Cálculo 1 - HONORS - CM311

Apresentação da disciplina - Módulo - Limites

Diego Otero

otero.ufpr@gmail.com / otero@ufpr.br

Equipe Teams

- Acesse a equipe através do QR Code abaixo (use email UFPR):

Apresentação da disciplina - Ficha 2

- Ementa:
  1. **Limites e Continuidade.**
  2. **Derivadas.**
  3. **Integrais.**
- Avaliações:
  - Prova 1 (P1): 11/04 (quinta)
  - Prova 2 (P2): 16/05 (quinta)
  - Prova 3 (P3): 20/06 (quinta)
  - Exame Final (E): 02/07 (terça)
  - Atividades (A): lista de exercícios, mini projetos, UFPR Virtual, etc.
- Média (M), Nota Final (NF), Condições para Aprovação

$$M = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + A}{4}.$$

  - Se $M \geq 70$ está aprovado e $NF = M$.
  - Se $M < 40$, está reprovado e $NF = M$.
  - Se $40 \leq M < 70$, é necessário fazer exame final, e

$$NF = \frac{M + Ex}{2}.$$

Apresentação da disciplina - Ficha 2

- Ementa:
  1. **Limites e Continuidade.**
  2. **Derivadas.**
  3. **Integrais.**
- Avaliações:
  - Prova 1 (P1): 11/04 (quinta)
  - Prova 2 (P2): 16/05 (quinta)
  - Prova 3 (P3): 20/06 (quinta)
  - Exame Final (E): 02/07 (terça)
  - Atividades (A): lista de exercícios, mini projetos, UFPR Virtual, etc.
- Média (M), Nota Final (NF), Condições para Aprovação

$$M = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + A}{4}.$$

  - Se $M \geq 70$ está aprovado e $NF = M$.
  - Se $M < 40$, está reprovado e $NF = M$.
  - Se $40 \leq M < 70$, é necessário fazer exame final, e

$$NF = \frac{M + Ex}{2}.$$

Apresentação da disciplina - Ficha 2

- Ementa:
  1. **Limites e Continuidade.**
  2. **Derivadas.**
  3. **Integrais.**
- Avaliações:
  - Prova 1 (P1): 11/04 (quinta)
  - Prova 2 (P2): 16/05 (quinta)
  - Prova 3 (P3): 20/06 (quinta)
  - Exame Final (E): 02/07 (terça)
  - Atividades (A): lista de exercícios, mini projetos, UFPR Virtual, etc.
- Média (M), Nota Final (NF), Condições para Aprovação

$$M = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + A}{4}.$$

  - Se $M \geq 70$ está aprovado e $NF = M$.
  - Se $M < 40$, está reprovado e $NF = M$.
  - Se $40 \leq M < 70$, é necessário fazer exame final, e

$$NF = \frac{M + Ex}{2}.$$

Apresentação da disciplina - Ficha 2

- Bibliografia:
  - H. L. GUIDORIZZI. Um curso de Cálculo, vol. 1, LTC.
  - J. STEWART. Cálculo, vol. 1, Cengage Learning.
  - M. SPIVAK. Calculus, Addison Wesley.
  - T.M. APOSTOL. Calculus, vol. 1, John Wiley.
  - W. RUDIN. Principles of Mathematical Analysis, McGraw-Hill.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Apresentação da disciplina - Motivações

- Objetivos: Aprender conceitos e resultados aprofundados de Cálculo 1.
- Motivações: ideias introduzidas na aula passada.
- Definição formal de limites e propriedades.
- Teoremas "óbvios", mas não tão fáceis de serem provados.
- Conceito de derivadas e aplicações.
- Integrais e o Teorema Fundamental do Cálculo.

Módulo - Valor Absoluto

- Sendo $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo, ou valor absoluto, como a distância de x até 0.
- Notação: $|x|$.
- Temos

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Propriedades:
  a) $|x| \geq 0$.
  b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
  c) $-|x| \leq x \leq |x|$.
  d) $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $-a$.
  e) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.
  f) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$.
  g) $|x| = \sqrt{x^2}$.
  h) $|x.y| = |x|.|y|$.
- Desigualdade Triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. A igualdade vale se, e somente se, $x.y \geq 0$.

