





Escuela Superior de Cómputo

Proyecto	2
MatLab	

Materia:	
	Teoría de Señales y Comunicaciones
Grupo:	
	3CV14
Profesor:	
	Alfonso Fernández Vázquez
Alumno:	
	Castro Cruces Jorge Eduardo
Boleta:	
	2015080213
Fecha:	
	Viernes, 10 de diciembre de 2021

Contenido

A.	Project 6.1 Cascade Realization	3
•	Questions:	3
	1) Q6.1 Using Program P6 1 develop a cascade realization of the following FIR transfer function:	3
	$H1z = 2 + 10z - 1 + 23z - 2 + 34z - 3 + 31z - 4 + 16z - 5 + 4z - 6 \dots$	3
	Sketch the block diagram of the cascade realization. Is H1(z) a linear-phase transfer function?	3
	2) Q6.2 Using Program P6 1 develop a cascade realization of the following FIR transfer function:	4
	H2z = 6 + 31z - 1 + 74z - 2 + 102z - 3 + 74z - 4 + 31z - 5 + 6z - 6	4
	Sketch the block diagram of the cascade realization. Is H2(z) a linear-phase transfer function? Develop cascade realization of H2(z) with only 4 multipliers. Show the blockdiagram of the new cascade structure.	
В.	Project 1.2 Cascade and Parallel Realizations	
D.	Questions:	
·		. 0
	3) Q6.3 Usando el Programa P6 1, desarrolle una realización en cascada de la siguiente función de transferencia de IIR causal:	6
	H1 z = 3 + 8z - 1 + 12z - 2 + 7z - 3 + 2z - 4 - 2z - 516 + 24z - 1 + 24z - 2 + 14z - 3 + 5z - 4 + z - 5	6
	Dibuje el diagrama de bloques de la realización en cascada.	6
	4) Q6.4 Usando el Programa P6 1, desarrolle una realización en cascada de la siguiente función de transferencia de IIR causal:	7
	H2 z = 2 + 10 z - 1 + 23 z - 2 + 34 z - 3 + 31 z - 4 + 16 z - 5 + 4 z - 636 + 78 z - 1 + 87 z - 2 + 59 z - 3 + 26 z - 4 + 7 z - 5 + z - 5	
	Dibuje el diagrama de bloques de la realización en cascada.	7
	5) Q6.5 Usando el programa P6 2, desarrolle las dos realizaciones diferentes en forma paralela de la función de transferencia causal de IIR de la ecuación. (6.27). Dibuje los diagramas de bloques de amba realizaciones.	as
	6) Q6.6 Usando el programa P6 2, desarrolle las dos realizaciones diferentes en forma paralela de la función de transferencia causal de IIR de la ecuación. (6.28). Dibuje los diagramas de bloques de amba realizaciones.	ıs

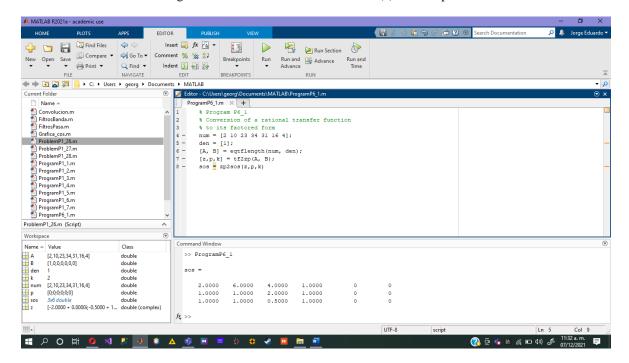
A. Project 6.1 Cascade Realization

The factored form of a causal FIR transfer function H(z) of order M-1, as given in Eq. (6.3) can be determined from its polynomial form representation given by Eq. (6.1) which can then be utilized to realize H(z) in a cascade form. To this end, a modified form of Program P6 1 that uses the function zp2sos can be employed.

```
1. % Program P6_1
2. % Conversion of a rational transfer function
3. % to its factored form
4. num = input('Numerator coefficient vector = ');
5. den = input('Denominator coefficient vector = ');
6. [A, B] = eqtflength(num, den);
7. [z,p,k] = tf2zp(A, B);
8. sos = zp2sos(z,p,k)
```

