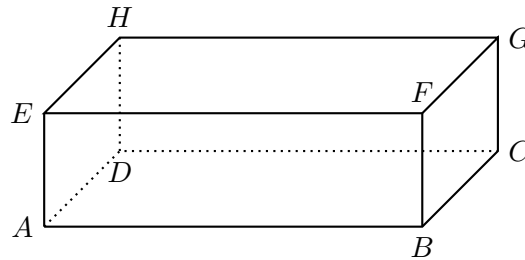


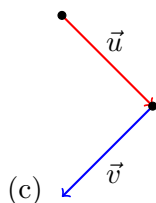
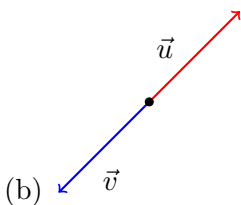
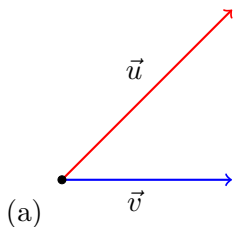
**Disciplina:** Introdução a Geometria Analítica e Álgebra Linear **Código:** CM303

## Lista semana 5

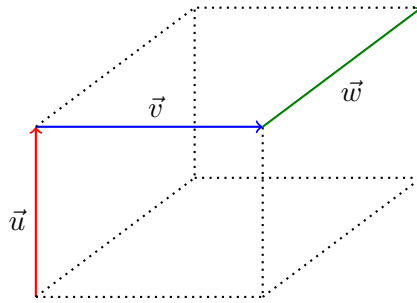
1. A figura abaixo representa um paralelepípedo reto de base retangular. Decida se cada uma das alternativas abaixo é verdadeira ou falsa, justificando a resposta.



- (a)  $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{BF}$  (b)  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{HG}$   
(c)  $\overrightarrow{AB}$  é paralelo a  $\overrightarrow{CG}$ . (d)  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{HF}|$ .  
(e)  $\overrightarrow{BG}$  é paralelo a  $\overrightarrow{ED}$ . (f) Os vetores  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  e  $\overrightarrow{CG}$  são coplanares.  
(g) Os vetores  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{DB}$  e  $\overrightarrow{FG}$  são coplanares. (h)  $\overrightarrow{DC}$  é paralelo ao plano que contém os pontos  $H$ ,  $E$  e  $F$ .
2. Em cada item, represente geometricamente os vetores:  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $\vec{v} - \vec{u}$ ,  $-\vec{u} - \vec{v}$  e  $\vec{u} - 2\vec{v}$  (lembre-se de a origem do vetor é irrelevante, isto é, você pode desenhar o vetor pedido a partir de qualquer ponto).



3. Considere os vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  dados na figura abaixo. Represente, geometricamente, os vetores:  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ ,  $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ ,  $-\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ,  $-\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ ,  $-\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$  e  $-\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ . *Sugestão.* Dê nome aos vértices da figura e indique os vetores pedidos em termos dos vértices (por exemplo,  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \overrightarrow{AB}$ ).