Módulo - Valor Absoluto

- Sendo $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo, ou valor absoluto, como a distância de x até 0.
- Notação: $|x|$.
- Temos

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Propriedades:

a) $|x| \geq 0$.
b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
c) $-|x| \leq x \leq |x|$.
d) $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $-a$.
e) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.
f) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$.
g) $|x| = \sqrt{x^2}$.
h) $|x.y| = |x|.|y|$.

- Desigualdade Triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. A igualdade vale se, e somente se, $x.y \geq 0$.

Módulo - Valor Absoluto

- Sendo $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo, ou valor absoluto, como a distância de x até 0.
- Notação: $|x|$.
- Temos

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Propriedades:
  a) $|x| \geq 0$.
  b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
  c) $-|x| \leq x \leq |x|$.
  d) $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $-a$.
  e) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.
  f) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$.
  g) $|x| = \sqrt{x^2}$.
  h) $|x.y| = |x|.|y|$.
- Desigualdade Triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. A igualdade vale se, e somente se, $x.y \geq 0$.

Módulo - Valor Absoluto

- Sendo $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo, ou valor absoluto, como a distância de x até 0.
- Notação: $|x|$.
- Temos

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Propriedades:
  a) $|x| \geq 0$.
  b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
  c) $-|x| \leq x \leq |x|$.
  d) $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $-a$.
  e) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.
  f) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$.
  g) $|x| = \sqrt{x^2}$.
  h) $|x.y| = |x|.|y|$.
- Desigualdade Triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. A igualdade vale se, e somente se, $x.y \geq 0$.

Módulo - Valor Absoluto

- Sendo $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo, ou valor absoluto, como a distância de x até 0.
- Notação: $|x|$.
- Temos

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Propriedades:

  a) $|x| \geq 0$.

  b) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

  c) $-|x| \leq x \leq |x|$.

  d) $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $-a$.

  e) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.

  f) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou $x < -a$.

  g) $|x| = \sqrt{x^2}$.

  h) $|x.y| = |x|.|y|$.

- Desigualdade Triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. A igualdade vale se, e somente se, $x.y \geq 0$.

Outras Desigualdades

- $|x - y| \leq |x| + |y|$.
- $|x| - |y| \leq |x - y|$.
- $||x| - |y|| \leq |x - y|$.
- $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$.
- Distância $\text{dist}(x, y) = |x - y|$.
- Propriedades:
  a) $\text{dist}(x, y) \geq 0$.
  b) $\text{dist}(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.
  c) $\text{dist}(x, y) \leq \text{dist}(x, z) + \text{dist}(z, y)$.

Outras Desigualdades

- $|x - y| \leq |x| + |y|$.
- $|x| - |y| \leq |x - y|$.
- Distância $\text{dist}(x, y) = |x - y|$.
- Propriedades:
  a) $\text{dist}(x, y) \geq 0$.
  b) $\text{dist}(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.
  c) $\text{dist}(x, y) \leq \text{dist}(x, z) + \text{dist}(z, y)$.
- $||x| - |y|| \leq |x - y|$.
- $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$.

Outras Desigualdades

- $|x - y| \leq |x| + |y|$.
- $|x| - |y| \leq |x - y|$.
- Distância $\text{dist}(x, y) = |x - y|$.
- Propriedades:
  a) $\text{dist}(x, y) \geq 0$.
  b) $\text{dist}(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.
  c) $\text{dist}(x, y) \leq \text{dist}(x, z) + \text{dist}(z, y)$.
- $||x| - |y|| \leq |x - y|$.
- $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$.

Limites - Definição Informal

Dada uma função $y = f(x)$ e $p \in \mathbb{R}$ dizemos que

o limite de f quando x tende a p é igual à $L \in \mathbb{R}$

se

conseguirmos deixar $f(x)$ tão próximo de L quanto quisermos ao tomar x suficiente próximo de p, mas diferente de p.

Denotamos

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

- O limite é um conceito local, isto é, depende apenas do comportamento da função ao redor do ponto p.
- Para o cálculo do limite não nos importamos com o valor da função $f(p)$.

