

Disciplina: Introdução a Geometria Analítica e Álgebra Linear **Código:** CM303

Lista semana 13

1. Em cada um dos itens abaixo, determine uma equação da hipérbole desejada.
 - (a) Hipérbole com focos em $(-5, 0)$ e $(5, 0)$ e vértices reais em $(-3, 0)$ e $(3, 0)$.
 - (b) Hipérbole vértices reais em $(-4, 0)$ e $(4, 0)$ passando pelo ponto $(8, 2)$.
 - (c) Hipérbole com focos em $(0, -5)$ e $(0, 5)$ e comprimento de eixo imaginário igual a 4. *Observação.* O eixo imaginário é a distância entre os vértices imaginários. Estes estão posicionados na reta que passa pelo centro da hipérbole e é perpendicular ao eixo real. Cada vértice imaginário está a uma distância b do centro da hipérbole.
 - (d) Hipérbole com vértices reais em $(5, -2)$ e $(3, -2)$ e um foco em $(7, -2)$.
 - (e) Hipérbole com centro em $(5, 1)$, um foco em $(9, 1)$ e eixo imaginário medindo $4\sqrt{2}$.
 - (f) Hipérbole equilátera com vértices reais em $(-3, -4)$ e $(-3, 4)$.
 - (g) Hipérbole com centro em $(-2, 1)$, eixo real paralelo ao eixo x e passando pelos pontos $(0, 2)$ e $(-5, 6)$.
2. Em cada um dos itens abaixo, reescreva a equação na forma padrão, determine os elementos e faça o gráfico. *Observação.* Quando a curva for uma hipérbole, os elementos são: a , b , c , centro, focos, vértices reais, vértices imaginários, assíntotas e excentricidade.
 - (a) $9x^2 - 16y^2 = 144$.
 - (b) $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$.
 - (c) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$.
 - (d) $9x^2 - y^2 + 36x + 6y + 63 = 0$.
 - (e) $9x^2 - 4y^2 - 36x - 24y = 0$.
3. Sabendo que a hipérbole $16x^2 + my^2 + nx + py + q = 0$ tem focos em $F_1 = (-2, -6)$ e $F_2 = (-2, 4)$ e excentricidade $e = \frac{5}{4}$, determine m, n, p e q .
4. Sabendo que $P = (2\sqrt{10}, m)$ tem ordenada positiva e pertence à hipérbole com focos em $(0, -3)$ e $(0, 3)$ e um vértice real em $(0, -2)$, determine m .
5. Em cada um dos itens abaixo, reescreva a equação na forma padrão, classifique a cônica, determine os elementos e faça o gráfico.
 - (a) $x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 36 = 0$.
 - (b) $x^2 - y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$.
 - (c) $y^2 - 8x + 6y + 17 = 0$.
 - (d) $3x^2 + 2y^2 - 12x + 8y + 19 = 0$.
 - (e) $x^2 + 2x + 8y - 15 = 0$.
 - (f) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 45 = 0$.
 - (g) $9y^2 - 25x^2 - 90y - 50x = 25$.
6. Identifique e faça o gráfico das cônicas determinadas pelas equações abaixo.
 - (a) $21x^2 + 31y^2 - 10\sqrt{3}xy = 144$.

(b) $2xy = 1$.

(c) $x^2 + y^2 - 2xy - \sqrt{2}x - \sqrt{2}y = 0$.

(d) $8x^2 + 8y^2 + 8xy + 10\sqrt{2}x + 26\sqrt{2}y + 31 = 0$.

(e) $3x^2 - 10xy + 3y^2 + 16\sqrt{2}x - 32 = 0$.

Respostas:

1. (a) $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$.

(b) $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{(2/\sqrt{3})^2} = 1$.

(c) $\frac{y^2}{(\sqrt{21})^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$.

(d) $(x-4)^2 - \frac{(y+2)^2}{(2\sqrt{2})^2} = 1$.

