UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR
CENTRO POLITÉCNICO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Disciplina: Cálculo 2 **Código:** CM312 **Semestre:** Semestre 2024/2

Lista 3

1. Esboce a curva de interseção das superfícies e obtenha equações paramétricas para a interseção em termos do parâmetro $x = t$.

(a) $z = x^2 + y^2; \quad x - y = 0$

(b) $y + x = 0; \quad z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$

(c) $9x^2 + y^2 + 9z^2 = 81; \quad y = x^2 \quad (z > 0)$

(d) $y = x; \quad x + y + z = 1$

2. Mostre que a trajetória de

$$r = t\vec{i} + \frac{1+t}{t}\vec{j} + \frac{1-t^2}{t}\vec{k}, \quad t > 0$$

situa-se no plano $x - y + z + 1 = 0$.

3. Determine o limite.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,3)} (x^2y^2 - 2xy^5 + 3y)$

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(-3,4)} (x^3 + 3x^2y^2 - 5y^3 + 1)$

(c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^3 + x^3y^2 - 5}{2 - xy}$

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(-2,1)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}$

(e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(\pi,\pi)} x \operatorname{sen}\left(\frac{x+y}{4}\right)$

(f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,4)} e^{\sqrt{x+2y}}$

4. Calcule o limite fazendo a substituição $z = x^2 + y^2$ observando que $z \to 0^+$ se, e somente se, $(x, y) \to (0, 0)$.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

5. Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x - y}{x^2 + y^2}$

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy}{x^2 + 2y^2}$

(c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x + y)^2}{x^2 + y^2}$

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4 + y^4}$

(e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 + xy^2}{x^2 + y^2}$

(f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy + 1}{x^2 + y^2 + 1}$

(g) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^2 + y^2}$

(h) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,0)} \frac{xy - 2y}{x^2 + y^2 - 4x + 4}$

(i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{x^2y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$

(j) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{xy - x}{x^2 + y^2 - 2y + 1}$

(k) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,-1)} \frac{x^2 + y^2 - 2x - 2y}{x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2}$

6. Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(1,2,3)} \frac{xz^2 - y^2z}{xyz - 1}$

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(2,3,0)} [xe^z + \ln(2x - y)]$

(c) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{x^2 - y^2 - z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(2,3,0)} \frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$

(e) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{x^2y^2z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$

7. Determine $h(x,y) = g(f(x,y))$ e o conjunto no qual h é contínua.

(a) $g(t) = e^{-t}\cos(t), \quad f(x,y) = x^4 + x^2y^2 + y^4$ (b) $g(z) = \operatorname{sen}(z),, \quad f(x,y) = y \ln x$

8. Determine o conjunto de pontos em que a função é contínua.

(a) $F(x,y) = \dfrac{x^2+y^2+1}{x^2+y^2-1}$ (b) $F(x,y) = \dfrac{x^6+x^3y^3+y^6}{x^3+y^3}$

(c) $F(x,y) = \operatorname{tg}(x^4 - y^4)$ (d) $G(x,y) = e^{xy}\operatorname{sen}(x+y)$

(e) $F(x,y) = \frac{1}{x^2-y}$ (f) $F(x,y) = \ln(2x+3y)$

(g) $G(x,y) = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}$ (h) $f(x,y,z) = \dfrac{xyz}{x^2+y^2-z}$

(i) $G(x,y,z) = 2^{x\,\operatorname{tg}(y)}$

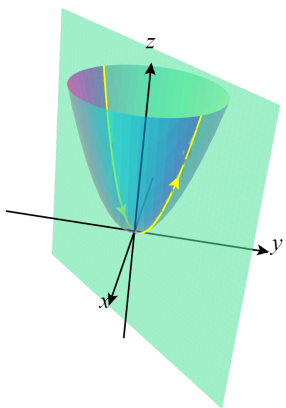
9. Determine o conjunto de pontos em que a função é contínua.

(a) $f(x,y,z) = x\ln(yz)$ (b) $f(x,y,z) = x + y\sqrt{x+z}$

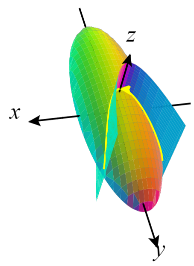
(c) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2-y^2}{2x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ (d) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{2x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(e) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+xy+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ (f) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{2x^6+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

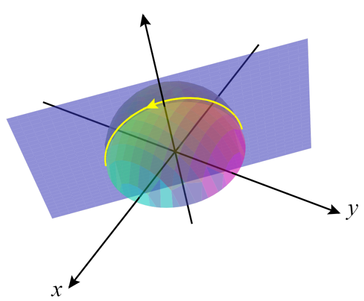
Respostas:



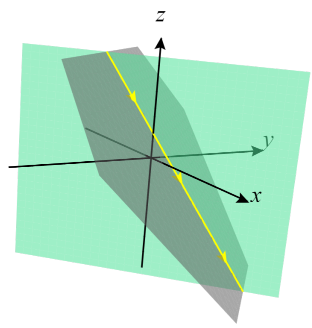
1. (a)



(c)



(b)



(d)

2.

3. (a) -927
(b) 86
(c) $-\frac{5}{2}$
(d) 1
(e) π
(f) e^3

4. (a) 0
(b) 0

5. (a) Não existe
(b) Não existe
(c) Não existe
(d) Não existe
(e) 0
(f) 1
(g) 0
(h) Não existe
(i) 0
(j) Não existe
(k) Não existe

6. (a) $-\frac{3}{5}$
(b) 2
(c) Não existe
(d) Não existe
(e) 0

7. (a) $h(x,y) = e^{-(x^4+x^2y^2+y^4)}\cos\big(x^4+x^2y^2+y^4\big), \mathbb{R}^2$
(b) $\operatorname{sen}(y\ln x), \{(x,y) : x > 0\}$

8. (a) $\{(x,y) : x^2+y^2-1 \neq 0\}$
(b) $\{(x,y) : y \neq -x\}$
(c) $\{(x,y) : x^4-y^4 \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \text{ um inteiro } \}$
(d) $\mathbb{R}^2$
(e) $\{(x,y) : y \neq x^2\}$
(f) $\{(x,y) : 2x+3y > 0\}$
(g) $\{(x,y) : |y| \leq x\}$
(h) $\{(x,y,z) : z \neq x^2+y^2\}$
(i) $\{(x,y,z) : y \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \text{ um inteiro } \}$

9. (a) $\{(x,y,z) : yz > 0\}$
(b) $\{(x,y,z) : x+z \geq 0\}$
(c) $\{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\}$
(d) $\mathbb{R}^2$
(e) $\{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\}$
(f) $\{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\}$