Limites - Definição Informal

Dada uma função $y = f(x)$ e $p \in \mathbb{R}$ dizemos que

o limite de f quando x tende a p é igual à $L \in \mathbb{R}$

se

conseguirmos deixar $f(x)$ tão próximo de L quanto quisermos ao tomar x suficiente próximo de p, mas diferente de p.

Denotamos

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

- O limite é um conceito local, isto é, depende apenas do comportamento da função ao redor do ponto p.
- Para o cálculo do limite não nos importamos com o valor da função $f(p)$.

Limites - Definição Informal

Dada uma função $y = f(x)$ e $p \in \mathbb{R}$ dizemos que

o limite de f quando x tende a p é igual à $L \in \mathbb{R}$

se

conseguirmos deixar $f(x)$ tão próximo de L quanto quisermos ao tomar x suficiente próximo de p, mas diferente de p.

Denotamos

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

- O limite é um conceito local, isto é, depende apenas do comportamento da função ao redor do ponto p.
- Para o cálculo do limite não nos importamos com o valor da função $f(p)$.

Limites - Definição Informal

Dada uma função $y = f(x)$ e $p \in \mathbb{R}$ dizemos que

o limite de f quando x tende a p é igual à $L \in \mathbb{R}$

se

conseguirmos deixar $f(x)$ tão próximo de L quanto quisermos ao tomar x suficiente próximo de p, mas diferente de p.

Denotamos

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

- O limite é um conceito local, isto é, depende apenas do comportamento da função ao redor do ponto p.
- Para o cálculo do limite não nos importamos com o valor da função $f(p)$.

Limites - Definição Informal

Dada uma função $y = f(x)$ e $p \in \mathbb{R}$ dizemos que

o limite de f quando x tende a p é igual à $L \in \mathbb{R}$

se

conseguirmos deixar $f(x)$ tão próximo de L quanto quisermos ao tomar x suficiente próximo de p, mas diferente de p.

Denotamos

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

- O limite é um conceito local, isto é, depende apenas do comportamento da função ao redor do ponto p.
- Para o cálculo do limite não nos importamos com o valor da função $f(p)$.

Exemplo 3.1.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim\limits_{x \to 3} 2x - 5$

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x + 6}{x - 2}$

c) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{-3x^2 + 3x + 6}{2x + 2}$

d) $\lim\limits_{t \to 0} 10 \dfrac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2}$

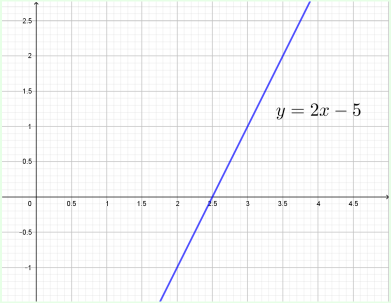
e) $\lim\limits_{t \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} h}{h}$

Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x\to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x-5$	0,8	0,98	0,998	X (= 1)	1,002	1,02	1,2

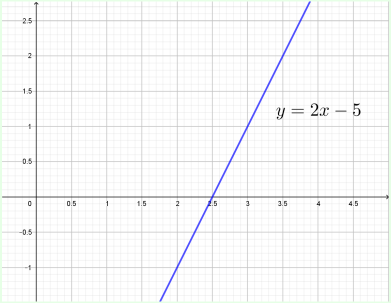


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x\to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x-5$	0,8	0,98	0,998	X $(=1)$	1,002	1,02	1,2

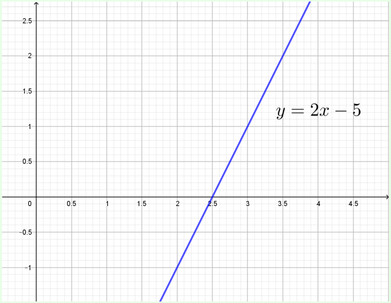


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2

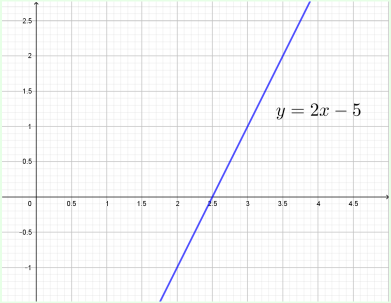


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x-5$	0,8	0,98	0,998	X (= 1)	1,002	1,02	1,2



