2.3) En una habitación 10 personas tienen insignias numeradas del 1 al 10. Se eligen 3 personas al azar y se les pide que dejen la habitación simultáneamente y se anotan los números de las insignias.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el número menor de las insignias sea 5?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el número mayor de las insignias sea 5?

Definición de eventos.

A= "El número menor de las insignias es 5"

B= "El número mayor de las insignias es 5".

Como se van a tomar 3 de 10 elementos y no importa el orden?

$$N_s = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{(10-3)!\cdot 3!} = \frac{10!}{7!\cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}\cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3!} = \frac{720}{3!} = 120$$

$$N_A = {}_5C_2 = \frac{5!}{(5-2)!\cdot 2!} = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{5\cdot 4\cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\cdot 2!} = \frac{20}{2!} = 10$$

$$P(A) = \frac{N_A}{N_s} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

Para B)

Los elementos de B son conjuntos de 3 elementos uno de los cuales es el número 5 y los demás son elementos del conjunto $\{1,2,3,4\}$

$$\Rightarrow N_B = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4\cdot 3\cdot \cancel{2!}}{2!\cdot \cancel{2!}} = \frac{3\cdot 2!\cdot 2!}{2!} = 6$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{N_B}{N_s} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

Vázquez Martínez Jesús Eduardo

2.4) Un cargamento de 1500 lavadoras contiene 400 defectuosas y 1100 no defectuosas. Se eligen al azar 200 lavadoras (sin sustitución) y se clasifican.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren exactamente 90 artículos defectuosos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos 2 artículos defectuosos?

$$N_s = {}_{1500}C_{200} = \frac{1500!}{(1500-200)!\,200!} = \frac{1500!}{1300!\,200!}$$

Definición de eventos

A= "Se encuentran exactamente 90 lavadoras defectuosas"

$$N_A = ({}_{400}C_{90})({}_{1100}C_{110}) = \frac{400!}{(400-90)!\,90!} \cdot \frac{1100!}{(1100-110)!\,110!}$$

$$= \frac{400!}{310!\cdot 90!} \cdot \frac{1100!}{990\cdot 110!}$$

$$P(A) = \frac{N_A}{N_s} = \left[\frac{\frac{1100!}{990!\cdot 110!}}{\frac{1500!}{1300!\,200!}}\right] = \frac{1100!\,(1300!\cdot 200!)}{1500!\,(990!\cdot 110!)}$$

B= "Se encuentran al menos 2 defectuosos"

$$P(B) = 1 - P(B^c)$$

B^c= "Se encuentre a lo más 1 defectuoso"

$$N_{B^c} = {}_{400}C_0 \cdot {}_{1100}C_{200} + {}_{400}C_1 \; {}_{1100}C_{193}$$

$$= {}_{1100}C_{200} + {}_{400}C_1 \; {}_{1100}C_{193}$$

$$P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - \frac{N_{B^c}}{N_s} = 1 - \frac{{}_{1100}C_{200} + {}_{400}C_1 \; {}_{1100}C_{193}}{{}_{1500}C_{200}}$$

Vazquez Martinez Jesús Eduardo

2.8) Un producto se arma en 3 etapas.
En la primera etapa hay 5 líneas de armado, en la segunda, 4 líneas de armado y en la tercera, 6 líneas de armado.
¿De cuántas maneras puede moverse el producto en el proceso armado?

$5 \times 4 \times 6 = 120$ Formas diferentes

2.13) Supóngase que de N objetos se eligen n al azar, con sustitución.
¿Cuál es la probabilidad de que ningun objeto sea elegido más de una vez?
(Supóngase que $n < N$).

$N_s = N^n$

Definición de eventos

A = "Ningun objeto sea elegido más de 1 vez"

$$\Rightarrow N_A = N(N-1)\cdots(N-n+1) = \frac{N!}{(N-n)!} = {}_N P_n$$

$$\therefore P(A) = \frac{N_A}{N_s} = \frac{\frac{N!}{(N-n)!}}{N^n} = \frac{(N-1)!}{(N-n)!\,N^{n-1}}$$

Vázquez Martínez Jesús Eduardo

2.14) Con las letras a, b, c, d, e y f ¿Cuantas palabras clave de 4 letras se pueden formar, si

a) Ninguna letra se puede repetir

b) Cualquier letra se puede repetir cualquier número de veces?

Para a) tenemos

$$ {}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360 \text{ formas} $$

b)

$$ 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1296 \text{ formas} $$

2.15) Supongase que $\binom{99}{5} = a$ y $\binom{99}{4} = b$.

Exprese $\binom{100}{95}$ en terminos de a y b

Tomando en cuenta que

$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ y que $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$

$$ \binom{100}{95} = \binom{100}{100-5} = \binom{100}{5} $$

$$ = \binom{99}{4} + \binom{99}{5} $$

$$ \Rightarrow \binom{100}{95} = \binom{99}{4} + \binom{99}{5} $$

Vázquez Martínez Jesús Eduardo

2.16) Una caja contiene esferas numeradas $1, 2, \dots, n$. Se escogen 2 esferas al azar. Encontrar la probabilidad de que los números sobre las esferas sean enteros consecutivos, si

a) Las esferas se escogen sin sustitución

b) Las esferas se escogen con sustitución

Para a)

$$N_s = \binom{n}{2}$$

Def eventos

A = " Los Números sobre las esferas sean consecutivos"

$N_A = n-1$; ①②, ②③, ... $(n-1)(n)$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{N_A}{N_s} = \frac{n-1}{\binom{n}{2}} = \frac{n-1}{\frac{n!}{(n-2)!\,2!}} = \frac{(n-1)(n-2)!\cdot 2!}{n!}$$

$$= \frac{\cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)!}\cdot 2!}{n\cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)!}} = \frac{2!}{n} = \frac{2}{n}$$

Para b)

Ahora con sustitución

$$N_s = n \times n = n^2$$

$$N_A \; 2(n-1)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{N_A}{N_s} = \frac{2(n-1)}{n^2}$$

Vázquez Martínez Jesús Eduardo

2.17) ¿Cuantos subconjuntos que contengan al menos un elemento se pueden formar de un conjunto de 100 elementos?

Sabemos que el número de subconjuntos de un conjunto esta dado por 2^n donde se incluye el ϕ.

$\Rightarrow$ Con un conjunto de 100 elementos se pueden formar $2^n - 1$ subconjuntos el -1 se pone para quitar el conjunto ϕ.

2.18) Entre los números 1, 2, . . . , 50 se escoge 1 al azar ¿Cual es la probabilidad de que el número escogido sea divisible entre 6 o entre 8?

$N_s = 50$

Def eventos

A = "El número es divisible por 6"
B = "El número es divisible por 8"

$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$

$N_A = 8$

$A \cap B = \{24, 48\}$

$B = \{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

$N_B = 6$

Como no son mutuamente excluyentes entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{8}{50} + \frac{6}{50} - \frac{2}{50} = \frac{12}{50}$$
$$= 0.24$$

Vázquez Martínez Jesús Eduardo

Escaneado con CamScanner

2,21) Un lote contiene n artículos. Si se sabe que r artículos son defectuosos y se inspeccionan al azar y en forma sucesiva.
¿Cuál es la probabilidad

Vázquez Martínez Jesús Eduardo