Ejemplo del diseño de un clasificador Bayesiano para una distribución normal mediante la distancia Euclídea (dE)

Supongamos que se tienen dos clases con los siguientes datos x1(1.2, 3.0), x2(0.5, 0.5), x3(2.3, 3.1), sabiendo de antemano que x1 y x3 $\in C_1$ y x2 $\in C_2$.

Objetivo:

a) **Diseñar un clasificador bayesiano para una distribución normal (dE),**
b) **Probar el clasificador para clasificar al patrón desconocido x?=(2.0, 1.0)**
c) **Graficar la función**

Algoritmo y solución:

FASE DE APRENDIZAJE

1. Se elige una muestra de patrones clasificada de antemano con n clases $\{C_1, C_2, .., C_n\}$ y la métrica d_2,

   - Respuesta:

C_1 ={X1=(1.2, 3.0), X3(2.3, 3.1)},
C_2 = { x2(0.5, 0.5) }

2. Con base en la muestra y para cada clase C_i, calcular el patrón representante

$$Z_i = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} x_{ij}$$

   - Respuesta:

$$Z_1 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2} x_{ij=} \; 1/2 * \begin{pmatrix}1.2\\3.0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2.3\\3.1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1.75\\3.05\end{pmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

donde P es el número de elementos o patrones en la muestra que pertenece a Ci y Zi es el vector medio o patrón representante de la clase Ci.

3. Generar funciones discriminantes dij*(x) para cada par de clases* Ci,Cj*, de forma que:*

$$d_{ij}(x) = \left(z_i - z_j\right)^t x - \frac{1}{2}\left[\left(z_i - z_j\right)^t \left(z_i + z_j\right)\right]$$

$$donde\ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- *Respuesta:*

$$d_{12}(x) = \left(\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}\right)^t x - \frac{1}{2}\left[\left(\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}\right)^t \left(\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}\right)\right]$$

$$d_{12}(x) = (1.25\,, 2.55)^t . X - \frac{(1.25\,, 2.55)^t * \begin{pmatrix} 2.25 \\ 3.55 \end{pmatrix}}{2}$$

$$= (1.25\,, 2.55)^t . X - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2.25 \\ 3.55 \end{pmatrix} = (1.25\,, 2.55)^t . X - 5.93$$

$$como\ x = \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \end{pmatrix}, entonces:$$

$$d_{12}(x) = = (1.25\,, 2.55)^t . \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \end{pmatrix} - 5.93$$

Que es la función discriminante encontrada para este problema. (nuestro clasificador). Si se desea conocer por donde pasa la recta solo debemos despejar alguna de las incógnitas (X1 o X2).

FASE DE RECUPERACIÓN

4. *En el momento de clasificar (recuperación), el patrón x será clasificado en la clase i si cumple lo siguiente:*

$$\forall j,\ j \neq i,\ si\ \mathrm{dij}(x) \geq 0$$

Probando el clasificador con el patrón desconocido: x?=(2.0, 1.0)

Tomando la fd

$$d_{12}(x) = (1.25, 2.55)^t . \binom{X1}{X2} - 5.93$$

Queda: $d_{12}(x?) = (1.25, 2.55)^t . \binom{2.0}{1.0} - 5.93$

$d_{12}(x?)$= (2.0*1.25) +(2.55*1.0) – 5.93

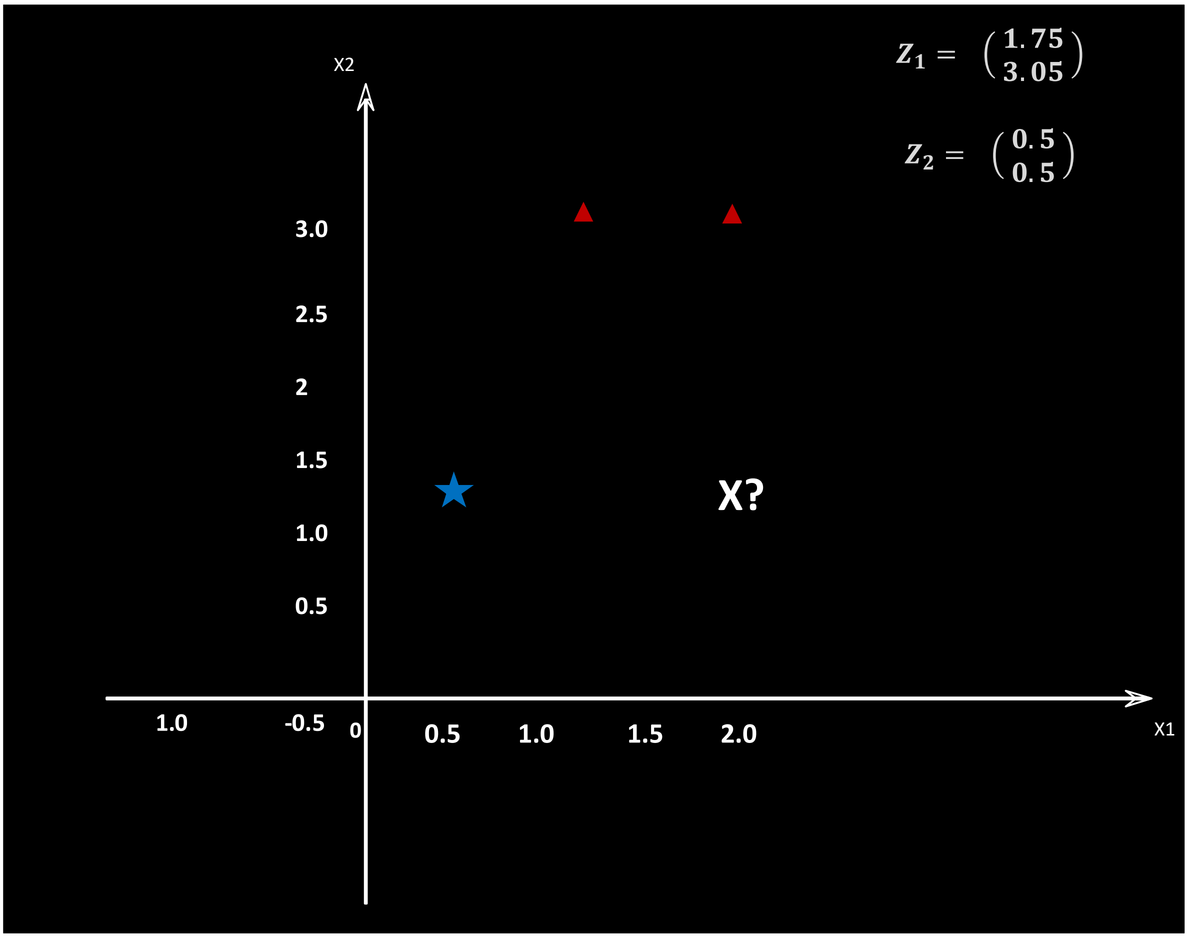
$d_{12}(x?)$= -0.88

Se cumple?:

$$\forall j,\ j \neq i,\ si\ \mathrm{dij}(x) \geq 0$$

Entonces x? $\in C_2$

Graficar:



$Z_1 = \begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix}$
$Z_2 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$
X2
3.0
2.5
2
1.5
1.0
0.5
X?
1.0
-0.5
0
0.5
1.0
1.5
2.0
X1