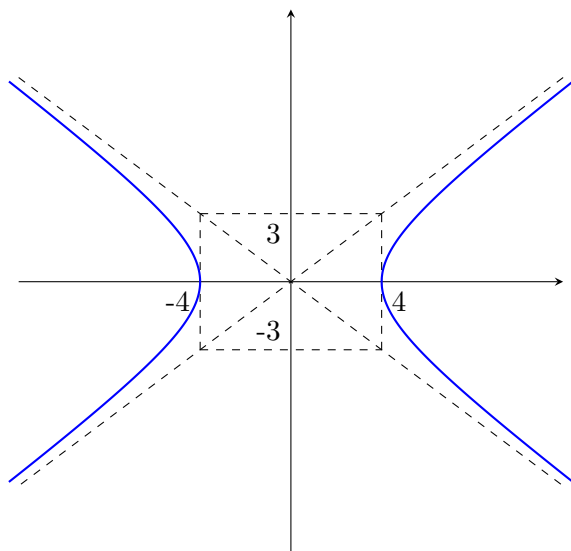
(e) $\frac{(x-5)^2}{(2\sqrt{2})^2} - \frac{(y-1)^2}{(2\sqrt{2})^2} = 1$.

(f) $\frac{y^2}{4^2} - \frac{(x+3)^2}{4^2} = 1$.

(g) $\frac{(x+2)^2}{91/24} - \frac{(y-1)^2}{91/5} = 1$.

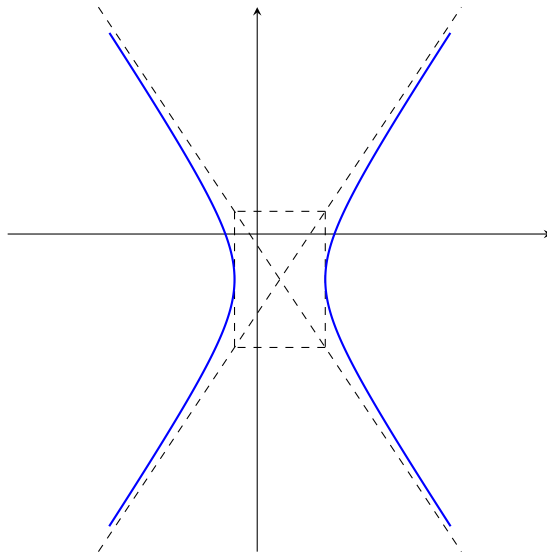
2. (a) Equação: $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$.

Elementos: $a = 4$, $b = 3$, $c = 5$, $C = (0, 0)$, $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$, $A_1 = (-4, 0)$, $A_2 = (4, 0)$, $B_1 = (0, -3)$, $B_2 = (0, 3)$, assíntotas $y = 3x/4$ e $y = -3x/4$, $e = 5/4$.



(b) Equação: $\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y+2)^2}{3^2} = 1$.

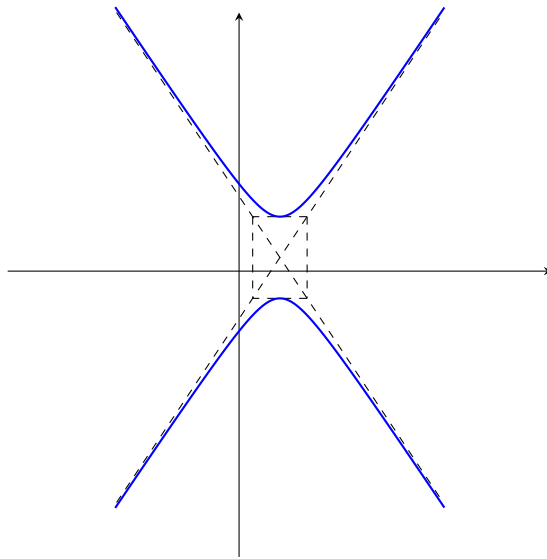
Elementos: $a = 2$, $b = 3$, $c = \sqrt{13}$, $C = (1, -2)$, $F_1 = (1 - \sqrt{13}, -2)$, $F_2 = (1 + \sqrt{13}, -2)$, $A_1 = (-1, -2)$, $A_2 = (3, -2)$, $B_1 = (1, -5)$, $B_2 = (1, 1)$, assíntotas $y = 3x/2 - 7/2$ e $y = -3x/2 - 1/2$, $e = \sqrt{13}/2$.



Observação. Para não sobrecarregar a figura, as medidas não foram colocadas. Elas podem ser obtidas a partir dos elementos. Por exemplo, o centro da figura está na posição $(1, -2)$.