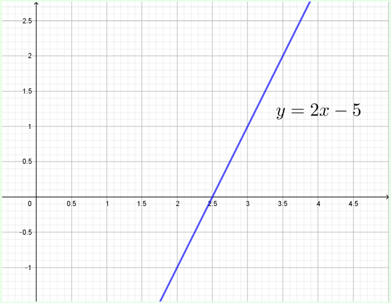
Limites

Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim\limits_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2

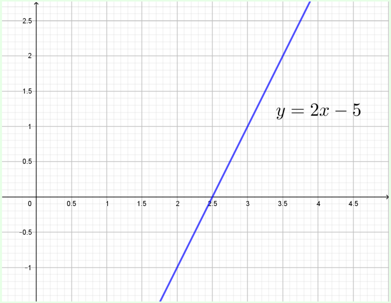


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2

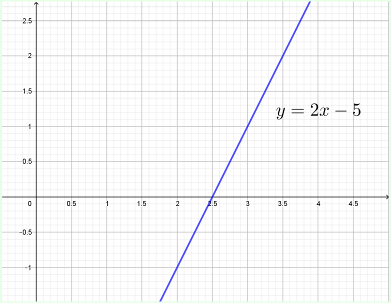


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2



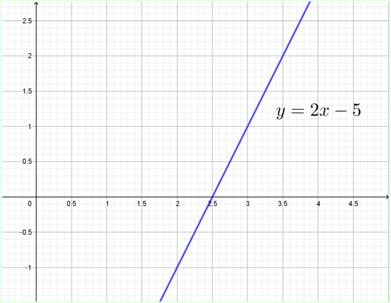
Limites

Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2

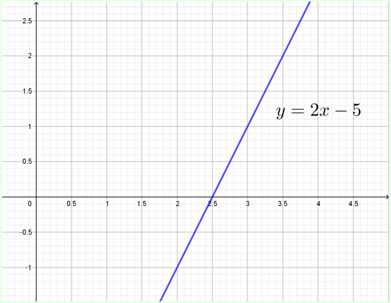


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x \to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x - 5$	0,8	0,98	0,998	X $(= 1)$	1,002	1,02	1,2

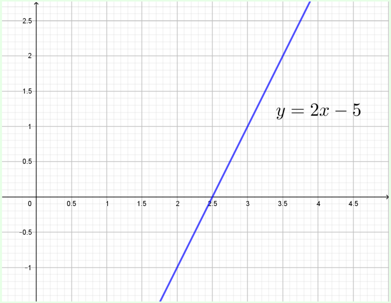


Exemplo 3.2.

Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{x\to 3} 2x - 5 = 1$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$2x-5$	0,8	0,98	0,998	X $(=1)$	1,002	1,02	1,2

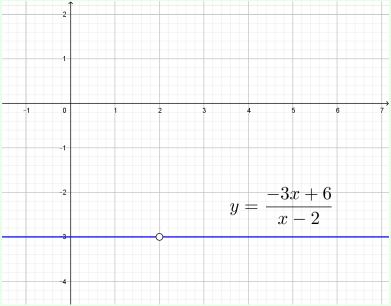


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3



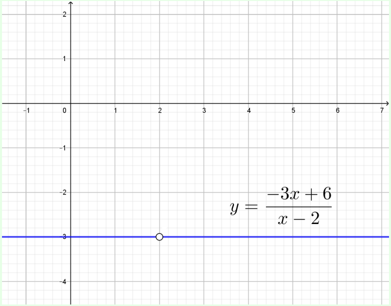
Limites

Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x\to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3



