CE009- Introdução à Estatística

Lista 3

Exercício 1

Três indivíduos tentam, de forma independente, resolver um problema. O primeiro tem 50% de chance de resolver, o segundo tem 65% e o terceiro tem 30%. Qual a probabilidade do problema ser resolvido?

Para ver a resposta clique aqui: 1

Exercício 2

Em um teste múltipla escolha, marca-se uma alternativa em cada uma das quatro questões do teste, cada uma com cinco alternativas e apenas uma correta. Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?

Para ver a resposta clique aqui: 2

Exercício 3

Dois dados são lançados. Calcule a probabilidade de:

1. Sair dois números iguais;
2. O produto dos números ser ímpar,
3. O produto dos números ser ímpar ou a soma ser maior ou igual a 10;
4. A soma dos valores ser maior ou igual a sete, sabendo que em um dos dados é três;
5. A soma ser maior que sete, sabendo que sairam dois números iguais.

Para ver a resposta clique aqui: 3

Exercício 4

Um reservatório recebe água de três fontes diferentes. A primeira tem 5% de chance de apresentar alguma contaminação, a segunda tem 6,5% e a terceira tem 12%. Qual a probabilidade do reservatório ser contaminado?

Para ver a resposta clique aqui: 4

Exercício 5

Um *site* de vendas pela internet registra 40% dos acessos do estado do PR, 50% de outros estados e 10% do exterior. 20% dos acessos do PR resultam em uma compra, enquanto os percentuais para outros estados e exterior são de 10% e 30%, respectivamente.

1. Qual a probabilidade de um acesso resultar em compra?

2. Se foi feita uma compra, qual a probabilidade de ela ter sido do exterior?

Para ver a resposta clique aqui: 5

Exercício 6

Um candidato está fazendo uma prova de múltipla escolha com cinco alternativas das quais apenas uma é correta. A chance do candidato saber a solução de uma questão é de 40%. Quando ele sabe a solução, ele sempre acerta a questão, e quando não sabe ele, escolhe uma das respostas ao acaso. Se o candidato acerta a questão, qual a probabilidade de ele saber resolver a questão?

Para ver a resposta clique aqui: 6

Exercício 7

A probabilidade de haver algum acidente considerado grave em um dia, em um trecho de uma rodovia, é de 0,04 se não chove, mas de 0,12 se chove. Sabe-se que, no período considerado, chove em 30% dos dias.

1. Se em um dia não houve acidente, qual a probabilidade que não tenha chovido?

2. Qual a probabilidade de que, chovendo ou não, haja acidente?

Para ver a resposta clique aqui: 7

Exercício 8

Um mecanismo robótico de inserção contém 10 componentes primários. A probabilidade de que qualquer um dos componentes falhe durante o período de garantia é de 0,03. Assuma que as falhas dos componentes sejam independentes e o mecanismo falha se qualquer um dos componentes falharem.

1. Qual a probabilidade de que o mecanismo falhe durante o período de garantia?
2. Qual deveria ser a probabilidade individual de falha dos componentes para que a probabilidade de falha do mecanismo não ultrapassasse 0,05?

Para ver a resposta clique aqui: 8

Exercício 9

Um empreiteiro apresentou orçamentos separados para a execução da parte elétrica e da parte de encanamento de um edifício. Ele acha que a probabilidade de ganhar a concorrência da parte elétrica é de 1/2. Caso ganhe a parte elétrica, a chance de ganhar a parte de encanamento é de 3/4. Caso não ganhe a parte elétrica, a chance de ganhar a parte de encanamento é de 1/3.

