Cálculo 1 - HONORS - CM311

Continuidade: Propriedades
Derivadas

Diego Otero
otero.ufpr@gmail.com / otero@ufpr.br

Aula Passada...

- Com este desenvolvimento, também podemos provar que
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$
- Sendo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$|\operatorname{sen} x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x| \Rightarrow |\cos x| \leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| \leq 1.$$
- Pela simetria das funções seno e cosseno, temos para todo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$\cos x \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq 1.$$
- Pelo teorema do confronto, o resultado segue.

Exemplo 1.1.

A função abaixo é continua para todo $a \in \mathbb{R}$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}.$$

Aula Passada...

- Com este desenvolvimento, também podemos provar que
$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}=1.$$
- Sendo $x\neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$|\operatorname{sen} x|\leq |x|\leq |\operatorname{tg} x|\Rightarrow |\cos x|\leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right|\leq 1.$$
- Pela simetria das funções seno e cosseno, temos para todo $x\neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$\cos x\leq \frac{\operatorname{sen} x}{x}\leq 1.$$
- Pelo teorema do confronto, o resultado segue.

Exemplo 1.1.

A função abaixo é continua para todo $a\in\mathbb{R}$
$$f(x)=\begin{cases}\frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x\neq 0\\ 1, & \text{se } x=0\end{cases}.$$

Aula Passada...

- Com este desenvolvimento, também podemos provar que
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$
- Sendo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$|\operatorname{sen} x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x| \Rightarrow |\cos x| \leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| \leq 1.$$
- Pela simetria das funções seno e cosseno, temos para todo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$\cos x \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq 1.$$
- Pelo teorema do confronto, o resultado segue.

Exemplo 1.1.

A função abaixo é continua para todo $a \in \mathbb{R}$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}.$$

Aula Passada...

- Com este desenvolvimento, também podemos provar que
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$
- Sendo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$|\operatorname{sen} x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x| \Rightarrow |\cos x| \leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| \leq 1.$$
- Pela simetria das funções seno e cosseno, temos para todo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$\cos x \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq 1.$$
- Pelo teorema do confronto, o resultado segue.

Exemplo 1.1.

A função abaixo é continua para todo $a \in \mathbb{R}$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}.$$

Aula Passada...

- Com este desenvolvimento, também podemos provar que
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$
- Sendo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$|\operatorname{sen} x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x| \Rightarrow |\cos x| \leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| \leq 1.$$
- Pela simetria das funções seno e cosseno, temos para todo $x \neq 0$, suficientemente próximo de 0:
$$\cos x \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq 1.$$
- Pelo teorema do confronto, o resultado segue.

Exemplo 1.1.

A função abaixo é continua para todo $a \in \mathbb{R}$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}.$$

Exemplo 1.2.

Vamos calcular os limites abaixo:

a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{\operatorname{sen} x}$.

b) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x}$.

c) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x + \operatorname{sen} x}{x^2 - \operatorname{sen} x}$.

d) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x}$.

e) $\displaystyle\lim_{x \to \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{x - \pi}$.

f) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x}{\operatorname{sen} 3x}$.

Teorema 1.3 (Limites de Funções Compostas).

Seja f definida em um intervalo aberto I exceto em a, possivelmente. Considere uma função g definida em um intervalo aberto J. Supondo que $f(I) \subset J$, $\lim_{x \to a} f(x) = b$ e $\lim_{y \to b} g(y) = g(b)$, então

$$\lim_{x \to a} g(f(x)) = g(\lim_{x \to a} f(x)) = g(b).$$

Exemplo 1.2.

Vamos calcular os limites abaixo:

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\operatorname{sen} x}$.

b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x}$.

c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x+\operatorname{sen} x}{x^2-\operatorname{sen} x}$.

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x}{\operatorname{tg} x}$.

e) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x-\pi}$.

f) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x}{\operatorname{sen} 3x}$.

Teorema 1.3 (Limites de Funções Compostas).

Seja f definida em um intervalo aberto I exceto em a, possivelmente. Considere uma função g definida em um intervalo aberto J. Supondo que $f(I) \subset J$, $\lim_{x\to a} f(x) = b$ e $\lim_{y\to b} g(y) = g(b)$, então

$$\lim_{x\to a} g(f(x)) = g(\lim_{x\to a} f(x)) = g(b).$$

Corolário 1.4.