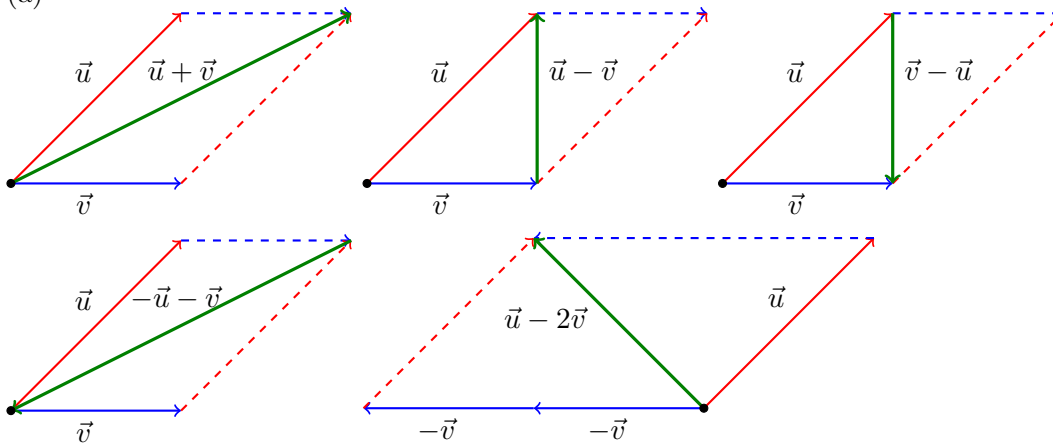
4. Sejam  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  dois vetores entre os quais o ângulo formado é de  $60^\circ$ . Determine o ângulo entre os vetores abaixo.
- $\vec{u}$  e  $-\vec{v}$ .
  - $-\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .
  - $-\vec{u}$  e  $-\vec{v}$ .
  - $2\vec{u}$  e  $3\vec{v}$ .
5. Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  os vértices de um triângulo e  $M$ ,  $N$  e  $P$  os pontos médios dos segmentos de reta  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ , respectivamente.
- Escreva os vetores  $\overrightarrow{BP}$ ,  $\overrightarrow{AN}$  e  $\overrightarrow{CM}$  em termos dos vetores  $\overrightarrow{AB}$  e  $\overrightarrow{AC}$ .
  - Mostre que  $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ .
  - Mostre que o segmento de reta que une os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio é paralelo às bases e que sua medida é a média das medidas das bases.
6. Sejam  $A = (1, -1, 3)$  e  $B = (2, -2, 1)$ . Determine os vetores abaixo
- $\overrightarrow{AB}$ .
  - $\overrightarrow{BA}$ .
7. Considere o vetor  $\vec{u} = (1, -1, 4)$  e o ponto  $A = (2, 1, 2)$ . Determine o que se pede.
- O ponto  $B$ , sabendo que  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ .
  - O ponto  $C$ , sabendo que  $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$ .
8. Sejam  $A = (2, -3, 1)$  e  $B = (4, 5, -2)$ .
- Determine o ponto médio do segmento  $AB$ .
  - Determine os pontos que dividem o segmento  $AB$  em cinco partes iguais.
9. Represente, geometricamente, os vetores abaixo.
- $\vec{u}_1 = (1, 3)$
  - $\vec{u}_2 = (-2, 2)$ .
  - $\vec{v}_1 = (2, 3, 4)$ .
  - $\vec{v}_2 = (0, 2, -2)$ .
10. Sejam  $A = (1, -1, 3)$  e  $B = (2, -2, 1)$ . Determine os vetores abaixo.
- $2\overrightarrow{AB}$ .
  - $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ .
11. Considere o vetor  $\vec{u} = (1, -1, 4)$  e o ponto  $A = (2, 1, 2)$ . Determine o que se pede.
- O ponto  $D$ , sabendo que  $\overrightarrow{AD} = 2\vec{u}$ .
  - O ponto  $E$ , sabendo que  $3\overrightarrow{EA} = \vec{u}$ .
12. Nos itens abaixo, determine se os vetores são paralelos.
- $\vec{u} = (1, 2)$  e  $\vec{v} = (2, 1)$ .
  - $\vec{u} = (2, -1)$  e  $\vec{v} = (-2, 1)$ .
  - $\vec{u} = (0, 0)$  e  $\vec{v} = (3, -5)$ .
  - $\vec{u} = (1, -1, 2)$  e  $\vec{v} = (2, -1, 1)$ .
  - $\vec{u} = (1, -1, 2)$  e  $\vec{v} = (-2, 2, -4)$ .
  - $\vec{u} = (0, 1, 2)$  e  $\vec{v} = (0, 0, 0)$ .

13. Determine  $a$  sabendo que  $\vec{u} = (1, -1, a)$  e  $\vec{v} = (2, 1, 3)$  são paralelos.
14. Determine  $a$  e  $b$  sabendo que  $\vec{u} = (4, 1, -3)$  e  $\vec{v} = (6, a, b)$  são paralelos.
15. Em cada item, verifique se os pontos são colineares.
- (a)  $A = (-1, -5, 0)$ ,  $B = (2, 1, 3)$  e  $C = (-2, -7, -1)$ .
- (b)  $A = (2, 1, -1)$ ,  $B = (3, -1, 0)$  e  $C = (1, 0, 4)$ .
16. Determine  $a$  e  $b$  sabendo que  $A = (3, 1, -2)$ ,  $B = (1, 5, 1)$  e  $C = (a, b, 7)$  são colineares.