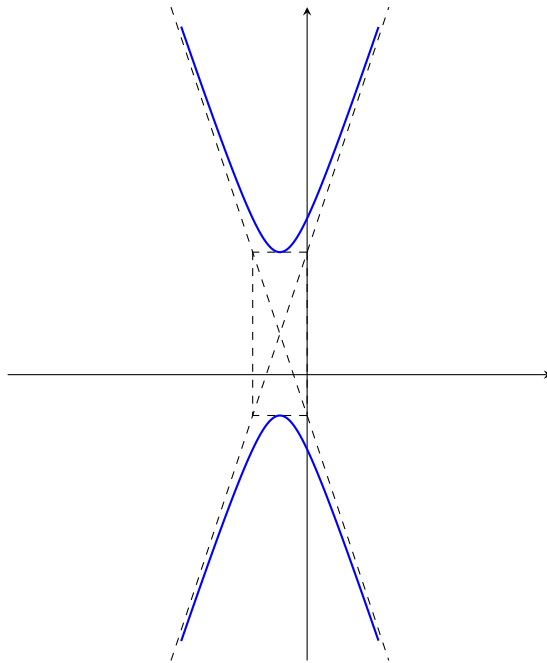
(c) Equação: $\frac{(y-1)^2}{3^2} - \frac{(x-3)^2}{2^2} = 1$.

Elementos: $a = 3$, $b = 2$, $c = \sqrt{13}$, $C = (3, 1)$, $F_1 = (3, 1 - \sqrt{13})$, $F_2 = (3, 1 + \sqrt{13})$, $A_1 = (3, -2)$, $A_2 = (3, 4)$, $B_1 = (1, 1)$, $B_2 = (5, 1)$, assíntotas $y = 3x/2 - 7/2$ e $y = -3x/2 + 11/2$, $e = \sqrt{13}/3$.



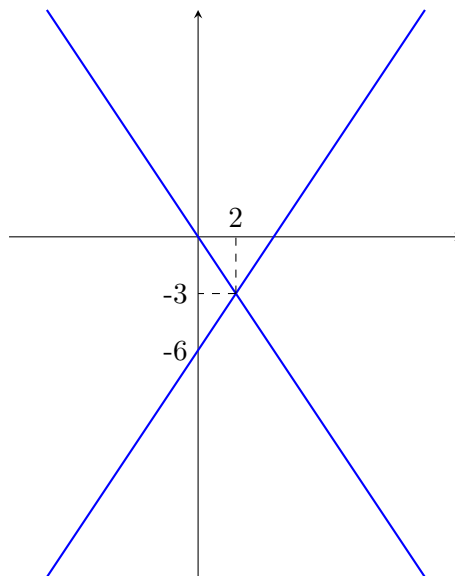
(d) Equação: $\frac{(y-3)^2}{6^2} - \frac{(x+2)^2}{2^2} = 1$.

Elementos: $a = 6$, $b = 2$, $c = 2\sqrt{10}$, $C = (-2, 3)$, $F_1 = (-2, 3 - 2\sqrt{10})$, $F_2 = (-2, 3 + 2\sqrt{10})$, $A_1 = (-2, -3)$, $A_2 = (-2, 9)$, $B_1 = (-4, 3)$, $B_2 = (0, 3)$, assíntotas $y = 3x + 9$ e $y = -3x - 3$, $e = \sqrt{10}/3$.



(e) Equação: $3|x - 2| = 2|y + 3|$.

Elementos: o gráfico é composto por duas retas.



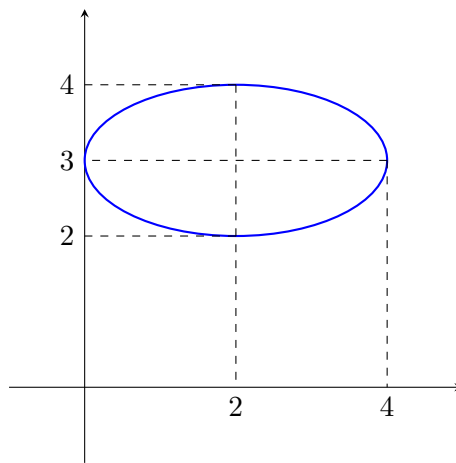
3. $m = -9, n = 64, p = -18$ e $q = 199$.

4. $m = 6$.

5. (a) Equação: $\frac{(x - 2)^2}{2^2} + (y - 3)^2 = 1$.

Classificação: elipse.