Sendo f, g contínuas temos que $f+g$, $f-g$, $f.g$, $\dfrac{f}{g}$ e $f \circ g$ são contínuas.

Exemplo 1.5.

A função $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 + \operatorname{tg}(|x|+1)).\cos^3(x)$ é contínua em seu domínio.

- Seja f uma função contínua definida em um intervalo aberto I tal que admita inversa f^{-1}.
- A inversa também é contínua?
- Sim: temos uma relação entre os gráficos de f e f^{-1}.

Corolário 1.4.

Sendo f, g contínuas temos que $f+g$, $f-g$, $f.g$, $\frac{f}{g}$ e $f \circ g$ são contínuas.

Exemplo 1.5.

A função $f(x) = \text{sen}(x^2 + \text{tg}(|x|+1)).\cos^3(x)$ é contínua em seu domínio.

- Seja f uma função contínua definida em um intervalo aberto I tal que admita inversa f^{-1}.
- A inversa também é contínua?
- Sim: temos uma relação entre os gráficos de f e f^{-1}.

Corolário 1.4.

Sendo f, g contínuas temos que $f+g$, $f-g$, $f.g$, $\dfrac{f}{g}$ e $f \circ g$ são contínuas.

Exemplo 1.5.

A função $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 + \operatorname{tg}(|x|+1)).\cos^3(x)$ é contínua em seu domínio.

- Seja f uma função contínua definida em um intervalo aberto I tal que admita inversa f^{-1}.
- A inversa também é contínua?
- Sim: temos uma relação entre os gráficos de f e f^{-1}.

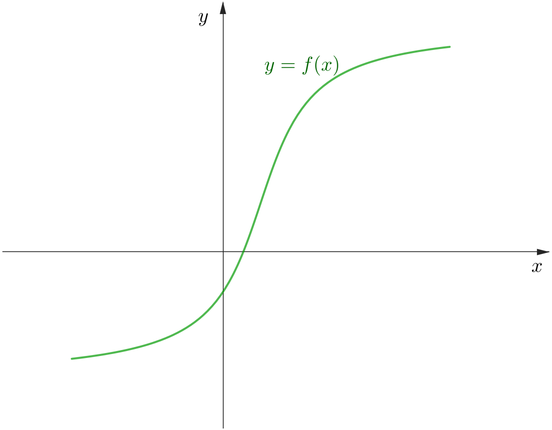
Funções Contínuas e Propriedades

- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.

- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

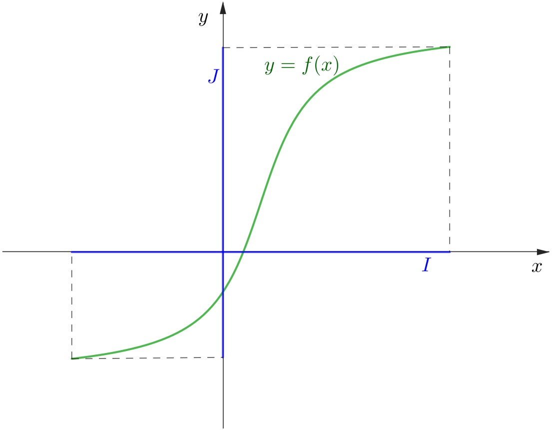
- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.



- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

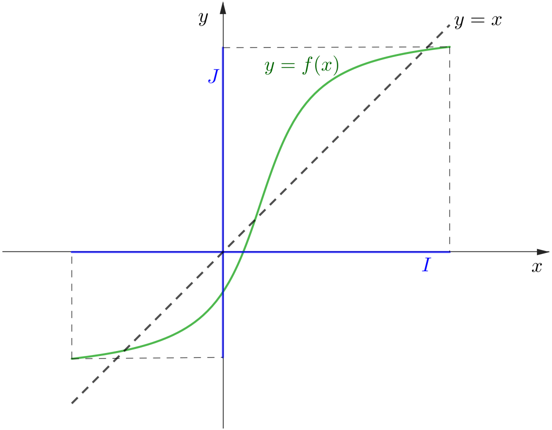
- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.



- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

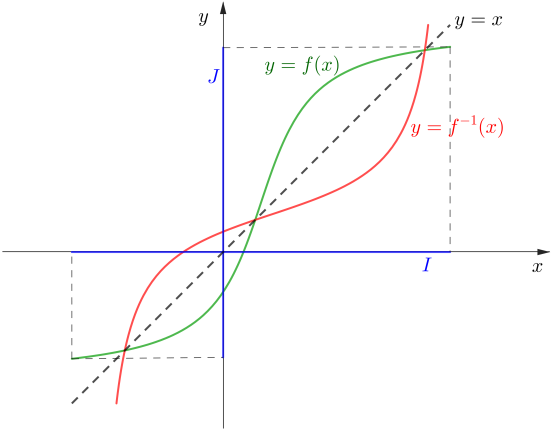
- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.



- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

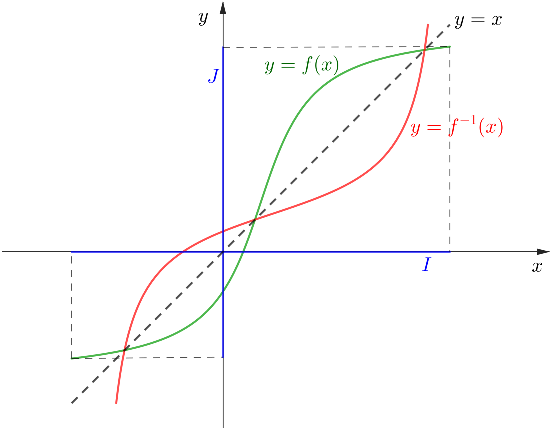
- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.



- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

- Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos com relação à reta $y = x$.



- É possível mostrar formalmente este resultado.

Funções Contínuas e Propriedades

Proposição 1.6.

Seja $f : I \to J$ uma função bijetora, com I, J intervalos abertos. Se f é contínua então f^{-1} é contínua.

- Demonstração: Teorema do Valor Intermediário.

Exemplo 1.7.

As funções $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $\operatorname{arcsen} x$, $\arccos x$, arctg, arcsec, arccossec e arctg são contínuas em seus domínios.

Exemplo 1.8.

A função $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{x^2-1}}\right)$ é contínua em seu domínio.

Funções Contínuas e Propriedades

Proposição 1.6.

Seja $f : I \to J$ uma função bijetora, com I, J intervalos abertos. Se f é contínua então f^{-1} é contínua.

- Demonstração: Teorema do Valor Intermediário.

Exemplo 1.7.

As funções $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $\operatorname{arcsen} x$, $\arccos x$, arctg, arcsec, arccossec e arctg são contínuas em seus domínios.

Exemplo 1.8.

A função $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{x^2-1}}\right)$ é contínua em seu domínio.

Proposição 1.6.

Seja $f : I \to J$ uma função bijetora, com I, J intervalos abertos. Se f é contínua então f^{-1} é contínua.

- Demonstração: Teorema do Valor Intermediário.

Exemplo 1.7.

As funções $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $\operatorname{arcsen} x$, $\arccos x$, arctg, arcsec, arccossec e arctg são contínuas em seus domínios.

Exemplo 1.8.

A função $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{x^2-1}}\right)$ é contínua em seu domínio.

Proposição 1.6.

Seja $f : I \to J$ uma função bijetora, com I, J intervalos abertos. Se f é contínua então f^{-1} é contínua.

- Demonstração: Teorema do Valor Intermediário.

Exemplo 1.7.

As funções $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $\operatorname{arcsen} x$, $\arccos x$, arctg, arcsec, arccossec e arctg são contínuas em seus domínios.

Exemplo 1.8.

A função $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{x^2-1}}\right)$ é contínua em seu domínio.

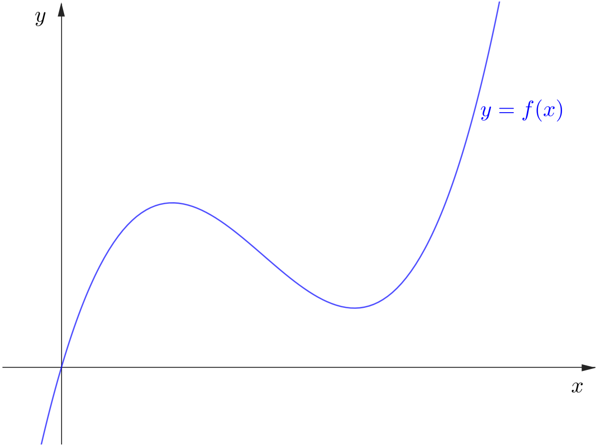
Derivadas

- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.

- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

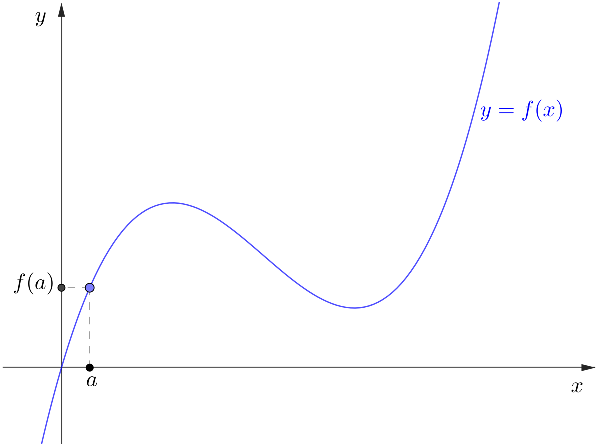
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

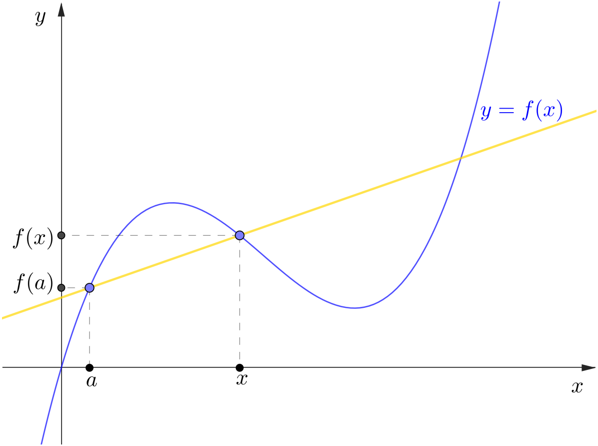
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

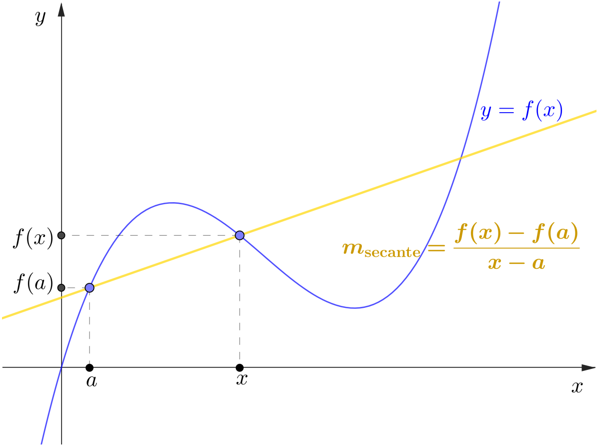
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

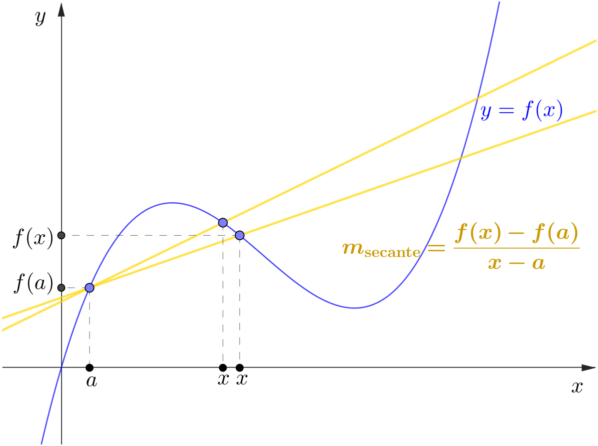
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