1. Qual a probabilidade dele:
   - Ganhar os dois contratos?
   - Ganhar apenas um dos contratos?
   - Não ganhar nenhum contrato?
2. Os eventos "ganhar o contrato elétrico" e "ganhar o contrato hidráulico":
   - São independentes? (justifique)
   - São mutuamente exclusivos? (justifique)

Para ver a resposta clique aqui: 9

Exercício 10

A probabilidade de um programador cometer um erro de sintaxe, em uma primeira versão de seu trabalho, é de 2/5. Caso cometa o erro de sintaxe, a probabilidade de cometer um erro de lógica é de 7/10. Caso não cometa o erro de sintaxe, a probabilidade de cometer um erro de lógica é de 1/4. Calcule a probabilidade dele:

1. Cometer os dois erros;

2. Cometer apenas um dos erros;

3. Não cometer erros.

Para ver a resposta clique aqui: 10

Exercício 11

Acredita-se que numa certa população, 20% de seus habitantes sofrem de algum tipo de alergia e são classificados como alérgicos para fins de saúde pública. Sendo alérgico, a probabilidade de ter reação a um certo antibiótico é 0,5. Para os não alérgicos, essa probabilidade é de apenas 0,05. Uma pessoa dessa população teve reação ao ingerir o antibótico, qual a probabilidade de:

1. ser do grupo não alérgico?

2. ser do grupo alérgico?

Para ver a resposta clique aqui: 11

Exercício 12

A opinião de consumidores é usada para avaliar versões preliminares de produtos. Dados históricos mostram que 95% dos produtos de muito sucesso comercial tiveram boas avaliações preliminares, 60% dos produtos com sucesso comercial moderado receberam boas avaliações preliminares, e 10% de produtos com mau desempenho comercial receberam boas avaliações. Além disso, 40% dos produtos obtiveram muito sucesso comercial, 35% tiveram desempenho comercial moderado e 25% mostraram mau desempenho comercial.

1. Qual a probabilidade que um produto tenha uma boa avaliação?

2. Se um determinado produto tem uma boa avaliação preliminar, qual a probabilidade que terá muito sucesso comercial?

3. Se um determinado produto não tem uma boa avaliação preliminar, qual a probabilidade que ainda assim terá muito sucesso comercial?

Para ver a resposta clique aqui: 12

Exercício 13

Uma amostra de água é considerada contaminada se forem encontrados bacilos do tipo A, ou se forem encontrados bacilos dos tipos B e C conjuntamente. De coletas anteriores, sabe-se que bacilos dos tipos A, B e C estão presentes em 30, 20 e 80% das amostras, respectivamente. Sabe-se ainda que, na presença de bacilos do tipo A, não existem bacilos do tipo B. Quando existem bacilos do tipo B, a chance de encontrar bacilos do tipo C cai pela metade. Encontre:

1. A probabilidade de uma amostra conter ao menos um dos bacilos dos tipos B ou C;

2. A probabilidade de uma amostra ser classificada como contaminada;

3. Sendo uma amostra contaminada, a probabilidade da contaminação ser:

    i. Pelo bacilo A;

    ii. Pelos bacilos B e C.

Para ver a resposta clique aqui: 13

Exercício 14

Em uma classe de Português para estrangeiros, 6 tem nacionalidade peruana, 5 são argentinos e 4 chilenos. Para dois alunos escolhidos ao acaso, qual a probabilidade de não terem a mesma nacionalidade?

Para ver a resposta clique aqui: 14

Exercício 15

Sabe-se que o soro da verdade, quando ministrado a um suspeito, é 90% eficaz quando a pessoa é culpada e 99% eficaz quando é inocente. Em outras palavras, 10% dos culpados são julgados inocentes, e 1% dos inocentes é julgado culpado. Se o suspeito foi retirado de um grupo em que 95% jamais cometeram qualquer crime, e o soro indica culpado, qual a probabilidade de o suspeito ser inocente?

Para ver a resposta clique aqui: 15

Exercício 16

Um meteorologista acerta 80% dos dias em que chove e 90% dos dias em que faz bom tempo. Chove em 10% dos dias. Tendo havido previsão de chuva, qual a probabilidade de chover?

