

# Divisibilidade

Eduardo Yukio G. Ishihara

19/03/2025

eduardoyukio.ishihara@usp.br

Editado em 21/04/2025

## Números Primos

Na matemática, definimos os números primos como os números que podem ser divididos apenas por 1 e por ele mesmo, ou seja todo número primo tem exatamente dois divisores. Convencionase que o número 1 não é um número primo, pois ele tem apenas um divisor: ele mesmo. Os cinco primeiros números primos são 2, 3, 5, 7 e 11. Teste e veja se estes números podem ser divididos por qualquer outro número além de 1 e eles mesmos. Teste, também, se há outros números primos menos do que 11.

Se um número tem mais do que apenas dois divisores, chamamos ele de **número composto**.

No estudo da divisibilidade, os números primos são muito importantes, pois eles “governam” as principais regras de divisibilidade.

## Divisibilidade

- **Divisibilidade por 1:** Todo número é divisível por 1.
- **Divisibilidade por 2:** O número deve ser par, ou seja, o último dígito deve ser 0, 2, 4, 6 ou 8.  
Ex.: 138 é divisível por 2, pois é par (termina em 8);  
143 não é divisível por 2, pois não termina em par (3 é ímpar).
- **Divisibilidade por 3:** A soma dos dígitos do número deve ser divisível por 3.  
Ex.: 123.456 é divisível por 3, pois  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$  e 21 é divisível por 3;  
4.512.688 não é divisível por 3, pois  $4 + 5 + 1 + 2 + 6 + 8 + 8 = 34$  e 34 não é divisível por 3.  
Note que você pode aplicar o critério da soma dos algarismos mais uma vez sobre o 35 para verificar se ele é divisível por 3.
- **Divisibilidade por 4:** Os dois últimos dígitos devem ser divisíveis por 4.  
Ex.: 14.584 é divisível por 4, pois 84 é divisível por 4 (faça a conta);  
412.593 não é divisível por 4, pois 93 não é divisível por 4.
- **Divisibilidade por 5:** o número deve terminar em 0 ou 5.  
Ex.: 4.585 é divisível por 5, pois termina em 5;  
84.517 não é divisível por 5, pois não termina nem em 5 nem em 0.
- **Divisibilidade por 6:** Deve ser divisível por 2 e por 3.  
Ex.: 123.456 é divisível por 6, pois é divisível por 3 e por 2 (é par).  
4.512.688 não é divisível por 6, pois é divisível por 2, mas não por 3;

81 não é divisível por 6, pois é divisível por 3, mas não por 2.

- **Divisibilidade por 8:** Os três últimos dígitos devem ser divisíveis por 8  
Ex.: 14.584 é divisível por 8, pois 584 é divisível por 8 (faça a conta);  
15.364 não é divisível por 8, pois 364 não é divisível por 8.
- **Divisibilidade por 9:** A soma dos dígitos do número deve ser divisível por 9.  
Ex.: 123.456.789 é divisível por 9, pois  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$  e 45 é divisível por 9;  
4.512.688 não é divisível por 9, pois  $4 + 5 + 1 + 2 + 6 + 8 + 8 = 34$  e 34 não é divisível por 9;  
Note que você pode aplicar o critério da soma dos algarismos mais uma vez sobre o 35 para verificar se ele é divisível por 9.
- **Divisibilidade por 10:** O número deve terminar em 0.  
Ex.: 1.548.580 é divisível por 10, pois termina em 0;  
154.565 não é divisível por 10, pois não termina em 0.
- **Divisibilidade por 11:** A soma alternada dos dígitos do número deve ser divisível por 11.  
Ex.: 907.071 é divisível por 11, pois  $9 - 0 + 7 - 0 + 7 - 1 = 22$  e 22 é divisível por 11;  
291.412 é divisível por 11, pois  $2 - 9 + 1 - 4 + 1 - 2 = -11$  e 11 é divisível por 11;  
249.942 é divisível por 11, pois  $2 - 4 + 9 - 9 + 4 - 2 = 0$  e 0 é divisível por 11;  
12.678 não é divisível por 11, pois  $1 - 2 + 6 - 7 + 8 = 6$  e 6 não é divisível por 11.  
Note que a divisibilidade não é afetada pelo sinal do número (120 e  $-120$  têm os mesmos divisores, por exemplo) e 0 é divisível por todos os números.

## Exercícios

A lista é extensa, nem todos os itens devem ser feitos na íntegra. Faça os itens até que você tenha certeza de que é capaz de fazer os demais itens sem dificuldades.

Para ajudá-los, adotei um sistema para classificar a dificuldade dos exercícios que vai de 🟩 (fácil), passa por 🟨, 🟧 e chega a 🟥 (muito difícil). Tal métrica não é absoluta e pode conter erros ou variar de pessoa para pessoa!

1. Decomponha os números abaixo em fatores primos e determine se são primos ou compostos. 🟩

(a) 1	(h) 49	(o) 89	(v) 142
(b) 2	(i) 56	(p) 94	(w) 143
(c) 4	(j) 68	(q) 99	(x) 144
(d) 6	(k) 69	(r) 110	(y) 999
(e) 12	(l) 73	(s) 126	(z) 🟨 27.720
(f) 24	(m) 74	(t) 134	
(g) 35	(n) 82	(u) 141	

2. Determine se os números abaixo são divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 e 11. De (a) a (l) : 🟩, de (m) a (z) : 🟨.

(a) 0	(h) 625	(o) 15.449.013	(v) 999.999.999
(b) 1	(i) 660	(p) 23.022.006	(w) 123.456.789
(c) 10	(j) 1.250	(q) 25.122.025	(x) 228.659.875
(d) 100	(k) 2.025	(r) 111.111.111	(y) 654.896.587
(e) 1.000	(l) 8.640	(s) 222.222.222	(z) 987.654.321
(f) 10.000	(m) 145.124	(t) 555.555.555	
(g) 60	(n) 5.702.400	(u) 777.777.777	

3. Crie regras de divisibilidade para os números abaixo. Dicas: tente decompô-los em fatores primos e aplique o mesmo princípio da regra de divisibilidade por 6 e o padrão das regras de divisibilidade por 2, 4 e 8. De (a) a (n) : 🟨, (o) : 🟨 e (p) : 🟨.

(a) 16	(e) 24	(i) 45	(m) 200
(b) 32	(f) 22	(j) 100	(n) 2.000
(c) 64	(g) 18	(k) 1.000	(o) 36
(d) 12	(h) 40	(l) 20	(p) $2^n$