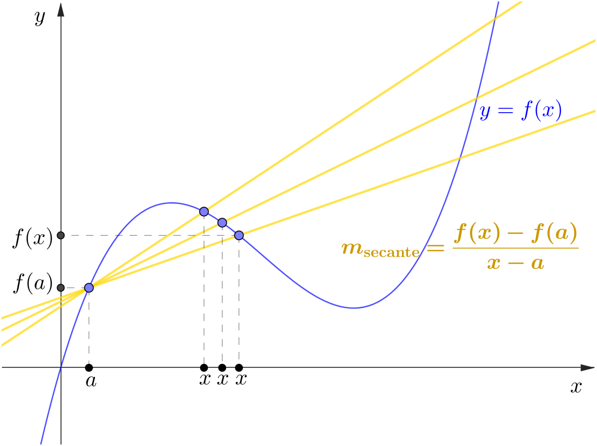
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

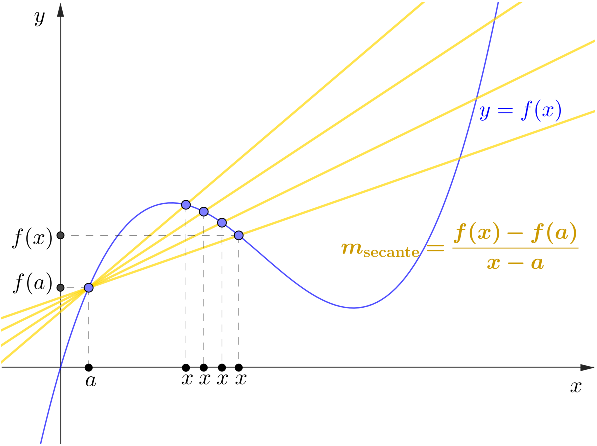
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

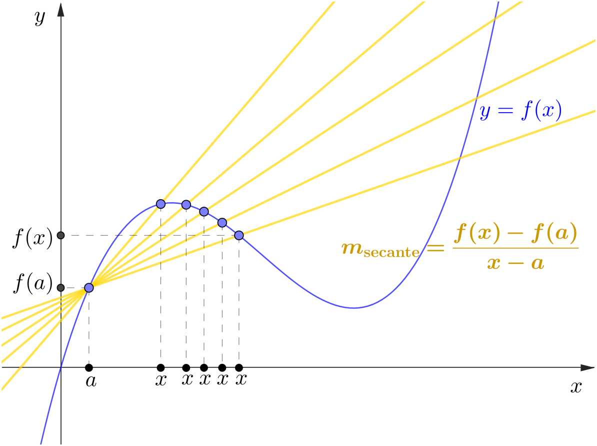
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

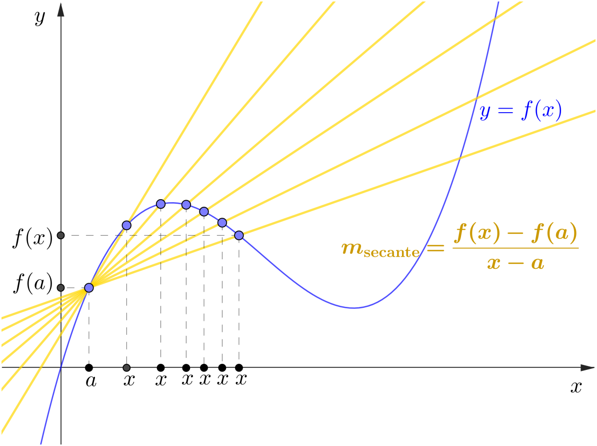
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

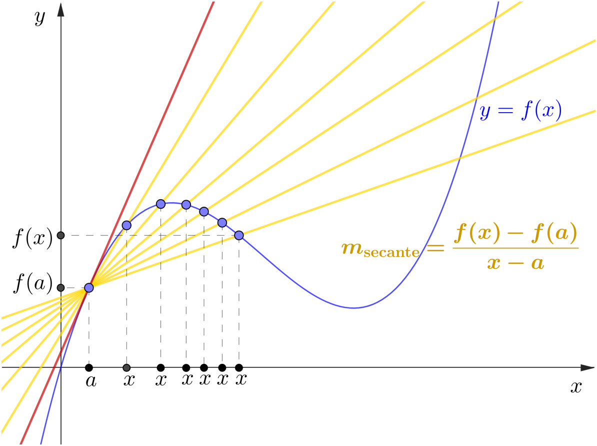
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