Questions:

1) Q6.1 Using Program P6 1 develop a cascade realization of the following FIR transfer function: $H_1(z) = 2 + 10 z^{-1} + 23 z^{-2} + 34 z^{-3} + 31 z^{-4} + 16 z^{-5} + 4 z^{-6}$ Sketch the block diagram of the cascade realization. Is H1(z) a linear-phase transfer function?



Al ejecutar el Programa P6_1 con num = [2 10 23 34 31 16 4] y den = [1] llegamos a los siguientes factores de segundo orden:

$$h[0] = 2$$

$$\beta_{11} = 3 \qquad \beta_{21} = 2$$

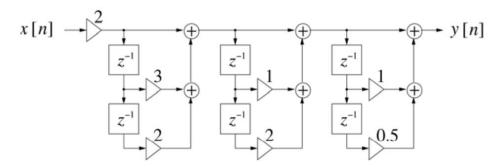
$$\beta_{12} = 1 \qquad \beta_{22} = 2$$

$$\beta_{13} = 1$$
 $\beta_{23} = 0.5$

En otras palabras, con respecto a la Ec. (6.3) en la p. 92 del Manual de laboratorio, tenemos

$$H_1(z) = 2(1 + 3z^{-1} + 2z^{-2})(1 + z^{-1} + 2z^{-2})(1 + 3z^{-1} + 0.5z^{-2})$$

El diagrama de bloques de la realización en cascada obtenido a partir de estos factores se muestra a continuación:

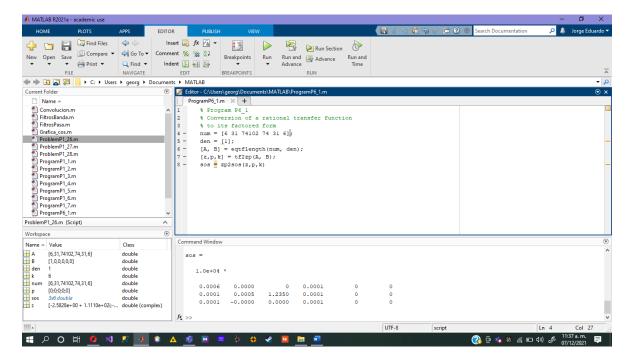


 $H_1(z)$ NO es una función de transferencia de fase lineal, porque los coeficientes no tienen la simetría requerida.

 $2) \quad Q6.2 \ Using \ Program \ P6 \ 1 \ develop \ a \ cascade \ realization \ of \ the \ following \ FIR \ transfer \ function:$

$$H_2(z) = 6 + 31 z^{-1} + 74 z^{-2} + 102 z^{-3} + 74 z^{-4} + 31 z^{-5} + 6 z^{-6}$$

Sketch the block diagram of the cascade realization. Is H2(z) a linear-phase transfer function? Develop a cascade realization of H2(z) with only 4 multipliers. Show the blockdiagram of the new cascade structure.



Al ejecutar el Programa P6_1 con num = [6 31 74102 74 31 6] y den = [1] llegamos a los siguientes factores de segundo orden:

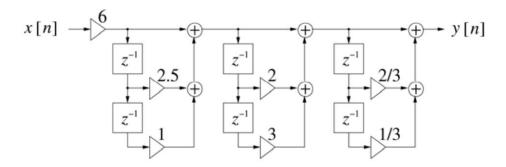
$$h[0] = 6$$

$$\beta_{11} = \frac{15}{6} \qquad \beta_{21} = 1$$

$$\beta_{12} = 2 \qquad \beta_{22} = 3$$

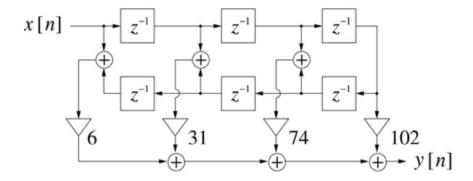
$$\beta_{13} = \frac{2}{3} \qquad \beta_{23} = \frac{1}{3}$$

El diagrama de bloques de la realización en cascada obtenido a partir de estos factores se muestra a continuación:



 $H_2(z)$ es una función de transferencia de fase lineal de Tipo I con longitud impar y simetría par.

