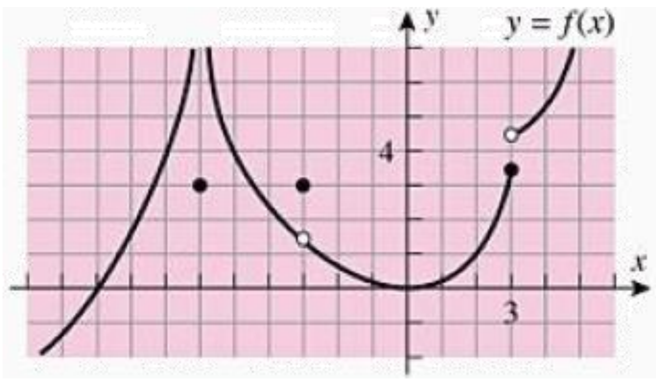
e) $\lim_{x\to -3^-} f(x) =$

f) $\lim_{x\to -3^+} f(x) =$

g) $f(3) =$

h) $\lim_{x\to 3^-} f(x) =$

i) $\lim_{x\to 3^+} f(x) =$

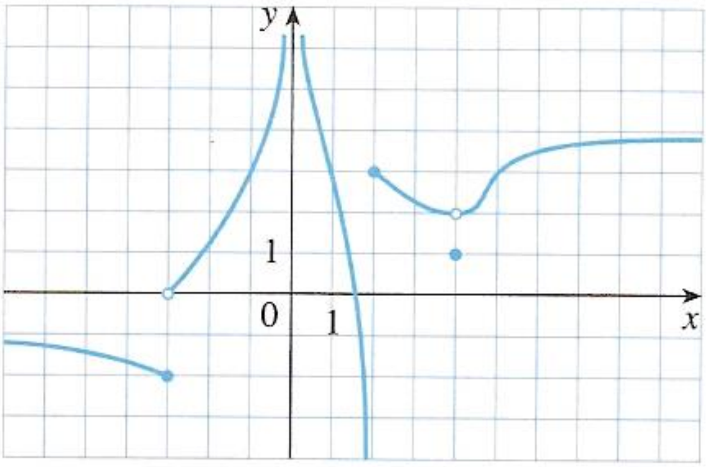


j) Analise a continuidade da função f. Em caso de descontinuidade, indique onde ela não é contínua e explique de que forma a definição de continuidade não é satisfeita.

EC.03) Observe o gráfico da função f.

a) Identifique os pontos de descontinuidade da função, explicando porque f não é contínua para esses valores.

b) A função possui assíntotas horizontais? Justifique.



EC.04) Verifique se a função $f(x)$ é contínua para todo x. Em caso negativo, indique onde ela não é contínua e explique de que forma a definição de continuidade não é satisfeita. Construa o gráfico da função, com auxílio de um software, e verifique sua resposta.

a) $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{3-3x}$

b) $f(x) = \frac{2x^3-16x^2}{2x}$

EC.05) Encontre os limites:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3-x^2}{x-1}$

b) $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{x+2}{x-2}$

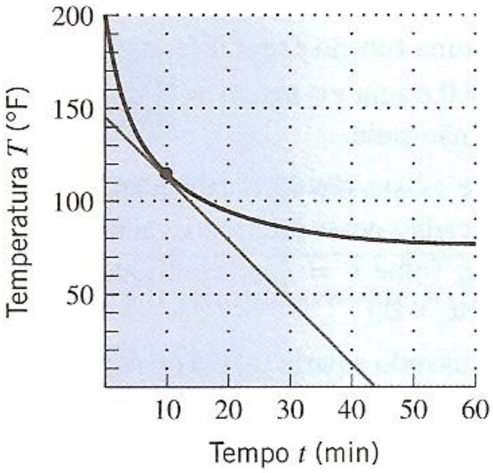
c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{(2x-1)^5}{(3x^2+2x-7)(x^3-9x)}$

d) $\lim\limits_{t\to +\infty} \frac{5+7t^3}{14t^4+3}$

EC.06) De acordo com a Lei de Resfriamento de Newton, a taxa de variação da temperatura de um objeto é proporcional à diferença entre a sua temperatura e a do meio ambiente. A figura a seguir mostra o gráfico da temperatura T (em graus Fahrenheit) versus o tempo t (em minutos) para uma xícara de café inicialmente a 200°F, deixada para esfriar em uma sala com uma temperatura constante de 75°F.

a) Estime a taxa média de resfriamento do café nos primeiros 10 minutos.

b) Estime T e $\frac{dT}{dt}$ em $t = 10$ minutos.