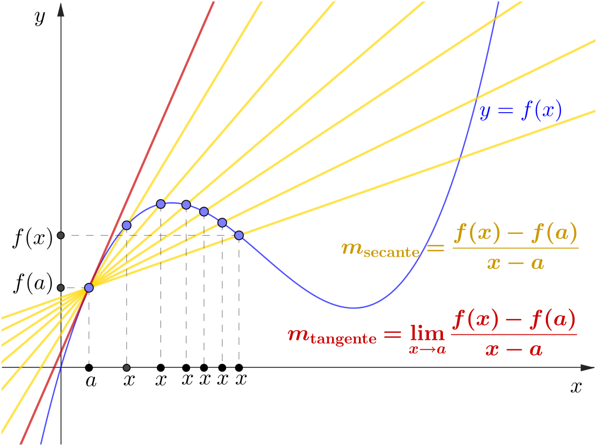
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

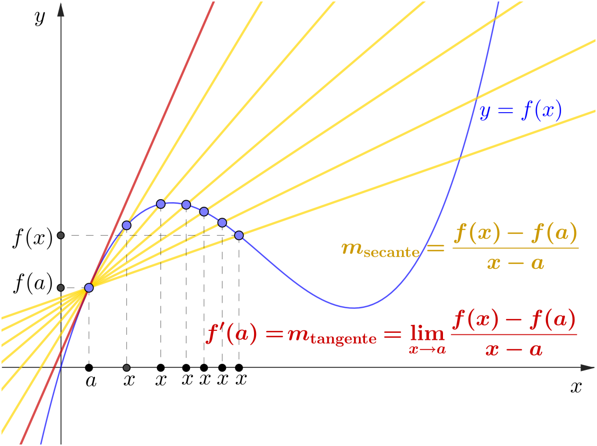
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

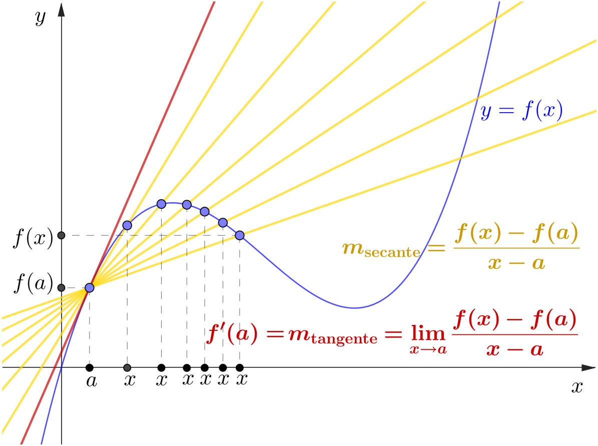
- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

- Motivação: equação de reta tangente à gráficos de funções.



- Equação da reta tangente: $y - f(a) = f'(a).(x - a)$.

Derivadas

Definição 1.9.

Seja f definida em um intervalo aberto I com $a \in I$. Dizemos que f *é derivável em* a, ou que f *tem derivada em* a se o limite abaixo existir. Quando existir, chamamos de *derivada de* f *em* a, e denotamos por $f'(a)$.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

- O limite pode ser calculado pela fórmula abaixo, com $h = x - a$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

- Derivada é um conceito local.

Derivadas

Definição 1.9.

Seja f definida em um intervalo aberto I com $a \in I$. Dizemos que f *é derivável em a*, ou que f *tem derivada em a* se o limite abaixo existir. Quando existir, chamamos de *derivada de f em a*, e denotamos por $f'(a)$.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

- O limite pode ser calculado pela fórmula abaixo, com $h = x - a$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

- Derivada é um conceito local.

Definição 1.9.

Seja f definida em um intervalo aberto I com $a \in I$. Dizemos que f *é derivável em a*, ou que f *tem derivada em a* se o limite abaixo existir. Quando existir, chamamos de *derivada de f em a*, e denotamos por $f'(a)$.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

- O limite pode ser calculado pela fórmula abaixo, com $h = x - a$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

- Derivada é um conceito local.

Derivadas

- Outra motivação: sendo $y = f(x)$ uma função que relaciona duas medidas, a inclinação da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(x, f(x))$ representa a *taxa de variação média de f no intervalo* $[a, x]$

$$\text{(Taxa de variação média em } [a,x]) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

- Temos o conceito pontual, caso exista, que é a taxa de *variação instantânea de f no ponto* $(a, f(a))$, que representa o quanto a função tende a variar tomando um *pequeno acréscimo* no valor $x = a$

$$\text{(Taxa de variação inst. em } x = a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Exemplo 1.10.

Sendo $x = t =$ tempo e $y = s = f(t)$ a posição de um objeto ao longo de uma reta, a taxa de variação média representa a velocidade média em um intervalo e a taxa de variação instantânea representa a velocidade no dado instante.

Derivadas

- Outra motivação: sendo $y = f(x)$ uma função que relaciona duas medidas, a inclinação da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(x, f(x))$ representa a *taxa de variação média de f no intervalo* $[a, x]$

$$(\text{Taxa de variação média em } [a,x]) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

- Temos o conceito pontual, caso exista, que é a taxa de *variação instantânea de f no ponto* $(a, f(a))$, que representa o quanto a função tende a variar tomando um *pequeno acréscimo* no valor $x = a$

$$(\text{Taxa de variação inst. em } x = a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Exemplo 1.10.

Sendo $x = t =$ tempo e $y = s = f(t)$ a posição de um objeto ao longo de uma reta, a taxa de variação média representa a velocidade média em um intervalo e a taxa de variação instantânea representa a velocidade no dado instante.

Derivadas

- Outra motivação: sendo $y = f(x)$ uma função que relaciona duas medidas, a inclinação da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(x, f(x))$ representa a *taxa de variação média de f no intervalo* $[a, x]$

$$\text{(Taxa de variação média em } [a, x]) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

- Temos o conceito pontual, caso exista, que é a taxa de *variação instantânea de f no ponto* $(a, f(a))$, que representa o quanto a função tende a variar tomando um *pequeno acréscimo* no valor $x = a$

$$\text{(Taxa de variação inst. em } x = a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Exemplo 1.10.

Sendo $x = t =$ tempo e $y = s = f(t)$ a posição de um objeto ao longo de uma reta, a taxa de variação média representa a velocidade média em um intervalo e a taxa de variação instantânea representa a velocidade no dado instante.

Derivadas

- Uma aplicação teórica do conceito de derivada pode ser usada para calcular alguns limites.
- Por exemplo, suponha que temos funções contínuas f, g, tais que $f(a) = g(a) = 0$.
- O limite $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ é indeterminado do tipo $0/0$.
- Sabendo "o quão rápido" as funções se aproximam de 0, podemos calcular o limite.
- Vale, supondo mais algumas hipóteses

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

Derivadas

- Uma aplicação teórica do conceito de derivada pode ser usada para calcular alguns limites.
- Por exemplo, suponha que temos funções contínuas f, g, tais que $f(a) = g(a) = 0$.
- O limite $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ é indeterminado do tipo $0/0$.
- Sabendo "o quão rápido" as funções se aproximam de 0, podemos calcular o limite.
- Vale, supondo mais algumas hipóteses

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

Derivadas

- Uma aplicação teórica do conceito de derivada pode ser usada para calcular alguns limites.
- Por exemplo, suponha que temos funções contínuas f, g, tais que $f(a) = g(a) = 0$.
- O limite $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ é indeterminado do tipo $0/0$.
- Sabendo "o quão rápido" as funções se aproximam de 0, podemos calcular o limite.
- Vale, supondo mais algumas hipóteses

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

Derivadas

- Uma aplicação teórica do conceito de derivada pode ser usada para calcular alguns limites.
- Por exemplo, suponha que temos funções contínuas f, g, tais que $f(a) = g(a) = 0$.
- O limite $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ é indeterminado do tipo $0/0$.
- Sabendo "o quão rápido" as funções se aproximam de 0, podemos calcular o limite.
- Vale, supondo mais algumas hipóteses

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

Derivadas

- Uma aplicação teórica do conceito de derivada pode ser usada para calcular alguns limites.
- Por exemplo, suponha que temos funções contínuas f, g, tais que $f(a) = g(a) = 0$.
- O limite $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ é indeterminado do tipo $0/0$.
- Sabendo "o quão rápido" as funções se aproximam de 0, podemos calcular o limite.
- Vale, supondo mais algumas hipóteses

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

Derivadas

Exemplo 1.11.