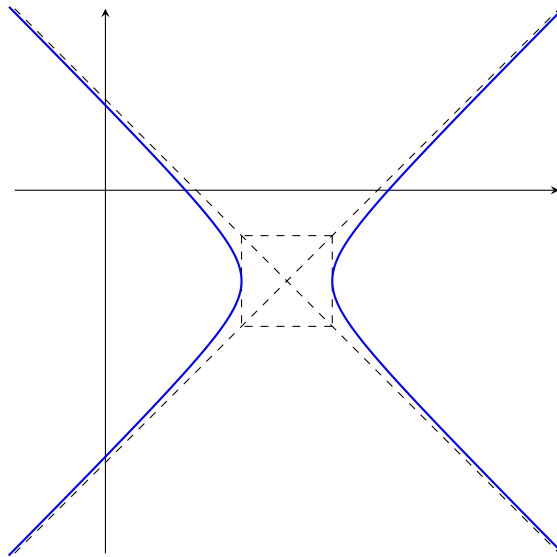
Elementos: $a = 2, b = 1, c = \sqrt{3}, C = (2, 3), A_1 = (0, 3), A_2 = (4, 3), B_1 = (2, 2), B_2 = (2, 4), F_1 = (2 - \sqrt{3}, 3), F_2 = (2 + \sqrt{3}, 3), e = \sqrt{3}/2$.



(b) Equação: $(x - 4)^2 - (y + 2)^2 = 1$.

Classificação: hipérbole.

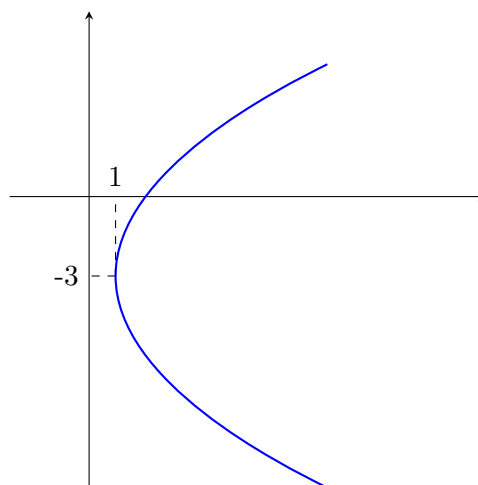
Elementos: $a = 1$, $b = 1$, $c = \sqrt{2}$, $C = (4, -2)$, $F_1 = (4 - \sqrt{2}, -2)$, $F_2 = (4 + \sqrt{2}, -2)$, $A_1 = (3, -2)$, $A_2 = (5, -2)$, $B_1 = (4, -3)$, $B_2 = (4, -1)$, assíntotas $y = x - 6$ e $y = -x + 2$, $e = \sqrt{2}$.



(c) Equação: $8(x - 1) = (y + 3)^2$.

Classificação: parábola.

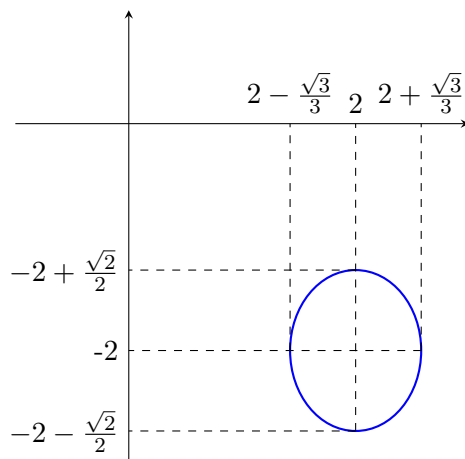
Elementos: $p = 4$, $V = (1, -3)$, $F = (3, -3)$, reta diretriz $x = -1$, eixo de simetria $y = -3$.



(d) Equação: $\frac{(x - 2)^2}{(1/\sqrt{3})^2} + \frac{(y + 2)^2}{(1/\sqrt{2})^2} = 1$.

Classificação: elipse.

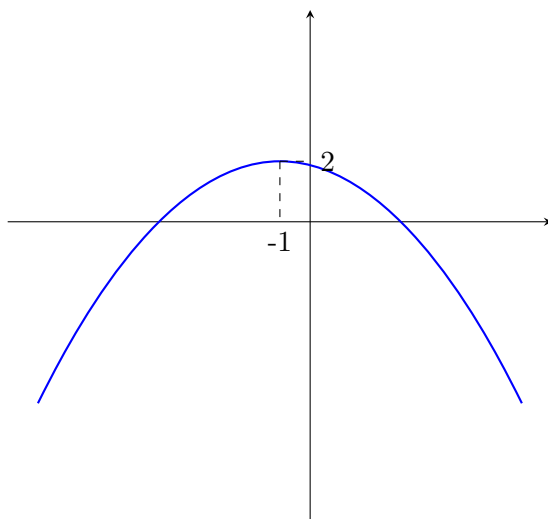
Elementos: $a = 1/\sqrt{2}$, $b = 1/\sqrt{3}$, $c = 1/\sqrt{6}$, $C = (2, -2)$, $A_1 = (2, -2 - 1/\sqrt{2})$, $A_2 = (2, -2 + 1/\sqrt{2})$, $B_1 = (2 - 1/\sqrt{3}, -2)$, $B_2 = (2 + 1/\sqrt{3}, -2)$, $F_1 = (2, -2 - 1/\sqrt{6})$, $F_2 = (2, -2 + 1/\sqrt{6})$, $e = 1/\sqrt{3}$.