Para ver a resposta clique aqui: 16

Exercício 17

Em um estudo com usuários de internet nos EUA, pesquisadores descobriram que 80% dos usuários possuem ao menos um computador e que 25% dos usuários se conectavam a internet mais que 30 horas por semana. (Internet research, 11, 2001). Suponha que 15% dos usuários possuem ao menos um computador e se conectam a internet por mais que 30 horas por semana.

1. Qual a probabilidade de que um usuário se conecte por mais que 30 horas por semana, sabendo que possui ao menos um computador?

2. Se um usuário se conecta a internet por mais que 30 horas por semana, qual a probabilidade de que possua ao menos um computador?

Para ver a resposta clique aqui: 17

Exercício 18

A rede local de área (LAN - *local area network*) está sem conexão em um certo momento. Interrupções anteriores no serviço possuem como causas falhas de *hardware*, *software* e problemas de energia. Engenheiros de manutenção verificaram que as probabilidade de falhas por estas causas são de 0,01; 0,05 e 0,02, respectivamente. Também verificou-se que se o sistema apresenta problemas de *hardware*, ele interrompe serviços em 73% das vezes. Da mesma forma o serviço é interrompido em 12% das vezes que ocorre falha de *software* e 88% das vezes que ocorre falha de energia. Qual a probabilidade de que a falha que está ocorrendo seja devida a cada uma das três causas?

Para ver a resposta clique aqui: 18

Exercício 19

Três metodologias para predição tentam, de forma independente, prever o comportamento de um sistema de produção. As metodologias fornecem previsões antecipadas que são comparadas com a produção observada e é considerada correta se estiver dentro de uma margem de tolerância pré-especificada. Baseado em estudos anteriores, sabe-se que a primeira metodologia tem 72% de chance de acertar a predição, a segundo tem 45% e a terceira tem 65%. Qual a probabilidade de algumas delas fornecer a previsão considerada correta?

Para ver a resposta clique aqui: 19

Respostas

Resposta do exercício 1

- A : o primeiro resolve o problema $\quad P(A) = 0,50;\ \ P(\overline{A}) = 0,50.$
- B : o segundo resolve o problema $\quad P(B) = 0,65;\ P(\overline{B}) = 0,35.$
- C : o terceiro resolve o problema $\quad P(C) = 0,30;\ P(\overline{C}) = 0,70.$

$$
\begin{aligned}
P(A \cup B \cup C) &= 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \overset{ind}{=} 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) \\
&= 1 - (1 - 0,50)(1 - 0,65)(1 - 0,30) \\
&= 0,878
\end{aligned}
$$

Resposta do exercício 2

Seja A_i = acerta a i-ésima questão, $\forall i = 1, \ldots, 4$. Assim, $P(A_i) = 0,2$ e $P(\overline{A}_i) = 0,8$.

$$
\begin{aligned}
P(\text{acertar alguma}) &= 1 - P(\text{errar todas}) \\
&= 1 - P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4}) \\
&\overset{ind}{=} 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) \cdot P(\overline{A_4}) \\
&= 1 - (0,8)^4 \\
&= 0,59
\end{aligned}
$$

Resposta do exercício 3

- X_1 : resultado do primeiro dado;
- X_2 : resultado do segundo dado.

  O espaço amostral é $\Omega = \{(1,1), (1,2), \ldots (6,6)\}$ com $n(\Omega) = 36$.

1. Evento $A : X_1 = X_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

- $P[A] = \dfrac{n(X_1 = X_2)}{n(\Omega)} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6} = 0,167$

2. Evento $B : X_1 \cdot X_2$ é impar $= \{(1,1),(1,3),(1,5),(3,1),(3,3),(3,5),(5,1),(5,3),(5,5)\}$

- $P[B] = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4} = 0,25.$

3.
$$\begin{cases} \text{Evento } C_1 : X_1 \cdot X_2 \text{ é impar (como no item anterior)} \\ \text{Evento } C_2 : X_1 + X_2 \geq 10 = \{(4,6),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\} \end{cases}$$

- $P[C_1 \cup C_2] = P[C_1] + P[C_2] - P[C_1 \cap C_2] = \dfrac{9}{36} + \dfrac{6}{36} - \dfrac{1}{36} = \dfrac{14}{36} = 0,389.$

4. A soma dos valores ser ≥ 7, sabendo-se que em um dos dados saiu o 3,

- Evento $D_1 : X_1 + X_2 \geq 7$.