El diagrama de bloques de la realización en cascada de $H_2(z)$ con solo 4 multiplicadores se muestra a continuación:



B. Project 1.2 Cascade and Parallel Realizations

La forma factorizada de una función de transferencia de IIR causal H(z) de orden N como se indica en la Ec. (6.8) se puede determinar a partir de su representación en forma racional dada por la Ec. (6.4), que luego se puede utilizar para realizar H(z) en forma de cascada. Para ello se puede utilizar el programa P6 1.

```
1. % Program P6_1
2. % Conversion of a rational transfer function
3. % to its factored form
4. num = input('Numerator coefficient vector = ');
5. den = input('Denominator coefficient vector = ');
6. [A, B] = eqtflength(num, den);
7. [z,p,k] = tf2zp(A, B);
8. sos = zp2sos(z,p,k)
```

Questions:

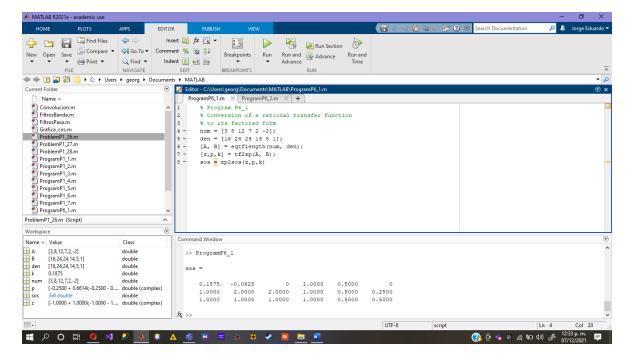
3) Q6.3 Usando el Programa P6 1, desarrolle una realización en cascada de la siguiente función de transferencia de IIR causal:

$$H_1(z) = \frac{3 + 8z^{-1} + 12z^{-2} + 7z^{-3} + 2z^{-4} - 2z^{-5}}{16 + 24z^{-1} + 24z^{-2} + 14z^{-3} + 5z^{-4} + z^{-5}}$$

Dibuje el diagrama de bloques de la realización en cascada.

Al ejecutar el Programa P6_1 con num = [3 8 12 7 2 -2] y den = [16 24 24 14 5 1] llegamos a los siguientes factores de segundo orden:

El resultado de ejecutar el programa modificado P6_1 es el siguiente:



En términos de los parámetros p_0 , α_{jk} y β_{jk} dados en la Ec. (6.8) del Manual de laboratorio, corresponde a lo siguiente:

$$p_0 = \frac{3}{16}$$

$$\beta_{11} = -\frac{1}{3}$$

$$\beta_{21} = 0$$

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_{21} = 0$$

$$\beta_{12} = 2$$

$$\alpha_{12} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{4}$$

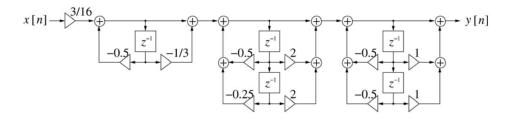
$$\beta_{13} = 1$$

$$\beta_{23} = 1$$

$$\alpha_{13} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_{23} = \frac{1}{2}$$

El diagrama de bloques de la realización en cascada obtenido a partir de estos factores se muestra a continuación:



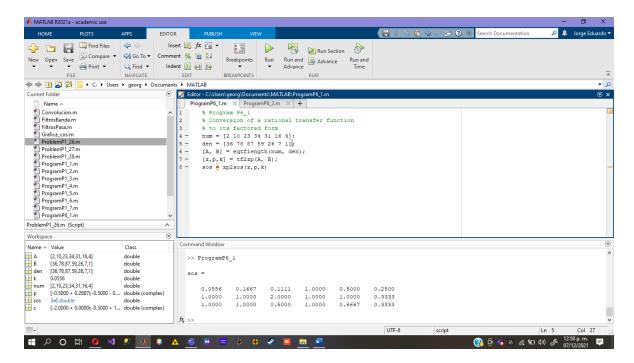
4) Q6.4 Usando el Programa P6 1, desarrolle una realización en cascada de la siguiente función de transferencia de IIR causal:

$$H_2(z) = \frac{2 + 10 z^{-1} + 23 z^{-2} + 34 z^{-3} + 31 z^{-4} + 16 z^{-5} + 4 z^{-6}}{36 + 78 z^{-1} + 87 z^{-2} + 59 z^{-3} + 26 z^{-4} + 7 z^{-5} + z^{-5}}$$

Dibuje el diagrama de bloques de la realización en cascada.

Al ejecutar el Programa P6_1 con num = [2 10 23 34 31 16 4] y den = [36 78 87 59 26 7 1] llegamos a los siguientes factores de segundo orden:

El resultado de ejecutar el programa modificado P6_1 es el siguiente:



En términos de los parámetros p_0 , α_{jk} y β_{jk} dados en la Ec. (6.8) del Manual de laboratorio, corresponde a lo siguiente:

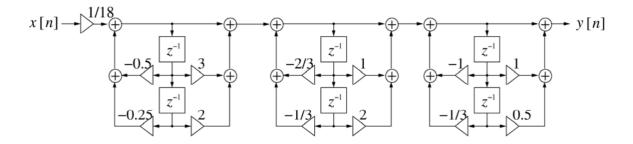
$$p_0 = \frac{1}{18}$$

$$\beta_{11} = 3 \qquad \beta_{21} = 2 \qquad \alpha_{11} = \frac{1}{2} \qquad \alpha_{21} = \frac{1}{4}$$

$$\beta_{12} = 1 \qquad \beta_{22} = 2 \qquad \alpha_{12} = \frac{2}{3} \qquad \alpha_{22} = \frac{1}{3}$$

$$\beta_{13} = 1 \qquad \beta_{23} = \frac{1}{2} \qquad \alpha_{13} = 1 \qquad \alpha_{23} = \frac{1}{3}$$

El diagrama de bloques de la realización en cascada obtenido a partir de estos factores se muestra a continuación:



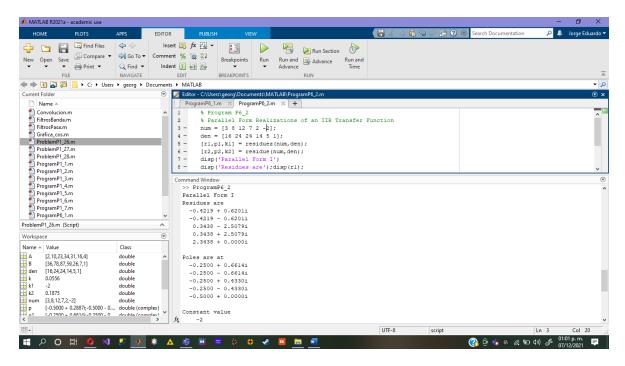
Hay dos realizaciones en forma paralela de una función de transferencia de IIR causal. La forma paralela I se basa en su expansión de fracción parcial en z-1 como en la ecuación. (6.10), que se puede obtener usando la función MATLAB **residuez**. La forma paralela II se basa en la expansión de fracción parcial en z como en Eq. (6.11), que se obtiene utilizando la función residuo. El programa P6 2 desarrolla ambos tipos de realizaciones paralelas.

```
1. % Program P6 2
2. % Parallel Form Realizations of an IIR Transfer Function
3. num = input('Numerator coefficient vector = ');
4. den = input('Denominator coefficient vector = ');
5. [r1,p1,k1] = residuez(num,den);
6. [r2,p2,k2] = residue(num,den);
7. disp('Parallel Form I')
8. disp('Residues are'); disp(r1);
9. disp('Poles are at');disp(p1);
10.
        disp('Constant value');disp(k1);
        disp('Parallel Form II')
11.
        disp('Residues are');disp(r2);
12.
13.
        disp('Poles are at');disp(p2);
14.
        disp('Constant value');disp(k2);
```

