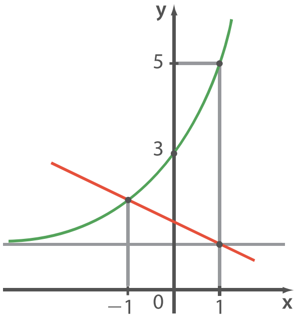
19 No sistema de coordenadas seguinte estão representados os gráficos de duas funções, **f** e **g**. A lei que define **f** é $f(x) = a + b \cdot 2^x$ (**a** e **b** são constantes reais positivas) e **g** é uma função afim.



a) Determine os valores de **a** e **b**.

b) Determine o conjunto imagem de **f**.

c) Obtenha a lei que define a função **g**.

d) Determine as raízes de **f** e de **g**.

20 Faça o gráfico de cada uma das funções definidas de ℝ em ℝ pelas leis seguintes, destacando a raiz (se houver) e o respectivo conjunto imagem:

a) $f(x) = 2^x - 2$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$

c) $f(x) = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $f(x) = 3^x + 3$

21 Em um laboratório, constatou-se que uma colônia de certo tipo de bactéria triplicava a cada meia hora. No instante em que começaram as observações, o número de bactérias na amostra era estimado em dez mil.

a) Represente, em uma tabela, a população de bactérias (em milhares) nos seguintes instantes (a partir do início da contagem): 0,5 hora, 1 hora, 1,5 hora, 2 horas, 3 horas e 5 horas.

b) Obtenha a lei que relaciona o número (**n**) de milhares de bactérias, em função do tempo (**t**), em horas.

22 Grande parte dos brasileiros guarda suas reservas financeiras na caderneta de poupança. O rendimento líquido anual da caderneta de poupança gira em torno de 6%. Isso significa que, a cada ano, o saldo dessa poupança cresce 6% em relação ao saldo do ano anterior.

a) Álvaro aplicou hoje R$ 2 000,00 na poupança. Faça uma tabela para representar, ano a ano, o saldo dessa poupança nos próximos cinco anos.

b) Qual é a lei da função que relaciona o saldo (**s**), em reais, da poupança de Álvaro e o número de anos (**x**) transcorridos a partir de hoje ($x = 0$)?

c) É possível que em 10 anos o saldo dessa poupança dobre? Use $1{,}06^{10} \simeq 1{,}8$.

23 Uma moto foi adquirida por R$ 12 000,00. Seu proprietário leu, em uma revista especializada, que a cada ano a moto perde 10% do valor que tinha no ano anterior. Suponha que isso realmente aconteça.

a) Represente, em uma tabela, o valor da moto depois de 1, 2, 3 e 4 anos da data de sua aquisição.

b) Qual o valor da moto após 7 anos da aquisição?

c) Determine a lei que relaciona o valor (**v**) da moto, em reais, em função do tempo (**t**), expresso em anos.

24 Os municípios **A** e **B** têm, hoje, praticamente o mesmo número de habitantes, estimado em 100 mil pessoas. Estudos demográficos indicam que o município **A** deva crescer à razão de 25 000 habitantes por ano e o município **B**, à taxa de 20% ao ano. Mantidas essas condições, classifique em seu caderno como verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) as afirmações seguintes, corrigindo as falsas:

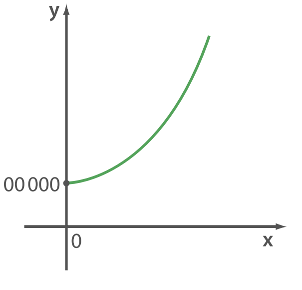
a) Em dois anos, a população do município **B** será de 140 mil habitantes.

b) Em três anos, a população do município **A** será de mais de 180 mil habitantes.

c) Em quatro anos, o município **A** será mais populoso que o município **B**.

d) A lei da função que expressa a população (**y**) do município **A** daqui a **x** anos é $y = 25000\,x$.

e) O esboço do gráfico da função que expressa a população (**y**) do município **B** daqui a **x** anos é dado a seguir:



25 Em uma indústria alimentícia, verificou-se que, após **t** semanas de experiência e treinamento, um funcionário consegue empacotar **p** unidades de um determinado produto, a cada hora de trabalho. A lei que relaciona **p** e **t** é: $p(t) = 55 - 30 \cdot e^{-0{,}2t}$ (leia o texto da seção *Aplicações*, página 142).

a) Quantas unidades desse produto o funcionário consegue empacotar sem experiência alguma?

b) Qual é o acréscimo na produção, por hora, que o funcionário experimenta da 1ª para a 2ª semana de experiência? Use $e^{0{,}2} \simeq 1{,}2$.

c) Qual é o limite máximo teórico de unidades que um funcionário pode empacotar, por hora?