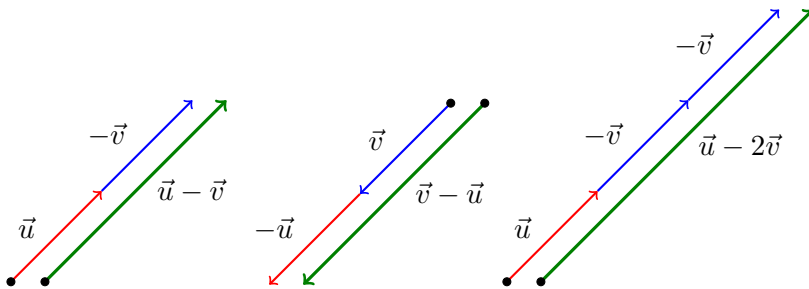
## Respostas:

1. (a) V. (c) F. (e) F. (g) V.  
(b) F. (d) V. (f) F. (h) V.

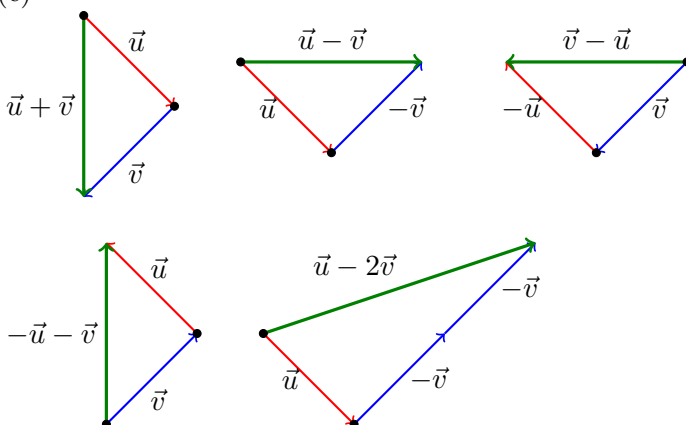
2. (a)



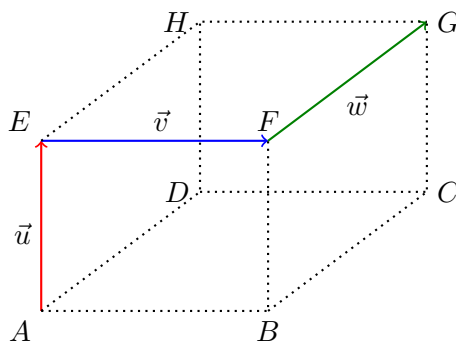
(b)  $\vec{u} + \vec{v} = -\vec{u} - \vec{v} = \vec{0}$ . Como uma escala não foi passada, você não é obrigado a identificar que os vetores têm exatamente o mesmo comprimento e concluir que dá o vetor nulo. O objetivo é testar se você sabe usar as regras do paralelogramo ou do polígono para operar com vetores.



(c)



3. Considere os pontos descritos na figura abaixo.



$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} &= \overrightarrow{AG}, \\ \vec{u} + \vec{v} - \vec{w} &= \overrightarrow{DF}, \\ \vec{u} - \vec{v} + \vec{w} &= \overrightarrow{BH}, \\ \vec{u} - \vec{v} - \vec{w} &= \overrightarrow{CE}, \\ -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} &= \overrightarrow{EC}, \\ -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} &= \overrightarrow{HB}, \\ -\vec{u} - \vec{v} + \vec{w} &= \overrightarrow{FD} \text{ e} \\ -\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} &= \overrightarrow{GA}.\end{aligned}$$

4. (a)  $120^\circ$ .

(c)  $60^\circ$ .

(b)  $120^\circ$ .

(d)  $60^\circ$ .

5.  $\overrightarrow{BP} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$ ,  $\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .

6. (a)  $\overrightarrow{AB} = (1, -1, -2)$

(b)  $\overrightarrow{BA} = (-1, 1, 2)$ .