5) Q6.5 Usando el programa P6 2, desarrolle las dos realizaciones diferentes en forma paralela de la función de transferencia causal de IIR de la ecuación. (6.27). Dibuje los diagramas de bloques de ambas realizaciones.

Al ejecutar el programa P6_2 con num = $[3 \ 8 \ 12 \ 7 \ 2 \ -2]$ y den = $[16 \ 24 \ 24 \ 14 \ 5 \ 1]$ llegamos a la expansión de fracción parcial de $H_1(z)en\ z^{-1}$ dada por:

Para el formulario paralelo I, el programa devuelve:



Tenga en cuenta que los polos complejos ocurren en pares conjugados con reside que también son conjugados. Por lo tanto, para un par de polos conjugados en c + jd y c - jd con residuos a + jd y a - jd, obtenemos un par de términos en la Expansión de Fracción Parcial dada por:

$$\frac{a+jb}{1-(c+jd)z^{-1}} + \frac{a-jb}{1-(c-jd)z^{-1}} = \frac{2a-2(ac+bd)z^{-1}}{1-2cz^{-1}+(c^2+d^2)z^{-2}}$$

Por ejemplo, para el primer par de polos devuelto para la Forma I paralela anterior, tenemos a=-0.4219, b=0.6201, c=-0.2500 y d=0.6614. Por lo tanto, la expansión de la fracción parcial en z^{-1} está dada por (dentro del redondeo)

$$\begin{split} H_1(z) &= -2 + \frac{2(-0.4219) - 2\big[(-0.4219)(-0.25) + (0.6201)(0.6614)\big]z^{-1}}{1 - 2(-0.25)z^{-1} + \Big[(-0.25)^2 + \big(0.6614\big)^2\Big]z^{-2}} \\ &\quad + \frac{2(0.3438) - 2\big[(0.3438)(-0.25) + (-2.5079)(0.4330)\big]z^{-1}}{1 - 2(-0.25)z^{-1} + \Big[(-0.25)^2 + \big(0.4330\big)^2\Big]z^{-2}} \\ &\quad + \frac{2.3438}{1 + 0.5z^{-1}} \\ &= -2 + \frac{2.3438}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{-0.8438 - 1.0312z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.5z^{-2}} + \frac{0.6876 + 2.3437z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2}}. \end{split}$$

Comparando esta expansión de fracción parcial con la ecuación. (6.10) en la pág. 96 del Manual de laboratorio, tenemos los siguientes valores para los parámetros de la Forma I paralela:

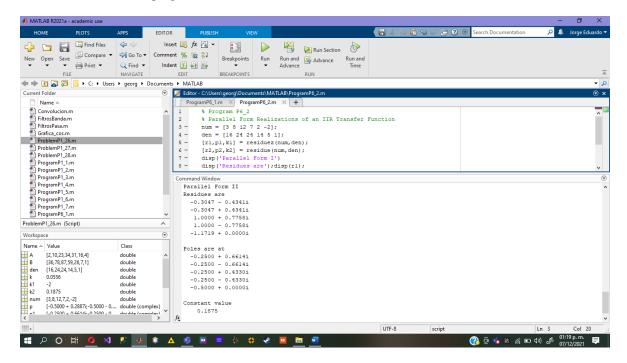
$$\gamma_0 = -2$$

$$\gamma_{01} = 2.3438 \qquad \gamma_{11} = 0 \qquad \alpha_{11} = 0.5 \qquad \alpha_{21} = 0$$

$$\gamma_{02} = -0.8438 \qquad \gamma_{12} = -1.0312 \qquad \alpha_{12} = 0.5 \qquad \alpha_{22} = 0.5$$

$$\gamma_{03} = 0.6876 \qquad \gamma_{13} = 2.3437 \qquad \alpha_{13} = 0.5 \qquad \alpha_{23} = 0.25$$

