

Postulados e Teoremas da Álgebra de Boole

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

2024

1 Comutatividade

$$A + B = B + A$$

$$A.B = B.A$$

2 Associatividade

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$A.B.C = (A.B).C = A.(B.C)$$

3 Distributividade

$$A.(B + C) = A.B + A.C$$

$$A + (B.C) = (A + B).(A + C)$$

$$(A + B)(C + D) = A.C + A.D + B.C + B.D$$

$$(A.B) + (C.D) = (A + C).(A + D).(B + C).(B + D)$$

4 Identidade

$$A + 1 = 1$$

$$A.0 = 0$$

5 Elemento Neutro

$$A + 0 = A$$

$$A.1 = A$$

6 Complemento

$$A + \overline{A} = 1$$

$$A.\overline{A} = 0$$

7 Idempotência

$$A + A = A$$

$$A.A = A$$

8 Dupla Negação ou Involução

$$\overline{\overline{A}} = A$$

9 Cobertura

$$A.(A + B) = A$$

$$A + A.B = A$$

$$A + \overline{A}.B = A + B$$

$$\overline{A} + A.B = \overline{A} + B$$

10 Consenso

$$A.B + \overline{A}.C + B.C = A.B + \overline{A}.C$$

$$(A + B).(\overline{A} + C).(B + C) = (A + B).(\overline{A} + C)$$

11 Teoremas de De Morgan

A negação de um produto (AND) equivale à soma (OR) das negações de cada variável envolvida no produto.

$$\overline{A.B.C.D \dots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} \dots$$

Dual do Teorema

A negação uma soma (OR) equivale ao produto (AND) das negações individuais das variáveis

$$\overline{A + B + C + D \dots} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} \dots$$

Exemplos para duas variáveis $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$

$$\overline{A + B} = \overline{A}.\overline{B}$$

12 Xor e XNor

$$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$\overline{(A \oplus B)} = \overline{A}.\overline{B} + A.B$$