Regra de Três Simples

Eduardo Yukio G. Ishihara
19/03/2025
eduardoyukio.ishihara@usp.br
Editado em 21/04/2025

Diretamente Proporcionais

Dizemos que duas grandes são diretamente proporcionais quando o aumento de uma também acarreta no aumento de outra. De forma geral, multiplicar uma das grandezas faz com que a outra também seja multiplicada pelo mesmo fator. Exemplos:

- Quantidade de maçãs e o preço a ser pago por elas;
- Velocidade de um carro e a distância percorrida, fixado um tempo;
- Quantidade de estudantes e a quantidade de exercícios a serem corrigidos;
- Quantidade de átomos e a massa total;
- Quantidade de animais e a biomassa da espécie;
- Compressão de uma mola (em cm) e a força elástica;
- Massa de um soluto e concentração desse mesmo soluto.

Note que, definidas duas grandezas, não precisamos entender qual provoca o aumento de qual, isso é, a causa e a consequência, basta entender que as duas crescem (ou decrescem), sob um mesmo fator multiplicativo ($\times 3$, $\times 2$, $\div 2$, $\div 6$, etc).

Um critério essencial para afirmarmos que duas grandezas são diretamente proporcionais é garantirmos que, quando uma zera, a outra também zera! Tal critério é uma consequência da nota acima, pois um fator multiplicativo $\times 0$ ainda é um fator multiplicativo. Nos exemplos trazidos, sempre que uma das grandezas é zerada, a outra também será zerada — pode testar!

A explicação a seguir utiliza conhecimentos de funções lineares, pode pular se não estiver familiarizado!

Esse critério é essencial, pois entendemos as grandezas proporcionais como funções lineares (com o coeficiente linear igual a 0 ($f(x) = ax + b,\ b := 0$). Ao aplicarmos o algoritmo da regra de 3, usamos as propriedades das funções lineares. Caso esse critério não seja seguido, ainda podemos fazer a análise, mas usando outros métodos, pois a regra de 3 muito provavelmente levará a um resultado errôneo.

Inversamente Proporcionais

Dizemos que duas grandezas são inversamente proporcionais quando o aumento de uma acarreta na redução da outra. De forma geral, multiplicar uma das grandezas faz com que a outra seja dividida pelo mesmo fator. Exemplos:

- Quantidade de funcionários e o número de dias que leva para uma parede ser construída;

- Velocidade de um carro e o tempo que leva para percorrer uma mesma distância;
- Preço de uma maçã e a quantidade máxima que posso levar com um orçamento fixado;
- Massa de um solvente e concentração de um soluto;
- A resistência e a corrente elétrica, fixado um potencial elétrico;
- Quantidade de bolas em uma urna e a probabilidade de uma bola fixada ser sorteada ao acaso.

Note que, mais uma vez, não é necessário estabelecer qual grandeza provoca o acréscimo ou decréscimo da outra, basta enxergar que as duas estão conectadas e crescem e descressem sob um mesmo fator multiplicativo. Por exemplo, multiplicar a quantidade de funcionários por 2 faz com que o número de dias seja dividido por 2. Ou seja, aplicamos a operação inversa da multiplicação, a divisão. Analogamente, dividir o número de funcionários por 3 faz com o que a duração seja multiplicada por 3.

Regra de 3

A tão conhecida "regra de 3" nada mais é do que um mecanismo criado para facilitar o cálculo de proporções diretas. De forma geral, são fornecidas duas grandezas, uma relação entre elas (direta ou inversamente proporcionais) e três valores e o objetivo final é determinar o quarte valor faltante. Por questões didáticas, é usual transformar tal processo numa tabela.

Exemplo 1: Uma pessoa vai ao mercado e deseja comprar barras de chocolate. Uma nova promoção diz que cada barra de chocolate sai por R\$ $5,50$. Uma pessoa deseja comprar 18 barras de chocolate. Quanto ela pagará ao final da compra?

