CE009- Introdução à Estatística

Lista 6

Exercício 1

Um experimento genético, envolve uma população de moscas de frutas que consiste em 1 macho (M_1) e 3 fêmeas (F_1, F_2, F_3). Suponha que duas moscas de frutas sejam selecionadas aleatoriamente com reposição.

(a) Após listar as 16 amostras possíveis, encontre a proporção de fêmeas em cada amostra e, então, use uma tabela para descrever a distribuição amostral das proporções de fêmeas.

(b) Calcule a média da distribuição amostral.

(c) A média da distribuição amostral (item b) é igual à proporção populacional de fêmeas?

Para ver a resposta clique aqui: 1

Exercício 2

Amostras de tamanho 2 são selecionadas aleatoriamente com reposição da população que consiste nos valores 2, 3 e 10, referentes ao número de integrantes em uma família.

(a) Encontre a mediana de cada uma das nove amostras de tamanho 2, e resuma a distribuição amostral das medianas amostrais em uma tabela, de acordo com a sua probabilidade.

(b) Compare a mediana populacional com a média das medianas amostrais.

Para ver a resposta clique aqui: 2

Exercício 3

Um fabricante afirma que sua vacina contra gripe imuniza em 80% dos casos. Uma amostra de 25 indivíduos, entre os que tomaram a vacina, foi sorteada e testes foram feitos para verificar a imunização ou não desses indivíduos. Se o fabricante estiver correto, qual a probabilidade da proporção de imunizados ser inferior a 0,75?

Para ver a resposta clique aqui: 3

Exercício 4

As idades (em anos) dos quatro presidentes dos Estados Unidos quando foram assassinados no exercício do cargo são 56 (Lincoln), 49 (Garfield), 58 (McKinley) e 46 (Kennedy).

(a) Supondo que duas das idades sejam selecionadas com reposição, liste as 16 diferentes amostras possíveis.

(b) Encontre ache a média de cada amostra e, então, resuma a distribuição amostral das médias em uma tabela, com a respectiva distribuição de probabilidade.

(c) Compare a média populacional com a média das médias amostrais.

Para ver a resposta clique aqui: 4

Exercício 5

Uma variável aleatória X tem distribuição normal, com média 100 e desvio padrão 10.

(a) Calcule $P(90 < X < 110)$.

(b) Se $\bar{X}$ for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule $P(90 < \bar{X} < 110)$.

Para ver a resposta clique aqui: 5

Exercício 6

Um procedimento de controle de qualidade foi planejado para garantir um máximo de 10% de itens defeituosos na produção. A cada 6 horas, sorteia-se uma amostra de 20 peças e, havendo mais de 15% de defeituosas, encerra-se a produção para verificação do processo. Qual a probabilidade de uma parada desnecessária?

Para ver a resposta clique aqui: 6

Exercício 7

A máquina de empacotar determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão $10g$.

(a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que $500g$?

(b) Com a máquina assim regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2 kg?

Para ver a resposta clique aqui: 7

Exercício 8

Um estudo visa investigar a relação entre idade e despesas médicas anuais. Para tanto, amostrou-se aleatoriamente 100 indivíduos em uma cidade da Califórnia. Considerando que a amostra tenha uma média de idade semelhante à de toda a população, responda:

(a) Seja $\sigma = 15$ o desvio padrão das idades dos indivíduos da cidade. Encontre a probabilidade de que a diferença da idade média dos indivíduos da amostra e a idade média de todos os indivíduos na cidade seja inferior a 2 anos.

(b) A probabilidade seria maior ou menor se $\sigma = 10$? Por quê?

Para ver a resposta clique aqui: 8

Exercício 9

Para uma população normal com variância conhecida σ^2, responda as seguintes questões:

(a) Qual é o nível de confiança para o intervalo $[\ \bar{x} - 2,14\,\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2,14\,\sigma/\sqrt{n}\ ]$?

(b) Qual é o nível de confiança para o intervalo $[\ \bar{x} - 2,49\,\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2,49\,\sigma/\sqrt{n}\ ]$?

(c) Qual é o nível de confiança para o intervalo $[\ \bar{x} - 1,85\,\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 1,85\,\sigma/\sqrt{n}\ ]$?

Para ver a resposta clique aqui: 9

Exercício 10

Considere a seguinte equação aplicada para obter um intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para o parâmetro μ de uma distribuição normal com variância conhecida σ^2, a partir de uma amostra aleatória de n observações:

$$\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;\leq\; \mu \;\leq\; \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

em que $z_{1-\alpha/2}$ é o ponto superior da distribuição normal padrão que delimita à sua direita $\alpha/2$ de área.

(a) Qual é o valor de $z_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 99% de confiança?

(b) Qual é o valor de $z_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 95% de confiança?

(c) Qual é o valor de $z_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 90% de confiança?

Para ver a resposta clique aqui: 10

Exercício 11

Considere a seguinte equação aplicada para obter um intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para o parâmetro σ^2 de uma distribuição normal, a partir de uma amostra aleatória de n observações:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{q_{1-\alpha/2}} \;\leq\; \sigma^2 \;\leq\; \frac{(n-1)s^2}{q_{\alpha/2}}\right]$$

em que $q_{\alpha/2}$ e $q_{1-\alpha/2}$ são pontos da distribuição χ^2 com $n-1$ graus de liberdade. Considerando uma amostra aleatória de 15 elementos:

(a) Qual é o valor de $q_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 99% de confiança?

(b) Qual é o valor de $q_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 95% de confiança?

(c) Qual é o valor de $q_{1-\alpha/2}$ nessa equação que fornece 90% de confiança?

Para ver a resposta clique aqui: 11

Exercício 12

Foram escolhidos ao acaso 500 animais (bovinos) de uma região para estimar a proporção destes com propensão à uma certa doença. O resultado foi 120 que testaram positivo.

(a) Obtenha a estimativa pontual do percentual de susceptíveis na população.

(b) Obtenha a estimativa intervalar de 95% do percentual de susceptíveis na população.

(c) Idem ao anterior, porém com confiança de 80%.

(d) Deseja-se estender o levantamento para obter uma margem de erro de 1,5% para 95% de confiança. Quantos animais adicionais devem ser selecionados e testados?

Para ver a resposta clique aqui: 12

Exercício 13

Em uma avaliação de um novo algoritmo de classificação foi analisada uma amostra de 1200 cenários dentre os quais 780 foram classificados corretamente.

(a) Obtenha a estimativa pontual e intervalar (com 95% de confiança) para a proporção de classificações corretas.

(b) Qual deveria ser o tamanho da amostra para que a margem de erro fosse de 1,5% com 95% de confiança?

Para ver a resposta clique aqui: 13

Exercício 14

Considere um estudo no qual deseja-se estimar a proporção de solicitações atendidas e resolvidas de uma central do usuário.

(a) Supondo uma amostra de 4000 solicitações, qual será a margem de erro (com confiança de 95%) para a proporção de solicitações resolvidas?

(b) Para este mesmo tamanho de amostra, qual seria a confiança associada a uma margem de erro de $\pm 0,01$ (1%)?

Para ver a resposta clique aqui: 14

Exercício 15

Antes de uma eleição, determinado partido está interessado em estimar a proporção p de eleitores favoráveis ao seu candidato. Uma amostra piloto de tamanho 100 revelou que esse valor era de 60%.

(a) Utilizando a informação da amostra piloto, determine o tamanho da amostra para que, com probabilidade de 0,8, o erro cometido na estimação seja de no máximo 0,05.

(b) Em uma amostra de tamanho 158, observou-se que 51% dos eleitores eram favoráveis ao candidato. Construa um intervalo com 95% de confiança para p.

(c) Qual a influência do tamanho da amostra na amplitude do intervalo de confiança?

Para ver a resposta clique aqui: 15

Exercício 16

Seja $X \sim N(\mu, 36)$.

(a) Em uma amostra de tamanho 50, obtivemos uma média amostral de 18,5. Calcule o intervalo com 91% de confiança para μ.

(b) Em uma amostra de tamanho 50, obtivemos uma média amostral de 18,5. Calcule o intervalo com 93% de confiança para μ.

(c) Qual a influência do nível de significância α na amplitude do intervalo de confiança?

Para ver a resposta clique aqui: 16

Exercício 17

Num grupo de pacientes, o nível de colestrol é uma variável aleatória com distribuição Normal de média desconhecida e variância 64 $(mg/ml)^2$. Para uma amostra de 46 indivíduos, observou-se um nível médio de colesterol de 120 mg/ml, calcule o intervalo com 95% de confiança para a média populacional.

Para ver a resposta clique aqui: 17

Exercício 18

O intervalo [32.21 ; 35.99] para a média μ foi construído a partir de uma amostra cuja população é normalmente distribuída. Obtenha o valor da média amostral.

Para ver a resposta clique aqui: 18

Exercício 19

A vida média de baterias automotivas está sendo estudada. Baseado em estudos similares, é possível admitir que a vida dessas baterias segue a distribuição Normal com desvio padrão de 4,5 meses. Qual o tamanho amostral para que a amplitude do intervalo de 90% de confiança para a vida média seja de 3 meses?

Para ver a resposta clique aqui: 19

Exercício 20

Um pecuarista possui um rebanho e monitora o peso dos animais periodicamente. Como o rebanho é muito grande, ele toma decisões a partir de informações amostrais. Em uma determinada pesagem, selecionou-se 20 animais, cujo peso médio foi de 430 kg com desvio padrão de 20 kg.

(a) Obtenha uma estimativa intervalar (90% de confiança) para o peso do rebanho.

(b) Obtenha um intervalo de confiança (90% de confiança) para a variância do peso.

Para ver a resposta clique aqui: 20

Exercício 21

Um pesquisador está investigando o tempo de reação de um novo medicamento. Em sua pesquisa 20 pacientes foram sorteados, ao acaso, e receberam o medicamento, anotando-se seu tempo de reação anotado. Os dados coletados foram os seguintes (em minutos):

$$2,9\ ;\ 3,4\ ;\ 3,5\ ;\ 4,1\ ;\ 4,6\ ;\ 4,7\ ;\ 4,5\ ;\ 3,8\ ;\ 5,3\ ;\ 4,9$$

$$4,8\ ;\ 5,7\ ;\ 5,8\ ;\ 5,0\ ;\ 3,4\ ;\ 5,9\ ;\ 6,3\ ;\ 4,6\ ;\ 5,5\ ;\ 6,2.$$

(a) Obtenha um intervalo de confiança de 90% para a verdadeira média populacional.

(b) Obtenha um intervalo de confiança de 90% para a variância dos tempos de reação.

Para ver a resposta clique aqui: 21

Respostas

Resposta do exercício 1

(a) Serão 16 pares possíveis, todos equiprováveis com probabilidade 1/16, e a distribuição da proporção amostral de fêmeas ($\hat{p}$) é:

$\hat{p}$	0	1/2	1
Probabilidade	1/16	6/16	9/16

(b) A média da proporção amostral é $\mathbb{E}(\hat{p}) = 0 \cdot 1/16 + 1/2 \cdot 6/16 + 1 \cdot 9/16 = 0.75$.

(c) A proporção populacional de fêmeas é 0.75 que é igual à média da proporção amostral.

Resposta do exercício 2

(a)

(x, y)	Mediana	p(x, y)
(2,2)	2	1/9
(2,3)	2,5	1/9
(2,10)	6	1/9
(3,2)	2,5	1/9
(3,3)	3	1/9
(3,10)	6,5	1/9
(10,2)	6	1/9
(10,3)	6,5	1/9
(10,10)	10	1/9

Mediana	2	2.5	3	6	6.5	10
Probabilidade	1/9	2/9	1/9	2/9	2/9	1/9

(b) A mediana populacional é 3 e a média das medianas é obtida utilizando a distribuição construída no item a.

$$\mathbb{E}(\text{Mediana}) = 2 \cdot 1/9 + 2.5 \cdot 2/9 + \ldots + 10 \cdot 1/9 = 5$$

Resposta do exercício 3

Seja $X = 1$ se o indivíduo foi imunizado. Então a distribuição exata de X é:

$$X \sim Ber(p) \qquad ou \qquad \sum_{i=1}^{n} X_i \sim Bin(n, p)$$

Já sua distribuição aproximada, pelo TCL, é dada por:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

$$\begin{aligned}
P(\hat{p} < 0.75 \mid p = 0.80) &= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \; < \; \frac{0.75 - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right) \\
&= P\left(Z \; < \; \frac{0.75 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{25}}}\right) \\
&= P(Z \; < \; -0.625) \\
&= 0.266.
\end{aligned}$$

Resposta do exercício 4

(a) As 16 amostras possíveis são todos os pares dois a dois das idades dos quatro presidentes.

(b) A distribuição amostral das médias ficará:

Média	P (Média)
46	1/16
47,5	2/16
49	1/16
51	2/16
52	2/16
52,5	2/16
53,5	2/16
56	1/16
57	2/16
58	1/16

(c) A média populacional é 52.25 é igual a média das médias amostrais:

$$\mathbb{E}\left(\bar{X}\right) = 46 \cdot 1/16 + \ldots + 58 \cdot 1/16 = 52.25$$

Resposta do exercício 5

(a) Seja $X \sim N(100, 10^2)$.

$$\begin{aligned} P\left(90 < X < 110\right) &= P\left(\frac{90-100}{10} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{110-100}{10}\right) \\ &= P\left(-1 < Z < 1\right) \\ &= 0.68 \end{aligned}$$

(b) Seja $\bar{X} \sim N(100, 10^2/16)$.

$$\begin{aligned} P\left(90 < \bar{X} < 110\right) &= P\left(\frac{90-100}{10/\sqrt{16}} < \frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{110-100}{10/\sqrt{16}}\right) \\ &= P\left(-4 < Z < 4\right) \\ &\approx 1 \end{aligned}$$

Resposta do exercício 6

Pelo Teorema Central do Limite temos que a distribuição da proporção amostral (considerando amostras de tamanho 20) com a produção estando sob controle é:

$$\hat{p} \sim N\left(0.1\ ;\ \frac{0.1(1-0.1)}{20}\right)$$

Assim, a probabilidade de parada desnecessária é dada por:

$$\begin{aligned} P\left(\hat{p} > 0.15\right) &= P\left(\frac{\hat{p}-0.1}{\sqrt{0.1(1-0.1)/20}} > \frac{0.15-0.1}{\sqrt{0.1(1-0.1)/20}}\right) \\ &= P(Z > 0.745) \\ &= 0.228 \end{aligned}$$

Resposta do exercício 7

(a) Sabemos que $X \sim N(\mu, 10^2)$

$$P\left(X < 500\right) = P\left(Z < \frac{500-\mu}{10}\right) = 0.1 \quad \therefore \quad \frac{500-\mu}{10} = -1.28 \quad \rightarrow \quad \mu = 512.8$$

(b) Note que precisamos calcular a média de peso dos 4 pacotes com 2 kg no total. Logo,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{4} X_i}{4} = 500$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P\left(\bar{X} < 500\right) &= P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{500-512.8}{10/\sqrt{4}}\right) \\ &= P(Z < -2,56) \\ &= 0.0052 \end{aligned}$$

Com a máquina regulada para $512,8g$, há uma probabilidade de 0.0052 de que uma amostra de 4 pacotes apresente peso médio inferior a $500g$. Note que com um pacote apenas, essa probabilidade é de 10%. Por isso, as inspeções de controle de qualidade são sempre feitas com base em amostras de tamanho $n > 1$.

Resposta do exercício 8

(a)

$$\begin{aligned}
P\left(|\bar{X}-\mu|<2\right) &= P\left(-2<\bar{X}-\mu<2\right) \\
&= P\left(\frac{-2}{15/\sqrt{100}}<Z<\frac{2}{15/\sqrt{100}}\right) \\
&= P(Z<1.333)-P(Z<-1.333) \\
&= 0.9087-0.0913 \\
&= 0.8175
\end{aligned}$$

(b) Seria maior, porque o desvio padrão da média amostral (também conhecido como erro padrão da média amostral) diminui. Ou seja, a distribuição é menos dispersa em torno da média do que no item a.

$$\begin{aligned}
P\left(|\bar{X}-\mu|<2\right) &= P\left(-2<\bar{X}-\mu<2\right) \\
&= P\left(\frac{-2}{10/\sqrt{100}}<Z<\frac{2}{10/\sqrt{100}}\right) \\
&= P(Z<2)-P(Z<-2) \\
&= 0.9772-0.0228 \\
&= 0.9545
\end{aligned}$$

Resposta do exercício 9

(a) $z_{1-\alpha/2}=2,14$ então $1-\alpha=0.968$.

(b) $z_{1-\alpha/2}=2,49$ então $1-\alpha=0.987$.

(c) $z_{1-\alpha/2}=1,85$ então $1-\alpha=0.936$.

Resposta do exercício 10

(a) $z_{1-\alpha/2} = 2,576.$

(b) $z_{1-\alpha/2} = 1,960.$

(c) $z_{1-\alpha/2} = 1,645.$

Resposta do exercício 11

(a) Para 14 graus de liberdade: $q_{1-\alpha/2} = 31.319.$

(b) Para 14 graus de liberdade: $q_{1-\alpha/2} = 26.119.$

(c) Para 14 graus de liberdade: $q_{1-\alpha/2} = 23.685.$

Resposta do exercício 12

- **População:** seja X = propensão à doença. Então, $X \sim Ber(p)$.
- **Amostra:** temos $n = 500$ e $\sum_{i=1}^{500} x_i = 120$
- **Estimador e estimativa**: $\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{500} x_i}{n} \quad \rightarrow \quad \hat{p} = \frac{120}{500} = 0,24.$
- **Distribuição amostral**: $\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$

a) $\hat{p} = 0,24$

b) Intervalo assintótico (tomando $p = \hat{p}$)

$$\hat{p} \pm z_{0.975}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \rightarrow \quad 0.24 \pm 1.96 \times 0.019$$

c)

$$\hat{p} \pm z_{0,90}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \rightarrow \quad 0.24 \pm 1.28 \times 0.019$$

d)

$$\text{ME} = z_{0.975}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,015 = 1.96\sqrt{\frac{0.24(1-0.24)}{n}} \quad \rightarrow \quad n = \left(\frac{1.96}{0,015}\right)^2 0.24 \cdot (1-0.24) = 3115$$

Portanto são $3115 - 500 = 2615$ novas amostras.

Resposta do exercício 13

X = resultado da classificação (correto/incorreto), então $X \sim Ber(p)$

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

(a) Temos $\hat{p} = \dfrac{780}{1200} = 0.65$

I.C. otimista:

$$IC_{95\%} : \hat{p} \pm z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad \longrightarrow \quad (\ 0.623\ ;\ 0.677\ )$$

I.C.conservador :

$$IC_{95\%} : \hat{p} \pm z\sqrt{\frac{1}{4n}} \quad \longrightarrow \quad (\ 0.622\ ;\ 0.678\ )$$

b) (i) Utilizando $p = \hat{p}$

$$\text{ME} = z_{0.975}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0.015 = 1.96\sqrt{\frac{0.65(1-0.65)}{n}} \quad \rightarrow \quad n = \left(\frac{1.96}{0,015}\right)^2 0.65 \cdot (1-0.65) = 3885$$

(ii) Utilizando $p = 0,5$

$$\text{ME} = z_{0.975}\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{n}}$$

$$0.015 = 1.96\sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{n}} \quad \rightarrow \quad n = \left(\frac{1.96}{0,015}\right)^2 \frac{1}{4} = 4269$$

Resposta do exercício 14

(a) $M.E. = z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1.96\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{4000}} = 0.0155$

(b)

$$M.E. = z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$z_{(1-\alpha/2)} = 0,0155/\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{4000}} = 1.26$$

$$1-\alpha = 79.4\%$$

Resposta do exercício 15

(a)

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}}{e}\right)^2 \hat{p}(1-\hat{p})$$

$$= \left(\frac{1,28}{0,05}\right)^2 0,6(1-0,6)$$

$$\approx 158.$$

(b)

$$IC_{0,95}(p) = \hat{p} \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= 0,51 \pm 1,96\sqrt{\frac{0,51(1-0,51)}{158}}$$

$$= (\ 0.432\ ;\ 0.590\ ).$$

(c) Conforme aumentamos o tamanho da amostra, a amplitude do intervalo de confiança diminui, pois há mais informação disponível nos dados.

Resposta do exercício 16

(a)

$$
\begin{aligned}
IC_{0,91}(\mu) &= \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ < \ \mu \ < \ \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \\
&= \left(18,5 - 1,69 \cdot \frac{6}{\sqrt{50}} \ < \ \mu \ < \ 18,5 + 1,69 \cdot \frac{6}{\sqrt{50}} \right) \\
&= (\ 17,07\ ;\ 19,93\ ).
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
IC_{0,93}(\mu) &= \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ < \ \mu \ < \ \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \\
&= \left(18,5 - 1,81 \cdot \frac{6}{\sqrt{50}} \ < \ \mu \ < \ 18,5 + 1,91 \cdot \frac{6}{\sqrt{50}} \right) \\
&= (\ 16,96\ ;\ 20,04\ ).
\end{aligned}
$$

(c) Quanto maior o nível de significância, menor será a amplitude do intervalo de confiança.

Resposta do exercício 17

$$
\begin{aligned}
IC_{0,95}(\mu) &= \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ < \ \mu \ < \ \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \\
&= \left(120 - 1,96 \cdot \frac{8}{\sqrt{46}} < \mu < 120 + 1,96 \cdot \frac{8}{\sqrt{46}} \right) \\
&= (\ 117,69\ ;\ 122,31\ ).
\end{aligned}
$$

Resposta do exercício 18

O intervalo de confiança é simétrico em torno da média amostral. Logo, temos:

$$\bar{x} = \frac{35,99 + 32,21}{2} = 34,1$$

Resposta do exercício 19

Para calcular o tamanho de n, podemos considerar a equação

$$2 \cdot z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 3.$$

Com os valores de $z_{1-\alpha/2} = 1,64$ e $\sigma = 4,5$, temos que

$$\sqrt{n} = \frac{2 z_{1-\alpha/2}\, \sigma}{3} = \frac{2 \cdot 1,64 \cdot 4,5}{3} = 4,92.$$

Como o valor de n deve ser um número inteiro, escolhemos o menor inteiro superior a $(4,92)^2$, obtendo $n = 25$. Dessa forma, a amplitude do intervalo será ligeiramente menor que 3 e, portanto, mais informativo.

Resposta do exercício 20

- **População:** seja X = peso de cada animal. Então, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, ambos desconhecidos.
- **Amostra:** $n = 20$ e $\overline{x} = 430$.
- **Estimador**: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{500} X_i}{n}$; $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{500}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$
- **Estimativa**: $\overline{x} = 430$; $S^2 = 20^2$
- **Distribuição amostral**: $\overline{x} \sim N\left(\mu, \sigma^2/n\right)$; $S^2 \sim \chi^2_{(n-1)}$

(a)

$$\mathrm{IC}_{0.9}(\mu) = \left[\ \overline{x} \pm t_{0.95,19} \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

$$= [\ 430 \pm 1.73 \cdot 4.47\ ]$$

$$= [\ 422.3\ ;\ 437.7\ ]\,.$$

(b)

$$
\begin{aligned}
\mathrm{IC}_{0.9}(\sigma^2) &= \left[\frac{(n-1)S^2}{q_{sup}} \quad ; \quad \frac{(n-1)S^2}{q_{inf}}\right] \\
&= \left[\frac{(20-1)20^2}{30.1} \quad ; \quad \frac{(20-1)20^2}{10.1}\right] \\
&= [\ 252\ ;\ 751\ ]
\end{aligned}
$$

E para o desvio padrão teríamos $\left[\ \sqrt{252}\ ;\ \sqrt{751}\ \right] = [\ 15.9\ ;\ 27.4\ ]$

Resposta do exercício 21

(a) A média amostral é:

$$
\begin{aligned}
\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \\
&= \frac{2,9 + 3,4 + ... + 6,2}{20} \\
&= 4,745.
\end{aligned}
$$

A variância amostral é obtida a partir da amostra coletada é $s^2 = 0.992$. Assim, o intervalo de confiança é dado por

$$
\begin{aligned}
IC_{0,90}(\mu) &= \left[\ \bar{x}\ \pm\ t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}}\ \right] \\
&= \left[\ 4.745\ \pm\ 1.73 \cdot \sqrt{\frac{0.992}{20}}\ \right] \\
&= [\ 4.359\ ;\ 5.131\ ].
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
\mathrm{IC}_{0.9}(\sigma^2) &= \left[\frac{(n-1)S^2}{q_{sup}} \quad ; \quad \frac{(n-1)S^2}{q_{inf}}\right] \\
&= \left[\frac{(20-1)0.996^2}{30.1} \quad ; \quad \frac{(20-1)0.996^2}{10.1}\right] \\
&= [\ 0.625\ ;\ 1.86\ ]
\end{aligned}
$$