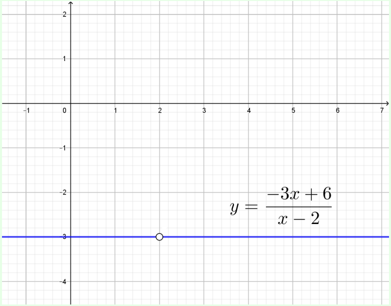
Limites

Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3



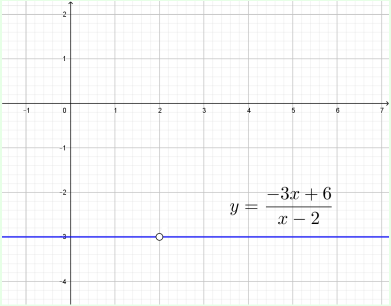
Limites

Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

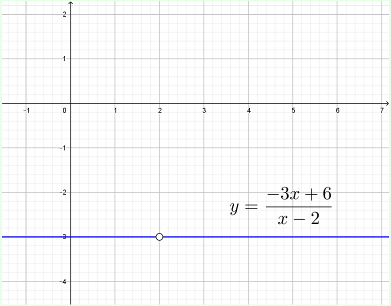


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

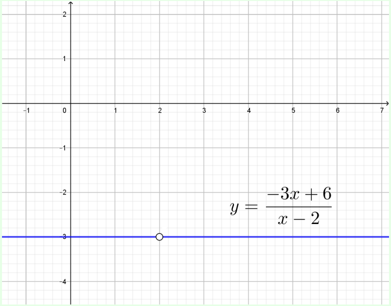


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

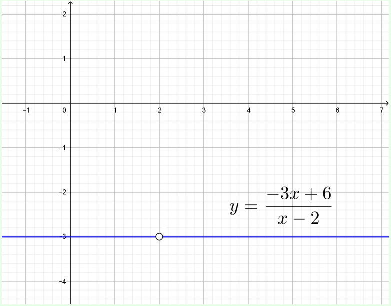


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

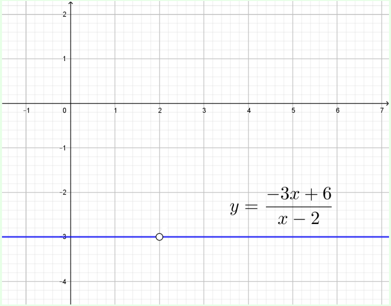


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

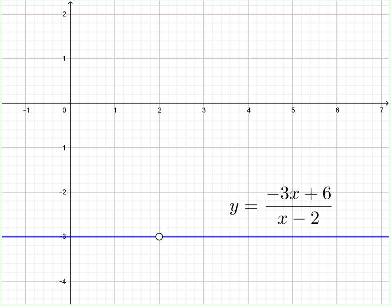


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

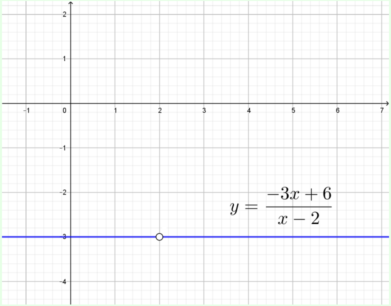


Exemplo 3.3.

Calcule os limites abaixo

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x+6}{x-2} = -3$

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{-3x+6}{x-2}$	-3	-3	-3	X	-3	-3	-3

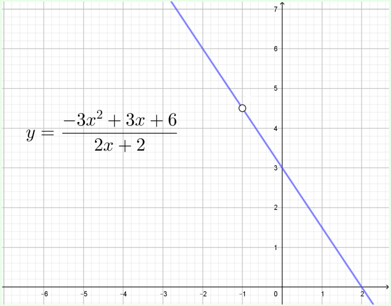


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

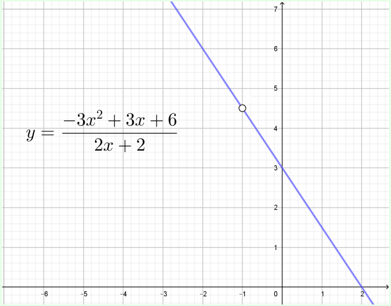


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim_{x \to -1} \dfrac{-3x^2 + 3x + 6}{2x + 2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

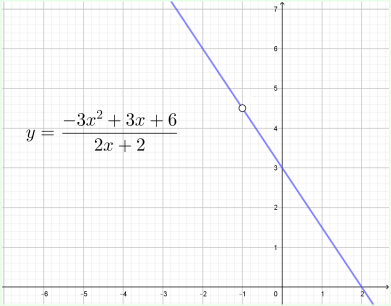


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim_{x \to -1} \dfrac{-3x^2 + 3x + 6}{2x + 2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

