Universidade Federal do Paraná - UFPR
Centro Politécnico
Departamento de Matemática

Disciplina: Introdução a Geometría Analítica e Álgebra Linear **Código:** CM303

Lista semana 11

1. Determine a distância entre as retas

$$r : \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s : \begin{cases} y = 3 \\ z = 2x. \end{cases}$$

2. Determine m sabendo que a distância entre as retas

$$r : \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s : \begin{cases} x = m \\ y = 4 \end{cases}$$

é igual a $2\sqrt{2}$.

3. Determine a distância entre a reta $r : x = 3;\ y = 4$ e o plano yz.

4. Determine a distância entre os planos $\pi_1 : 2y - 3z = 0$ e $\pi_2 : z + 1 = 0$.

5. Determine m sabendo que a distância entre os planos $\pi_1 : 2x + 2y + 2z - m = 0$ e $\pi_2 : x + y + z - 3 = 0$ é igual a $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$.

6. Verificar, utilizando a definição, se os vetores dados são autovetores das correspondentes matrizes.

(a) $v = (-2, 1)$, $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. (b)$v = (1, 1, 2)$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(c)$v = (-2, 1, 3)$, $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

7. Calcular os autovalores e os correspondentes autovetores das seguintes matrizes .

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

(d) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

(e) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(f) $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 8 & 6 & -5 \end{bmatrix}$.

(g) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

8. Encontre o número real k para o qual a matriz $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ k & 9 \end{bmatrix}$ tem um autovalor com multiplicidade 2.

9. Verificar se a matriz A é diagonalizável. Caso seja, determinar uma matriz P que diagonaliza A e calcular $P^{-1}AP$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$.

(c) $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

(d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

(e) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

(f) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

(g) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(h) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -5 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Respostas:

1. $d(r,s) = \dfrac{3}{\sqrt{6}}$.

2. $m = 1$ ou $m = 5$.

3. $d(r, \text{ plano } yz) = 3$.

4. $d(\pi_1, \pi_2) = 0$.

5. $m = 5$ ou $m = 7$.

6. (a) Sim.
(b) Sim.
(c) Não.

7. (a) $\lambda_1 = 2, v_1 = y(3,1); \lambda_2 = 4, v_2 = y(1,1)$.
(b)$\lambda_1 = 1, v_1 = (-y, y); \lambda_2 = 5, v_2 = (x, 3x)$.
(c) $\lambda_1 = 1, v_1 = (x, 0, -x); \lambda_2 = 2, v_2 = (-2z, 2z, z); \lambda_3 = 3, v_3 = (x, -2x, -x)$.
(d) $\lambda_1 = -1, v_1 = x(1,1,1); \lambda_2 = 2, v_2 = x(1,1,0); \lambda_3 = 3, v_3 = x(1,0,0)$.
(e) $\lambda_1 = 2, v_1 = (x, y, -x, -2y);\ \lambda_2 = 6, v_2 = (x, x, x)$.
(f) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, v = (x, y, 2x + \frac{3}{2}y)$.
(g) $\lambda_1 = 2, v_1 = (1,0,1);\ \lambda_2 = -1, v_2 = y(0,1,0);\ \lambda_3 = -2, v_3 = x(1,0,-1)$.

8. $k = -\frac{25}{3}$

9. (a) $P = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$
(b)$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$
(c) Não diagonalizável
(d) $P = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
(e) Não diagonalizável
(f) $P = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -7 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
(g) $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
(h) Não diagonalizável.