18. **a)** 3 **b)** 18 **c)** 3

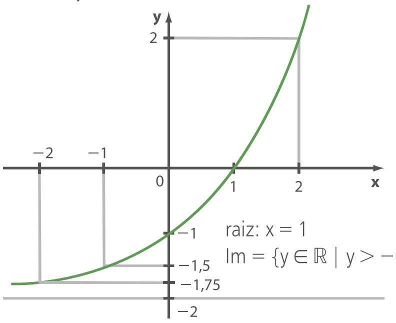
19. **a)** a = 1 e b = 2.

b) Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 1\}$

c) $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

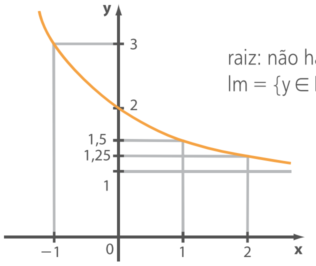
d) **f**: não possui raízes reais.
g: 3

20. **a)**



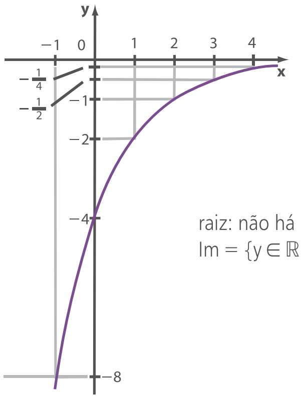
raiz: x = 1
Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y > -2\}$

b)



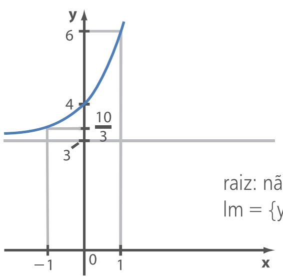
raiz: não há
Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 1\}$

c)



raiz: não há
Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y < 0\}$

d)



raiz: não há
Im = $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 3\}$

21. **a)**

t (horas)	0,5	1,0	1,5	2	3	5
Número de milhares de bactérias	30	90	270	810	7 290	590 490

b) $n(t) = 10 \cdot 3^{2t}$

22. **a)**

Anos	1	2	3	4	5
Saldo (R$)	2 120,00	2 247,20	2 382,03	2 524,95	2 676,45

b) $s(x) = 2\,000 \cdot 1{,}06^x$

c) Não.

23. **a)**

Anos	1	2	3	4
Valor (R$)	10 800	9 720	8 748	7 873,20

b) Aproximadamente R$ 5 740,00.

c) $v(t) = 12\,000 \cdot 0{,}9^t$

24. **a)** F; será de 144 000.
b) F; será de 175 000.
c) F; o município **A** terá 200 mil habitantes e o **B**, 207 360 habitantes.
d) F; y = 100 000 + 25 000x
e) V

25. **a)** 25 unidades. **c)** 55 unidades.
b) 4 unidades.

26. **a)** S = {4} **g)** S = {4}
b) S = {8} **h)** S = {−1}
c) S = {1} **i)** S = {2}
d) S = {5} **j)** S = ∅
e) S = {1} **k)** S = ∅
f) $S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

27. **a)** $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$ **e)** $S = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$
b) $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ **f)** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
c) $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$ **g)** $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$
d) S = {2} **h)** $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

28. 7,5 meses.

29. **a)** R$ 250 000,00
b) R$ 12 500,00
c) R$ 330 625,00
d) 37 anos.

30. **a)** a = 3 000 e b = 1,5.
b) 6 000 pessoas.
c) 192 000 pessoas.
d) 7 dias.

31. **a)** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ **c)** S = {−1}
b) S = {−14} **d)** $S = \left\{-\frac{1}{2}; -2\right\}$

32. **a)** S = {3} **c)** S = {2}
b) S = {0} **d)** S = {2}

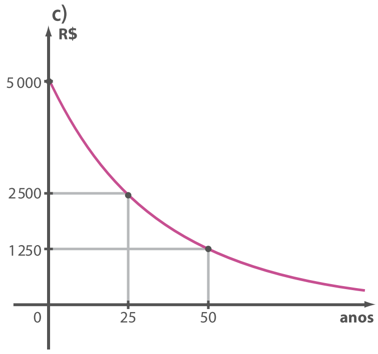
33. **a)** S = {(1, −2)}
b) S = {(8, 18)}

34. **a)** **A**: 122 mil reais e **B**: 249,5 mil reais.
b) **B**
c) 8 anos.

35. **a)** k = −1 **b)** 33 750 habitantes.

36. **a)** R$ 5 000,00 **b)** 25 anos.

c)



Desafio

a) $\alpha = 54$ e $\beta = -\frac{1}{90}$.

b) 360 minutos.

CAPÍTULO 8 Função logarítmica

Exercícios

1. **a)** 4 **c)** 4 **e)** 5 **g)** 5
b) 2 **d)** 3 **f)** 2 **h)** 3

2. **a)** −2 **e)** $\frac{1}{4}$ **i)** −2
b) $\frac{1}{2}$ **f)** −2 **j)** −1
c) $\frac{4}{3}$ **g)** $-\frac{3}{2}$
d) $\frac{7}{2}$ **h)** $-\frac{2}{3}$

3. B < D < C < A

4. **a)** 0 **c)** 6 **e)** $\frac{1}{3}$
b) −2 **d)** 5 **f)** $\frac{3}{2}$

5. **a)** −2 **d)** 1
b) $-\frac{1}{2}$ **e)** 3
c) −1 **f)** −4

6. **a)** x = 16 **c)** x = 1
b) $x = \frac{1}{3}$ **d)** $x = \frac{11}{6}$

7. **a)** x = 81 **d)** x = 4
b) x = 4 **e)** 0 < x e x ≠ 1.
c) x = 2 **f)** x = 5

8. **a)** −2 **c)** 12 **e)** −1
b) $\frac{1}{7}$ **d)** $-\frac{4}{9}$

9. m = 16; a raiz é −2.

10. **a)** 128 **c)** 343 **e)** $\sqrt{7}$
b) $\frac{5}{4}$ **d)** 16

11. **a)** 1 **e)** −1 **i)** $2e^2$
b) 0 **f)** 3 **j)** −6
c) −1 **g)** 8
d) 8 **h)** 25

12. **a)** 1 **c)** 0 **e)** $-\frac{3}{2}$
b) −5 **d)** 7 **f)** 4