Podemos resumir os dados na seguinte tabela:

Barras de chocolate	Preço (R$)
1	$5,50$
18	x

Agora, precisamos determinar a relação entre as grandezas. Se dobrarmos o número de barras de chocolate, o preço e dobrado ou dividido por dois? Evidentemente o preço é dobrado. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais (quando uma cresce, a outra também cresce). Setas apontando para a mesma direção são diretamente proporcionais e setas apontando para direções opostas são inversamente proporcionais.

Barras de chocolate	Preço (R$)
1	$5,50$
$\uparrow$	$\uparrow$
18	x

Definidas que as duas grandezas são diretamente proporcionais, podemos prosseguir para o procedimento clássico: multiplicação em cruz. Temos a seguinte equação:

$$1 \times x = 18 \times 5,50 \Rightarrow x = 99,00$$

Portanto, conclui-se que a pessoa pagará R$$99,00$ pelas 18 barras de chocolate.

Exemplo 2: Um carro percorre, em 2 horas uma distância de $150Km$. Mantendo essa mesma velocidade, qual distância o carro percorrerá em um período de 9 horas?

Repetiremos o mesmo processo do exemplo anterior:

Tempo (horas)	Distância (Km)
2	150
9	x

Com o aumento do tempo e velocidade constante, é natural que a distância percorrida também seja aumentada, ou seja, são diretamente proporcionais.

Tempo (horas)	Distância (Km)
2	150
$\uparrow$	$\uparrow$
9	x

Por fim, multiplicamos em cruz:

$$2 \times x = 9 \times 150 \Rightarrow 2x = 1350 \Rightarrow x = \frac{1350}{2} = 675$$

Portanto, conclui-se que o carro percorrerá $675Km$ em 9 horas.

Exemplo 3: Uma construtora tem 20 funcionários e constrói um galpão em 8 semanas. Após um corte de funcionários, apenas 14 funcionários foram mantidos. Qual é o tempo que a construtora levará para construir um galpão equivalente ao primeiro?

Resumindo os dados na tabela:

Funcionários	Duração (semanas)
20	8
14	x

Note que, nesse novo exemplo, aumentar o número de funcionários faz com que a duração diminua. Ou seja, as grandezas são inversamente proporcionais, então as setas terão direções opostas.

Funcionários	Duração (semanas)
20	8
$\uparrow$	$\downarrow$
14	x

Para proceder com os casos inversamente proporcionais, vamos criar uma "tabela auxiliar", onde inverteremos os valores cujas setas apontam para baixo:

Tabela Auxiliar

Funcionários	Duração (semanas)
20	x
$\uparrow$	$\uparrow$
14	8

Agora que a tabela auxiliar está montada e todos os valores têm setas apontando para a mesma direção, podemos prosseguir para o procedimento padrão e multiplicar em cruz:

$$20 \times 8 = 14 \times x \Rightarrow 160 = 14x \Rightarrow x = \frac{160}{14} = \frac{80}{7} \approx 14.43$$

Portanto, a construtora levará $^{80}/_{7}$, ou aproximadamente 14.43 semanas para terminar a obra com o novo quadro de funcionários.

Exemplo 4: Uma fazendeira tem um silo capaz de armazenar alimento suficiente para alimentar os seus 32 porcos por 5 meses. Após o período de vendas, apenas 18 porcos permanecera na sua propriedade. Nesta nova condição, um silo é capaz de armazenar alimento suficiente para quantos meses?

Reduzindo os dados na tabela:

Porcos	Tempo (meses)
32	5
18	x

É fácil perceber que quanto mais porcos, menos tempo dura o alimento armazenado do silo. Então, são grandezas inversamente proporcionais:

Porcos	Tempo (meses)
32	5
$\uparrow$	$\downarrow$
18	x

Uma vez que as setas não apontam para a mesma direção, constrói-se a tabela auxiliar invertendo uma das colunas:

Tabela Auxiliar

Porcos	Tempo (meses)
32	x
$\uparrow$	$\uparrow$
18	5

Finalmente, multiplica-se em cruz:

$$32 \times 5 = 18 \times x \Rightarrow 160 = 18x \Rightarrow x = \frac{160}{18} = \frac{80}{9} \approx 8.89$$

Portanto, o silo é capaz de armazenar alimento para 18 porcos por $^{80}/_{9}$, ou aproximadamente, 8.89 meses.

Exercícios

A lista é extensa, nem todos os itens devem ser feitos na íntegra. Faça os itens até que você tenha certeza de que é capaz de fazer os demais itens sem dificuldades.

Para ajudá-los, adotei um sistema para classificar a dificuldade dos exercícios que vai de (fácil), passa por , , e chega a (muito difícil). Tal métrica não é absoluta e pode conter erros ou variar de pessoa para pessoa!

1. Determine se as grandezas abaixo são proporcionais, inversamente proporcionais ou nenhum dos dois. Não é necessária verificar se são diretamente, isso é, quando uma zera, a outra também zera. Quando não houver relação direta, explique por que ela não existe. a

   (a) Quantidade de alunos e o número de carteiras numa sala;

   (b) Quantidade de alunos e a atenção que um professor pode dar para cada aluno;

   (c) Quantidade de árvores e a área com sombra;

   (d) Ano de nascimento e a quantidade de filhos;

   (e) Temperatura de um pote e o tempo que ficou no fogão;

   (f) Temperatura de um pote e o tempo que ficou no refrigerador;

   (g) Velocidade de uma reação e a concentração de um catalisador;

   (h) Velocidade de uma reação e a concentração dos reagentes;

   (i) Força gravitacional e a massa dos corpos;

   (j) Quantidade de copos e o volume de um dos copos;

   (k) Força gravitacional e a distância entre os corpos;

   (l) Altura e o IMC;

   (m) Massa e o IMC;

   (n) Massa de um doce e quantidade de açúcar no doce;

   (o) Massa de um doce e concentração de açúcar no doce;

   (p) Volume de um cubo de metal e a massa desse mesmo cubo;

   (q) Volume de um cubo de metal e a densidade desse mesmo cubo;

   (r) Altura de uma pessoa e a quantidade de sapatos;

   (s) Concentração de O_2 e altitude em relação ao mar;

   (t) Temperatura de ebulição da água e altitude em relação ao mar;

   (u) Tempo de exposição a um material radioativo e chances de mutação em uma célula;

   (v) Tempo desde a aplicação de um remédio e sua concentração no sangue;

   (w) Volume de água ingerido e quantidade de fios de cabelo.

Eduardo Yukio G. Ishihara
eduardoyukio.ishihara@usp.br

2. Nos itens abaixo, determine se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais e resolva as situações problemas. a

   (a) Para alimentar o seu cão, uma pessoa gasta 10 kg de ração a cada 15 dias. Qual a quantidade total de ração consumida por semana, considerando que, por dia, é sempre colocada a mesma quantidade de ração?

   (b) Uma torneira enche um tanque em 5 horas. Quanto tempo levaria para 3 com a mesma vazão da torneira anterior encherem esse mesmo tanque?

   (c) Em uma escola, cada professor corrige, em média, 15 páginas de lição por aluno a cada mês. Uma turma, que continha 13 alunos, passou a ter 16 alunos com a chegada de 3 alunos transferidos. Em média, quantas páginas o professor dessa turma passará a corrigir a cada mês?

   (d) Em uma empresa, uma máquina produz 25 milhares de unidades de parafuso por semana. O gerente deseja expandir a produção para mais regiões do país e comprará mais 7 máquina idênticas à primeira. Qual é a produção esperada por semana após a expansão?

   (e) Uma concorrente da empresa leva 15 dias para produzir 150 milhares de unidades de parafuso. Eles desejam reduzir esse tempo para, no máximo, 4 dias. Quantas máquinas eles devem comprar para atender o novo prazo? Lembre-se que não é possível comprar meia máquina, arredonde apropriadamente a sua resposta.

   (f) O ângulo externo de um polígono regular é inversamente proporcional à quantidade de lados. Se um polígono de 3 lados tem ângulos internos iguais a 120°, determine o ângulo externo de um polígono de 7 lados.

   (g) Usando o mesmo cenário do item anterior, determine o ângulo externo de um polígono de n lados. A sua resposta deve ser a fórmula para o ângulo externo de um polígono regular, ou seja, isole o ângulo em função da quantidade de lados. Lembre-se que a soma dos ângulos externos de um polígono sempre é 360°.
   Dica: pense no que acontece se dobrarmos o número de lados.