(e) Equação: $-8(y - 2) = (x + 1)^2$.

Classificação: parábola.

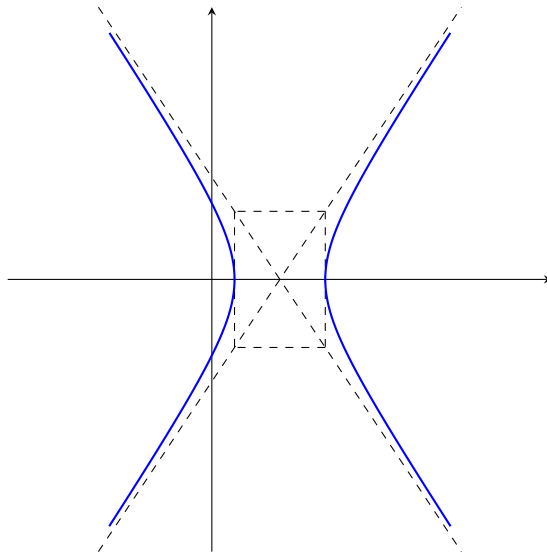
Elementos: $p = -4$, $V = (-1, 2)$, $F = (-1, 0)$, reta diretriz $y = 4$, eixo de simetria $x = -1$.



(f) Equação: $\frac{(x - 3)^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$.

Classificação: hipérbole.

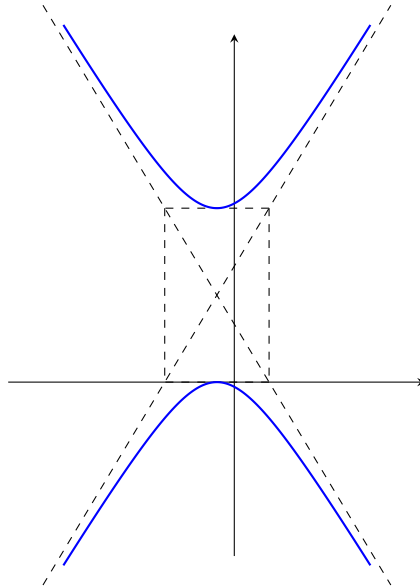
Elementos: $a = 2$, $b = 3$, $c = \sqrt{13}$, $C = (3, 0)$, $F_1 = (3 - \sqrt{13}, 0)$, $F_2 = (3 + \sqrt{13}, 0)$, $A_1 = (1, 0)$, $A_2 = (5, 0)$, $B_1 = (3, -3)$, $B_2 = (3, 3)$, assíntotas $y = 3x/2 - 9/2$ e $y = -3x/2 + 9/2$, $e = \sqrt{13}/2$.



(g) Equação: $\frac{(y-5)^2}{5^2} - \frac{(x+1)^2}{3^2} = 1$.

Classificação: hipérbole.

Elementos: $a = 5$, $b = 3$, $c = \sqrt{34}$, $C = (-1, 5)$, $F_1 = (-1, 5 - \sqrt{34})$, $F_2 = (-1, 5 + \sqrt{34})$, $A_1 = (-1, 0)$, $A_2 = (-1, 10)$, $B_1 = (-4, 5)$, $B_2 = (2, 5)$, assíntotas $y = 5x/3 + 20/3$ e $y = -5x/3 + 10/3$, $e = \sqrt{34}/5$.



6. (a) Cônica: Elipse.

Ângulo de rotação: 30° .

Equação: $\frac{(x')^2}{3^2} + \frac{(y')^2}{2^2} = 1$.

(b) Cônica: Hipérbole.

Ângulo de rotação: 45° .

Equação: $(x')^2 - (y')^2 = 1$.

(c) Cônica: Parábola.

Ângulo de rotação: 45° .

Equação: $x' = (y')^2$.

(d) Equação: $(x' + 3/2)^2 + \frac{(y' + 2)^2}{3} = 1$.

Classificação: elipse.

(e) Equação: $\frac{(x' - 1)^2}{12} - \frac{(y' + 4)^2}{2^2} = 1$.

Classificação: hipérbole.