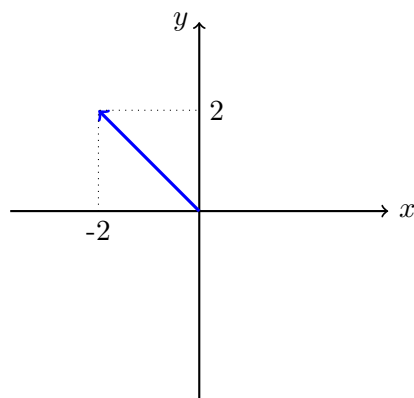
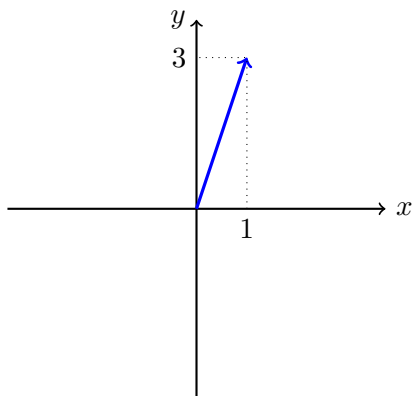
7. (a)  $B = (3, 0, 6)$ .

(b)  $C = (1, 2, -2)$ .

8. (a)  $(3, 1, -\frac{1}{2})$ .

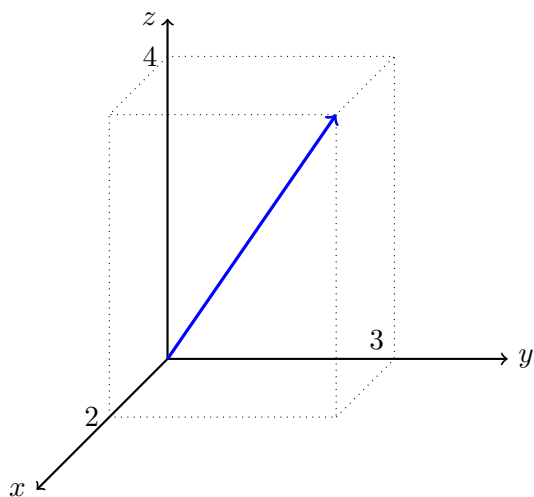
(b)  $(\frac{12}{5}, -\frac{7}{5}, \frac{2}{5})$ ,  $(\frac{14}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5})$ ,  $(\frac{16}{5}, \frac{9}{5}, -\frac{4}{5})$  e  $(\frac{18}{5}, \frac{17}{5}, -\frac{7}{5})$

9. (a)

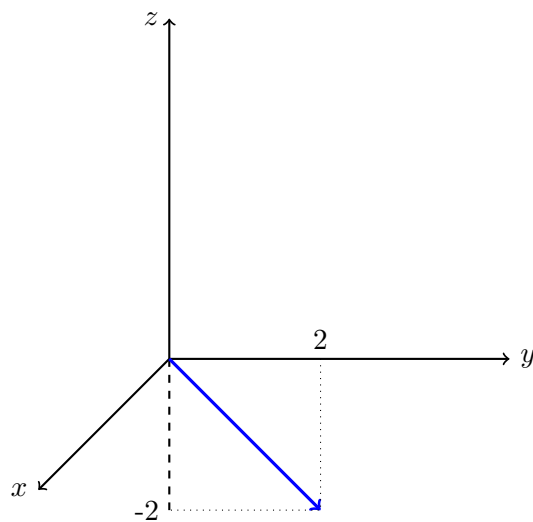


(b)

(c)



(d)



10. (a)  $2\overrightarrow{AB} = (2, -2, -4)$ .

(b)  $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ .

11. (a)  $D = (4, -1, 10)$ .

(b)  $E = (\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ .

12. (a) Não.

(d) Não.

(b) Sim

(e) Sim.

(c) Sim.

(f) Sim.

13. Não existe  $a$  tal que  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sejam paralelos.

14.  $a = \frac{3}{2}$  e  $b = -\frac{9}{2}$ .

15. (a) São colineares.

(b) Não são colineares.

16.  $a = -3$  e  $b = 13$ .