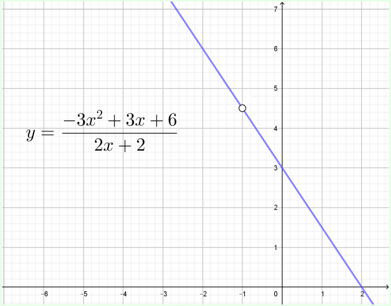


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

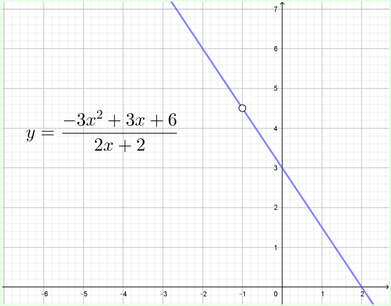


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{-3x^2 + 3x + 6}{2x + 2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

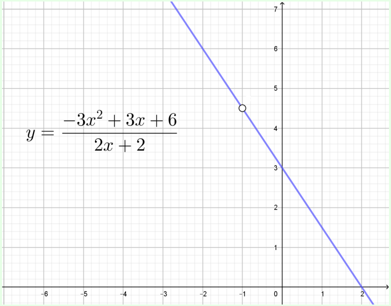


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

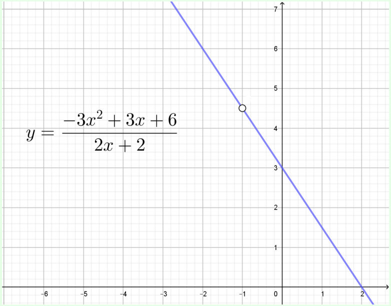


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

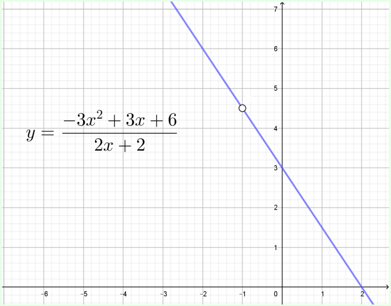


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

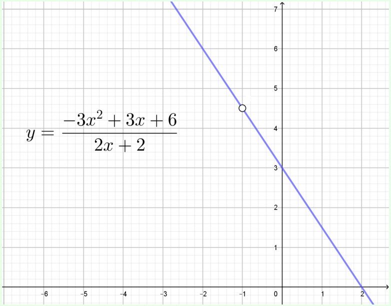


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim_{x \to -1} \dfrac{-3x^2 + 3x + 6}{2x + 2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

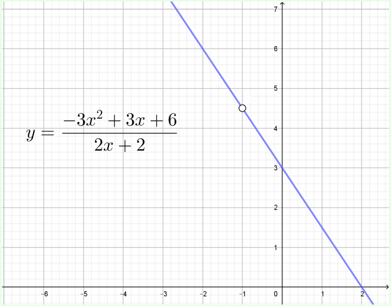


Exemplo 3.4.

Calcule os limites abaixo

c) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{-3x^2+3x+6}{2x+2} = 4,5$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1	-0,999	-0,99	-0,9
$\frac{-3x^2+3x+6}{2x+2}$	4,65	4,515	4,502	X	4,499	4,485	4,35

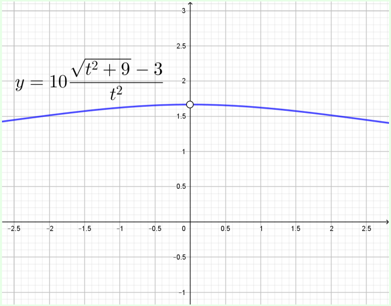


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim\limits_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662



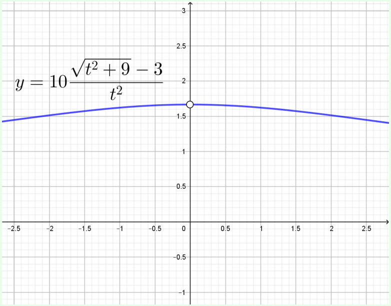
Limites

Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

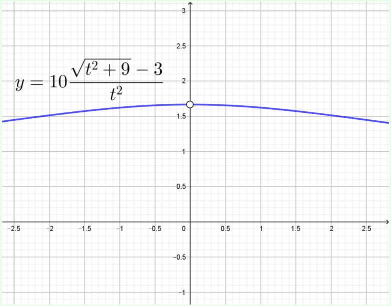


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim\limits_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

