

Disciplina: Introdução a Geometria Analítica e Álgebra Linear **Código:** CM303

Lista semana 1

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/3 \\ 2 & 2 \\ -2 & 1/2 \end{bmatrix}$. Determine o que se pede.

- (a) a_{12} (b) a_{31} (c) $a_{12} - 3a_{31} + 4a_{42}^2$

2. Em cada um dos itens abaixo, construa a matriz $A_{m \times n}$ cujo elemento a_{ij} é dado.

- (a) $m = 3, n = 2$ e $a_{ij} = i + j$
(b) $m = 3, n = 3$ e $a_{ij} = (-1)^{i+j}$
(c) $m = 3, n = 3$ e $a_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{se } i \neq j \\ i + j, & \text{se } i = j \end{cases}$

3. Sabendo que a matriz a seguir é triangular inferior, encontre a soma dos elementos da diagonal principal.

$$A = \begin{bmatrix} x & x+y-4 & y+z-2 & w-y \\ 2 & y-4 & z+2 & 0 \\ x & 3 & z & x \\ w+z & x+y+z & 3 & w \end{bmatrix}.$$

4. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1.5 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \text{ e } G = [0].$$

Quais dessas matrizes são: quadradas, diagonais, escalares, identidades, triangulares superiores, triangulares inferiores, linhas, colunas, nulas?

5. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 4 & -1 & -6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -7 & -9 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 8 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Calcule:

- (a) $2A$
(b) $-3C$
(c) $A + B$
(d) $4A - 3B + 5C$
(e) $(A - C)^t + B^t$

6. Determine os valores de x e y que satisfazem a equação matricial a seguir:

$$\begin{bmatrix} x & -2 \\ 4 & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3y & 7 \\ 1 & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Quais dos produtos AB , BA , AC , CA , BC , CB estão definidos? Calcule estes produtos.

8. Sejam A e B matrizes quadradas de mesma ordem e a e b números reais. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

(a) $(A + B)^t = A^t + B^t$

(b) Se AB é a matriz nula, então A ou B são a matriz nula.

(c) $(aA)(bB) = (ab)AB$

(d) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

Respostas:

1. (a) $a_{12} = -\frac{1}{2}$. (b) $a_{31} = 2$ (c) $a_{12} - 3a_{31} + 4a_{42}^2 = -\frac{11}{2}$

2. (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

3. 2

4. Quadradas: A, B, E, F, G ; diagonais: B, E, F, G ; escalares: E, F, G ; identidades: E ; triangulares superiores: A, B, E, F, G ; triangulares inferiores: B, E, F, G ; linhas: C, G ; colunas: G ; nulas: G .

5. $2A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 16 \\ 8 & -2 & -12 \end{bmatrix}$

$$-3C = \begin{bmatrix} 0 & -27 & -24 \\ -3 & -12 & -18 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 7 & -4 & -1 \\ 4 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$4A - 3B + 5C = \begin{bmatrix} -7 & 78 & 99 \\ 21 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A - C)^t + B^t = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -13 & -1 \\ -9 & -11 \end{bmatrix}$$

6. $x = y = 1$

7.

$$AB = \begin{bmatrix} -7 & -6 & 9 \\ 6 & -4 & -10 \end{bmatrix}, \quad CA = \begin{bmatrix} -17 & -10 \\ -1 & -10 \\ -3 & 2 \end{bmatrix},$$
$$BC = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -3 & -8 \end{bmatrix} \text{ e } CB = \begin{bmatrix} -5 & 6 & 9 \\ -5 & -2 & 7 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

8. (a) Verdadeira. (b) Falsa (c) Verdadeira (d) Falsa