$\{(1,6),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,2),$
$(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,1),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

- $P[D_1] = \dfrac{21}{36}.$

- Evento $D_2 : X_1 = 3 \cup X_2 = 3$.

$\{(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(1,3),(2,3),(4,3),(5,3),(6,3)\}$

- $P[D_2] = \dfrac{11}{36}.$

$$P[D_1|D_2] = \frac{P[D_1 \cap D_2]}{P[D_2]} = \frac{6/36}{11/36} = \frac{6}{11} = 0,545.$$

5. A soma ser maior que sete, sabendo que sairam dois números iguais.

$$\begin{cases} \text{Evento } E_1 : X_1 + X_2 \geq 7 \text{ (mesmo que o evento } D_1\text{).} \\ \text{Evento } E_2 : X_1 = X_2 \text{ (mesmo que o evento } A\text{).} \end{cases}$$

- $P[E_1|E_2] = \dfrac{P[E_1 \cap E_2]}{P[E_2]} = \dfrac{3/36}{6/36} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2} = 0,5.$

Resposta do exercício 4

- Evento A : a água da primeira fonte é contaminada;
- Evento B : a água da segunda fonte é contaminada;
- Evento C : a água da terceira fonte é contaminada;
- Evento R : o reservatório é contaminado.

  Dados:

  - $P[A] = 0,05, \ P[\overline{A}] = 0,95.$
  - $P[B] = 0,065, \ P[\overline{B}] = 0,935.$
  - $P[C] = 0,12, \ P[\overline{C}] = 0,88.$

  Assim,

$$\begin{aligned} P[R] = P[A \cup B \cup C] &= 1 - P[\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}] \\ &\overset{ind}{=} 1 - P[\overline{A}] \cdot P[\overline{B}] \cdot P[\overline{C}] \\ &= 1 - 0.95 \cdot 0.935 \cdot 0.88 \\ &= 0,2183 \end{aligned}$$

Resposta do exercício 5

- Evento PR : acesso do PR;

- Evento OE : acesso de outros estados;
- Evento EX : acesso do exterior;
- Evento C : compra.

Probabilidades informadas:

- $P[PR] = 0,40, \quad P[OE] = 0,50, \quad P[EX] = 0,10;$
- $P[C|PR] = 0,20, \quad P[C|OE] = 0,10, \quad P[C|EX] = 0,30.$

1.

$$\begin{aligned} P[C] &= P[PR \cap C] + P[OE \cap C] + P[EX \cap C] \\ &= P[PR] \cdot P[C|PR] + P[OE] \cdot P[C|OE] + P[EX] \cdot P[C|EX] \\ &= (0,40) \cdot (0,20) + (0,50) \cdot (0,10) + (0,10) \cdot (0,30) \\ &= 0,16 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} P[EX|C] &= \frac{P[EX \cap C]}{P[C]} = \frac{P[EX] \cdot P[C|EX]}{P[C]} \\ &= \frac{(0,10) \cdot (0,30)}{(0,40) \cdot (0,20) + (0,50) \cdot (0,10) + (0,10) \cdot (0,30)} \\ &= 0,1875 \end{aligned}$$

Resposta do exercício 6

- Evento S : o candidato sabe a questão;
- Evento $\overline{S}$: o candidato não sabe a questão;
- Evento A : o candidato acerta a questão;
- Evento $\overline{A}$: o candidato erra a questão.