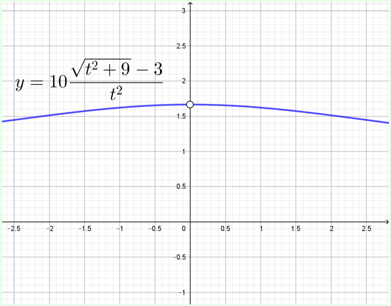


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim\limits_{t \to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

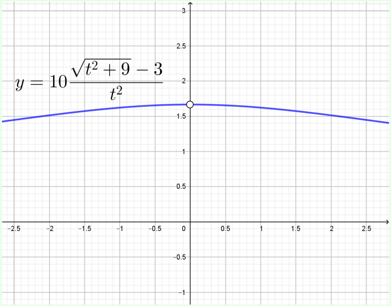


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

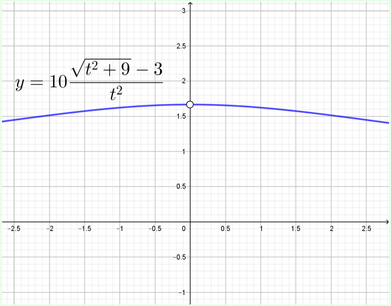


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

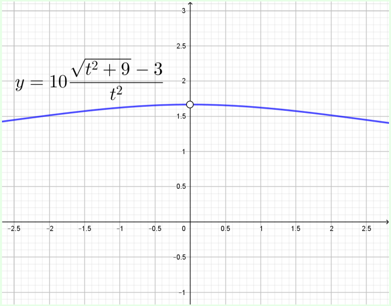


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t\to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

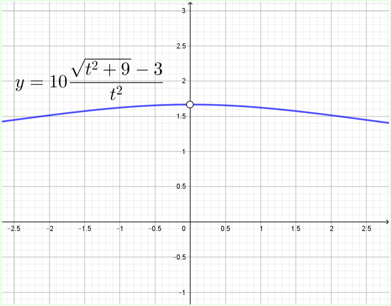


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t \to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662



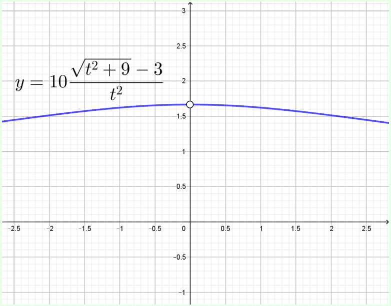
Limites

Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim_{t \to 0} 10 \dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

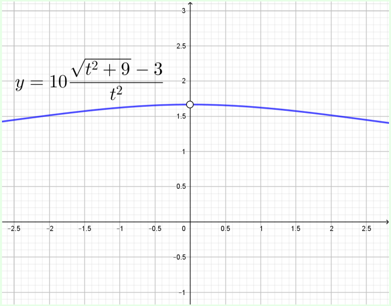


Exemplo 3.5.

Calcule os limites abaixo

d) $\lim\limits_{t \to 0} 10\dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2} = \dfrac{10}{6}$

t	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$10\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$	1,6662	1,6666	1,6666	X	1,6666	1,6666	1,6662

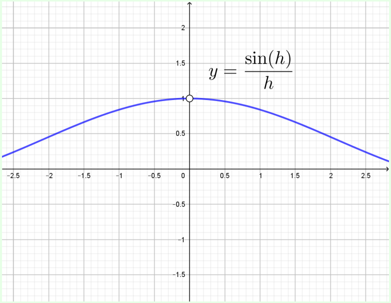


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim_{h \to 0} \frac{\text{sen } h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen } h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

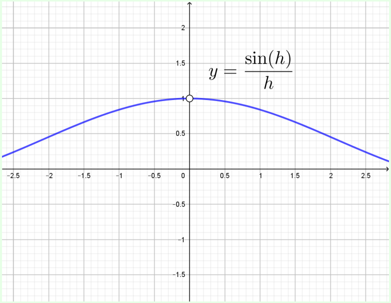


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim_{h \to 0} \frac{\text{sen}\, h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen}\, h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

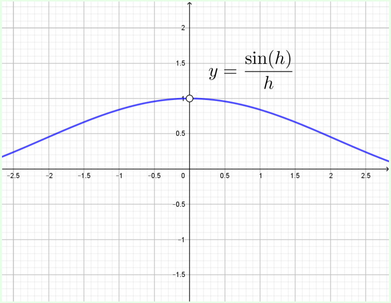


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\operatorname{sen} h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

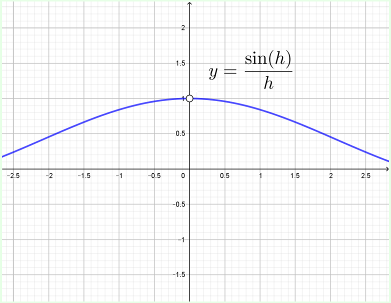


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\text{sen } h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen } h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

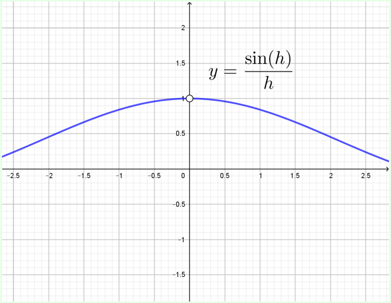


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\text{sen } h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen } h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

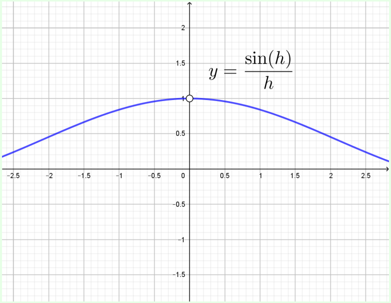


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\text{sen}\, h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen}\, h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983



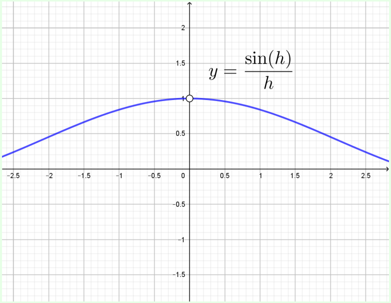
Limites

Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\text{sen } h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen } h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

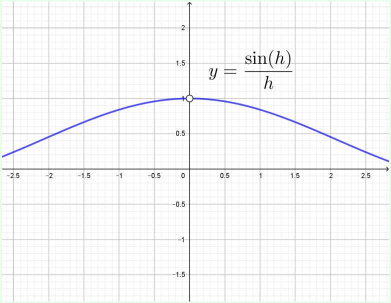


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\text{sen}\, h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen}\, h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

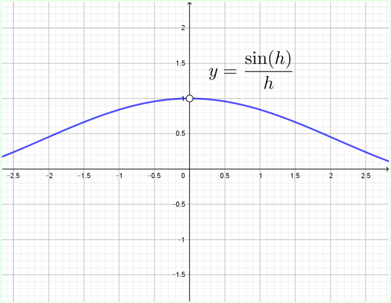


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\text{sen}\, h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen}\, h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983

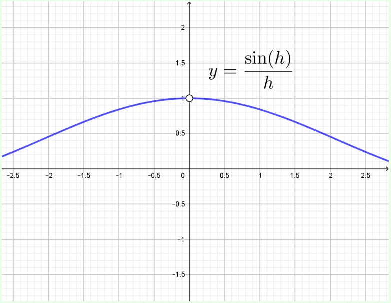


Exemplo 3.6.

Calcule os limites abaixo

e) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\text{sen}\, h}{h} = 1$

h	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$\frac{\text{sen}\, h}{h}$	0,9983	0,9999	0,9999	X	0,9999	0,9999	0,9983



Limites - Definição Formal

- Seja $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$. Dizemos que

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

se

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0, \text{ tal que se } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ então } |f(x) - L| < \varepsilon.$$