"Quanto menos alguém entende, mais quer discordar" (Galileu Galilei).

Bases

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

DSBD

UFPR

Bases

Nós nos acostumamos a trabalhar com a base 10.

- Algarismos válidos são 0, 1, 2, ..., 9.

Mas a escolha da base 10 é arbitrária.

- Por que usamos a base 10?
- Existem outras bases que usamos no nosso dia a dia?

Digital

Nossos computadores são digitais.

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2.

Digital

Nossos computadores são digitais.

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2.

Na base 2, os únicos algarismos válidos são 0 e 1. O computador representa isso via **sinais elétricos**.

Por exemplo, podemos criar um circuito onde:

0 Volts representa o número 0;

5 Volts representa o número 1.

A base 2 tem um nome especial, chamamos de **base binária**.

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base.

Para a base 10: 0, 1, 2, ..., 9.

Para a base 2: 0 e 1.

E para:

8?

5?

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base.

Para a base 10: 0, 1, 2, ..., 9.

Para a base 2: 0 e 1.

E para:

8: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

5: 0, 1, 2, 3, 4.

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2 \in \mathbb{N}$, quais são os algarismos válidos para essa base?

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2 \in \mathbb{N}$, quais são os algarismos válidos para essa base?

$0, \ldots, \beta\text{-}1.$

Bases

Precisamos saber a base que estamos trabalhando para obter o valor de um número.

As bases serão **representadas como subscritos** nos números.

Caso a base seja omitida, assuma a base 10.

Exemplos.

15 é o número *quinze* na base 10.

11_{10} é o número *onze* na base 10.

11_2 é o número *um um* na base binária.

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Qual algarismo tem “maior impacto” no número?

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

O 7 representa apenas 7 unidades.

O 4 representa 40 unidades.

O 3 representa 300 unidades.

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Cada movimento para a esquerda aumenta em 10x o número.

Sistema posicional

O dígito **mais à esquerda** é o **mais significativo.**
O dígito **mais à direita** é o **menos significativo.**

O dígito menos significativo está na posição 0, o valor à sua esquerda na posição 1, o próximo na posição 2, ...

Notação posicional

347
2 1 0 ← Posição

Sistema posicional

347
2 1 0 ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição:

0 -> tem um peso de 1 unidade.

1 -> de 10 unidades.

2 -> de 100 unidades.

Qual o peso do algarismo na posição *n*?

Sistema posicional

$\underset{2\ 1\ 0}{347}$ ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição:

0 tem um peso de 1 unidade = 10^0 = 1.

1 de 10 unidades = 10^1 = 10.

2 de 100 unidades = 10^2 = 100.

n de 10^n unidades.

Sistema posicional

Podemos montar um polinômio que representa o nosso valor, **multiplicando cada algarismo pelo seu peso.**

$347 = 3{\times}10^2 + 4{\times}10^1 + 7{\times}10^0$

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir:

1303

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir:

$1303 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

Forma Polinomial

De **maneira geral**, um número **inteiro** em uma base β, representado por

$$(a_j a_{j-1} \ldots a_2 a_1 a_0)_\beta \text{ , } 0 \leq a_k \leq (\beta - 1), k = 0, \ldots, j.$$

pode ser escrito na forma polinomial

$$a_j \beta^j + a_{j-1} \beta^{j-1} + \ldots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0$$

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

10110_2

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

$10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

Faça você mesmo

Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β para decimal.**

$10110_2 = 1{\times}2^4 + 0{\times}2^3 + 1{\times}2^2 + 1{\times}2^1 + 0{\times}2^0 = \mathbf{22}_{10}$

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

243,51

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

$$\underset{2\ 1\ 0\ -1\ -2}{243{,}51} = 2 \times 10^{2} + 4 \times 10^{1} + 3 \times 10^{0} + 5 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2}$$

Racionais

Podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio.

Exemplo: converta para a base 10.

$123{,}02_4$

Racionais

Podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio.

Exemplo: converta para a base 10.

$123{,}02_4 = 1\times4^2 + 2\times4^1 + 3\times4^0 + 0\times4^{-1} + 2\times4^{-2} = 27{,}125_{10}$

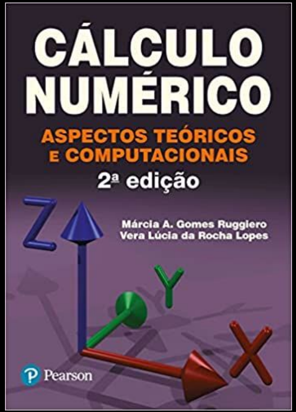
Exercícios

Converta os seguintes números para a base decimal. Faça os exercícios passo a passo, mostrando seus polinômios e o resultado final.

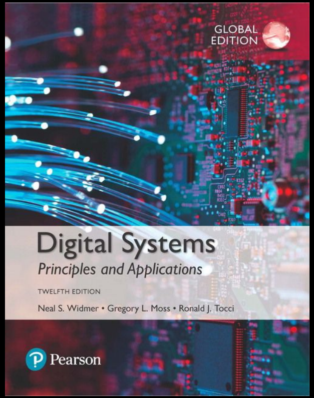
1. 1_2
2. 1000_2
3. 1101101_2
4. 10_8
5. 736_8
6. $11{,}01_2$
7. $5{,}47_8$
8. $1234{,}012345_5$

Referências

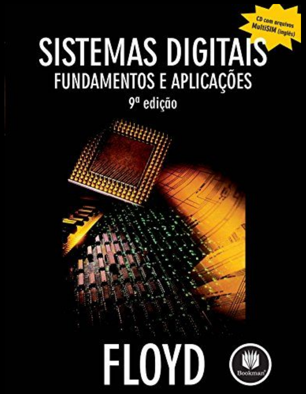
Marcia A. G. Ruggiero, Vera L. R. Lopes. Cálculo numérico aspectos teóricos e computacionais. 1996.



Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Thomas Floyd. Widmer. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.



Licença