Para Parallel Form II, el programa devuelve:



Los polos complejos vuelven a aparecer en pares conjugados con residuos que también son conjugados. Lea la ayuda para residuos si no tiene claro cómo unirlos en la expansión de fracción parcial. Por lo tanto, para un par de polos conjugados en c + jd y c - jd con residuos a + jd y a - jd, obtenemos un par de términos en la expansión de fracción parcial de la forma:

$$\frac{a+jb}{z-(c+jd)} + \frac{a-jb}{z-(c-jd)} = \frac{2az-2(ac+bd)}{z^2-2cz+(c^2+d^2)} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} = \frac{2az^{-1}-2(ac+bd)z^{-2}}{1-2cz^{-1}+(c^2+d^2)z^{-2}}$$

Por ejemplo, para el primer par de polos devuelto para la forma paralela II anterior, tenemos a=-0.3047, b=-0.4341, c=-0.2500 y d=0.6614. Por lo tanto, la expansión de la fracción parcial en z está dada por (dentro del redondeo):

$$\begin{split} H_1(z) &= 0.1875 + \frac{2(-0.3047)z - 2\big[(-0.3047)(-0.25) + (-0.4341)(0.6614)\big]}{z^2 - 2(-0.25)z + \big[(-0.25)^2 + (0.6614)^2\big]} \\ &\quad + \frac{2(1)z - 2\big[(1)(-0.25) + (0.7758)(0.4330)\big]}{z^2 - 2(-0.25)z + \big[(-0.25)^2 + (0.4330)^2\big]} \\ &\quad - \frac{1.1719}{z + 0.5} \\ &= 0.1875 - \frac{1.1719}{z + 0.5} + \frac{-0.6094z + 0.4219}{z^2 + 0.5z + 0.5} + \frac{2z - 0.1718}{z^2 + 0.5z + 0.25}. \end{split}$$

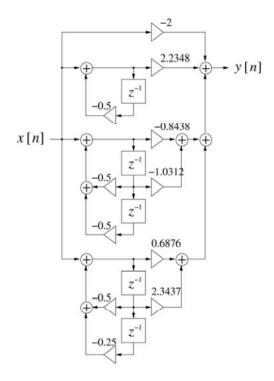
Al multiplicar cada fracción en esta expresión por las potencias apropiadas de z^{-1} en la parte superior e inferior, se obtiene:

$$\begin{split} H_1(z) &= 0.1875 - \frac{1.1719}{z + 0.5} \cdot \frac{z^{-1}}{z^{-1}} + \frac{-0.6094z + 0.4219}{z^2 + 0.5z + 0.5} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} + \frac{2z - 0.1718}{z^2 + 0.5z + 0.25} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} \\ &= 0.1875 - \frac{1.1719z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}} + \frac{-0.6094z^{-1} + 0.4219z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.5z^{-2}} + \frac{2z^{-1} - 0.1718z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2}}. \end{split}$$

