

Cálculo 1

CM311-HONORS

Prova 2 - 18/07/2024

Duração: 1 hora e 40 minutos

Professor: Diego Otero

Nome: _____

GRR: _____

Assinatura: _____

Instruções:

- A prova é individual, sem consulta, e não é permitido se ausentar no período da prova.
- Leia com atenção as questões. Capriche na redação, nos esboços de figuras, justifique todas suas respostas, e simplifique o máximo possível as respostas finais. **Respostas sem justificativas, cálculos e raciocínios necessários não serão consideradas.**
- Não faça marcações na tabela abaixo.

Problema:	1	2	3	4	5	6	Total
Valor:	10	15	15	10	15	35	100
Pontuação:							

BOA PROVA!

1. Calcule as derivadas das funções abaixo

(a) (5 Pontos) $f(x) = \ln(\ln(\ln x))$.

(b) (5 Pontos) $g(x) = x^{e^x}$.

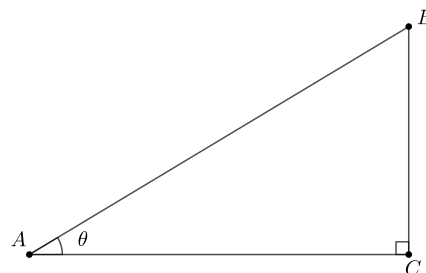
Dicas/Respostas:

(a) $f'(x) = \frac{1}{\ln(\ln(x))} \frac{1}{\ln x} \frac{1}{x}$.

(b) $g'(x) = x^{e^x} \cdot e^x \cdot \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

2. (15 Pontos)

Considere o triângulo retângulo ABC ao lado. A medida que o tempo passa, o lado BC decresce e o lado AC mantém comprimento constante de 4m. Sabendo que em um certo instante o lado BC mede 3m e decresce à uma taxa de 0,25m/s, determine a taxa de variação do ângulo $\theta = \angle A$ em rad/s.



Dicas/Respostas: $-1/25 \text{ rad/s.}$

-
3. (15 Pontos) Sendo $f(x) = 2xe^{-x} - 2024 \cdot \ln(x+1)$, calcule $f^{(2024)}(0)$.

Dicas/Respostas: $2024(2023! - 2).$

-
4. (10 Pontos) Uma empresa fabrica placas finas em formato de disco circular com uma medida de área pré determinada. Sabendo que o erro relativo máximo da área no processo de fabricação é de 3%, calcule usando diferenciais o erro relativo máximo do raio dos discos.

Dicas/Respostas: $1,5\%.$

-
5. (15 Pontos) Usando o teorema do valor médio, prove que $\ln(1+x) < x$ para todo $x > 0$.

Dicas/Respostas:Dica: use o TVM na função $f(x) = \ln(1+x)$ no intervalo $[0, x]$.

-
6. Seja $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{2(x-2)}$. Faça o que se pede:

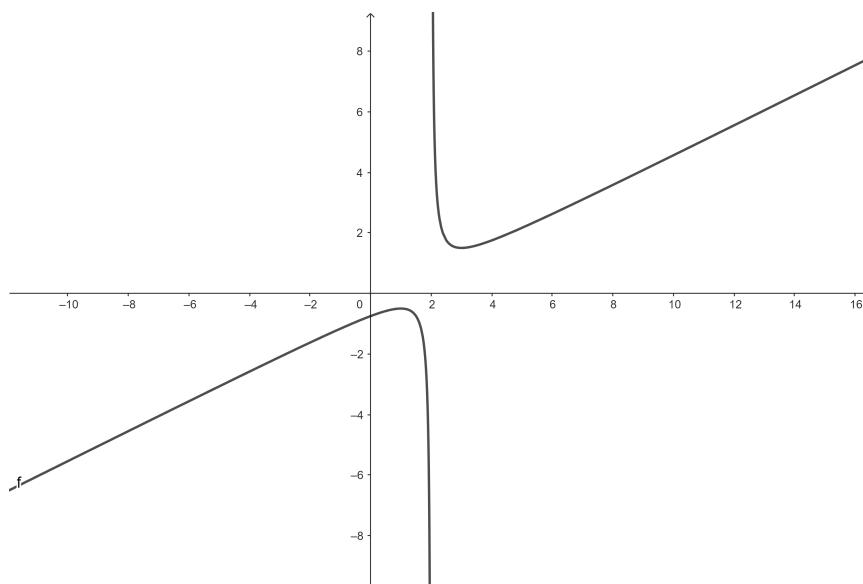
- (a) (10 Pontos) Determine e classifique os extremos locais.
 - (b) (10 Pontos) Determine os intervalos de concavidade de f .
 - (c) (10 Pontos) Faça um esboço do gráfico de f .
 - (d) (5 Pontos) No intervalo de $(1, 3)$ a função é decrescente? Justifique.
-

Dicas/Respostas:

(a) Máximo local: $x = 1$, mínimo local: $x = 3$.

(b) Para cima: $(-\infty, 2)$, para baixo: $(2, \infty)$.

(c)



(d) Não, pois $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$.

FORMULÁRIO/NOTAÇÕES

- $|A + B| \leq |A| + |B|$.
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.
- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
- $(x - y)^n = (x - y) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-1} + y^n)$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
- $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.
- $(f \pm g)' = f' \pm g'$.
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$.
- $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$.
- $(\sin x)' = \cos x$.
- $(\cos x)' = -\sin x$.
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.
- $(e^x)' = e^x$.
- $(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$.