   (h) Na fase final de um jogo, o inimigo causa dano ao jogador de maneira inversamente proporcional à distância entre o jogador e o inimigo. A uma distância de $6m$, o jogador leva 150 pontos de dano. Qual deve ser a distância para o dano ser menor que 100 pontos? E menor que 50 pontos? E menor que 10 pontos?

   (i) Ainda que pouco usado no cotidiano, define-se 1 hm (lê-se "hectômetro") como 100 m. Converta 5 hm, 6.7 hm, 13.1 hm e 50 hm em metros. Agora, converta 1 m, 150 m, 6548 m, 1500 m e 0.1 m em hm.

   (j) $1m^3$ de água é equivalente a $1.000L$ de água. Determine quantos litros de água equivalem a $8m^3$ de água. Escreva com suas palavras uma maneira de converter m^3 em L.

   (k) Em uma cidade, o custo da conta de água é determinado pelo gasto de água em m^3 da residência. Um novo morador deseja encher sua piscina de 28.000 L, mas não sabe quanto custa o m^3 de água na cidade. Seu vizinho informou que, no mês passado,

Eduardo Yukio G. Ishihara
eduardoyukio.ishihara@usp.br

gastou 15 m^3 e pagou um valor de $R\$35,00$. Quanto custará ao novo morador encher sua piscina?

(l) A bula de um medicamento determina que uma dose de 130 mg deve ser administrada para cada Kg de um paciente. Quantos mg desse medicamento devem ser ministrados a um paciente de 70 Kg? E um de 120 Kg? Uma dose de 12.700 mg é adequada para um paciente de, aproximadamente, quantos Kg?

(m) Em estimativas oficiais, costuma-se adotar que uma multidão densa tem uma média de 4 pessoas por m^2. Em um show recente num estádio em SP, o corpo de bombeiros verificou que estava muito lotado e, portanto, trata-se de uma multidão densa. O espaço ocupado pela multidão era a metade de um círculo de raio $40m$. Estime a quantidade de pessoas assistindo ao show.

(n) Durante a realização de exames de sangue, coleta-se uma amostra do sangue da pessoa e, a partir dessa parcela, estima-se os parâmetros desejados de todo o sangue na pessoa. Tal técnica é utilizado, pois é inviável medir os parâmetros necessários de todo o sangue de uma pessoa. Um laboratório verificou que havia 11 milhões de glóbulos brancos numa amostra de 1 ml de sangue de um homem adulto. Considerando que um homem adulto possui, em média, 5 L de sangue, estime a quantidade total de glóbulos brancos no sangue dessa pessoa.

(o) Um carro leva 6 horas para ir do Rio de Janeiro a São Paulo e consome 40 L a cada viagem. Um funcionário de uma empresa precisa fazer essa viagem (ida e então a volta) duas vezes por mês. Considere que a volta (São Paulo para o Rio de Janeiro) leva o mesmo tempo e consumo o mesmo combustível. Determine o consumo de gasolina em uma ano.

(p) Ainda nas condições do item anterior, determine quantas horas o motorista passou dirigindo de uma cidade para a outra no período de um ano.

(q) Se a velocidade média do carro fosse dobrada, quantas horas o motorista teria passado dirigindo de uma cidade para a outra?

(r) Um objeto percorre uma distância de 10 m em 1 s. Mantendo essa mesma velocidade, qual seria a distância percorrida em 15.8 s?

(s) Ainda nas condições do item anterior, qual seria a distância percorrida se o tempo que o objeto ficou em movimento fosse t? Ou seja, monte a "regra de 3", trabalhe com as variáveis e determine a distância em função do tempo.

(t) Um objeto percorre uma distância de d em 1 s. Qual distância esse objeto percorreria em um tempo t? Ou seja, monte a "regra de 3", trabalhe com as variáveis e determine a distância percorrida em função de t e d. Não confunda as variáveis, chame a nova distância percorrida de uma nova letra. Resolver esse item é equivalente a deduzir a fórmula da velocidade média de um corpo.