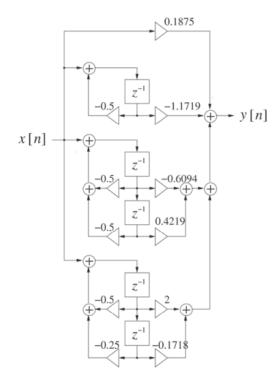
Comparando esta expansión de fracción parcial con la ecuación. (6.11) en la pág. 96 del Manual de laboratorio, tenemos los siguientes valores para los parámetros de Parallel Form II:

$$\begin{split} &\delta_0 = 0.1875 \\ &\delta_{11} = -1.1719 \qquad \delta_{21} = 0 \qquad \qquad \alpha_{11} = 0.5 \qquad \alpha_{21} = 0 \\ &\delta_{12} = -0.6094 \qquad \delta_{22} = 0.4219 \qquad \alpha_{12} = 0.5 \qquad \alpha_{22} = 0.5 \\ &\delta_{13} = 2 \qquad \qquad \delta_{23} = -0.1718 \qquad \alpha_{13} = 0.5 \qquad \alpha_{23} = 0.25 \end{split}$$

El diagrama de bloques de la realización en forma paralela I de $H_1(z)$ es, por tanto, como se indica a continuación:



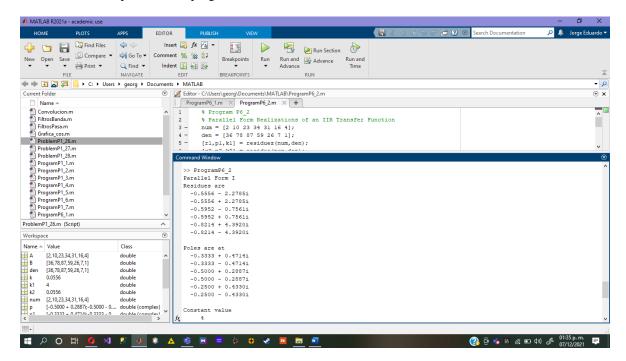
El diagrama de bloques de la realización de la forma paralela II de $H_1(z)$ es, por lo tanto, como se indica a continuación:



6) Q6.6 Usando el programa P6 2, desarrolle las dos realizaciones diferentes en forma paralela de la función de transferencia causal de IIR de la ecuación. (6.28). Dibuje los diagramas de bloques de ambas realizaciones.

Al ejecutar el programa P6_2 con num = [2 10 23 34 31 16 4] y den = [36 78 87 59 26 7 1] llegamos a la expansión de fracción parcial de $H_2(z)en z^{-1}$ dada por:

Para el formulario paralelo I, el programa devuelve:



Conectando las fórmulas complejas de pares de polos derivadas en Q6.5, tenemos:

$$\begin{split} H_2(z) &= 4 + \frac{2(-0.5952) - 2\big[(-0.5952)(-0.5) + (-0.7561)(0.2887)\big]z^{-1}}{1 - 2(-0.5)z^{-1} + \Big[(-0.5)^2 + (0.2887)^2\Big]z^{-2}} \\ &\quad + \frac{2(-0.5556) - 2\big[(-0.5556)(-0.3333) + (-2.2785)(0.4714)\big]z^{-1}}{1 - 2(-0.3333)z^{-1} + \Big[(-0.3333)^2 + (0.4714)^2\Big]z^{-2}} \\ &\quad + \frac{2(-0.8214) - 2\big[(-0.8214)(-0.25) + (4.3920)(0.4330)\big]z^{-1}}{1 - 2(-0.25)z^{-1} + \Big[(-0.25)^2 + (0.4330)^2\Big]z^{-2}} \\ &= 4 + \frac{-1.1905 - 0.1587z^{-1}}{1 + z^{-1} + 0.3333z^{-2}} + \frac{-1.1111 + 1.7778z^{-1}}{1 + 0.6667z^{-1} + 0.3333z^{-2}} + \frac{-1.6429 - 4.2143z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2}} \end{split}$$

Con relación a (6.10) en la p. 96 del Manual de laboratorio, los parámetros de Parallel Form I son:

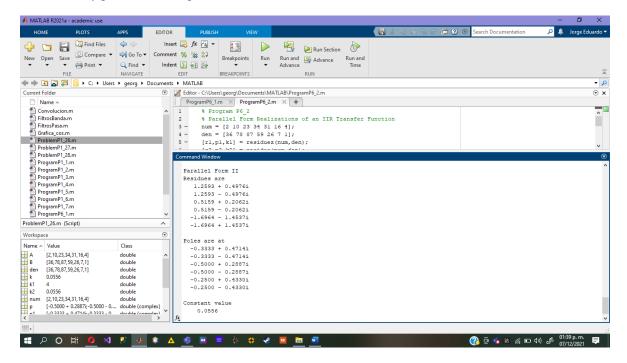
$$\gamma_0 = 4$$

$$\gamma_{01} = -1.1905 \qquad \gamma_{11} = -0.1587 \qquad \alpha_{11} = 1 \qquad \alpha_{21} = 0.3333$$

$$\gamma_{02} = -1.1111 \qquad \gamma_{12} = -1.7778 \qquad \alpha_{12} = 0.6667 \quad \alpha_{22} = 0.3333$$

$$\gamma_{03} = -1.6429 \qquad \gamma_{13} = -4.2143 \qquad \alpha_{13} = 0.5 \qquad \alpha_{23} = 0.25$$

Los residuos y polos devueltos para Parallel From II son:



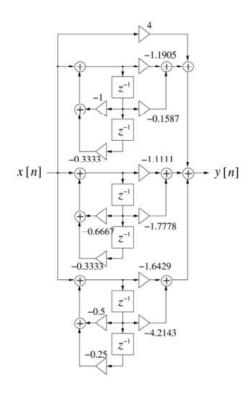
Conectando las fórmulas complejas de pares de polos derivadas en Q6.5, tenemos

$$\begin{split} H_2(z) &= 0.0556 + \frac{2(0.5159)z - 2\big[(0.5159)(-0.5) + (0.2062)(0.2887)\big]}{z^2 - 2(-0.5)z + \Big[(-0.5)^2 + (0.2887)^2\Big]} \\ &+ \frac{2(1.2593)z - 2\big[(1.2593)(-0.3333) + (0.4976)(0.4714)\big]}{z^2 - 2(-0.3333)z + \Big[(-0.3333)^2 + (0.4714)^2\Big]} \\ &+ \frac{2(-1.6964)z - 2\big[(-1.6964)(-0.25) + (-1.4537)(0.4330)\big]}{z^2 - 2(-0.25)z + \Big[(-0.25)^2 + (0.4330)^2\Big]} \\ &= 0.0556 + \frac{1.0317z + 0.3968}{z^2 + z + 0.3333} + \frac{2.5185z + 0.3704}{z^2 + 0.6667z + 0.3333} + \frac{-3.3929z + 0.4107}{z^2 + 0.5z + 0.25} \\ &= 0.0556 + \frac{1.0317z^{-1} + 0.3968z^{-2}}{1 + z^{-1} + 0.3333z^{-2}} + \frac{2.5185z^{-1} + 0.3704z^{-2}}{1 + 0.6667z^{-1} + 0.3333z^{-2}} + \frac{-3.3929z^{-1} + 0.4107z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2}} \end{split}$$

Con relación a (6.11) en la p. 96 del Manual de laboratorio, los parámetros de Parallel Form II son:

$$\begin{split} & \delta_0 = 0.0556 \\ & \delta_{11} = 1.0317 \qquad \delta_{21} = 0.3968 \qquad \alpha_{11} = 1 \qquad \alpha_{21} = 0.3333 \\ & \delta_{12} = 2.5185 \qquad \delta_{22} = 0.3704 \qquad \alpha_{12} = 0.6667 \quad \alpha_{22} = 0.3333 \\ & \delta_{13} = -3.3929 \qquad \delta_{23} = 0.4107 \qquad \alpha_{13} = 0.5 \qquad \alpha_{23} = 0.25 \end{split}$$

El diagrama de bloques de la realización en forma paralela I de $H_2(z)$ es, por lo tanto, como se indica a continuación:



El diagrama de bloques de la realización en forma paralela II de $H_2(z)$ es, por lo tanto, como se indica a continuación:

