Disciplina: Cálculo 2 **Código:** CM312 **Semestre:** Semestre 2024/2

Lista 9

1. Utilize os multiplicadores de Lagrange para determinar os valores máximo e mínimo da função sujeita à restrição dada.

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2$; $xy = 1$

(b) $f(x, y) = 4x^3 + y^2$; $2x^2 + y^2 = 1$

(c) $f(x, y) = x^2y$; $x^2 + 2y^2 = 6$

(d) $f(x, y, z) = 2x + 6y + 10z$; $x^2 + y^2 + z^2 = 35$

(e) $f(x, y, z) = xyz$; $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

(f) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$; $x^4 + y^4 + z^4 = 1$

2. Determine os valores extremos de f na região descrita pela desigualdade.

(a) $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$; $x^2 + y^2 \leq 1$

(b) $f(x, y) = e^{-xy}$; $x^2 + 4y^2 \leq 1$

3. Considere o problema de minimizar a função $f(x, y) = x$ na curva $y^2 + x^4 - x^3 = 0$.

(a) Tente usar multiplicadores de Lagrange para resolver este problema

(b) Mostre que o valor mínimo é $f(0, 0) = 0$, mas que a condição $\nabla f(0, 0) = \lambda \nabla g(0, 0)$ não é satisfeita para nenhum valor de λ

(c) Explique por que os multiplicadores de Lagrange falham em encontrar o mínimo neste caso.

4. Encontre os pontos do círculo $x^2 + y^2 = 45$ que estão mais próximos e afastados de $(1, 2)$.

5. O plano $x + y + 2z = 2$ intercepta o paraboloide $z = x^2 + y^2$ em uma elipse. Determine os pontos dessa elipse que estão mais próximo e mais longe da origem.

6. Encontre um vetor no espaço tridimensional cujo comprimento seja 5 e cujos componentes têm a maior soma possível.

7. Encontre as dimensões de uma caixa retangular fechada com volume máximo que pode ser inscrito em uma esfera unitária .

8. encontre três números reais cuja soma é 9 e a soma dos quadrados é a menor possível.

9. O material da base de uma aquário custa a metade do vidro de alta resistência dos quatro lados. Encontre a forma do aquário mais barato como volume 1.

10. Utilize os multiplicadores de Lagrange para determinar os valores máximo e mínimo da função sujeita às restrições dadas.

(a) $f(x, y, z) = x + 2y$; $x + y + z = 1$, $y^2 + z^2 = 4$

(b) $f(x, y, z) = yz + xy$; $xy = 1$, $y^2 + z^2 = 1$

(c) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$; $x + y + z = 1$, $x - y + 2z = 2$

Respostas:

1. (a) Nenhum máximo, mínimos $f(1,1) = f(-1,-1) = 2$

(b) Máximos $f(\pm 2, 1) = 4$, mínimos $f(\pm 2, -1) = -4$

(b) Máximo $f(-\sqrt{2}, -1) = f(\sqrt{2}, 1) = \sqrt{2}$, mínimo $f(-\sqrt{2}, 1) = f(\sqrt{2}, -1) = -\sqrt{2}$

(c) Máximo $f(1,3,5) = 7$, mínimo $f(-1,-3,-5) = -7$

(d) máximo $2/\sqrt{3}$, mínimo $-2/\sqrt{3}$

(e) máximo $\sqrt{3}$, mínimo 1

2. (a) máximo $f(\pm\sqrt{2}/2, \pm\sqrt{2}/2) = 5/2$, mínimos $f(\pm\sqrt{2}/2, \mp\sqrt{2}/2) = -1/2$,

(b) máximo $f(\pm 1/\sqrt{2}, \mp 1/(2\sqrt{2})) = e^{-1/4}$,mínimo $f(\pm 1/\sqrt{2}, \pm 1/(2\sqrt{2})) = e^{-1/4}$,

3. (a)

(b)

(c)

4. Mais próximo $(3,6)$, mais afastado $(-3,-6)$

5. Mais próximo $(1/2, 1/2, 1/2)$, mais longe $(-1,-1,2)$

6. $\langle 5/\sqrt{3}, 5/\sqrt{3}, 5/\sqrt{3} \rangle$

7. Cubo de lado $2/\sqrt{3}$

8. $3, 3, 3$

9. $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{1/16}$

10. (a) Máximo $f(1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2}$, mínimo $f(1, -\sqrt{2}, \sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2}$

(b) Máximo $3/2$, mínimo $1/2$

(c) Máximo 1, mínimo -1