Dados:

- $P[S] = 0,40 \quad ; P[\overline{S}] = 0,60;$
- $P[A|S] = 1,00 \quad ; P[\overline{A}|S] = 0,00;$
- $P[A|\overline{S}] = 0,20 \quad ; P[\overline{A}|\overline{S}] = 0,80;$
- $P[S|A] = ?$

$$\begin{aligned}
P[S|A] &= \frac{P[S \cap A]}{P[A]} \\
&= \frac{P[A|S] \cdot P[S]}{P[A|S] \cdot P[S] + P[A|\overline{S}] \cdot P[\overline{S}]} \\
&= \frac{1 \cdot 0,40}{(1 \cdot 0,40) + (0,20 \cdot 0,60)} \\
&= \frac{0,40}{0,52} = 0,769.
\end{aligned}$$

Resposta do exercício 7

Eventos e probabilidades informadas:

- A : ocorre acidente $\quad \overline{A}$: não ocorre acidente;
- C : chove $\quad \overline{C}$: não chove;
- $P[A|\overline{C}] = 0,04 \longrightarrow P[\overline{A}|\overline{C}] = 1 - 0,04 = 0,96;$
- $P[A|C] = 0,12 \longrightarrow P[\overline{A}|C] = 1 - 0,12 = 0,88;$
- $P[\overline{C}] = 0,30 \longrightarrow P[\overline{C}] = 1 - 0,30 = 0,70.$

Probabilidades pedidas:

1.

$$\begin{aligned}
P[\overline{C}|\overline{A}] &= \frac{P[\overline{C} \cap \overline{A}]}{P[\overline{A}]} = \frac{P[\overline{C} \cap \overline{A}]}{P[C \cap \overline{A}] + P[\overline{C} \cap \overline{A}]} \\
&= \frac{P[\overline{C}] \cdot P[\overline{A}|\overline{C}]}{P[\overline{C}] \cdot P[\overline{A}|\overline{C}] + P[C] \cdot P[\overline{A}|C]} = \frac{0,70 \cdot 0,96}{0.70 \cdot 0,96 + 0,30 \cdot 0,88} \\
&= 0,718
\end{aligned}$$

2.

$$
\begin{aligned}
P[A] &= P[A \cap C] + P[A \cap \overline{C}] \\
&= P[C] \cdot P[A|C] + P[\overline{C}] \cdot P[A|\overline{C}] \\
&= 0,30 \cdot 0,12 + 0,70 \cdot 0,04 \\
&= 0,064.
\end{aligned}
$$

Resposta do exercício 8

$$
\begin{cases}
\text{Evento } F_i & : \text{ falha do i-ésimo componente} \quad P[F_i] = 0,03 \longrightarrow P[\overline{F}_i] = 0,97 \\
\text{Evento } M & : \text{ falha do mecanismo}
\end{cases}
$$

1. $P[M] = 1 - \prod_{i=1}^{10} P[\overline{F}_i] = 1 - (0,97)^{10} = 0,2626.$

2. $0,05 = 1 - \left(P[\overline{F}_i]\right)^{10} \longrightarrow P[\overline{F}_i] = (1 - 0,05)^{1/10} = 0,9949.$

   $P[F_i] = 1 - P[\overline{F}_i] = 0,0051.$

Resposta do exercício 9

- Evento G_1 : ganhar concorrência da parte elétrica;
- Evento G_2 : ganhar concorrência do encanamento.

Dados:

- $P[G_1] = 1/2 \quad ; \quad P[G_2|G_1] = 3/4 \quad ; \quad P[G_2|\overline{G}_1] = 1/3.$
- $P[\overline{G}_1] = 1/2 \quad ; \quad P[\overline{G}_2|G_1] = 1/4 \quad ; \quad P[\overline{G}_2|\overline{G}_1] = 2/3.$

