Universidade Federal do Paraná - UFPR
Centro Politécnico
Departamento de Matemática

Disciplina: Cálculo 2 **Código:** CM312 **Semestre:** Semestre 2024/2

Lista 8

1. Determine os valores máximos e mínimos locais e os ponto(s) de sela da função.

(a) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4x - 6y$

(b) $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 4x + 2y$

(c) $f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 2y$

(d) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

(e) $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$

(f) $f(x,y) = xy - 2x - y$

(g) $f(x,y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$

(h) $f(x,y) = \frac{x^2y^2 - 8x + y}{xy}$

(i) $f(x,y) = \frac{(x+y+1)^2}{x^2+y^2+1}$

2. Determine os valores máximos e mínimos absolutos de f no conjunto D.

(a) $f(x,y) = 5 - 3x + 4y$
D é a região triangular fechada com vértices $(0,0)$, $(4,0)$ e $(4,5)$

(b) $f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2$
D é a região triangular fechada com vértices $(-1,1)$, $(2,1)$ e $(-1,-2)$

(c) $f(x,y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
$D = \{(x,y) : 0 \le x \le 9, 0 \le y \le 5\}$

(d) $f(x,y) = 1 + xy - x - y$
D é a região limitada pela parábola $y = x^2$ e a reta $y = 4$

(e) $f(x,y) = 2x^2 + x + y^2 - 2$
$D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \le 4\}$

3. Determine a menor distância do ponto $(2,-2,3)$ ao plano $6x + 4y - 3z = 2$.

4. Determine qual é o ponto do plano $2x - y + z = 1$ que está mais próximo do ponto $(-4,1,3)$.

5. Determine qual é o ponto do plano $x + 2y + 3z = 4$ que está mais próximo da origem.

6. Determine três números positivos cuja som seja 48 e que seu produto seja o maior possível.

7. Determine as dimensões da caixa retangular de volume máximo que pode ser inscrita em uma esfera de raio a.

8. Uma caixa retangular fechada com um volume de 16 cm^3 é feita de dois tipos de materiais. O topo e a base são feitos de um material que custa 10 centavos por centímetro quadrados e os lados, de uma material que custa 5 centavos por centímetro quadrado. Determine as dimensões da caixa de modo que o custo dos materiais seja minimizado.

9. Um empreteiro está pintando as paredes e teto de uma sala retangular. O volume da sala é 668,25 pés cúbicos. O custo da pintura para a parede é 6 centavos por pé quadrado e o custo da pintura do teto é 11 centavos por pé quadrado, Encontre as dimensões da sala que resulta no custo mínimo de pintura. Qual é o custo mínimo da pintura?

10. Uma companhia fabrica dois tipos de tênis,tênis de corrida e tênis de basquete. A receita total de x_1 unidades de T enis de corrida e x_2 unidades de tênis de basquete é dada por $R = -5x_1^2 - 8x_2^2 - 2x_1x_2 + 42x_1 + 102x_2$, onde x_1 e x_2 são dados em milhares de unidades. Encontre x_1 e x_2 que maximizam a receita.

11. Considere a função

$$f(x,y) = 4x^2 - 3y^2 + 2xy$$

no quadrado unitário $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.

(a) Encontre os valores máximo e mínimo de f em cada aresta do quadrado.

(b) Encontre os valores máximos e mínimo de f em cada diagonal do quadrado.

(c) Encontre os valores máximo e mínimo de f no quadrado inteiro.

Respostas:

1. (a) Mínimo $f(-2,3) = -13$

(b) Mínimo $f(\frac{1}{2}, -1) = -2$

(c) Mínimo $f(0,-1) = -1$

(d) Mínimo $f(1,1) = -1$, ponto de sela $(0,0)$

(e) Mínimo $f(0,0) = 4$, pontos de sela $(\pm\sqrt{2}, -1)$

(f) Ponto de sela $(1,2)$

(g) Máximo $f(4,4) = 12$

(h) Máximo $f\left(-\frac{1}{2}, 4\right) = -6$

(i) Mínimos $f(-(1+y), y) = 0$, máximo $f(1,1) = 3$

2. (a) Máximo $f(4,5) = 13$, mínimo $f(4,0) = -7$

(b) Máximo $f(-1,-2) = 17$, mínimo $f(0,0) = 0$

(c) Máximo $f\left(\frac{25}{4}, 5\right) = f\left(9, \frac{9}{2}\right) = \frac{45}{4}$, mínimo $f(9,0) = -9$

(d) Máximo $f(2,4) = 3$, mínimo $f(-2,4) = -9$

(e) Máximo $f(2,0) = 8$, mínimo $f\left(-\dfrac{1}{4}, 0\right) = -\dfrac{17}{8}$

3. $\dfrac{7}{\sqrt{61}}$

4. $(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{25}{6})$

5. $(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7})$

6. $16, 16, 16$

7. $\frac{2a}{\sqrt{3}}, \frac{2a}{\sqrt{3}}, \frac{2a}{\sqrt{3}}$

8. cumprimento e largura 2 centímetros, altura 4 centímetros

9. 9 pés x 9 pés x 8,25 pés; 26,73

10. $x_1 = 3$; $x_2 = 6$

11. (a) $x = 0$; mínimo -3, máximo 0; $x = 1$; mínimo 3, máximo 13/3; $y = 0$; mínimo 0, máximo 4; $y = 1$; mínimo -3, máximo 3

(b) $y = x$: mínimo 0, máximo 3; $y = 1 - x$: máximo 4, mínimo -3

(c) mínimo -3, máximo 13/3