CM311 - Cálculo 1
Honors - 1sem2024
Prof. Diego Otero
Lista de Exercícios 0

Problemas - Módulo

1. Em cada item abaixo, encontre todos os valores de x que satisfazem a igualdade/desigualdade.

   a) $|x-3| = 8$.
   b) $|x+4| < 2$.
   c) $|x-1| + |x-2| > 1$.
   d) $|x-1| + |x+1| < 1$.
   e) $|x-1|.|x+1| = 0$.
   f) $|x-1|.|x+2| = 3$.

2. Mostre que se $|x+3| < \dfrac{1}{2}$ então $|4x+13| < 3$.

3. Em cada item abaixo, escreva sem o sinal de módulo tratando, quando necessário, vários casos separadamente.

   a) $|a+b| - |b|$.
   b) $||x|-1|$.
   c) $|x| - |x^2|$.
   d) $a - |a - |a||$.
   e) $|1-2x^2|$.
   f) $|x-1| + |x+2|$.

4. Desenhe no plano o conjunto de pontos (x, y) que satisfazem $x + |x| = y + |y|$.

5. Sendo $\max(x, y)$ e $\min(x, y)$ o máximo e o mínimo, respectivamente, entre $x, y \in \mathbb{R}$, mostre que

$$\max(x,y) = \frac{x+y+|y-x|}{2} \quad \text{e} \quad \min(x,y) = \frac{x+y-|y-x|}{2}.$$

   Encontre uma forma análoga para $\max(x, y, z)$ e $\min(x, y, z)$ usando, por exemplo, que $\max(x, y, z) = \max(x, \max(y, z))$.

6. Seja $\varepsilon > 0$. Mostre que se

$$|x - x_0| < \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{e} \quad |y - y_0| < \frac{\varepsilon}{2},$$

   então

$$|(x+y) - (x_0 + y_0)| < \varepsilon \quad \text{e} \quad |(x-y) - (x_0 - y_0)| < \varepsilon.$$

7. Seja $\varepsilon > 0$. Mostre que se

$$|x - x_0| < \min\left(\frac{\varepsilon}{2(|y_0|+1)}, 1\right) \quad \text{e} \quad |y - y_0| < \frac{\varepsilon}{2(|x_0|+1)},$$

   então

$$|x.y - x_0.y_0| < \varepsilon.$$

8. Seja $\varepsilon > 0$. Mostre que se $x_0 \neq 0$ e

$$|x - x_0| < \min\left(\frac{|x_0|}{2}, \frac{\varepsilon |x_0|^2}{2}\right),$$

   então $x \neq 0$ e

$$\left|\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right| < \varepsilon.$$

9. Dê uma interpretação dos exercícios 6, 7 e 8. O que os resultados querem dizer?