1. - $P[G_1 \cap G_2] = P[G_1] \cdot P[G_2|G_1] = (1/2) \cdot (3/4) = 0,375.$
   - $$\begin{aligned} P[G_1 \cap \overline{G}_2] + P[\overline{G}_1 \cap G_2] &= P[G_1] \cdot P[\overline{G}_2|G_1] + P[\overline{G}_1] \cdot P[G_2|\overline{G}_1] \\ &= (1/2) \cdot (1/4) + (1/2) \cdot (1/3) = 0,292. \end{aligned}$$
   - $P[\overline{G}_1 \cap \overline{G}_2] = P[\overline{G}_1] \cdot P[\overline{G}_2|\overline{G}_1] = (1/2) \cdot (2/3) = 0,333.$

2. - Não, pois $P[G_1 \cap G_2] = 3/8 \neq P[G_1] \cdot P[G_2] = 13/48$,

     em que $P[G_2] = P[G_2 \cap G_1] + P[G_2 \cap \overline{G}_1] = (3/8) + (1/6) = 13/24.$
   - Não, pois $P[G_1 \cap G_2] \neq 0$

Resposta do exercício 10

Notação e dados:

$$\begin{cases} \text{Evento } S: \text{ comete erro de sintaxe} \\ \text{Evento } L: \text{ comete erro de lógica.} \end{cases}$$

- $P[S] = 2/5;$
- $P[L|S] = 7/10;$
- $P[L|\overline{S}] = 1/4.$

Portanto,

- $P[\overline{L}|S] = 3/10;$
- $P[\overline{L}|\overline{S}] = 3/4.$

1. $P[S \cap L] = P[S] \cdot [L|S] = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10} = 0,28$

2. $P[S \cap \overline{L}] + P[\overline{S} \cap S] = P[S] \cdot [\overline{L}|S] + P[\overline{S}] \cdot P[L|\overline{S}] = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = 27/100 = 0,27$

3. $P[\overline{S} \cap \overline{L}] = P[\overline{S}] \cdot [\overline{L}|\overline{S}] = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = 9/20 = 0,45$

Resposta do exercício 11

- A : alergia $\quad \bar{A}$: não alergia $\quad R$: reação $\quad \bar{R}$: não reação
- $P[A] = 0,20 \quad P[R|A] = 0,5 \quad P[R|\bar{A}] = 0,05.$

1. $P[\bar{A}|R] = \dfrac{P[\bar{A} \cap R]}{P[R]} = \dfrac{P[R|\bar{A}]P[\bar{A}]}{P[R|\bar{A}]P[\bar{A}] + P[R|A]P[A]} = \dfrac{0,05 \cdot 0.80}{0,05 \cdot 0.80 + 0,5 \cdot 0.20} = 0,2857$

2. $P[A|R] = 1 - P[\bar{A}|R] = 0,7143.$

Resposta do exercício 12

Notação e dados:

$$\begin{cases} A_1 : \text{sucesso}, \quad A_2 : \text{sucesso moderado}, \quad A_3 : \text{mau desempenho} \\ B : \text{boa avaliação preliminar}, \quad \bar{B} : \text{má avaliação preliminar} \end{cases}$$

- $P[B|A_1] = 0,95 \quad P[B|A_2] = 0,60 \quad P[B|A_3] = 0,10;$
- $P[A_1] = 0,40 \quad P[A_2] = 0,35 \quad P[A_3] = 0,25.$

1. $$\begin{aligned} P[B] &= P[B|A_1] \cdot P[A_1] + P[B|A_2] \cdot P[A_2] + P[B|A_3] \cdot P[A_3] \\ &= (0,95) \cdot (0,40) + (0,60) \cdot (0,35) + (0,10) \cdot (0,25) \\ &= 0,615 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} P[A_1|B] &= \frac{P[A_1 \cap B]}{P[B]} = \frac{P[A_1] \cdot P[B|A_1]}{P[B]} \\ &= \frac{0,40 \cdot 0,95}{0,615} = 0,618 \end{aligned}$$

3. $P[\bar{B}] \quad = \quad 1 - P[B] \quad = \quad 1 - 0,615 = 0,385$

$$P[A_1 \cap \bar{B}] \quad = \quad \frac{P[A_1 \cap \bar{B}]}{P[\bar{B}]} \quad = \quad \frac{P[\bar{B}|A_1] \cdot P[A_1]}{P[\bar{B}]}$$

$$= \quad \frac{0.05 \cdot 0.40}{0,385} = 0,052$$

Alternativamente, poderia-se obter a solução a partir da tabela a seguir.

	Sucesso	Moderado	Mau	Total
Boa	0,38	0,21	0,025	0,615
Má	0,02	0,14	0,225	0,385
Total	0,40	0,35	0,25	1,00

Resposta do exercício 13

- $P(A) = 0,30 \quad ; \quad P(B) = 0,20 \quad ; \quad P(C) = 0,80;$
- $P(\text{contaminada}) = P[A \cup (B \cap C)];$
- $P(B|A) = 0 \quad ; \quad P(C|B) = \dfrac{P(C)}{2} = 0,40.$

1.

$$\begin{aligned} P(B \cup C) &= P(B) + P(C) - P(B \cap C) \\ &= P(B) + P(C) - P(C|B) \cdot P(B) \\ &= 0,20 + 0,80 - 0,4 \cdot 0,20 \\ &= 0,92. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} P(\text{contaminada}) &= P[A \cup (B \cap C)] \\ &= P(A) + P(B \cap C) - P[A \cap (B \cap C)] \\ &= 0,30 + 0,08 - 0,00 \\ &= 0,38. \end{aligned}$$

3. (a)

$$\begin{aligned} P(A|\text{contaminada}) &= \frac{P(A\cap \text{contaminada})}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{P\{A\cap[A\cup(B\cap C)]\}}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{P(A)}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{0,30}{0,38} \\ &= 0,79. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P[(B\cap C)|\text{contaminada}] &= \frac{P[(B\cap C)\cap \text{contaminada}]}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{P\{(B\cap C)\cap[A\cup(B\cap C)]\}}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{P(B\cap C)}{P(\text{contaminada})} \\ &= \frac{0,08}{0,38} \\ &= 0,21. \end{aligned}$$

Resposta do exercício 14

P: peruano ; A: argentino ; C: chileno

$$\begin{aligned} \text{Prob} &= P(P,A)+P(P,C)+P(A,C)+P(A,P)+P(C,P)+P(C,A) \\ &= \frac{6}{15}.\frac{5}{14}+\frac{6}{15}.\frac{4}{14}+\frac{5}{15}.\frac{4}{14}+\frac{5}{15}.\frac{6}{14}+\frac{4}{15}.\frac{6}{14}+\frac{4}{15}.\frac{5}{14} \\ &= 0,7 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \text{Prob} &= 1-P(P,P)-P(A,A)-P(C,C) \\ &= 1-\frac{6}{15}.\frac{5}{14}-\frac{5}{15}.\frac{4}{14}-\frac{4}{15}.\frac{3}{14} \\ &= 0,7 \end{aligned}$$

Resposta do exercício 15

- C : comete crime, $\quad P[C] = 0,05 \longrightarrow P[\bar{C}] = 0.95;$
- JC : julgado culpado, $\quad P[JC|C] = 0,90 \longrightarrow P[\bar{JC}|C] = 0,10.$
- $\bar{JC}$: julgado inocente, $\quad P[\bar{JC}|\bar{C}] = 0,99 \longrightarrow P[JC|\bar{C}] = 0,01.$

$$
\begin{aligned}
P[\bar{C}|JC] &= \frac{P[JC \cap \bar{C}]}{P[JC]} \\
&= \frac{P[JC \cap \bar{C}]}{P[JC \cap C] + P[JC \cap \bar{C}]} \\
&= \frac{P[JC|\bar{C}] \cdot P[\bar{C}]}{P[JC|C] \cdot P[C] + P[JC|\bar{C}] \cdot P[\bar{C}]} \\
&= \frac{(0,01)(0,95)}{(0,90)(0,05) + (0,01)(0,95)} \\
&= 0,174.
\end{aligned}
$$