Vamos calcular as derivadas das funções abaixo nos pontos indicados

a) $f(x) = 3$, $a = 1$.

b) $f(x) = 2x + 4$, $a = -2$.

c) $f(x) = x^2$, $a = 2$.

d) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

Definição 1.12.

Seja $f : I \to \mathbb{R}$ definida no intervalo aberto I. Se para cada $a \in I$ tivermos que $f'(a)$ existe, então definimos a função derivada $f' : I \to \mathbb{R}$.

Exemplo 1.13.

Calcule as derivadas das funções abaixo:

1. $f(x) = x^2$.
2. $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- Da mesma maneira que aconteceu com limites, pode ser interessante estudar propriedades algébricas para não termos que passar pela conta da definição de derivada quando quisermos calcular a derivada de uma função.

Exemplo 1.11.

Vamos calcular as derivadas das funções abaixo nos pontos indicados

a) $f(x) = 3$, $a = 1$.

b) $f(x) = 2x + 4$, $a = -2$.

c) $f(x) = x^2$, $a = 2$.

d) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

Definição 1.12.

Seja $f : I \to \mathbb{R}$ definida no intervalo aberto I. Se para cada $a \in I$ tivermos que $f'(a)$ existe, então definimos a função derivada $f' : I \to \mathbb{R}$.

Exemplo 1.13.

Calcule as derivadas das funções abaixo:

1. $f(x) = x^2$.
2. $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- Da mesma maneira que aconteceu com limites, pode ser interessante estudar propriedades algébricas para não termos que passar pela conta da definição de derivada quando quisermos calcular a derivada de uma função.

Exemplo 1.11.

Vamos calcular as derivadas das funções abaixo nos pontos indicados

a) $f(x) = 3$, $a = 1$.

b) $f(x) = 2x + 4$, $a = -2$.

c) $f(x) = x^2$, $a = 2$.

d) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

Definição 1.12.

Seja $f : I \to \mathbb{R}$ definida no intervalo aberto I. Se para cada $a \in I$ tivermos que $f'(a)$ existe, então definimos a função derivada $f' : I \to \mathbb{R}$.

Exemplo 1.13.

Calcule as derivadas das funções abaixo:

1. $f(x) = x^2$.
2. $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- Da mesma maneira que aconteceu com limites, pode ser interessante estudar propriedades algébricas para não termos que passar pela conta da definição de derivada quando quisermos calcular a derivada de uma função.

Exemplo 1.11.

Vamos calcular as derivadas das funções abaixo nos pontos indicados

a) $f(x) = 3$, $a = 1$.

b) $f(x) = 2x + 4$, $a = -2$.

c) $f(x) = x^2$, $a = 2$.

d) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

Definição 1.12.

Seja $f : I \to \mathbb{R}$ definida no intervalo aberto I. Se para cada $a \in I$ tivermos que $f'(a)$ existe, então definimos a função derivada $f' : I \to \mathbb{R}$.

Exemplo 1.13.

Calcule as derivadas das funções abaixo:

1. $f(x) = x^2$.
2. $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- Da mesma maneira que aconteceu com limites, pode ser interessante estudar propriedades algébricas para não termos que passar pela conta da definição de derivada quando quisermos calcular a derivada de uma função.

Derivadas

Exemplo 1.11.

Vamos calcular as derivadas das funções abaixo nos pontos indicados

a) $f(x) = 3$, $a = 1$.

b) $f(x) = 2x + 4$, $a = -2$.

c) $f(x) = x^2$, $a = 2$.

d) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

Definição 1.12.

Seja $f : I \to \mathbb{R}$ definida no intervalo aberto I. Se para cada $a \in I$ tivermos que $f'(a)$ existe, então definimos a função derivada $f' : I \to \mathbb{R}$.

Exemplo 1.13.

Calcule as derivadas das funções abaixo:

1. $f(x) = x^2$.
2. $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- Da mesma maneira que aconteceu com limites, pode ser interessante estudar propriedades algébricas para não termos que passar pela conta da definição de derivada quando quisermos calcular a derivada de uma função.