Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

TAREA 9

Materia:

Teoría de comunicaciones y señales

Grupo:

3CV14

Profesor:

Fernández Vázquez Alfonso

Integrantes:

Castro Cruces Jorge Eduardo

Fecha:

domingo, 19 de diciembre de 2021

Tarea 9: Dimanche, Decembre 12, 2021

Problema: A real valued signal $x(t)$ is known to be uniquely determined by its samples when the sampling frecuency is $f_s = 5000$ Hz. For what values of f is $X(f)$ guaranteed to be zero?

Solución: Usando el teorema del muestreo; Una señal es unicamente determinada por sus muestras si cumple la siguiente:

$$F_s = \frac{1}{T}\ 2F_N,$$ donde $2F_N$ es la taza de Nyquist.

Por lo tanto, para los valores que cumplan la siguiente condición:

$$F_N \leq \frac{5000\ Hz}{2} \geqslant 2500\ Hz,$$ donde F_N es la frecuencia de muestreo de Nyquist.

Se garantiza que el valor de f en $X(f)$ es cero.

Problema: The frecuency which, under the sampling theorem, must be exceeded by the sampling frecuency is called the Nyquist Rate. Determined the Nyquist rate corresponding to each of the following signals.

Solución:

- $x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$

Recordando la transformada de Fourier:

$$\cos(2\pi f_0 t) \rightarrow \frac{1}{2}(\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)),\ f_0 = 2000$$

$$\operatorname{sen}(2\pi f_1 t) \rightarrow \frac{1}{2f}(\delta(f-f_1) + \delta(f+f_1)),\ f_1 = 4000$$

Recordando:

$$f_s \geq f_1$$

La mínima frecuencia es:

$$f_s \geq 2F_N \longrightarrow f_s \geq 8000$$

frecuencia máxima

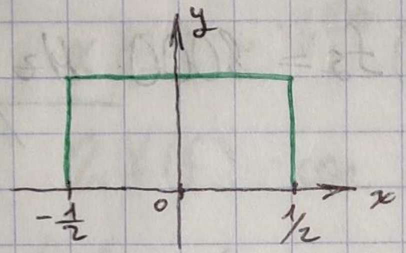
• $x(t) = \dfrac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$

Recordando la transformada de:

$$\frac{\sin(\pi w t)}{\pi w t} \rightarrow \frac{1}{w}\,\text{rect}\left(\frac{f}{w}\right), \quad \text{rect}(\tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otros} \end{cases}$$

La frecuencia máxima se obtiene con:

$$\text{rect}\left(\frac{f}{w}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{f}{w}\right| \leq 1/2 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad \text{ó} \quad \begin{cases} 1, & |f| \leq \frac{w}{2} \\ 0, & \text{otros} \end{cases}$$



Por lo tanto:

$w = 4000 \quad \therefore \quad \beta = 2000 \longrightarrow$ frecuencia máxima

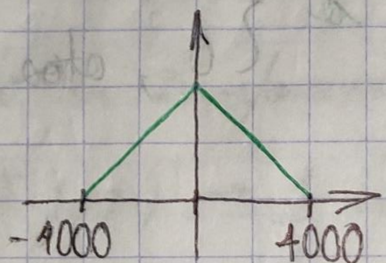
$f_s = 4000$ Hz ✓

• $x(t) = \left(\dfrac{\sin(4000\pi t)}{\pi t} \right)^2$

Aplicando las propiedad de convolución:

$x(t) \cdot h(t) = x(t) * h(t)$

Aplicando la convolución de una señal cuadrada se convierte en



$B = 4000$

$f_s = 8000\ Hz$

Problema: Sea $x(t)$ una señal con una taza de Nyquist f_0. Determine the Nyquist rate for each of the following signals:

- $x(t) + x(t-1)$

Tenemos:

$$\cancel{x(f)} \; x(f) + e^{-2j\pi f} \cdot x(f)$$

$$\cancel{x(f)+x(f)} \; x(f)(1 + e^{-2j\pi f})$$

$$x(f)\, e^{-j\pi f}(e^{j\pi f} + e^{-j\pi f})$$

$$2X(f) \cdot \cos(\pi f) \cdot e^{-j\pi f}$$

Por lo tanto, tenemos:

$$f_{max} = \frac{f_1}{2}$$

- $\frac{dx}{dt}(t)$

Usando la fórmula directa:

$$\frac{dx}{dt}(t) = -j2\pi f \cdot x(t)$$

La frecuencia se expresa así: $\frac{f_s - f_0}{}$

- $x^2(t)$

$$x(t) \cdot x(t) = x^2(t)$$

Usando la convolución de transformadas de las mismas, tenemos:

$$x(t) * x(t)$$

Tenemos que la frecuencia se define como:

$$f_s = 2 f_0$$

$$f_s = f_0$$

5.76 Determine el ancho de banda de contenido de energía al 99% para la señal:

$$x(t) = \frac{1}{t^2 + a^2}$$

Solución:

Tenemos que la función $x(t)$ más parecida es:

$$e^{-a(t)} \longleftrightarrow \frac{2a}{a^2+w^2} = \frac{2a}{a^2+t^2} \longleftrightarrow 2\pi e^{-a|w|}$$

Sin embargo, esta función de frecuencia para que sea más similar a la función, la dividimos en $2a$:

$$\frac{1}{a^2+t^2} \longleftrightarrow \frac{\pi}{a} e^{-a|w|}$$

Estas se pueden cambiar usando dualidad

$$x(w) = \frac{\pi}{a} \cdot e^{-a|w|}$$

Ahora, usamos la definición de Bandwith:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-waa}^{waa} |\cancel{X}(w)|^2 dw = \frac{1}{2\pi} \int_{-waa}^{waa} \left(\frac{\pi}{a} e^{-a(w)}\right)^2 dw$$

$$= \frac{1}{w} \int_0^{waa} |X(w)|^2 dw \text{ , aplicando (5.130) de Shaum.}$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{waa} \frac{\pi^2}{a^2} e^{-2aw} \cdot dw$$

$$= \frac{\pi}{a^2} \int_0^{w_{aa}} e^{-2aw} \cdot dw = \frac{\pi}{2a^3} \left[e^{-2aw} \right]_0^{w_{aa}}$$

$$= \frac{-\pi}{2a^3} \left[e^{-2a w_{aa}} - 1 \right] = \frac{E_x W_{aa}}{E_x}$$

$$= \frac{99}{100} = 0{:}99 = 1 - e^{-2a w_{aa}}$$

$$= 0.01 = e^{-2a w_{aa}}$$

y aplicando ln en la igualdad.

$$w_{aa} = \frac{\ln(0.01)}{-2a} = \frac{-4.60}{-2a} = \frac{2.3}{a} \ \frac{\text{radianes}}{\text{seg.}}$$