Resposta do exercício 16

- C : chove em um dia, $\quad P[C] = 0,10 \longrightarrow P[\overline{C}] = 0.90;$
- P_C : previsão de chuva, $\quad P[P_C|C] = 0,80 \longrightarrow P[\overline{P_C}|C] = 0,20;$
- $\overline{P_C}$: sem previsão de chuva, $\quad P[\overline{P_C}|\overline{C}] = 0,90 \longrightarrow P[P_C|\overline{C}] = 0,10.$

$$
\begin{aligned}
P[C|P_C] &= \frac{P[P_C \cap C]}{P[P_C]} \\
&= \frac{P[P_C \cap C]}{P[P_C \cap C] + P[P_C \cap \overline{C}]} \\
&= \frac{P[P_C|C] \cdot P[C]}{P[P_C|C] \cdot P[C] + P[P_C|\overline{C}] \cdot P[\overline{C}]} \\
&= \frac{(0,8) \cdot (0,10)}{(0,8) \cdot (0,10) + (0,10) \cdot (0,90)} \\
&= 0,471.
\end{aligned}
$$

Solução alternativa, organizando dados na forma de uma tabela:

Previsão	Ocorrência Chove (C)	Não chove ($\overline{C}$)	Probabilidade
com chuva (P_c)	$P[P_c \cap C] = 0,80 \cdot 0,10$	$P[P_c \cap \overline{C}] = 0,09$	0,17
sem chuva ($\overline{P_C}$)	$P[\overline{P_c} \cap C] = 0,02$	$P[\overline{P_c} \cap \overline{C}] = 0,90 \cdot 0,90$	0,83
Probabilidade	0,10	0,90	1

Resposta do exercício 17

- C : possui ao menos um computador, $P[C] = 0,80$;
- N : se conecta mais que 30h, P[N] = 0,25;
- $P[C \cap N] = 0,15$.

1. $P[N|C] = \dfrac{P[N \cap C]}{P[C]} = \dfrac{0,15}{0,80} = 0,1875$;
2. $P[C|N] = \dfrac{P[N \cap C]}{P[N]} = \dfrac{0,15}{0,25} = 0,6$.

Resposta do exercício 18

- C_1 : falha por hardware ; C_2 : falha por software ; C_3 : falha por energia;
- $P[C_1] = 0,01$; $P[C_2] = 0,05$; $P[C_3] = 0,02$;
- I : sistema interrompe;
- $P[I|C_1] = 0,73$; $P[I|C_2] = 0,12$; $P[I|C_3] = 0,88$.

$$\begin{aligned} P[I] &= P[C_1 \cap I] + P[C_2 \cap I] + P[C_3 \cap I] \\ &= P[C_1] \cdot P[I|C_1] + P[C_2] \cdot P[I|C_2] + P[C_3] \cdot P[I|C_3] \\ &= 0,0324 \end{aligned}$$

$$P[C_1|I] = \frac{P[C_1] \cdot P[I|C1]}{P[I]} = \frac{0,01 \cdot 0,73}{0,0324} = 0,2253$$

$$P[C_2|I] = \frac{P[C_2] \cdot P[I|C2]}{P[I]} = \frac{0,05 \cdot 0,12}{0,0324} = 0,1852$$

$$P[C_3|I] = \frac{P[C_3] \cdot P[I|C3]}{P[I]} = \frac{0,02 \cdot 0,88}{0,0324} = 0,5432$$

Resposta do exercício 19

Eventos:

- A : a primeira metodologia fornece previsão correta, $P(A) = 0,72$;
- B : a segunda fornece previsão correta, $P(B) = 0,45$;
- C : a terceira fornece previsão correta, $P(C) = 0,65$.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \\ &\overset{ind}{=} 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) \\ &= 1 - (1 - 0,72) \cdot (1 - 0,45) \cdot (1 - 0,65) \\ &= 0,946. \end{aligned}$$