EC.07) Uma bola é lançada de uma ponte, para o alto e sua altura y (em metros) acima do solo, t segundos depois é dada por $y = f(t) = -5t^2 + 15t + 12$.

a) A ponte fica a que altura do solo?

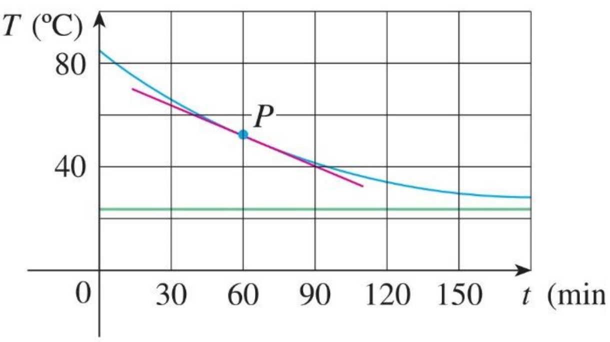
b) Qual a velocidade média da bola durante o primeiro segundo?

c) Qual é a velocidade instantânea da bola em $t = 1$ segundo?

d) Construa o gráfico da função e determine a altura máxima atingida pela bola. Desenhe a reta secante que representa a velocidade média calculada em (b) e a reta tangente que representa a velocidade instantânea calculada em (c).

e) Qual é a velocidade da bola no instante em que ela atinge o topo?

EC.08) Um peru assado é tirado do forno quando sua temperatura atinge 85°C e logo após é colocado sobre uma mesa na sala de jantar, na qual a temperatura é de 24°C. O gráfico mostra como decresce a temperatura do peru até aproximar da temperatura da sala. Por meio da inclinação da reta tangente, estime a taxa de variação da temperatura após 1 hora.



EC.09) Se a água estiver sendo drenada de uma piscina e V litros for o volume de água na piscina t min após começar o escoamento, onde $V = 250(1600 - 80t + t^2)$, determine:

a) a taxa média segundo a qual a água deixa a piscina durante os primeiros 5 minutos.
b) a velocidade instantânea com que a água está fluindo da piscina 5 minutos após o início do escoamento.
c) a equação da reta tangente à curva $V(t)$ em $t = 5$.

EC.10) Uma frente fria aproxima-se de uma região. A temperatura é de T graus t horas após a meia-noite e $T = 0{,}1(400 - 40t + t^2)$; com $0 \leq t \leq 12$.

a) Ache a taxa de variação média de T em relação a t entre 5 h e 6 h.
b) Acha a taxa de variação de T no instante 6 h.

EC.11) Determine a derivada das seguintes funções:

a) $f(x) = x^8 - 3\sqrt{x} + 5x^{-3}$

b) $h(t) = \dfrac{t}{(t^4 + t^2)(t^7 + 1)}$

c) $f(x) = (2x - 1)(5x^2 - 7)$

d) $f(x) = \dfrac{2x + 3}{3x - 2}$

e) $g(t) = \sqrt{t} - \dfrac{1}{\sqrt{t}}$

f) $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$

g) $y = e^2 + \sqrt{2}x - \frac{1}{x}$

h) $f(x) = (x + 3)(x - 1)(x - 5)$

EC.12) Encontre os valores de x nos quais a curva $y = f(x)$ tem uma reta tangente horizontal:

a) $f(x) = (2x + 7)(x - 2)$
b) $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x}$

EC.13) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = f(x)$ em x_0:

a) $f(x) = x^2 - 1, \quad x_0 = 1{,}8$
b) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}, \quad x_0 = -0{,}5$

EC.14) Calcule:

a) $f''(2)$, onde $f(x) = x^5 - 2x^2$

b) $h'''(-2)$, onde $h(x) = x - 2x^{-1}$

c) $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=1}$, onde $y = \frac{3}{x^3} + \frac{x^3}{3}$

d) $\frac{d^3y}{dx^3}\Big|_{x=-1}$ se $y = x^5 - 3x^2 - 7x$

EC.15) Calcule $\frac{d}{dx}\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)$, sendo a, b, c e d constantes.